

ISSN 2078-9181

DOI 10.15622/sp.2019.18.3

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Отделение нанотехнологий и информационных технологий

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН

ТРУДЫ СПИИРАН

proceedings.spiiras.nw.ru



ТОМ 18 № 3



Санкт-Петербург
2019

18+

SPIIRAS PROCEEDINGS

Volume 18 № 3, 2019

Scientific, educational, and interdisciplinary journal primarily specialized
in computer science, automation, and applied mathematics

Trudy SPIIRAN ♦ Founded in 2002 ♦ Труды СПИИРАН

Founder and Publisher

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief

R. M. Yusupov, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS, St. Petersburg, Russia

Editorial Board Members

A. A. Ashimov,	Prof., Dr. Sci., Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan
N. P. Veselkin,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, St. Petersburg, Russia
O. Yu. Gusikhin,	Ph. D., Dearborn, USA
V. Delic,	Prof., Dr. Sci., Novi Sad, Serbia
A. Dolgui,	Prof., Dr. Habil., St. Etienne, France
M. Zelezny,	Assoc. Prof., Ph.D., Plzen, Czech Republic
I. A. Kalyaev,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, Taganrog, Russia
A. A. Karpov,	Assoc. Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
D. A. Ivanov,	Prof., Dr. Habil., Berlin, Germany
K. P. Markov,	Assoc. Prof., Ph.D., Aizu, Japan
Yu. A. Merkuriev,	Prof., Dr. Habil., Academician of the Latvian Academy of Sciences, Riga, Latvia
R. V. Meshcheryakov,	Prof., Dr. Sci., Tomsk, Russia
N. A. Moldovian,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
V. E. Pavlovskiy,	Prof., Dr. Sci., Moscow, Russia
A. A. Petrovsky,	Prof., Dr. Sci., Minsk, Belarus
V. A. Putilov,	Prof., Dr. Sci., Apatity, Russia
V. K. Pshikhopov,	Prof., Dr. Sci., Taganrog, Russia
A. L. Ronzhin	(Deputy Editor-in-Chief), Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
A. I. Rudskoi,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, St. Petersburg, Russia
H. Samani,	Assoc. Prof., Ph.D., New Taipei City, Taiwan, Province of China
V. Sgurev,	Prof., Dr. Sci., Academician of the Bulgarian academy of sciences, Sofia, Bulgaria
V. Skormin,	Prof., Ph.D., Binghamton, USA
A. V. Smirnov,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
B. Ya. Sovetov,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAE, St. Petersburg, Russia
V. A. Soyfer,	Prof., Dr. Sci., Academician of RAS, Samara, Russia
B. V. Sokolov,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
L. V. Utkin,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
A. L. Fradkov,	Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia
H. Kaya,	Assoc. Prof., Ph.D., Tekirdag, Turkey
L. B. Sheremetov,	Assoc. Prof., Dr. Sci., Mexico, Mexico

Editor: A. I. Motienko

Editor: E. P. Miroshnikova

Technical editor: M. S. Avstriyskaya

Translator: N. V. Kashina

Editorial Board's address

14-th line VO, 39, SPIIRAS, St. Petersburg, 199178, Russia,
e-mail: publ@ias.spb.su, web: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

The journal is indexed in Scopus

© St. Petersburg Institute for Informatics and Automation
of the Russian Academy of Sciences, 2019

ТРУДЫ СПИИРАН

Том 18 № 3, 2019

Научный, научно-образовательный, междисциплинарный журнал с базовой специализацией в области информатики, автоматизации и прикладной математики
Журнал основан в 2002 году

Учредитель и издатель

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук
(СПИИРАН)

Главный редактор

Р. М. Юсупов, чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С-Петербург, РФ

Редакционная коллегия

- А. А. Ашимов**, академик национальной академии наук Республики Казахстан д-р техн. наук, проф., Алматы, Казахстан
Н. П. Веселкин, академик РАН, д-р мед. наук, проф., С.-Петербург, РФ
О. Ю. Гусихин, Ph.D., Диаборн, США
В. Делич, д-р техн. наук, проф., Нови-Сад, Сербия
А. Б. Долгий, Dr. Habil., проф., Сент-Этьен, Франция
М. Железны, Ph.D., доцент, Пльзень, Чешская республика
Д. А. Иванов, д-р экон. наук, проф., Берлин, Германия
И. А. Каляев, академик РАН, д-р техн. наук, профессор, Таганрог, РФ
А. А. Карпов, д-р техн. наук, доцент, С.-Петербург, РФ
К. П. Марков, Ph.D., доцент, Аизу, Япония
Ю. А. Меркурьев, академик Латвийской академии наук, Dr. Habil., проф., Рига, Латвия
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук, профессор, Томск, РФ
Н. А. Молдовян, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
В. Е. Павловский, д-р физ.-мат. наук, профессор, Москва, РФ
А. А. Петровский, д-р техн. наук, проф., Минск, Беларусь
В. А. Путилов, д-р техн. наук, проф., Апатиты, РФ
В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, профессор, Таганрог, РФ
А. Л. Ронжин (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
А. И. Рудской, академик РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
Х. Самани, Ph.D., доцент, Синьбэй, Тайвань, КНР
В. Сгурев, академик Болгарской академии наук, д-р техн. наук, проф., София, Болгария
В. А. Скормин, Ph.D., проф., Бингемптон, США
А. В. Смирнов, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
Б. Я. Советов, академик РАО, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
В. А. Сойфер, академик РАН, д-р техн. наук, проф., Самара, РФ
Б. В. Соколов, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
Л. В. Уткин, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
А. Л. Фрадков, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
Х. Кайя, Ph.D., доцент, Текирдаг, Турция
Л. Б. Шереметов, д-р техн. наук, Мехико, Мексика

Редактор: А. И. Мотиенков

редактор: Е. П. Мирошникова

Технический редактор: М. С. Австрийская

Переводчик: Н. В. Кашина

Адрес редакции

199178, Санкт-Петербург, 14-я линия, д. 39,
e-mail: publ@iias.spb.su, сайт: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

Журнал индексируется в международной базе данных Scopus

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук»

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, 2019
Разрешается воспроизведение в прессе, а также сообщение в эфир или по кабелю опубликованных в составе печатного периодического издания–журнала «Труды СПИИРАН» статей по текущим экономическим, политическим, социальным и религиозным вопросам с обязательным указанием имени автора статьи и печатного периодического издания–журнала «Труды СПИИРАН»

CONTENTS

Robotics, Automation and Control Systems

V.S. Verba, V.I. Merkulov PROBLEMS OF CHOOSING OPTIMIZATION METHOD FOR NEXT-GENERATION AVIATION RADIO CONTROL SYSTEMS	535
A.A. Agafonov, V.V. Myasnikov METHOD FOR RELIABLE SHORTEST PATH DETERMINATION IN STOCHASTIC NETWORKS USING PARAMETRICALLY DEFINED STABLE PROBABILITY DISTRIBUTIONS	558
J. Kim, K. Sato, N. Hashimoto, A. Kashevnik, K. Tomita, S. Miyakoshi, Y. Takinami, O. Matsumoto, A. Boyali CONTEXT-BASED RIDER ASSISTANT SYSTEM FOR TWO WHEELED SELF-BALANCING VEHICLES	583
V.P. Sugak, V.F. Volkov, V.I. Salukhov, A.S. Karaychev STUDY OF PLANS STABILITY OF ACTIVE MOVING OBJECTS CONTROL SYSTEMS APPLICATION	615
I.K. Romanova SIMULATION OF MOTION STABILITY OF DEFORMED ELONGATED BODIES BASED ON VARIATIONS OF ANGULAR VELOCITIES IN ROLL	646
A.R. Gaiduk TOWARDS DESIGN OF QUASILINEAR GURVITS CONTROL SYSTEMS	678

Information Security

V.A. Yakovlev AUTHENTICATION OF KEYS DISTRIBUTED BY THE DIFFIE-HELLMAN METHOD FOR MOBILE DEVICES BASED ON AUTHENTICATION CODES AND MAGNETOMETRIC DATA	706
---	-----

Artificial Intelligence, Knowledge and Data Engineering

A.V. Kurtukova, A.S. Romanov IDENTIFICATION AUTHOR OF SOURCE CODE BY MACHINE LEARNING METHODS	742
F.V. Krasnov, M.E. Shvartsman, A.V. Dimentov COMPARATIVE ANALYSIS OF SCIENTIFIC JOURNALS COLLECTIONS	767

СОДЕРЖАНИЕ

Робототехника, автоматизация и системы управления

В.С. Верба, В.И. Меркулов
ПРОБЛЕМЫ ВЫБОРА МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ 535

А.А. Агафонов, В.В. Мясников
МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОГО КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ В СТОХАСТИЧЕСКОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ЗАДАННЫХ УСТОЙЧИВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ 558

Ч. Ким, К. Сато, Н. Хасимото, А. Кашевник, К. Томита, С. Миякоси, Ю. Такинами, О. Мацумото, А. Бояли
КОНТЕКСТНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ СИСТЕМА ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ ОПЕРАТОРОВ ДВУХКОЛЕСНЫХ САМОБАЛАНСИРУЮЩИХСЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ 583

В.П. Сугак, В.Ф. Волков, В.И. Салухов, А.С. Карайчев
ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАНОВ ПРИМЕНЕНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АКТИВНЫМИ ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ 615

И.К. Романова
МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ УДЛИНЕННЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИЙ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ КРЕНА 646

А.Р. Гайдук
К СИНТЕЗУ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ГУРВИЦЕВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ 678

Информационная безопасность

В.А. Яковлев
АУТЕНТИФИКАЦИЯ КЛЮЧЕЙ, РАСПРЕДЕЛЯЕМЫХ МЕТОДОМ ДИФФИ — ХЕЛЛМАНА, ДЛЯ МОБИЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ АУТЕНТИФИЦИРУЮЩИХ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ И МАГНИТОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ 706

Искусственный интеллект, инженерия данных и знаний

А.В. Куртукова, А.С. Романов
ИДЕНТИФИКАЦИЯ АВТОРА ИСХОДНОГО КОДА МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ 742

Ф.В. Краснов, М.Е. Шварцман, А.В. Диментов
СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОЛЛЕКЦИЙ НАУЧНЫХ ЖУРНАЛОВ 767

В.С. ВЕРБА, В.И. МЕРКУЛОВ
**ПРОБЛЕМЫ ВЫБОРА МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ
ПЕРСПЕКТИВНЫХ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ
РАДИОУПРАВЛЕНИЯ**

Верба В.С., Меркулов В.И. Проблемы выбора метода оптимизации перспективных авиационных систем радиоуправления.

Аннотация. Анализ тенденции развития военно-технического противоборства в воздушно-космической сфере позволяет выделить ряд направлений, непосредственно влияющих на информационно-управляющую сторону функционирования авиационных систем радиоуправления, к которым, прежде всего, относятся: групповое применение как средств нападения, так и защиты; качественное усложнение законов взаимного пространственного перемещения летательных аппаратов; высокая динамичность, нестационарность обстановки; широкое использование режимов управления и информационного обеспечения на грани потери устойчивости, характерных для сверхманевренных летательных аппаратов и систем сопровождения интенсивно маневрирующих целей; несоответствие динамических свойств воздушно-космических целей и авиационных перехватчиков; растущее усложнение информационного обеспечения систем наведения.

Для эффективного функционирования в рамках этих направлений математический аппарат синтеза авиационных систем радиоуправления должен обеспечивать: эффективное наведение на цели, маневрирующие по сложным законам, в том числе и со сменой знаков производных; гарантированный уход от границ устойчивой (опасной) работы, в том числе для предотвращения столкновений при групповом применении; учет несоответствия динамических свойств цели и перехватчика; возможность перераспределения приоритетов управления в процессе наведения; универсальность формирования методов наведения; реализуемость алгоритмов информационного обеспечения.

Анализ возможностей классических способов оптимизации, основанных на минимизации квадратичных функционалов качества, показал, что они не способны удовлетворить совокупности этих требований и необходимы новые подходы к решению задач оптимизации систем радиоуправления.

В качестве такого подхода предложено использовать синтез сигналов управления, оптимальных по минимуму квадратично-биквадратных функционалов качества.

Рассмотрена методика использования такого подхода в рамках экономичной в вычислительном отношении локальной оптимизации.

Приведен пример синтеза метода наведения, иллюстрирующий возможности формирования сигналов управления, обеспечивающих наведение инерционных летательных аппаратов на интенсивно маневрирующие цели на основе учета как линейных, так и нелинейных зависимостей от ошибок функционирования, и учета несоответствия динамических характеристик цели и перехватчика и проведен его анализ.

Ключевые слова: системы радиоуправления, оптимизация, квадратично-биквадратные функционалы качества, методы наведения.

1. Введение. Одной из основных проблем при разработке перспективных авиационных систем радиоуправления (АСРУ) является

выбор метода оптимизации, который должен обеспечить ее эффективное функционирование в заданном поле условий применения с показателями совершенства не хуже заданных.

Для определенности под АСРУ будем понимать совокупность функционально связанных подсистем и устройств, осуществляющих управление летательными аппаратами на основе информации, извлекаемой из радиосигналов [1].

В настоящее время широко применяются методы синтеза систем управления в многомерном пространстве состояний [1-5], среди которых наибольшее распространение получили методы, основанные на использовании динамического программирования Беллмана и принципа максимума Понтрягина [1-5]. Общим для этих методов является использование линейных моделей состояния и квадратичных функционалов качества. Недостаток заключается в довольно высокой сложности процедуры синтеза управления, которая обусловлена необходимостью решения двухточечной краевой задачи [1, 6].

Стоит отметить, что, манипулируя в этих методах видами исходных моделей и функционалов качества, можно получить большой набор конкретных законов управления, которые адаптированы под решение конкретных задач [1, 6].

Спецификой получаемых при этом методов наведения перехватчиков воздушных целей является линейная зависимость сигналов управления от ошибок функционирования:

$$u_1 = \sum_{i=1}^n K_{1i}(x_{ti} - x_{yi}) = \sum_{i=1}^n K_{1i}\Delta x_i, \quad |\Delta x_i| \leq \Delta x_{i\max}, \quad (1)$$

где x_{ti} и x_{yi} — требуемые и текущие реальные координаты состояния; $\Delta x_i = x_{ti} - x_{yi}$ — ошибка управления по i -ой координате; K_{1i} — коэффициенты передачи ошибок; n — число используемых координат; $\Delta x_{i\max}$ — максимально допустимая ошибка управления, выход за пределы которой приводит к потере управляемости.

Особенность такого управления заключается в одинаковой чувствительности системы управления, как к малым, так и к большим ошибкам. Качественно такая ситуация иллюстрируется кривой 1 на рисунке 1. В то же время целесообразно иметь такие законы управления, которые обеспечивают более усиленную реакцию системы на приближение к опасной границе для предотвращения выхода ошибки управления за пределы $\pm \Delta x_{i\max}$.

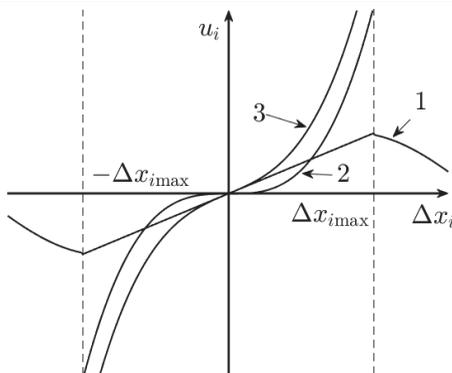


Рис. 1. Зависимость сигналов управления от ошибок функционирования

С учетом необходимости сохранения реакции системы управления на знак ошибки, может быть использована зависимость вида:

$$u_2 = \sum_{i=1}^n K_{2i} \Delta x_i^3, \quad |\Delta x_i| \leq \Delta x_{i,max}, \quad (2)$$

иллюстрируемая кривой 2 на рисунке 1.

Однако использование такого закона приводит к снижению его чувствительности к малым ошибкам Δx_i , что, в свою очередь, приводит к ухудшению точности функционирования системы управления в установившемся режиме.

В связи с этим более рационально использовать комбинированный закон управления:

$$u_3 = \sum_{i=1}^n K_{1i} \Delta x_i + \sum_{i=1}^n K_{2i} \Delta x_i^3, \quad |\Delta x_i| \leq \Delta x_{i,max}, \quad (3)$$

первое слагаемое которого обеспечивает хорошую чувствительность к малым ошибкам, а второе обеспечивает предотвращение их выхода за пределы $\pm \Delta x_{i,max}$. На рисунке 1 этому закону соответствует кривая 3.

Следует подчеркнуть, что изменения, произошедшие за последние десятилетия в военно-техническом противоборстве [7-10], предъявляют к АСПУ более жесткие и часто противоречивые требования, в том числе и по расширению функциональных возможностей при работе по новым перспективным типам целей, что потребует увеличения возможностей используемого аппарата оптимизации.

Далее будет проведен краткий анализ требований, которые предъявляются к процедурам синтеза АСРУ, и предложен более универсальный способ оптимизации, основанный на минимизации более сложных квадратично-биквадратных функционалов.

2. Анализ требований к перспективным АСРУ и методам их синтеза. Анализ тенденций развития способов военно-технического противоборства [7-10] позволяет выделить ряд направлений, непосредственно влияющих на информационно-управляющую сторону функционирования АСРУ.

К таким направлениям, прежде всего, относятся:

- качественное усложнение законов взаимного пространственного перемещения летательных аппаратов (ЛА);
- высокая динамичность и нестационарность обстановки;
- групповое применение как средств нападения, так и защиты;
- широкое использование режимов управления и информационного обеспечения на грани потери устойчивости, характерное для сверхманевренных ЛА и систем сопровождения интенсивно маневрирующих целей [11].

Кроме этого, необходимо отметить устойчивую тенденцию к усложнению процедур информационного обеспечения законов управления летательными аппаратами [12, 13].

В связи с этим для улучшения системных показателей совершенства АСРУ [14] — эффективности, живучести и динамичности — необходимо принимать специальные меры по совершенствованию методов наведения и алгоритмов их информационного обеспечения.

Усложнение траекторных эволюций ЛА требует учета в методах наведения более высоких производных дальности и угловых координат. Однако, использование такого подхода приводит к существенному усложнению алгоритмов фильтрации, формирующих оценки высоких производных [15, 16].

Высокая динамичность и скоротечность воздушных боестолкновений требует качественного улучшения динамичности систем наведения, определяемой скоростью ее реакции на изменение обстановки [14]. В свою очередь, это предопределяет необходимость соответствующих изменений в законах наведения перехватчиков.

Групповое применение ЛА также приводит к усложнению законов управления, поскольку наряду с формированием сигнала траекторного управления всей группой необходимы дополнительные управляющие воздействия, формирующие требуемую топологию и предотвращающие столкновения ЛА внутри нее [17, 18].

Кроме того, групповые действия нуждаются в качественном усложнении алгоритмов многоцелевого сопровождения, формирую-

щих оценки относительного и абсолютного движения целей, которые используются для управления перехватчиками [19-22].

Специфической особенностью перспективных систем управления является необходимость кардинального увеличения управляющих воздействий, уводящих от границ устойчивой работы или опасных ситуаций.

Решить эту задачу в рамках традиционных подходов, основанных на минимизации квадратичных функционалов качества и обеспечивающих линейную зависимость сигналов управления от ошибок функционирования (1), практически невозможно. Отсюда следует необходимость использования более совершенных приемов оптимизации [23, 24], реализующих нелинейную зависимость сигналов управления от ошибок функционирования, например (2).

Необходимо отметить, что целевое назначение АСРУ обеспечивается совместной работой функционально связанных информационных и управляющих подсистем, решающих соответствующие частные задачи [1, 25]. При этом, как правило, конечные результаты, полученные одной подсистемой, являются задающими для функционирования другой подсистемы и образуют последовательную информационно-управляющую цепь. Качественные взаимосвязи этих подсистем иллюстрируются структурной схемой, приведенной на рисунке 2.

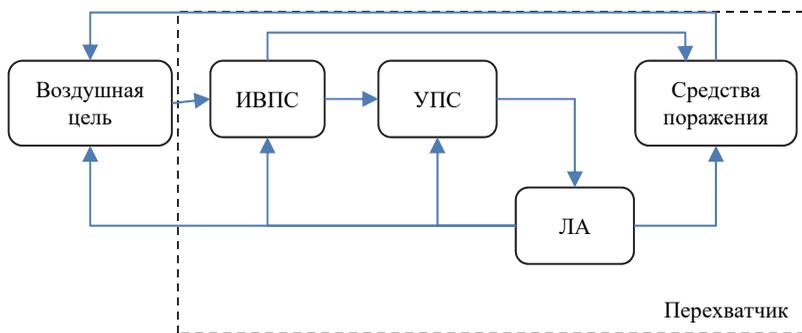


Рис. 2. Структура информационно-управляющей цепи системы наведения

В составе такой цепи в качестве подсистем можно выделить:

- воздушную цель;
- информационно-вычислительную подсистему (ИВПС);
- управляющую подсистему (УПС);
- ЛА-носитель;
- средства поражения.

В процессе функционирования АСРУ ее ИВПС, используя измерители различной природы, формирует оценки координат относительного и абсолютного движения цели и ЛА-носителя, поступающие на вход УПС, которая преобразует их в отклонение рулевых органов, предопределяя целенаправленное изменение пространственного положения ЛА, которые необходимо для эффективного применения оружия.

Следует подчеркнуть, что в общем случае различные подсистемы имеют различную динамичность, характеризующую их способность реагировать на изменение управляющих сигналов [1, 14]. От того, насколько согласованы динамические свойства подсистем в процессе совместного функционирования, во многом зависит совершенство системы в целом. В связи с этим в процедурах синтеза законов управления АСРУ необходимо принимать специальные меры по учету несоответствия динамических свойств ее подсистем, особенно на участке «цель — ИВПС».

В процессе наведения (перехвата) АСРУ потенциально должна обеспечивать:

- минимум промаха;
- минимум времени наведения;
- максимальную живучесть;
- максимально высокую динамичность и так далее.

Удовлетворять этим требованиям в рамках традиционных методов наведения с постоянными коэффициентами передачи ошибок управления достаточно сложно. В связи с этим весьма актуальной становится задача разработки нестационарных методов, обеспечивающих перераспределение приоритетов в процессе наведения. В простейшем случае такие методы вначале должны устранять ошибки наведения по направлению, а на конечном — обеспечивать минимизацию промаха.

Особую сложность будут представлять методы наведения на цели,двигающиеся по траекториям со сменой знаков производных (в простейшем случае — по квазисинусоидальным траекториям) [12, 13, 26, 27], при которых теряет смысл использование традиционных методов наведения в упрежденную точку встречи [1] и требуется знание высоких производных координат относительного движения.

Одной из наиболее сложных задач при синтезе АСРУ является снижение размерности векторов состояния, что особенно актуально при групповом наведении. Необходимость снижения размерности решаемой задачи синтеза обусловлена как минимум тремя причинами.

Во-первых, оно позволит снизить в законе управления число слагаемых, учитывающих высокие производные, что особенно актуально при перехвате сверхманевренных и гиперзвуковых целей [12, 23].

Во-вторых, это позволит упростить алгоритмы фильтров информационной системы за счет исключения высоких производных координат состояния [14].

В-третьих, это обеспечит качественное упрощение самой процедуры формирования сигналов управления за счет снижения размерности двухточечной краевой задачи, решаемой в обратном времени при использовании классических приемов оптимизации в постановке Летова — Калмана [1, 2, 5]. Кардинальным приемом решения последней задачи является использование вариантов локальной оптимизации [1, 14], не требующих решения этой затратной в вычислительном отношении задачи.

Суммируя результаты проведенного анализа, можно прийти к заключению, что при разработке АСРУ математический аппарат оптимизации должен обеспечивать:

- эффективное наведение на цели, маневрирующие по сложным законам, желательно без учета высоких производных, в том числе и со сменой их знаков;

- гарантированный увод от границ зон устойчивой (опасной) работы, в том числе для предотвращения столкновений при групповом применении;

- учет несоответствия динамических свойств подсистем в процессе их совместного функционирования, особенно на уровне «цель — ИВПС АСРУ»;

- возможность перераспределения приоритетов управления в процессе наведения;

- существенное снижение сложности процедур синтеза как самих сигналов управления, так и алгоритмов их информационного обеспечения;

- универсальность формирования методов наведения.

Следует подчеркнуть, что классические способы оптимизации, основанные на минимизации квадратичных функционалов качества [1-5], неспособны удовлетворить совокупности этих требований.

Целью статьи является разработка аппарата более универсального метода синтеза управления, учитывающего перечисленные выше требования, на основе локальной оптимизации квадратично-биквадратных функционалов качества с учетом несоответствия динамических свойств цели и АСРУ. Следует подчеркнуть, что в современной научно-технической литературе этой проблеме практически не уделяется должного внимания.

3. Постановка и решение задачи. Пусть в состав системы:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \xi_{\mathbf{x}}(t), \quad |u_i| \leq U_{\max i} \quad (4)$$

входят n -мерная подсистема:

$$\dot{\mathbf{x}}_T(t) = \mathbf{F}_T(t)\mathbf{x}_T(t) + \xi_T(t), \quad (5)$$

формирующая входные воздействия для n -мерной подсистемы:

$$\dot{\mathbf{x}}_y(t) = \mathbf{F}_y(t)\mathbf{x}_y(t) + \mathbf{B}_y\mathbf{u}(t) + \xi_y(t), \quad |u_i| \leq U_{\max i}, \quad (6)$$

при наличии измерений:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}\mathbf{x}(t) + \xi_{\text{из}}(t). \quad (7)$$

Здесь: $\mathbf{F}_T(t)$ и $\mathbf{F}_y(t)$ — в общем случае нестационарные матрицы, определяющие динамические свойства подсистем (4) и (5); $\mathbf{u}(t)$ — r -мерный ($r \leq n$) вектор управления; \mathbf{B}_y — матрица эффективности управления; $\mathbf{z}(t)$ — m -мерный ($m \leq 2n$) вектор измерений; \mathbf{H} — матрица связи $\mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{z}(t)$; $\xi_x(t)$, $\xi_T(t)$, $\xi_y(t)$ и $\xi_{\text{из}}(t)$ — гауссовские центрированные векторы шумов состояния и измерений с известными матрицами спектральных плотностей, t — текущее время.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_T \\ \mathbf{x}_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_T & \mathbf{O}_1 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{F}_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{B}_y \end{bmatrix}, \quad \xi_x = \begin{bmatrix} \xi_T \\ \xi_y \end{bmatrix}, \quad (8)$$

\mathbf{O}_1 , \mathbf{O}_2 , \mathbf{O}_3 — нулевые матрицы соответствующей размерности.

В общем случае несоответствие динамических свойств подсистем (5) и (6) можно выразить вектором:

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_y, \quad (9)$$

возникающих за счет него ошибок функционирования, текущие значения которого во времени можно найти посредством решения уравнения:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{x}} &= \dot{\mathbf{x}}_T - \dot{\mathbf{x}}_y = \mathbf{F}_T\mathbf{x}_T - \mathbf{F}_y\mathbf{x}_y - \mathbf{B}_y\mathbf{u} + \mathbf{F}_y\mathbf{x}_T - \mathbf{F}_y\mathbf{x}_T + \xi_T - \xi_y = \\ &= \mathbf{F}_y\Delta\mathbf{x} - \mathbf{B}_y\mathbf{u} + (\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_y)\mathbf{x}_T + \xi_{\text{ЭКВ}}; \\ \Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}_y\Delta\mathbf{x} - \mathbf{B}_y\mathbf{u} + \mathbf{s}_y + \xi_{\text{ЭКВ}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\mathbf{s}_y = (\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_y)\mathbf{x}_T \quad (11)$$

можно рассматривать как измеряемое возмущение [14], а $\xi_{\text{ЭКВ}} = \xi_T - \xi_y$ — эквивалентный шум. В (8)-(10) и далее для упрощения выкладок опущена зависимость векторов и матриц от времени.

Если динамические свойства подсистемы (6) соответствуют требуемым значениям ($F_y = F_T$), ошибка управления будет убывать вплоть до нуля со скоростью, определяемой ее динамическими свойствами (F_y). В случае несоответствия динамических свойств ($F_y \neq F_T$) в решении (10) появится вынужденная составляющая, определяемая характером изменения x_T и управления u . Отсюда следует, что выбором сигнала управления u можно скомпенсировать несоответствие динамических свойств (6) и внешнего воздействия (5).

Необходимо отметить, что задачу оптимизации управления в (6), (9) при использовании разновидностей квадратичных функционалов качества можно решать двумя способами.

Первый способ, основанный либо на методе динамического программирования Беллмана, либо принципе максимума Понтрягина [3, 5], позволяет оптимизировать требования к точности и экономичности управления за все время управления. Однако при его использовании приходится решать так называемую двухточечную краевую задачу. Суть этой задачи состоит в том, что для формирования управления на текущий момент времени необходимы результаты решения систем дифференциальных уравнений, вычисляемых в обратном времени, с использованием граничных условий на момент окончания управления.

Ввиду высоких требований к вычислительной производительности и повышенной сложности логики формирования сигналов управления такой подход в процедурах синтеза систем управления практически не используется.

Второй способ, получивший название локальной оптимизации [1], обеспечивает оптимизацию системы в каждый текущий момент времени и не требует решения двухточечной краевой задачи, а потому широко используется на практике. При этом сигналы управления формируются либо как частные случаи решения, полученного первым способом, либо путем сведения задачи к уже известным законам локальной оптимизации.

Далее будет рассмотрен более практичный второй вариант локальной оптимизации.

В математическом плане постановку задачи формирования такого сигнала управления, одновременно удовлетворяющего целевой постановке статьи, можно сформулировать следующим образом.

Для системы (4)-(6), (10) при наличии измерений (7) необходимо сформировать вектор \mathbf{u} сигналов управления, оптимальных по минимуму квадратично-биквадратного функционала качества:

$$I = M_y \left\{ \int_0^t \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K} \mathbf{u}(t) dt + \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \Delta \mathbf{x}(t) + \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{M}(t) \mathbf{P} \Delta \mathbf{x}(t) + 2 \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{G} \mathbf{s}_y(t) + \mathbf{s}_y^T(t) \mathbf{P} \mathbf{s}_y(t) \right\}, \quad (12)$$

в котором: M_y — знак операции условного математического ожидания; \mathbf{K} — положительно определенная матрица штрафов за величину сигналов управления.

$$\mathbf{M}(t) = \begin{bmatrix} \Delta x_1^2(t) & \Delta x_1(t) \Delta x_2(t) & \cdots & \Delta x_1(t) \Delta x_n(t) \\ \Delta x_2(t) \Delta x_1(t) & \Delta x_2^2(t) & \cdots & \Delta x_2(t) \Delta x_n(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta x_n(t) \Delta x_1(t) & \Delta x_n(t) \Delta x_2(t) & \cdots & \Delta x_n^2(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

— матрица квадратичных форм ошибок управления; \mathbf{Q} и \mathbf{P} — симметричные матрицы, определяющие в управлении вес линейных и нелинейных составляющих, обусловленных использованием матрицы (13); \mathbf{G} — симметричная матрица взаимовлияния $\Delta \mathbf{x}$ и \mathbf{s}_y .

Первое слагаемое в (12) учитывает затраты энергии на управление от его начала до текущего времени.

Второе слагаемое в (12) должно обеспечить высокую точность при малых ошибках управления.

Принципиальным отличием используемой постановки задачи от классической [1-4] является использование в (12) биквадратной части функционала $\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{P} \Delta \mathbf{x}$ и учет несоответствия динамических свойств подсистемы (11).

Третье слагаемое должно реализовать получение в законе управления (6) кубических составляющих, обеспечивающих увод системы наведения от опасных границ и улучшение динамичности при резком изменении обстановки.

Пятое слагаемое должно обеспечить учет в законе управления несоответствие динамических свойств цели и перехватчика. Четвертое слагаемое учитывает взаимовлияние текущих ошибок наведения и несоответствия динамичности цели перехватчика.

Следует подчеркнуть, что в рамках квадратично-биквадратных представлений может быть получено большое количество самых разных функционалов, обеспечивающих решение задач оптимизации с разной степенью эффективности. Функционал (12) был выбран как вариант, обеспечивающий наглядность дальнейшей процедуры синтеза управления.

Преобразуем уравнение (10), используя обобщенный вектор $y = [\Delta x^T \quad s_y^T]^T$, эволюцию которого можно аппроксимировать моделью:

$$\dot{y} = \Phi y + B_s u + \xi_{\text{ЭКВ2}}. \quad (14)$$

Тогда функционал качества (12) можно привести к виду:

$$I = M_y \left\{ \int_0^t u^T(t) K u(t) dt + y^T L y \right\}, \quad (15)$$

где

$$\Phi = \begin{bmatrix} F_y & 1 \\ O_4 & O_5 \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} -B_y \\ O_6 \end{bmatrix}, \quad \xi_{\text{ЭКВ2}} = \begin{bmatrix} \xi_{\text{ЭКВ}} \\ O_7 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$L = \begin{bmatrix} Q + MP & G \\ G & Q + MP \end{bmatrix},$$

$O_4 - O_7$ — нулевые векторы и матрицы соответствующих размеров.

Анализ соотношений (11) и (12) свидетельствует об их соответствии требованиям локальной оптимизации [1, 14], в рамках которой сигнал управления формируется по правилу:

$$u = -K^{-1} B_s^T L \hat{y}, \quad (17)$$

где $\hat{y} = [\Delta \hat{x}^T \quad \hat{s}_y^T]^T$ — вектор оптимальных оценок Δx и s_y .

Используя (16) в (17), получаем:

$$u = -K^{-1} \begin{bmatrix} -B_y^T & O_3^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q + \hat{M}P & G \\ G & Q + \hat{M}P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{x} \\ \hat{s}_y \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$$u = K^{-1} B_y^T \left[Q(\hat{x}_T - \hat{x}_y) + \hat{M}P(\hat{x}_T - \hat{x}_y) + G \hat{s}_y \right],$$

где учтено соотношение (9).

Анализ (18) позволяет сделать следующие выводы:

– сигнал управления зависит от восприимчивости к нему системы, определяемой матрицей \mathbf{B}_y ; штрафов за величину сигналов управления \mathbf{K} ; ошибок управления $(\hat{\mathbf{x}}_T - \hat{\mathbf{x}}_y)$; вида входных воздействий и несоответствия динамических свойств подсистем $\hat{\mathbf{s}}_y = (\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_y) \hat{\mathbf{x}}_T$;

– сигнал управления содержит три слагаемых, одно из которых $\mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{x}}_T - \hat{\mathbf{x}}_y)$ определяет его линейную составляющую, второе $\mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T \hat{\mathbf{M}} \mathbf{P} (\hat{\mathbf{x}}_T - \hat{\mathbf{x}}_y)$ — нелинейную составляющую, а третье $\mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T \mathbf{G} (\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_y) \hat{\mathbf{x}}_T$ — учитывает несоответствие динамических свойств подсистем;

– при малых ошибках $\Delta \hat{\mathbf{x}}_i \rightarrow 0$ нелинейная кубическая составляющая практически не влияет на величину сигнала управления и обеспечивает высокую чувствительность управления к малым ошибкам, обусловленную первым слагаемым;

– при больших ошибках $\Delta \hat{\mathbf{x}}_i$ превалирующей становится кубическая составляющая, за счет которой и осуществляется увод от допустимых границ функционирования и обеспечивается улучшение динамичности объекта управления;

– влияние несоответствия динамических свойств проявляется тем сильнее, чем выше скорость изменения входного воздействия $\hat{\mathbf{x}}_T$.

Пример. Для ЛА, определяемого в одной плоскости типовой моделью:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_y &= \omega_y, & \varphi_y(0) &= \varphi_{y0}, \\ \dot{\omega}_y &= -\frac{1}{T_y} \omega_y + \frac{b}{T_y} j_y + \xi_y; & \omega_y(0) &= \omega_{y0}, \end{aligned} \quad (19)$$

предназначенного для наведения на интенсивно маневрирующую цель (ИМЦ), положение которой относительно перехватчика в этой плоскости определяется моделью кинематического звена [1, 12]:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_T &= \omega_T, & \varphi_T(0) &= \varphi_{T0}, \\ \dot{\omega}_T &= -\frac{2\dot{D}}{D} \omega_T + \frac{1}{D} (j_T - j_y) + \xi_y; & \omega_T(0) &= \omega_{T0}. \end{aligned} \quad (20)$$

Необходимо сформировать сигнал управления j_y , оптимальный по минимуму функционала качества:

$$\begin{aligned}
 I = M_y \left\{ \int_0^t k_u j_y^2 dt + \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} + \right. \right. \\
 \left. \left. + \begin{bmatrix} \Delta\varphi^2 & \Delta\varphi\Delta\omega \\ \Delta\varphi\Delta\omega & \Delta\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + \right. \\
 \left. + 2 \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \mathbf{s}_y + \mathbf{s}_y^T \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \mathbf{s}_y \right\}, \quad (21)
 \end{aligned}$$

где φ_y и φ_T — углы визирования перехватчика и ИМЦ в выбранной системе координат; ω_y и ω_T — их угловые скорости; T_y — постоянная времени перехватчика, характеризующая его инерционность; b — коэффициент передачи сигнала управления; D и \dot{D} — дальность до ИМЦ и ее производная; j_y и \dot{j}_y — поперечные ускорения перехватчика и цели; ξ_y и ξ_T — центрированные гауссовские шумы состояния. Взаимное геометрическое расположение ЛА и ИМЦ показано на рисунке 3. Поставив в соответствие (19)-(21) с (5), (6), (12) получим:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_T = \begin{bmatrix} \varphi_T \\ \omega_T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_y = \begin{bmatrix} \varphi_y \\ \omega_y \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2\dot{D}}{D} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{F}_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b}{T_y} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = j_y, \quad \mathbf{K} = k_u, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}, \quad (22) \\
 \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi^2 & \Delta\varphi\Delta\omega \\ \Delta\varphi\Delta\omega & \Delta\omega^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi &= \varphi_T - \varphi_y, \\
 \Delta\omega &= \omega_T - \omega_y, \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{s}_y = (\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_y) \mathbf{x}_T &= \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2\dot{D}}{D} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \varphi_T \\ \omega_T \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\frac{1}{T_y} - \frac{2\dot{D}}{D} \right) \omega_T \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{24}$$

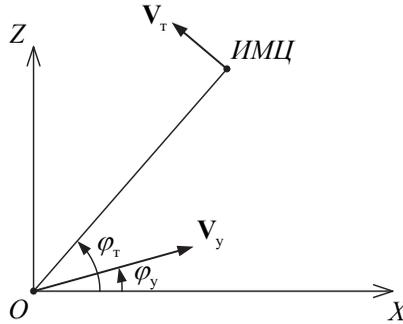


Рис. 3. Геометрия взаимного расположения цели и перехватчика

Используя (22)-(24) в (18), получим:

$$\begin{aligned}
 j_y = \frac{1}{k_u} \begin{bmatrix} 0 & b \\ k_u & T_y \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\varphi} \\ \Delta \hat{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \varphi^2 & \Delta \varphi \Delta \omega \\ \Delta \varphi \Delta \omega & \Delta \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \right. \\
 \left. + \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\frac{1}{T_y} - \frac{2\dot{D}}{D} \right) \omega_T \end{bmatrix} \right\}.
 \end{aligned}$$

Заменяя текущие координаты состояния их оптимальными оценками [1, 2], получим:

$$\begin{aligned}
 j_y = \frac{bq_{21}}{k_u T_y} \Delta \hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{k_u T_y} \Delta \hat{\omega} + \frac{bp_{11}}{k_u T_y} \Delta \hat{\varphi}^2 \Delta \hat{\omega} + \frac{2bp_{21}}{k_u T_y} \Delta \hat{\varphi} \Delta \hat{\omega}^2 + \\
 + \frac{bp_{22}}{k_u T_y} \Delta \hat{\omega}^3 + \frac{bg_{22}}{k_u T_y} \left(\frac{1}{T_y} - \frac{2\dot{D}}{D} \right) \hat{\omega}_T.
 \end{aligned} \tag{25}$$

Анализ (25) позволяет сделать следующие выводы.

Метод наведения характеризует многоконтурную систему с обратными связями только по углу и угловой скорости.

В состав сигнала управления входят линейная составляющая, определяемая первыми двумя слагаемыми, нелинейная составляющая в виде третьего, четвертого и пятого слагаемых и нестационарная составляющая, определяемая шестым слагаемым.

Поскольку сигнал управления зависит не только от ошибок $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$, но и от их соотношений и сочетаний $\Delta\varphi^2\Delta\omega$ и $\Delta\varphi\Delta\omega^2$, то это предопределяет совместную нестационарность первого и четвертого слагаемых относительно $\Delta\hat{\varphi}$ и второго и третьего слагаемых относительно $\Delta\hat{\omega}$, обуславливая совместно с шестым слагаемым нестационарность закона наведения (25) в целом с перераспределением приоритетов управления в процессе наведения.

Сигнал управления зависит не от абсолютных значений коэффициентов штрафов, а от их соотношений q_{21}/k_u , q_{22}/k_u , p_{11}/k_u , p_{21}/k_u , p_{22}/k_u и g_{22}/k_u , что облегчает выбор их значений. При этом степень влияния нелинейных слагаемых на величину сигнала управления определяется значениями коэффициентов матрицы \mathbf{P} .

Особенно важно то, что для получения сигнала управления не требуется знания нестабильно формируемых высоких производных пространственных координат цели, а достаточно иметь оценки пеленга, угловой скорости линии визирования, дальности и скорости ее изменения, что не накладывает ограничений на возможность его реализации и обеспечивает повышение живучести системы наведения в целом.

Полагая в (21) матрицы \mathbf{M} и \mathbf{P} диагональными, можно получить более простые варианты сигналов управления.

Принципиальным является то, что текущее направление полета перехватчика формируется не в упрежденную точку встречи, что при смене направления полета приводит к появлению дополнительных ошибок наведения, а непосредственно на цель, что особенно важно при наведении на цели, движущиеся со сменой знака производных.

Спецификой третьего, четвертого и пятого слагаемых является их нелинейность, что предопределяет адаптацию их чувствительности к ошибкам наведения. При малых ошибках, когда $\Delta\varphi_i$ и $\Delta\omega_i$ малы, эти слагаемые практически никак не влияют на процедуру наведения. Однако при возрастании ошибки они оказывают все возрастающее влияние, обеспечивая быструю

реакцию перехватчика на приближение к опасным границам, что предопределяет улучшение динамичности системы наведения.

Специфическая особенность нестационарного шестого слагаемого — зависимость от условий применения (D , \dot{D} , ω_T). На больших расстояниях, когда $\omega_T \rightarrow 0$, оно практически не влияет на формирование сигнала управления. Однако на малых расстояниях с увеличением значений ω_T его влияние существенно возрастает, реализуя минимизацию линейного промаха $h = D^2 \omega / V_{\text{отн}}$, где $V_{\text{отн}}$ — относительная скорость [1].

Для формирования сигнала управления (25) необходимо иметь фильтры, формирующие оптимальные оценки углов, угловых скоростей линий визирования цели и перехватчика, а также дальности и скорости сближения.

Разработанный способ наведения не накладывает принципиальных ограничений на возможность его реализации ни по требуемой вычислительной производительности, ни по возможности его информационного обеспечения.

Определенные трудности реализации (25) обусловлены усложнением задачи выбора оптимальных значений коэффициентов матриц штрафов q_{21} , q_{22} , p_{11} , p_{21} , p_{22} и g_{22} . Однако эти усложнения не носят принципиального характера, поскольку могут быть решены на основе известных методик их выбора [14, 28].

Эффективность предложенного способа оптимизации проверялась по результатам имитационного моделирования наиболее сложной задачи наведения в переднюю полусферу инерционного перехватчика с законом управления (25) на сверхзвуковую цель, движущуюся по квазисинусоидальной траектории, при условии, что скорость перехватчика меньше скорости цели.

Результаты исследования одного из вариантов перехвата цели по закону (25) приведены на рисунке 4 и 5.

На рисунке 4 в относительных координатах показаны траектории движения цели и перехватчика с учетом и без учета несоответствия их динамических свойств. При этом прямоугольником выделена область, в которой наиболее эффективно начинает проявляться влияние этого учета.

На рисунке 5 в относительных величинах приведены зависимости текущего линейного промаха от времени.

Из рисунков 4 и 5 видно, что учет в законе (25) несоответствия динамических свойств позволяет уменьшить не только линейный промах, но и время наведения.

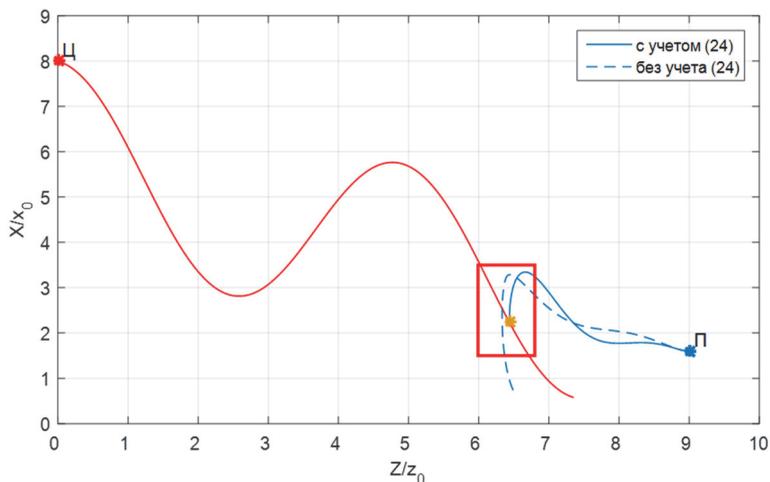


Рис. 4. Траектории полета цели (Ц) и перехватчика (П) при перехвате на встречных курсах

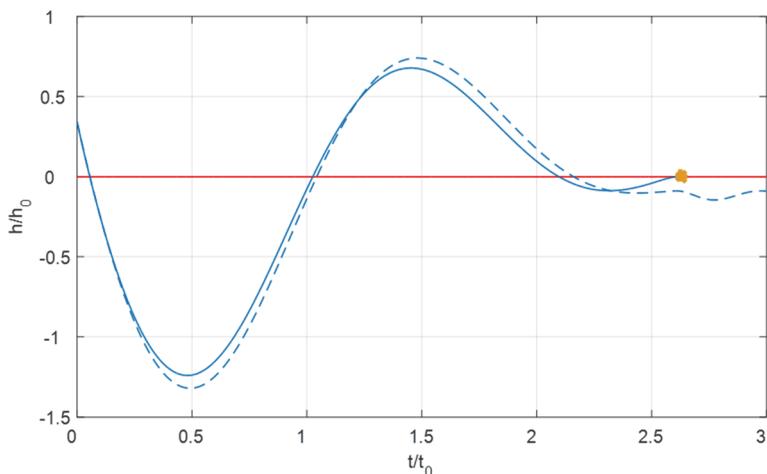


Рис. 5. Зависимость относительных ошибок наведения от времени

4. Заключение. Проведенный анализ особенностей требований к АСРУ, на основе которого был предложен метод их оптимизации по минимуму квадратично-биквадратного функционала качества, позволяющий учесть несоответствие динамических свойств в системе «цель — АСРУ», дает возможность сделать следующие заключения.

Предложенный метод оптимизации позволяет обеспечить:

- синтез широкого спектра методов наведения на все типы целей, включая ИМЦ, движущиеся со сменой знака производных, за счет использования комбинации линейной и нелинейной зависимости от ошибок управления;

- гарантированный уход от границ устойчивой (опасной) работы за счет учета квадратичных и кубических ошибок функционирования;

- учет несоответствия динамических свойств цели и АСРУ, что дает возможность осуществлять перехват ИМЦ летательными аппаратами с существенно худшей динамичностью;

- возможность перераспределения приоритетов управления от ошибок наведения по направлению к ошибкам, которые минимизируют текущий промах, определяемую последним нестационарным слагаемым;

- снижение сложности формирования как самого сигнала управления, так и, что особенно важно, алгоритмов фильтрации, обусловленное отсутствием необходимости формирования оценок третьей и четвертой производных координат состояния ввиду их отсутствия в законе управления.

Несомненным достоинством предложенного способа оптимизации, определяющего его простоту, является возможность формирования сигнала управления без решения сложной двухточечной краевой задачи, характерной для классических приемов оптимизации [1-4].

Следует подчеркнуть высокую универсальность предложенного способа оптимизации, позволяющего получить широкий спектр различных методов наведения как частных случаев (25).

Так, например [14], метод пропорционального наведения может быть получен на основе шестого слагаемого в (25):

$$j_y \approx \frac{-2bg_{22}}{kT_y D} \dot{D} \omega_1.$$

Метод прямого наведения определяется первым слагаемым, метод последовательных упреждений — суммой первого и второго слагаемых. Большой набор модификаций методов наведения может быть получен за счет манипулирования видом и составом матриц **M** и **P**.

Используя другие варианты биквадратных представлений функционалов качества, можно получить очень большой набор различных методов наведения.

Литература

1. Меркулов В.И. и др. Авиационные системы радиоуправления. Учебник для военных и гражданских ВУЗов // М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. 2008. 423 с.

2. *Ярлыков М.С. и др.* Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Теоретические основы // М.: Радиотехника. 2012. Т. 1. 504 с.
3. *Александров В.В. и др.* Оптимальное управление движением // М.: Физматлит. 2005. 376 с.
4. *Ройтенберг Я.Н.* Автоматическое управление // М.: Наука. 1992. 576 с.
5. *Черноушко Ф.А., Колмановский В.Б.* Оптимальное управление при случайных возмущениях // М.: Наука. 1978. 351 с.
6. *Rashaideh H.* A novel optimization algorithm for solving two-point boundary value problems // 2016 International Conference on Engineering & MIS (ICEMIS). 2016. pp. 1–4.
7. *Попов И.М., Хамзатов М.М.* Война будущего. Концептуальные основы и практический вывод // М.: Кучково поле. 2017. 832 с.
8. *Федосов Е.А.* Реализация сетцентрической технологии ведения боевых действий потребует создания БРЛС нового поколения // Фазотрон. 2007. № 1, 2. С. 11–44.
9. *Engstrom J.* Systems Confrontation and System Destruction Warfare: How the Chinese People's Liberation Army Seeks to Wage Modern Warfare // RAND Corporation. 2018. 142 p.
10. *Mazarr M.J. et al.* Strategic Planning and the U.S. Air Force. Characteristics of Success // RAND Corporation. 2018. 134 p.
11. *Верба В.С.* Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Сопровождение одиночных целей // М.: Радиотехника. 2018. Т. 2. 486 с.
12. *Yuan L. et al.* Sine tracking model of hypersonic target in near space based on radar detecting // IET International Radar Conference 2015. 2015. pp. 1–4.
13. *Wei-feng L., Cheng-lin W., Hai-long C.* An asynchronous tracking systems modeling and its application in tracking performance analysis for hypersonic aircraft vehicle // 2015 34th Chinese Control Conference (CCC). 2015. pp. 2134–2139.
14. *Верба В.С.* Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Теоретические основы. РЛС в составе интегрированных авиационных комплексов // М.: Радиотехника. 2018. Т. 1. 360 с.
15. *Heng Z.H., Zhou D.* Differential game guidance law considering second-order dynamics with zeros of missile autopilots // 2017 36th Chinese Control Conference (CCC). 2017. pp. 5805–5810.
16. *Xue G. et al.* A novel adaptive filter for highly maneuvering target // CIE International Conference on Radar (RADAR). 2016. pp. 1–5.
17. *Peinecke N., Limmer L., Volkert A.* Application of "Well Clear" to Small Drones // 2018 IEEE/AIAA 37th Digital Avionics Systems Conference (DASC). 2018. pp. 1–9.
18. *Каляев И.А., Гайдук А.П., Канустян С.Г.* Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов // М.: Физматлит. 2009. 280 с.
19. *Верба В.С.* Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Многоцелевое сопровождение // М.: Радиотехника. 2018. Т. 3. 392 с.
20. *Abdulla F.A.A., Demirkol A.* Multi-targets tracking using parallel Kalman filter // 2016 CIE International Conference on Radar (RADAR). 2016. pp. 1–4.
21. *Zhang L. et al.* Cooperative multi-target tracking with MIMO radar // 2017 16th International Conference on Optical Communications and Networks (ICOCN). 2017. pp. 1–3.
22. *Raj K.D.S., Krishna I.M.* Kalman filter based target tracking for track while scan data processing // 2015 2nd International Conference on Electronics and Communication Systems (ICECS). 2015. pp. 878–883.
23. *Lu Q., Zhou J.* LQR tracking guidance law for hypersonic vehicle // 2017 29th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). 2017. pp. 7090–7094.

24. *Li C. et al.* A new tracking algorithm for hypersonic targets // 2014 2nd International Conference on Systems and Informatics (ICSAI 2014). 2014. pp. 372–377.
25. *Yuksek B., Ure N.K., Inalhan G.* Cooperative interception of a highly maneuverable aerial target // 2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 2018. pp. 1581–1591.
26. *Huang J., Zhang H., Tang G., Bao W.* Radar tracking for hypersonic glide vehicle based on aerodynamic model // 2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC). 2017. pp. 1080–1084.
27. *Wang J., Li Z.* A novel tracking algorithm of hypersonic target // 2016 CIE International Conference on Radar (RADAR). 2016. pp. 1–5.
28. *Крутько П.Д., Максимов А.И., Скворцов Л.М.* Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем // М.: Радио и связь. 1988. 306 с.

Верба Владимир Степанович — д-р техн. наук, профессор, член-корреспондент РАН, заслуженный деятель науки РФ, генеральный конструктор, АО "Концерн радиостроения "Вега". Область научных интересов: системы радиоуправления, теория управления, теория оптимизации, радиолокация. Число научных публикаций — 212. pterbull@mail.ru; Кутузовский пр., 34, 121170, Москва, Российская Федерация; р.т.: +7(499)753-4004; факс: +7(495)933-1563.

Меркулов Владимир Иванович — д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заместитель генерального конструктора, АО "Концерн радиостроения "Вега". Область научных интересов: системы радиоуправления, теория управления, теория оптимизации, радиолокация. Число научных публикаций — 312. pterbull@yandex.ru; Кутузовский пр., 34, 121170, Москва, Российская Федерация; р.т.: +7(499)753-4004; факс: +7(495)933-1563.

Поддержка исследований. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-08-01083-а).

V.S. VERBA, V.I. MERKULOV
**PROBLEMS OF CHOOSING OPTIMIZATION METHOD
FOR NEXT-GENERATION AVIATION RADIO CONTROL
SYSTEMS**

Verba V.S., Merkulov V.I. Problems of Choosing Optimization Method for Next-Generation Aviation Radio Control Systems.

Abstract. Analysis of the trends of military-technical confrontation in the aerospace sector allows us to identify a number of areas that directly affect the information and control side of the operation of aviation radio control systems, including: group use of means of attack and defence; the qualitative complexity of the laws of the mutual spatial placement of the aircraft; high dynamics, nonstationarity of environment; use of control modes and information support on the verge of buckling, which is characteristic of super-maneuverable aircraft and intensively maneuvering targets tracking systems; the discrepancy of the dynamic properties of airborne targets and interceptors; growing complexity of information support algorithms.

Mathematical apparatus used for synthesis of aircraft control systems must provide: effective guidance on targets maneuvering under complex laws, including the change of signs of derivatives; guaranteed withdrawal from the boundaries of stable (dangerous) work, including collision prevention in groups; accounting for the discrepancy between the dynamic properties; redistribution of control priorities in the guidance process; universality of the formation of guidance methods and feasibility of information support algorithms.

Analysis of the possibilities of classical optimization methods based on minimization of quadratic quality functionals showed that they are not able to meet the totality of these requirements and thus new approaches are required.

As such, it is proposed to use the synthesis of control signals that are optimal for a minimum of quadratic-biquadrate quality functional.

The application of this approach in the framework of computationally efficient local optimization is considered.

An example of the synthesis of a method of guidance, illustrating the possibility of the formation of control signals, providing guidance of inertial aircraft to intensively maneuvering targets accounting for both linear and nonlinear dependences on the operation errors and the mismatch of the dynamic characteristics of the target and interceptor.

Keywords: Radio Control Systems, Optimization, Quadratic-Biquadrate Quality Functionals, Guidance Methods.

Verba Vladimir Stepanovich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Corresponding Member of RAS, Honored Scientist of Russian Federation, Chief Designer, Radio Engineering Corporation Vega JSC. Research interests: radio control systems, control theory, optimisation theory, radiolocation. The number of publications — 212. pterbull@mail.ru; 34, Kutuzovskiy pr., 121170, Moscow, Russian Federation; office phone: +7(499)753-4004; fax: +7(495)933-1563.

Merkulov Vladimir Ivanovich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Honored Scientist of Russian Federation, Deputy Chief Designer, Radio Engineering Corporation Vega JSC. Research interests: radio control systems, control theory, optimisation theory, radiolocation. The number of publications — 312. pterbull@yandex.ru; 34, Kutuzovskiy pr., 121170, Moscow, Russian Federation; office phone: +7(499)753-4004; fax: +7(495)933-1563.

Acknowledgements. This research is supported by RFBR (grant 18-08-01083-a).

References

1. Merkulov V.I. et al. *Aviatsionny'e sistemy radioupravleniya. Uchebnik dlya voyennykh i grajdanskikh VUZov* [Airborne radio control systems. Textbook for military and civil universities]. M.: VVIA im. Prof. N.Ye. Zhikovskogo. 2008. 423 p. (In Russ.).
2. Yarlykov M.S. et al. *Radioelektronnye komplekсы navigacii, pricelivaniya i upravleniya vo-oruzheniem letatel'nykh apparatov. Teoreticheskie osnovy* [Radio-electronic systems of navigation, targeting and weapons control of airborne vehicles. Theoretical foundations]. M.: Radiotekhnika. Issue 1. 2012. 504 p. (In Russ.).
3. Aleksandrov V.V. et al. *Optimal'noe upravlenie dvizheniem* [Optimal motion control]. M.: Fizmatlit. 2005. 376 p. (In Russ.).
4. Rojtenberg Y.N. *Avtomaticheskoe upravlenie* [Automatic control]. M.: Nauka. 1992. 576 p. (In Russ.).
5. Chernous'ko F.A., Kolmanovskij V.B. *Optimal'noe upravlenie pri sluchajnykh vozmushcheniyah* [Optimal control with stochastic disturbances]. M.: Nauka. 1978. 351 p. (In Russ.).
6. Rashaideh H. A novel optimization algorithm for solving two-point boundary value problems. 2016 International Conference on Engineering & MIS (ICEMIS). 2016. pp. 1–4.
7. Popov I.M., Hamzatov M.M. *Vojna budushchego. Konceptual'nye osnovy i prakticheskij vyvody* [Future warfare. Conceptual foundations and practical conclusions]. M.: Kuchkovo pole. 2017. 832 p. (In Russ.).
8. Fedosov E.A. [Realisation of network-centric warfare requires new-generation of on-board radars]. *Fazotron — Fazotron*. 2007. vol. 1, 2. pp. 11–44. (In Russ.).
9. Engstrom J. Systems Confrontation and System Destruction Warfare: How the Chinese People's Liberation Army Seeks to Wage Modern Warfare. RAND Corporation. 2018. 142 p.
10. Mazarr M.J. et al. Strategic Planning and the U.S. Air Force. Characteristics of Success. RAND Corporation. 2018. 134 p.
11. Verba V.S. *Avtomaticheskoe soprovozhdenie celej v RLS integrirovannykh aviacionnykh kompleksov. Soprovozhdeniye odinochnykh celej* [Automatic target tracking in radars of integrated airborne systems. Single target tracking]. M.: Radiotekhnika. 2018. Issue 2. 486 p. (In Russ.).
12. Yuan L. et al. Sine tracking model of hypersonic target in near space based on radar detecting. IET International Radar Conference 2015. 2015. pp. 1–4.
13. Wei-feng L., Cheng-lin W., Hai-long C. An asynchronous tracking systems modeling and its application in tracking performance analysis for hypersonic aircraft vehicle. 2015 34th Chinese Control Conference (CCC). 2015. pp. 2134–2139.
14. Verba V.S. *Avtomaticheskoe soprovozhdenie celej v RLS integrirovannykh aviacionnykh kompleksov. Teoreticheskie osnovy. RLS v sostave integrirovannykh aviacionnykh kompleksov* [Automatic target tracking in radars of integrated airborne systems. Theoretical foundations. Radar as a part of integrated airborne systems]. 2018. Issue 21. 360 p. (In Russ.).
15. Heng Z.H., Zhou D. Differential game guidance law considering second-order dynamics with zeros of missile autopilots. 2017 36th Chinese Control Conference (CCC). 2017. pp. 5805–5810.
16. Xue G. et al. A novel adaptive filter for highly maneuvering target. CIE International Conference on Radar (RADAR). 2016. pp. 1–5.
17. Peinecke N., Limmer L., Volkert A. Application of "Well Clear" to Small Drones. 2018 IEEE/AIAA 37th Digital Avionics Systems Conference (DASC). 2018. pp. 1–9.
18. Kalyaev I.A., Gajduk A.R., Kapustyan S.G. *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppah robotov* [Models and algorithms of collective control for groups of robots]. M.: Fizmatlit. 2009. 280 p. (In Russ.).

19. Verba V.S. *Avtomaticheskoe soprovozhdenie celej v RLS integrirovannyh aviacionyh kompleksov. Mnogocelevoje soprovozhdeniye*. [Automatic target tracking in radars of integrated airborne systems. Multi target tracking]. M.: Radiotekhnika. 2018. Issue 3. 392 p. (In Russ.).
20. Abdulla F.A.A., Demirkol A. Multi-targets tracking using parallel Kalman filter. 2016 CIE International Conference on Radar (RADAR). 2016. pp. 1–4.
21. Zhang L. et al. Cooperative multi-target tracking with MIMO radar. 2017 16th International Conference on Optical Communications and Networks (ICOON). 2017. pp. 1–3.
22. Raj K.D.S., Krishna I.M. Kalman filter based target tracking for track while scan data processing. 2015 2nd International Conference on Electronics and Communication Systems (ICECS). 2015. pp. 878–883.
23. Lu Q., Zhou J. LQR tracking guidance law for hypersonic vehicle. 2017 29th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). 2017. pp. 7090–7094.
24. Li C. et al. A new tracking algorithm for hypersonic targets. 2014 2nd International Conference on Systems and Informatics (ICSAI 2014). 2014. pp. 372–377.
25. Yuksek B., Ure N.K., Inalhan G. Cooperative interception of a highly maneuverable aerial target. 2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 2018. pp. 1581–1591.
26. Huang J., Zhang H., Tang G., Bao W. Radar tracking for hypersonic glide vehicle based on aerodynamic model. 2017 29th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). 2017. pp. 1080–1084.
27. Wang J., Li Z. A novel tracking algorithm of hypersonic target. 2016 CIE International Conference on Radar (RADAR). 2016. pp. 1–5.
28. Krut'ko P.D., Maksimov A.I., Skvorcov L.M. *Algoritmy i programmy proektirovaniya avtomaticheskikh sistem* [Algorithms and software for designing automatic systems]. M.: Radio i svyaz'. 1988. 306 p. (In Russ.).

А.А. АГАФОНОВ, В.В. МЯСНИКОВ
**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОГО КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ
В СТОХАСТИЧЕСКОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ЗАДАННЫХ УСТОЙЧИВЫХ
РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Агафонов А.А., Мясников В.В. Метод определения надежного кратчайшего пути в стохастической сети с использованием параметрически заданных устойчивых распределений вероятностей.

Аннотация. Тенденция к увеличению количества транспортных средств, особенно в крупных городах, а также неспособность существующей дорожно-транспортной инфраструктуры распределять транспортные потоки, ведут к чрезмерной загрузке транспортных сетей и образованию дорожных заторов. Нерешенность данных проблем подчеркивает актуальность навигационных задач нахождения кратчайшего пути или оптимального маршрута движения. Несмотря на популярность этих задач, многие существующие коммерческие системы строят маршрут движения в детерминированных сетях, не учитывая зависящие от времени и стохастические свойства транспортных потоков. В работе рассматривается задача нахождения надежного маршрута движения в стохастической транспортной сети, максимизирующего вероятность прибытия в пункт назначения в течение заданного интервала времени. Надежный кратчайший путь учитывает дисперсию времени прохождения сегментов дорожной сети, что делает его более применимым для решения задач маршрутизации в транспортных сетях по сравнению со стандартными алгоритмами поиска кратчайшего пути, учитывающими только среднее время прохождения дорожных сегментов. Для описания времени прохождения сегментов дорожной сети предлагается использовать параметрически заданные устойчивые распределения вероятностей Леви. Использование устойчивых распределений позволяет перейти от операции вычисления свертки для определения надежности пути к пересчету параметров плотности распределения, что значительно сокращает время исполнения алгоритма. В работе решается задача нахождения адаптивного маршрута движения. Адаптивность подразумевает зависимость выбора следующего используемого дорожного сегмента от времени прибытия в вершину графа и определяется реальным состоянием дорожной сети. Экспериментальный анализ алгоритма, проведенный на крупномасштабной транспортной сети города Самара, показал, что представленный алгоритм позволяет значительно сократить время решения задачи нахождения надежного маршрута движения при незначительном увеличении времени проезда.

Ключевые слова: надежный кратчайший путь, стохастическая транспортная сеть, устойчивые распределения, распределение Леви

1. Введение. Навигационная задача нахождения кратчайшего пути в транспортной сети остается одной из наиболее актуальных задач в транспортных системах. Хотя существующие работы исследуют эту задачу в различных постановках, в том числе рассматривая зависящие от времени и стохастические транспортные сети, коммерческие системы работают с детерминированными сетями. В такой постановке путь, найденный между парой вершин отправления-назначения, считается оп-

тимальным по определенным детерминированным критериям, например минимальное время движения или длина маршрута. Затраты на прохождение дорожных сегментов являются линейными и аддитивными, что позволяет использовать стандартные алгоритмы нахождения кратчайшего пути (например, Дейкстры [1]).

В реальной дорожно-транспортной сети, особенно в крупных мегаполисах, время (или скорость) прохождения дорожного сегмента должно рассматриваться как стохастическое, то есть движение отдельного транспортного средства зависит от многих факторов, в том числе от погодных условий, сезонности, времени дня, дорожных заторов, дорожно-транспортных происшествий и так далее. Если игнорировать стохастические свойства транспортных потоков, полученные результаты могут привести к выбору неоптимального маршрута движения и нежелательного позднего прибытия в пункт назначения. Однако учет не только ожидаемого (среднего) времени движения, но и дисперсии времени, то есть надежности маршрута, делает задачу оптимальной маршрутизации вычислительно сложной.

Задача нахождения надежного кратчайшего пути в зависящих от времени стохастических транспортных сетях рассматривалась в различных постановках [2-4], включая нахождение априорного оптимального пути или адаптивного маршрута движения. Однако существующие работы используют различные упрощения, в частности, не учитывают пространственно-временные корреляции времени прохождения дорожных сегментов. Другим недостатком существующих работ является проведение экспериментальных исследований на дорожных сетях малых размеров, так как предлагаемые решения не могут быть использованы в реальном времени из-за большой вычислительной сложности разработанных алгоритмов. Подробный обзор литературы, посвященной задаче нахождения кратчайшего пути в стохастической транспортной сети, представлен в следующем разделе.

В данной работе задача нахождения надежного кратчайшего пути рассматривается в следующей постановке: определить оптимальную стратегию навигации, максимизирующую вероятность прибытия в пункт назначения за выбранный бюджет поездки (в течение заранее определенного интервала времени). В работе предлагается использовать устойчивое распределение вероятностей для описания времени прохождения дорожных сегментов, что позволит заменить операцию вычисления свертки на пересчет параметров плотности распределения и значительно сократит время работы алгоритма.

Оставшаяся часть статьи построена следующим образом. Во втором разделе приведен краткий обзор литературы, посвященной теме исследования. Формальная постановка задачи и описание существующего алгоритма решения задачи представлены в третьем разделе. В четвертом разделе описан предложенный алгоритм нахождения надежного кратчайшего пути с использованием устойчивых распределений Леви. Описание и результаты экспериментальных исследований представлены в пятом разделе. Итоги и возможное направление дальнейших исследований приведены в заключении.

2. Обзор литературы. Алгоритмы маршрутизации в стохастических сетях предоставляют пользователям либо априорный оптимальный путь [2] или адаптивный маршрут движения [3]. В первом случае оптимальный путь определяется до момента отправления и не изменяется в процессе движения. При нахождении адаптивного маршрута путь может измениться при достижении очередного узла сети (перекрестка дорожной сети) после получения актуальной информации о времени прохождения сегментов дорожной сети.

В зависимости от используемого критерия оценки надежного кратчайшего пути используемые модели могут быть классифицированы следующим образом:

1. Модели с наименьшим ожидаемым временем движения (Least Expected Time — LET) [5-7]. Данные модели рассматривают ожидаемое время прохождения сегментов дорожной сети как критерий оценки для сравнения возможных путей.

2. Модели α -надежного пути. Целевая функция модели — минимизация интервала времени, необходимого для обеспечения прибытия в конечную вершину (пункт назначения) к выбранному моменту времени с заданной вероятностью α [2, 8, 9].

3. Модели с наибольшей надежностью движения [3, 10, 11]. Задача заключается в максимизации вероятности прибытия в конечную вершину (пункт назначения) в течение заранее определенного интервала времени (бюджета поездки). Часто эта проблема обозначается как SOTA (Stochastic On-Time Arrival).

Рассмотрим указанные модели подробнее. В [5] была рассмотрена задача нахождения пути с наименьшим ожидаемым временем движения в зависящих от времени стохастических сетях. В [7] была определена политика маршрутизации, определяющая, какой узел сети необходимо выбрать на следующем шаге с учетом актуального времени прохождения дорожных сегментов и текущего момента времени. Многокритериальный алгоритм A^* для решения LET-задачи был предложен в [12]. Однако,

зачастую необходимо не только минимизировать ожидаемое время в пути, но и учитывать потенциальный риск опоздания, так как путь с наименьшим ожидаемым временем движения может иметь высокую дисперсию.

Задача нахождения α -надежного кратчайшего пути была рассмотрена в [4]. Время прохождения дорожных сегментов задавались в виде коррелированных случайных величин с логнормальным законом распределения. Для нахождения надежного пути предложен гибридный генетический алгоритм на основе метода сопоставления моментов для аппроксимации параметров распределения времени прохождения пути. В статье [13] исследовалась проблема нахождения k -надежных кратчайших путей в стохастических сетях в условиях неопределенности времени прохождения. Задача k -надежных кратчайших путей расширяет классическую задачу k -кратчайших путей без циклов на стохастические сети, явно рассматривая надежность времени движения. Применялась концепция отклонения в пути для нахождения α -надежных кратчайших путей, для улучшения быстродействия использовался модифицированный алгоритм A^* .

В статье [10] авторы сформулировали SOTA-проблему как задачу стохастического динамического программирования, для ее решения был применен стандартный метод последовательных аппроксимаций. Однако данный метод обладает плохой сходимостью. В статье [3] предложено точное решение SOTA-проблемы для сетей, в которых время прохождения сегментов является положительной величиной. Как и в работе [10], одним из этапов алгоритма является вычисление свертки, что является основной вычислительно сложной задачей. В общем виде свертка не может быть вычислена аналитически, и поэтому требуется схема дискретной аппроксимации. В [14] было предложено решение задачи нахождения априорного надежного пути с наибольшей надежностью движения, представлена адаптивная схема дискретизации для повышения эффективности свертки. Двухэтапный алгоритм решения задачи нахождения надежного пути предложен в [15]. На первом этапе оценивались верхние и нижние границы надежности времени движения, учитывая наименьшее ожидаемое время движения. На основе оцененного диапазона надежности было установлено эффективное правило доминирования и монотонное свойство целевой функции. На втором этапе использовался многокритериальный подход к установлению меток для определения наиболее надежного пути при различных сценариях принятия рисков. В [16] проблема смоделирована в виде Марковского процесса принятия решений. Предложен метод q -обучения, для определения функции полезности использовалась динамическая нейронная сеть. Заявлено, что метод

может хорошо масштабироваться для крупномасштабных дорожных сетей. Задача нахождения надежного пути в расширенной постановке — минимизация функции риска перерасхода бюджета поездки — рассматривается в [17]. Представлены эффективные процедуры решения (на основе быстрого преобразования Фурье и алгоритма построения выпуклой оболочки) для вычисления приближенно-оптимальных стратегий навигаций. В работе [18] рассмотрена задача нахождения надежного пути в двух постановках. Формулируются эквивалентные задачи смешанного целочисленного линейного программирования, для их решения используется метод Лагранжевых релаксаций. Комбинированный метод Лагранжевых релаксаций для решения задачи маршрутизации предложен в [19]. В качестве критерия оптимизации рассматривается минимизация суммы среднего времени и среднеквадратического отклонения времени движения с учетом корреляции времени прохождения дорожных сегментов.

Повышения качества работы алгоритма навигации и снижения ошибки прогноза времени движения можно достичь, прогнозируя транспортные потоки на сегментах дорожной сети [20, 21]. В работе [22] представлена модификация решения [3], учитывающая актуальную и прогнозную информацию о транспортных потоках в сети.

Несколько исследований были посвящены ускорению работы алгоритма решения задачи SOTA. В статье [23] авторы представили несколько методов ускорения алгоритма решения SOTA-проблемы, включая усовершенствованные алгоритмы вычисления свертки с помощью быстрого преобразования Фурье и алгоритмы вычисления свертки с нулевой задержкой, а также методы определения оптимального порядка вычисления стратегии навигации. В [24] описана эвристика поиска адаптивного маршрута движения в стохастической сети. Представленный метод позволяет обеспечить наиболее вычислительно эффективную стратегию нахождения пути для общих распределений вероятностей. В [25] рассмотрены стохастические варианты двух методов предварительной обработки графа для решения задачи нахождения детерминированного кратчайшего пути, которые можно адаптировать к проблеме SOTA. Стратегия распараллеливания задачи с использованием графического процессора предложена в [26].

Несмотря на большое количество работ, посвященных данной проблеме, разработка эффективного алгоритма, который позволит быстро находить надежный кратчайший путь в крупномасштабной транспортной сети, остается предметом исследований. В данной работе представлен оригинальный подход к решению данной задачи, основанный на использо-

вании параметрически заданных устойчивых распределений вероятностей Леви для описания времени прохождения сегментов дорожной сети.

3. Основные обозначения и постановка задачи. Мы рассматриваем зависящую от времени стохастическую улично-дорожную сеть в виде ориентированного графа $G = (N, A, P)$, где N — множество вершин графа, $|N|$ — количество вершин, A — множество ребер, $|A|$ — количество ребер, P — вероятностное описание времени прохождения ребер графа (т.е. сегментов транспортной сети).

В зависящих от времени стохастических сетях вес каждого сегмента $(i, j) \in A$ обычно представляется как случайная величина $T_{ij}(\tau)$ с зависящей от времени плотностью вероятности $p_{ij}^\tau(t)$.

Обозначим конечную вершину (пункт назначения) как $d \in N$, интервал времени, допустимый для достижения конечной вершины (т.е. бюджет поездки) как T . Оптимальная стратегия навигации определяется как стратегия максимизации вероятности прибытия в конечную вершину $d \in N$ из начальной (текущей) вершины $o \in N$ при наличии временного бюджета T .

Чтобы формально определить стратегию навигации, введем дополнительную величину $u_i(t)$ — вероятность прибытия в конечную вершину d из вершины i за время, не превышающее t [3, 10]. Тогда оптимальная стратегия навигации может быть сформулирована следующим образом:

$$u_i^\tau(t) = \max_{j \in N \wedge (i,j) \in A} \int_0^t p_{ij}^\tau(\theta) u_j^{\tau+\theta}(t - \theta) d\theta, \quad (1)$$

$$\forall i \in N \setminus \{d\}, t \in [0, T], \tau \geq 0,$$

$$u_d^\tau(t) = 1, t \in [0, T], \tau \geq 0.$$

Определим вероятность прохождения пути J за время t при условии, что поездка была начата в момент τ , как $u_J^\tau(t)$. Будем считать, что граф удовлетворяет условию стохастического FIFO, если выполняются следующие неравенства [3]:

$$u_J^{t_1}(T) \geq u_J^{t_2}(T - (t_2 - t_1)),$$

$$\forall J, \forall T, t_1, t_2 : 0 \leq t_1 \leq t_2, t_2 - t_1 \leq T.$$

Согласно этому определению, незамедлительное начало движения по выбранному пути увеличивает вероятность прибытия в пункт назначения за выбранный бюджет поездки, по сравнению с отложенным началом движения.

Более формально модель поведения в графах, удовлетворяющих условию стохастического FIFO, характеризуется следующим положением: ожидание начала движения в нетерминальной вершине не удовлетворяет оптимальной стратегии навигации (1).

Для решения проблемы (1) в работе [3] был предложен дискретный алгоритм, который в виде псевдокода может быть записан следующим образом (алгоритм 1). На практике операции свертки вычисляются с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье.

Step 0. Initialization

$$k = 0$$

$$u_i^k(x) = 0, \quad \forall i \in N, i \neq d, x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq \frac{T}{\Delta t}$$

$$u_d^k(x) = 1, \quad x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq \frac{T}{\Delta t}$$

Step 1. Update

for ($k = 1, 2, \dots, L = \left\lceil \frac{T}{\Delta t} \right\rceil$) {

$$\tau^k = k\delta$$

$$u_d^k(x) = 1, \quad x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq \frac{T}{\Delta t}$$

$$u_i^k(x) = u_i^{k-1}(x),$$

$$\forall i \in N, i \neq d, (i, j) \in A, x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq \frac{\tau^k - \delta}{\Delta t}$$

$$u_i^k(x) = \max_j \sum_{h=0}^x p_{ij}(h) u_j^{k-1}(x-h)$$

$$\forall i \in N, i \neq d, (i, j) \in A, x \in \mathbb{N}, \frac{(\tau^k - \delta)}{\Delta t} + 1 \leq x \leq \frac{\tau^k}{\Delta t}$$

}

Алгоритм 1. Дискретный алгоритм решения SOTA

В алгоритме Δt — интервал дискретизации, δ — минимальное время прохождения дорожного сегмента в сети.

Тогда выбор следующей вершины j в графе дорожной сети (и, соответственно, следующего дорожного сегмента) с учетом оставшегося бюджета поездки t и вычисленного массива вероятностей прибытия $u_i(x)$ производится следующим образом:

$$j = \arg \max_{i \in N} u_i(t). \quad (2)$$

Наиболее вычислительно сложным этапом работы алгоритма является вычисление свертки $\sum_{h=0}^x p_{ij}(h)u_j^{k-1}(x-h)$.

В работе [22] в качестве плотности вероятности $p_{ij}(t)$ распределения времени движения на дорожном сегменте использовалось логнормальное распределение. В настоящей работе в качестве описания веса сегмента предлагается использовать устойчивое распределение Леви, что позволит заменить операцию свертки на пересчет параметров функции распределения.

4. Предлагаемый метод решения. В данном разделе представлен метод решения задачи определения надежного кратчайшего пути (1), максимизирующего вероятность прибытия в пункт назначения в течение заранее определенного интервала времени (бюджета поездки). Предлагаемое решение ограничивается рассмотрением не зависящих от времени стохастических сетей. В частности в следующих подразделах:

- представлено устойчивое распределение Леви для описания времени прохождения сегментов дорожной сети;
- показано, что операция свертки в алгоритме 1 может быть заменена пересчетом параметров функции распределения Леви;
- предложен алгоритм аппроксимации функции $\max_j(\dots)$ в алгоритме 1 с помощью функции распределения Леви;
- представлен новый алгоритм решения задачи определения надежного кратчайшего пути;
- предложен способ ускорения работы алгоритма путем предварительного вычисления аппроксимаций.

4.1. Устойчивое распределение Леви. Распределение называется устойчивым, если линейная комбинация двух независимых случайных величин с этим распределением имеет то же распределение с точностью до коэффициента сдвига и масштаба.

Закон распределения случайной величины X называется устойчивым, если для любых идентично распределенных и независимых случайных величин X_1, X_2 и для любых действительных чисел $a > 0, b > 0$ найдутся числа $c > 0, d$ такие, что случайные величины $(aX_1 + bX_2)$ и $cX + d$ распределены одинаково.

В работе для задания веса каждого сегмента $(i, j) \in A$ используется устойчивое распределение Леви. Плотность вероятности распределения Леви для области определения $x \geq \mu$ имеет вид:

$$f(x; \mu, c) = \sqrt{\frac{c}{2\pi}} \frac{e^{-c/2(x-\mu)}}{(x-\mu)^{3/2}}, \quad (3)$$

где μ — коэффициент сдвига, c — коэффициент масштаба.

Функция распределения имеет вид:

$$F(x; \mu, c) = \operatorname{erfc} \left(\sqrt{c / (2(x - \mu))} \right), \quad (4)$$

где $\operatorname{erfc}(z)$ — функция ошибок.

Пример плотности вероятности и функции распределения для распределения Леви с параметрами $\mu = 0, c = 1$ показан на рисунке 1.

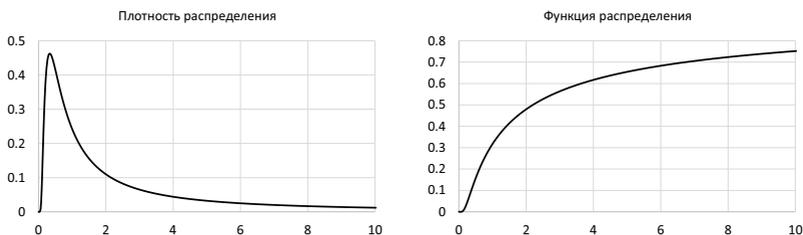


Рис. 1. Плотность вероятности и функция распределения для распределения Леви

Если $X_1 \sim \operatorname{Levy}(\mu_1, c_1)$, $X_2 \sim \operatorname{Levy}(\mu_2, c_2)$, то $X_1 + X_2 \sim \operatorname{Levy}(\mu, c)$, где

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_1 + \mu_2, \\ |c| &= (\sqrt{c_1} + \sqrt{c_2})^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Применительно к распределению времени прохождения сегментов дорожной сети коэффициент сдвига μ определяет минимальное время, за которое можно пройти сегмент, коэффициент масштаба определяет моду: $\text{mode} = c/3$.

4.2. Вычисление свертки. Покажем, что если время прохождения дорожных сегментов описывается устойчивым распределением Леви, операция свертки в алгоритме 1 может быть заменена на пересчет коэффициентов сдвига и масштаба распределения Леви.

Рассмотрим подробнее операцию свертки в алгоритме 1. Введем обозначение

$$u_{ij}(x) = \sum_{h=0}^x p_{ij}(h) u_j(x - h), \quad (6)$$

то есть $u_{ij}(x)$ — вероятность достижения конечной вершины d из вершины i за время x при движении по ребру (i, j) .

Тогда выражение (1) можно записать в виде:

$$u_i(x) = \max_j \sum_{h=0}^x p_{ij}(h) u_j(x-h) = \max_j u_{ij}(x). \quad (7)$$

Рассмотрим сначала выражение $u_{ij}(x)$. Учитывая, что $u_d(x) = 1$, для ребер графа, входящих в конечную вершину d , мы можем получить:

$$u_{md}^k(x) = \sum_{h=0}^x p_{md}(h) u_d^{k-1}(x-h) = \sum_{h=0}^x p_{md}(h) = P_{md}(x), \quad (8)$$

$$\forall m \in N : \exists(m, d) \in A,$$

где $P_{md}(x)$ — функция распределения. То есть для вершин графа $m \in N : (m, d) \in A$, связанных с конечной вершиной d , вероятность достижения конечной вершины можно описать распределением Леви.

Далее, для предыдущих вершин графа $i : (i, m) \in A$ получим:

$$\begin{aligned} u_{im}(x) &= \sum_{h=0}^x p_{im}(h) u_m(x-h) = \sum_{h=0}^x p_{im}(h) \sum_{s=0}^{x-h} p_{md}(s) = \\ &= p_{im}(0) \sum_{s=0}^x p_{md}(s) + p_{im}(1) \sum_{s=0}^{x-1} p_{md}(s) + \dots + p_{im}(x) p_{md}(0) = \\ &= \sum_{l=0}^x p_{im}(l) p_{md}(x-l) + \sum_{l=0}^{x-1} p_{im}(l) p_{md}(x-1-l) + \dots \\ &+ \sum_{l=0}^{x-x} p_{im}(l) p_{md}(x-x-l) = \sum_{n=0}^x \sum_{l=0}^{x-n} p_{im}(l) p_{md}(x-n-l) = \\ &= \sum_{n=0}^x p_{im+md}(x-n) = P_{im+md}(x), \end{aligned}$$

где $p_{im+md}(t)$ — плотность вероятности суммы случайных величин.

Аналогично могут быть посчитаны значения $u_{ij}(x) \forall i, j \in N : (i, j) \in A$, что позволяет заменить операцию свертки в алгоритме 1 на вычисление значения функции распределения. Значение коэффициентов масштаба и сдвига рассчитываются по формуле (5).

4.3. Аппроксимация функции максимума. Для определения надежного кратчайшего пути на следующем шаге необходимо получить оценку функции $u_i(x) = \max_j u_{ij}(x)$. Будем аппроксимировать значе-

ние $u_i(x)$ функцией распределения Леви. Обозначим аппроксимируемую функцию как $F^*(x)$, искомую функцию как $F(x; \hat{\mu}, \hat{c})$. Тогда задача аппроксимации, в результате решения которой оцениваются искомые параметры $\hat{\mu}$ и \hat{c} , заключается в минимизации ошибки вида:

$$J = \epsilon^2 = \frac{1}{2} \sum_j (F^*(x_j) - F(x_j; \hat{\mu}, \hat{c}))^2 \rightarrow \min_{\hat{\mu}, \hat{c}}. \quad (9)$$

Примеры аппроксимации вероятности прибытия $u_i(x)$ представлены на рисунке 2. На рисунке 2 слева показан пример случая для двух возможных маршрутов движения в зависимости от времени прибытия в вершину, справа — для трех возможных маршрутов.

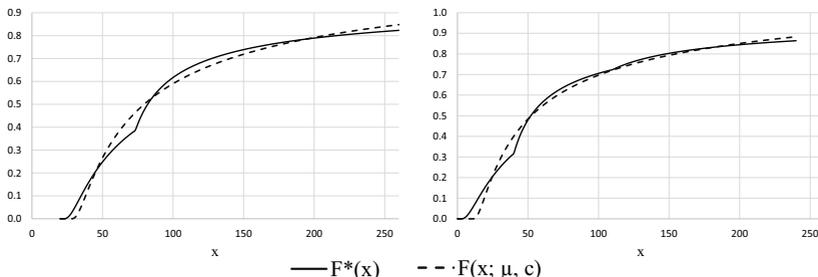


Рис. 2. Аппроксимация вероятности прибытия для случая двух и трех связанных вершин

Для минимизации ошибки (9) используется метод градиентного спуска. Для реализации градиентного спуска необходимо вычислить значения частных производных $\frac{\partial}{\partial \mu} F(x; \mu, c)$, $\frac{\partial}{\partial c} F(x; \mu, c)$.

Запишем частные производные в аналитическом виде.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu} F &= \frac{\partial}{\partial \mu} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{c}{2(x-\mu)}} \right) = -\frac{2 \cdot c \cdot e^{\frac{c}{2(x-\mu)}}}{\sqrt{\pi} (2m-2x)^2 \sqrt{\frac{c}{2(x-\mu)}}}, \\ \frac{\partial}{\partial c} F &= \frac{\partial}{\partial c} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{c}{2(x-\mu)}} \right) = \frac{e^{\frac{c}{2(x-\mu)}}}{\sqrt{\pi} (2m-2x) \sqrt{\frac{c}{2(x-\mu)}}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Введем дополнительные обозначения для упрощения вида формул (10). Пусть

$$\beta(x, \mu, c) \triangleq \frac{c}{2(x-\mu)}, \quad \gamma(x, \mu, c) \triangleq \frac{\beta \cdot e^{-\beta}}{c\sqrt{\pi}\beta}. \quad (11)$$

Тогда частные производные (10) примет вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \mu} F &= -\frac{2\beta^2 \cdot e^{-\beta}}{c\sqrt{\pi\beta}} = -2\beta\gamma, \\ \frac{\partial}{\partial c} F &= -\frac{\beta \cdot e^{-\beta}}{c\sqrt{\pi\beta}} = -\gamma.\end{aligned}\quad (12)$$

Таким образом, поиск искомой функции $F(x; \hat{\mu}, \hat{c})$ осуществляется путем минимизации ошибки (9) методом градиентного спуска с использованием соотношений (11), (12). Алгоритм градиентного спуска применительно к рассмотренной задаче (9) выглядит следующим образом (алгоритм 2).

Input data: $\theta_{init}, \mu_{init}, c_{init}, \varepsilon^{min}, I_0, I_1, M$;

$\theta = \theta_{init}, \mu = \mu_{init}, c = c_{init}$;

$\varepsilon = \sum_j (F^*(x_j) - F(x_j; \mu, c))^2$;

```

for ( $i_0 = 1, 2, \dots, I_0$ ) {
  for ( $i_1 = 1, 2, \dots, I_1$ ) {
    for ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) {
       $\Delta\mu = \Delta\mu - 2(F(x_j, \mu, c) - F^*(x_j))\beta(x_j, \mu, c)\gamma(x_j, \mu, c)$ ;
       $\Delta c = \Delta c - (F(x_j, \mu, c) - F^*(x_j))\gamma(x_j, \mu, c)$ ;
    }
     $\mu = \mu - \theta\Delta\mu$ ;
     $c = c - \theta\Delta c$ ;
  }
   $\varepsilon^{next} = \sum_j (F^*(x_j) - F(x_j; \mu, c))^2$ ;
  if  $\varepsilon^{next} > \varepsilon$  {
     $\theta = \theta/2$ ;
  }
  if  $\varepsilon^{next} < \varepsilon^{min}$  {
    break;
  }
   $\varepsilon = \varepsilon^{next}$ ;
}
 $\hat{\mu} = \mu$ ;
 $\hat{c} = c$ ;
    
```

Output data: $\hat{\mu}, \hat{c}$

Алгоритм 2. Метод градиентного спуска

В алгоритме 2 используются следующие параметры: θ_{init} — начальный шаг, μ_{init}, c_{init} — начальное приближение, ε^{min} — точность расчета, I_0, I_1 — число итераций, M — число используемых значений функции.

С учетом предложенного метода аппроксимации вероятность достижения конечной вершины $u_i(t)$ из вершины i также в итоге описывается функцией распределения Леви.

4.4. Алгоритм нахождения надежного пути. Для описания алгоритма нахождения надежного кратчайшего пути введем следующие обозначения.

Пусть время прохождения $p_{ij}(t)$ дорожного сегмента $(i, j) \in A, i \in N, j \in N$ описывается функцией распределения Леви с параметрами $P_{ij} = (\mu_{ij}^p, c_{ij}^p)$, вероятность достижения конечной вершины $u_{ij}(t)$ из вершины i за время t при движении по ребру (i, j) описывается функцией распределения Леви с параметрами $U_{ij} = (\mu_{ij}^u, c_{ij}^u)$, вероятность достижения конечной вершины $u_i(t)$ из вершины i за время t описывается функцией распределения Леви с параметрами $U_i = (\mu_i^u, c_i^u)$.

Для определения надежного кратчайшего пути, максимизирующей вероятность прибытия в пункт назначения в течение заранее определенного интервала времени (бюджета поездки), предлагается алгоритм навигации, состоящий из следующих шагов:

1. Для каждой помеченной вершины графа $i \in N$ выбираются все исходящие из нее ребра $(i, j) \in A$.
2. Считая известными параметры функции распределения U_j достижения конечной вершины d из вершины j и параметры функции распределения P_{ij} времени прохождения сегмента (i, j) , рассчитываются параметры функции распределения U_{ij} достижения конечной вершины d из вершины i при движении по ребру (i, j) пересчетом коэффициентов масштаба и сдвига по формуле (5).
3. По рассчитанным параметрам функций распределения $U_{ij}, i \in N, j \in J, (i, j) \in A$ вычисляются параметры функции распределения U_i путем аппроксимации распределением Леви, как описано в подразделе 4.3.
4. Если рассчитанные параметры функции распределения U_i изменились, вершины $k \in N : (k, i) \in A$, связанные с вершиной i , помечаются для просмотра на следующей итерации алгоритма.
5. Если помеченные вершины отсутствуют — алгоритм завершает работу, иначе выполняется следующая итерация алгоритма (переход на шаг 1).

В виде псевдокода представленный алгоритм может быть записан следующим образом:

```

vertexes = {}, vertexesNextStep = {};
vertexes.add(d);
while (!vertexes.isEmpty()){
    for (vertex : vertexes) {
        params = {};
        for (edge : vertex.outgoingEdges()) {
            params.add(convolution(vertex.U, edge.P));
        }
        newU = approximate(params);
        if (vertex.U != newU) {
            vertex.U = newU;
            vertex.params = params;
            vertexesNextStep.addAll(incomingVertexes(vertex));
        }
    }
    vertexes = vertexesNextStep;
}

```

Алгоритм 3. Алгоритм решения SOTA с использованием распределений Леви

В алгоритме метод *convolution* пересчитывает коэффициенты масштаба и сдвига (шаг 2 алгоритма), метод *approximate* выполняет аппроксимацию функции *max* распределением Леви (шаг 3 алгоритма).

Следует отметить, что после завершения работы алгоритма каждая вершина i хранит список параметров функций распределения U_{ij} . Это необходимо для адаптивного выбора следующей вершины пути при движении по маршруту в зависимости от оставшегося бюджета поездки.

4.5. Предварительное вычисление аппроксимаций. Наиболее вычислительно сложным этапом работы алгоритма является аппроксимация распределением Леви на шаге 3. Учитывая, что распределение Леви имеет стандартную форму, обладающую следующим свойством:

$$f(x; \mu, c)dx = f(y; 0, 1)dy,$$

где y определяется как $y = \frac{x - \mu}{c}$, в работе предлагается провести предварительное вычислений аппроксимирующих функций Леви для различных значений коэффициентов сдвига и масштаба.

Пусть Δ — шаг, с которым изменялись коэффициенты сдвига в диапазоне $[0, 1]$ и коэффициенты масштаба в диапазоне $[\Delta, 1]$.

Выбор требуемых параметров аппроксимирующей функции состоит из следующих шагов:

- определение для вершины $i \in N$ набора параметров распределения Леви $\{U_{ij}\}$ для всех связанных вершин $j \in N : (i, j) \in A$ (шаг 3 алгоритма);
- определение минимального и максимального значения аргумента функции распределения:

$$\begin{aligned} x_{min} &= \min_j \mu_{ij}^u, \\ x_{max} &= \max_j \mu_{ij}^u + \alpha c_{ij}^u, \end{aligned} \quad (13)$$

где α — параметр, определяющий рассматриваемый диапазон функции распределения;

- расчет параметра масштабирования $scale = x_{max} - x_{min}$ и масштабирование параметров распределений Леви:

$$\hat{U}_{ij} = \left(\frac{\mu_{ij}^u - x_{min}}{scale}, \frac{c_{ij}}{scale} \right); \quad (14)$$

- выбор параметров ближайшей аппроксимирующей функции $\hat{U}^{approx} = (\hat{\mu}^{approx}, \hat{c}^{approx})$ по набору рассчитанных параметров \hat{U}_{ij} ;
- обратное масштабирование:

$$U^{approx} = (\hat{\mu}^{approx} \cdot scale + x_{min}, \hat{c}^{approx} \cdot scale). \quad (15)$$

Результатом аппроксимации будут являться параметры U^{approx} .

5. Экспериментальные исследования. Целью экспериментальных исследований является сравнение результатов работы алгоритмов маршрутизации 1 (базовый алгоритм) и 3 (предложенный алгоритм), вычисляющих надежность пути через точное вычисление сверток и с помощью пересчета параметров функции Леви. Для сравнения алгоритмов необходимо оценить время работы процедуры маршрутизации построения надежного кратчайшего пути, а также оценить полученные маршруты движения.

На первом этапе исследований была проведена оценка ошибки аппроксимации целевой функции распределением Леви (рисунок 2) по критерию среднеквадратического отклонения:

$$RMSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (F_i^*(x_j) - F_i(x_j; \hat{\mu}_i, \hat{c}_i))^2}, \quad (16)$$

где n — количество используемых отсчетов, m — количество аппроксимаций.

Ошибки аппроксимации считались отдельно для случаев, когда ребро графа (i, j) связано с двумя соседними ребрами (т.е. существует два возможных маршрута движения из вершины j , исключая движение в обратном направлении) и тремя соседними ребрами. Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1. Среднеквадратическое отклонение

	RMSE	Количество аппроксимаций
2 соседних ребра	0.0425	1694315
3 соседних ребра	0.0418	968040

Далее оценивались результаты работы алгоритмов маршрутизации.

Для проведения экспериментальных исследований разработанного метода использовалась крупномасштабная улично-дорожная сеть г. Самара, состоящая из 47274 дорожных сегментов и 18582 вершин. Часть улично-дорожной сети г. Самара показана на рисунке 3.



Рис. 3. Часть улично-дорожной сети г. Самара

Для определения параметров распределений времени прохождения сегментов дорожной сети использовались усредненные за десятиминутный интервал данные о скорости прохождения дорожных сегментов за два месяца. Для оценки прогнозного времени движения использовалось сред-

нее время прохождения сегментов за два месяца, для оценки актуального времени прохождения использовались данные за конкретный день.

Для сравнения разработанного и базового алгоритмов по качеству решения задачи маршрутизации были выбраны 6 пар различных вершин отправления-прибытия на графе дорожной сети, после чего задача навигации решалась для каждой пары вершин и различных дней недели, времени начала движения и бюджета поездки. Вершины были выбраны таким образом, чтобы среднее время поездки составляло от 15 до 50 минут. Для каждого набора параметров задача решалась предлагаемым методом 3 и базовым алгоритмом 1. Всего было проведено 6300 экспериментов.

Гистограммы распределения разности времени движения, полученного путем решения задачи навигации предложенным алгоритмом и базовым алгоритмом на основе операции вычисления свертки, показаны на рисунке 4. Гистограммы приведены для прогнозного и актуального времени движения. Положительная разность соответствует проигрышу предложенного алгоритма (т.е. время движения по маршруту, рассчитанного предложенным алгоритмом, больше, чем время движения по маршруту, вычисленного базовым алгоритмом), отрицательная — выигрышу. В данном эксперименте рассматривались ситуации, когда время движения по маршрутам, найденным базовым и предложенным алгоритмами, не превышает бюджет поездки.

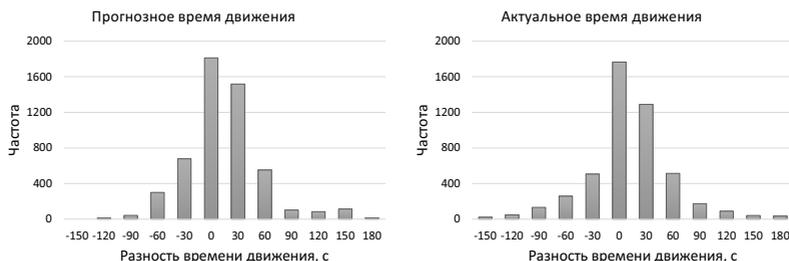


Рис. 4. Сравнение алгоритмов по фактическому времени движения транспортных средств

Как видно из представленных гистограмм, в большинстве случаев представленный алгоритм показывает тот же результат, что и алгоритм на основе вычисления свертки, либо предлагает маршрут движения с большими временными затратами. Среднее время задержки на маршруте, найденном предложенным алгоритмом, приведено в таблице 2.

Далее оценивалось, насколько предложенный маршрут движения укладывался в требуемый бюджет поездки. Гистограмма распределения

Таблица 2. Среднее время задержки

	Прогнозное время движения	Актуальное время движения
Среднее время задержки, с	17.5	13.9

количества поездок в рамках временного бюджета (прибытие в указанный интервал) и вне его (прибытие вне интервала) показана в таблице 3 и на рисунке 5. Всего было проведено 6300 экспериментов. Из полученных результатов можно сделать вывод, что предложенный алгоритм ведет к нахождению маршрута движения вне выбранного бюджета чаще базового алгоритма примерно на 9%.

Таблица 3. Сравнение алгоритмов по затраченному временному ресурсу относительно бюджета поездки

	Пересчет параметров	Вычисление свертки
Вне интервала	0.154	0.064
В рамках интервала	0.846	0.936

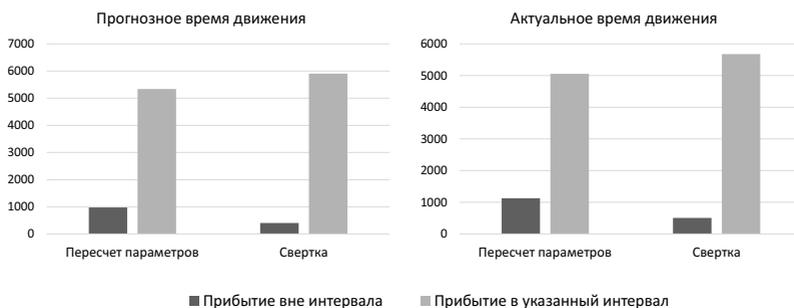


Рис. 5. Сравнение алгоритмов по затраченному временному ресурсу относительно бюджета поездки

На заключительном этапе экспериментального анализа проводилось измерение времени работы алгоритмов. Следует отметить, что время работы алгоритма-прототипа (Алгоритм 1) зависит от бюджета поездки T , который определяет количество итераций L . Число итераций разработанного алгоритма не зависит от заданного бюджета поездки. Среднее

время работы алгоритмов представлено в таблице 4. Характеристики используемой ПЭВМ: процессор Intel Core i5-3740 3.20 GHz, оперативная память 16 ГБ, ОС – Windows 8.1.

Таблица 4. Сравнение времени работы алгоритмов

	Пересчет параметров	Вычисление свертки
Время работы, мс	606	23625

Подробнее среднее время работы базового алгоритма в зависимости от используемого бюджета поездки показано на рисунке 6.

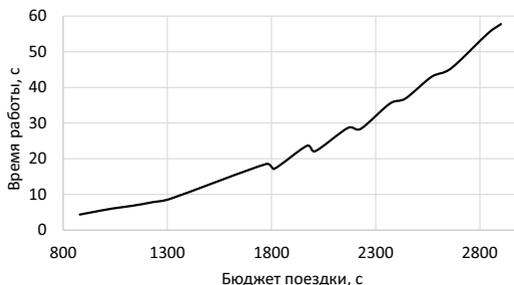


Рис. 6. Время работы базового алгоритма

Время работы разработанного алгоритма примерно в 40 раз меньше времени работы базового алгоритма и составляет в среднем 606 миллисекунд, что позволяет использовать алгоритм для решения задачи нахождения надежного кратчайшего пути в стохастической сети в режиме реального времени.

6. Заключение. В работе разработана модификация дискретного алгоритма решения задачи нахождения надежного маршрута движения в зависящей от времени стохастической транспортной сети. Для уменьшения времени работы алгоритма предложено использовать устойчивое распределение Леви для описания времени прохождения сегментов дорожной сети. Такой подход позволяет перейти от вычислительно сложной операции свертки к вычислению значения функции распределения для оценки вероятности прибытия в вершину назначения за указанное время.

Результаты экспериментального анализа на примере улично-дорожной сети г. Самара позволяют сделать вывод, что использование устойчивого распределения ведет к существенному (примерно в 40 раз)

сокращению времени выполнения алгоритма при небольшом ухудшении результатов маршрутизации по критерию затраченного временного ресурса (в среднем время в пути увеличивается менее, чем на одну минуту). Среднее время работы алгоритма составляет 600 миллисекунд, что позволяет использовать его для решения задачи нахождения надежного маршрута движения, максимизирующего вероятность прибытия в указанный временной интервал для крупномасштабных транспортных сетей в режиме реального времени.

В качестве дальнейшего направления проведения исследований следует выделить модификацию алгоритма поиска надежного кратчайшего пути для использования в зависящей от времени стохастической сети, а также разработку параллельных алгоритмов решения задачи маршрутизации.

Литература

1. *Dijkstra E.W.* A note on two problems in connexion with graphs // *Numerische Mathematik*. 1959. vol. 1. no. 1. pp. 269–271.
2. *Nie Y.M., Wu X.* Shortest path problem considering on-time arrival probability // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2009. vol. 43. no. 6. pp. 597–613.
3. *Samaranayake S., Blandin S., Bayen A.* A tractable class of algorithms for reliable routing in stochastic networks // *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2012. vol. 20. no. 1. pp. 199–217.
4. *Chen P., Tong R., Lu G., Wang Y.* The alpha-reliable path problem in stochastic road networks with link correlations: A moment-matching-based path finding algorithm // *Expert Systems with Applications*. 2018. vol. 110. pp. 20–32.
5. *Hall R.W.* The fastest path through a network with random time-dependent travel times // *Transportation Science*. 1986. vol. 20. no. 3. pp. 182–188.
6. *Fu L., Rilett L.* Fu L., Rilett L. Expected shortest paths in dynamic and stochastic traffic networks // *Transportation Research Part B: Methodological*. 1998. vol. 32. no. 7. pp. 499–516.
7. *Gao S., Chabini I.* Optimal routing policy problems in stochastic time-dependent networks // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2006. vol. 40. no. 2. pp. 93–122.
8. *Chen A., Ji Z.* Path finding under uncertainty // *Journal of Advanced Transportation*. 2005. vol. 39. no. 1. pp. 19–37.
9. *Chen B.Y. et al.* Finding reliable shortest paths in road networks under uncertainty // *Networks and Spatial Economics*. 2013. vol. 13. no. 2. pp. 123–148.
10. *Fan Y., Nie Y.* Optimal routing for maximizing the travel time reliability // *Networks and Spatial Economics*. 2006. vol. 6. no. 3–4. pp. 333–344.
11. *Nie Y., Fan Y.* Arriving-on-time problem: Discrete algorithm that ensures convergence // *Transportation Research Record*. 2006. vol. 1964. no. 1. pp. 193–200.
12. *Chen P., Yin K., Sun J.* Application of finite mixture of regression model with varying mixing probabilities to estimation of urban arterial travel times // *Transportation Research Record*. 2014. vol. 2442. no. 1. pp. 96–105.
13. *Chen B.Y., Li Q., Lam W.H.* Finding the k reliable shortest paths under travel time uncertainty // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2016. vol. 94. pp. 189–203.

14. *Nie Y.M., Wu X., Dillenburg J.F., Nelson P.C.* Reliable route guidance: A case study from Chicago // *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. 2012. vol. 46. no. 2. pp. 403–419.
15. *Chen B.Y. et al.* Most reliable path-finding algorithm for maximizing on-time arrival probability // *Transportmetrica B: Transport Dynamics*. 2017. vol. 5. no. 3. pp. 253–269.
16. *Cao Z. et al.* Maximizing the probability of arriving on time: A practical q-learning method // *Thirty-First AAAI Conference on Artificial Intelligence*. 2017. pp. 4481–4487.
17. *Flajolet A., Blandin S., Jaillet P.* Robust adaptive routing under uncertainty // *Operations Research*. 2018. vol. 66. no. 1. pp. 210–229.
18. *Yang L., Zhou X.* Optimizing on-time arrival probability and percentile travel time for elementary path finding in time-dependent transportation networks: Linear mixed integer programming reformulations // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2017. vol. 96. pp. 68–91.
19. *Zhang Y., Khani A.* An algorithm for reliable shortest path problem with travel time correlations // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2019. vol. 121. pp. 92–113.
20. *Agafonov A., Myasnikov V.* Traffic flow forecasting algorithm based on combination of adaptive elementary predictors // *International Conference on Analysis of Images, Social Network and Texts*. 2015. vol. 542. pp. 163–174.
21. *Агафонов А.А., Юмаганов А.С., Мясников В.В.* Анализ больших данных в геоинформационной задаче краткосрочного прогнозирования параметров транспортного потока на базе метода к ближайшим соседям // *Компьютерная оптика*. 2018. Т. 42. № 6. С. 1101–1111.
22. *Агафонов А.А., Мясников В.В.* Метод определения надёжного кратчайшего пути в зависящей от времени стохастической сети и его применение в геоинформационных задачах управления транспортом // *Компьютерная оптика*. 2016. Т. 40. № 2. С. 275–283.
23. *Samaranayake S., Blandin S., Bayen A.* Speedup techniques for the stochastic on-time arrival problem // *OpenAccess Series in Informatic*. 2012. vol. 25. pp. 83–96.
24. *Niknam M., Samaranayake S.* Tractable pathfinding for the stochastic on-time arrival problem // *International Symposium on Experimental Algorithms*. 2016. vol. 9685. pp. 231–245.
25. *Sabran G., Samaranayake S., Bayen A.* Precomputation techniques for the stochastic on-time arrival problem // *2014 Proceedings of the Sixteenth Workshop on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX)*. 2014. pp. 138–146.
26. *Abeydeera M., Samaranayake S.* GPU parallelization of the stochastic on-time arrival problem // *2014 21st International Conference on High Performance Computing (HiPC)*. 2014. pp. 1–8.

Агафонов Антон Александрович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, научно-исследовательская лаборатория геоинформатики и информационной безопасности, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва (Самарский уни-верситет); доцент, кафедра геоинформатики и информационной безопасности, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва (Самарский университет). Область научных интересов: геоинформаци-онные технологии, транспортное моделирование, веб-технологии. Число научных публикаций — 20. ant.agafonov@gmail.com; Московское шоссе, 34, 443086, Сама-ра, Российская Федерация; р.т.: +7(846)267-49-05.

Мясников Владислав Валерьевич — д-р физ.-мат. наук, профессор, кафедра геоинформатики и информационной без-опасности, 578 Труды СПИИРАН. 2019. том 18 № 3. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн) www.proceedings.spiiras.nw.ru

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва (Самарский университет); ведущий научный сотрудник, лаборатория математических методов обработки изображений, Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: компьютерное зрение, распознавание образов и искусственный интеллект, искусственные нейронные сети, цифровая обработка сигналов и изображений, геоинформатика. Число научных публикаций — 200. vmyas@geosamara.ru; Московское шоссе, 34, 443086, Самара, Российская Федерация; р.т.: +7(846)267-49-05.

Поддержка исследований. Исследование выполнено при финансовой поддержке грантов РФФИ в рамках научных проектов № 18-07-00605 А, № 18-29-03135-мк в части постановки задачи и предлагаемого метода решения и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (Соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Экспериментальные исследования».

A.A. AGAFONOV, V.V. MYASNIKOV
**METHOD FOR RELIABLE SHORTEST PATH DETERMINATION
IN STOCHASTIC NETWORKS USING PARAMETRICALLY
DEFINED STABLE PROBABILITY DISTRIBUTIONS**

Agafonov A.A., Myasnikov V.V. Method for reliable shortest path determination in stochastic networks using parametrically defined stable probability distributions .

Abstract. An increase in the number of vehicles, especially in large cities, and inability of the existing road infrastructure to distribute transport flows, leads to a higher congestion level in transport networks. This problem makes the solution to navigational problems more and more important. Despite the popularity of these tasks, many existing commercial systems find a route in deterministic networks, not taking into account the time-dependent and stochastic properties of traffic flows, i.e. travel time of road links is considered as constant. This paper addresses the reliable routing problem in stochastic networks using actual information of the traffic flow parameters. We consider the following optimality criterion: maximization of the probability of arriving on time at a destination given a departure time and a time budget. The reliable shortest path takes into account the variance of the travel time of the road network segments, which makes it more applicable for solving routing problems in transport networks compared to standard shortest path search algorithms that take into account only the average travel time of network segments. To describe the travel time of the road network segments, it is proposed to use parametrically defined stable Levy probability distributions. The use of stable distributions allows replacing the operation of calculating convolution to determine the reliability of the path to recalculating the parameters of the distributions density, which significantly reduces the computational time of the algorithm. The proposed method gives a solution in the form of a decision, i.e. the route proposed in the solution is not fixed in advance, but adaptively changes depending on changes in the real state of the network. An experimental analysis of the algorithm carried out on a large-scale transport network of Samara, Russia, showed that the presented algorithm can significantly reduce the computational time of the reliable shortest path algorithm with a slight increase in travel time.

Keywords: Reliable Shortest Path, Stochastic Transportation Network, Stable Distributions, Levy Distribution.

Agafonov Anton Aleksandrovich — Ph.D., Senior Resercher, Science Research Laboratory of Geoinformatics and Infor-mation Security, Samara University; Associate Professor, Department of Geoinformat-ics and Information Security, Samara University. Research interests: geoinformatics, transport modelling and web-technologies. The number of publications — 20. ant.agafonov@gmail.com; 34, Moskovskoye Shosse, 443086, Samara, Russian Federa-tion; office phone: +7(846)267-49-05.

Myasnikov Vladislav Valerievich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Department of Geoinformatics and Information Security, Samara National Research University; Leading Researcher, Laboratory of Mathematical Methods for Image Processing, Institute of Image Processing Systems of the Russian Academy of Sciences – a branch of the Russian Academy of Sciences “Crystallography and Photonics”. Research interests: omputer vision, pattern recognition and artificial intelligence, artificial neural networks, digital processing of signals and images, and geoinformatics. The number of publications — 200. vmyas@geosamara.ru; 34, Mos-kovskoye Shosse, 443086, Samara, Russian Federation; office phone: +7(846)267-49-05.

Acknowledgements. The work was funded by the Russian Foundation for Basic Research under research projects Nos. 18-07-00605, 18-29-03135 ("Basic theoretical propositions and the proposed method") and the RF Ministry of Science and Higher Education within the State assignment to the FSRC «Crystallography and Photonics» RAS under agreement 007-G3/Ch3363/26 ("Experiment analysis").

References

1. Dijkstra E.W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*. 1959. vol. 1. no. 1. pp. 269–271.
2. Nie Y.M., Wu X. Shortest path problem considering on-time arrival probability. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2009. vol. 43. no. 6. pp. 597–613.
3. Samaranayake S., Blandin S., Bayen A. A tractable class of algorithms for reliable routing in stochastic networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2012. vol. 20. no. 1. pp. 199–217.
4. Chen P., Tong R., Lu G., Wang Y. The alpha-reliable path problem in stochastic road networks with link correlations: A moment-matching-based path finding algorithm. *Expert Systems with Applications*. 2018. vol. 110. pp. 20–32.
5. Hall R.W. The fastest path through a network with random time-dependent travel times. *Transportation Science*. 1986. vol. 20. no. 3. pp. 182–188.
6. Fu L., Rilett L. Expected shortest paths in dynamic and stochastic traffic networks. *Transportation Research Part B: Methodological*. 1998. vol. 32. no. 7. pp. 499–516.
7. Gao S., Chabini I. Optimal routing policy problems in stochastic time-dependent networks. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2006. vol. 40. no. 2. pp. 93–122.
8. Chen A., Ji Z. Path finding under uncertainty. *Journal of Advanced Transportation*. 2005. vol. 39. no. 1. pp. 19–37.
9. Chen B.Y. et al. Finding reliable shortest paths in road networks under uncertainty. *Networks and Spatial Economics*. 2013. vol. 13. no. 2. pp. 123–148.
10. Fan Y., Nie Y. Optimal routing for maximizing the travel time reliability. *Networks and Spatial Economics*. 2006. vol. 6. no. 3-4. pp. 333–344.
11. Nie Y., Fan Y. Arriving-on-time problem: Discrete algorithm that ensures convergence. *Transportation Research Record*. 2006. vol. 1964. no. 1. pp. 193–200.
12. Chen P., Yin K., Sun J. Application of finite mixture of regression model with varying mixing probabilities to estimation of urban arterial travel times. *Transportation Research Record*. 2014. vol. 2442. no. 1. pp. 96–105.
13. Chen B.Y., Li Q., Lam W.H. Finding the k reliable shortest paths under travel time uncertainty. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2016. vol. 94. pp. 189–203.
14. Nie Y.M., Wu X., Dillenburg J.F., Nelson P.C. Reliable route guidance: A case study from Chicago. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. 2012. vol. 46. no. 2. pp. 403–419.
15. Chen B.Y. et al. Most reliable path-finding algorithm for maximizing on-time arrival probability. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*. 2017. vol. 5. no. 3. pp. 253–269.
16. Cao Z. et al. Maximizing the probability of arriving on time: A practical q-learning method. Thirty-First AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2017. pp. 4481–4487.
17. Flajolet A., Blandin S., Jaillet P. Robust adaptive routing under uncertainty. *Operations Research*. 2018. vol. 66. no. 1. pp. 210–229.
18. Yang L., Zhou X. Optimizing on-time arrival probability and percentile travel time for elementary path finding in time-dependent transportation networks: Linear mixed integer programming reformulations. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2017. vol. 96. pp. 68–91.

19. Zhang Y., Khani A. An algorithm for reliable shortest path problem with travel time correlations. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2019. vol. 121. pp. 92–113.
20. Agafonov A., Myasnikov V. Traffic flow forecasting algorithm based on combination of adaptive elementary predictors. International Conference on Analysis of Images, Social Network and Texts. 2015. vol. 542. pp. 163–174.
21. Agafonov A.A., Yumaganov A., Myasnikov V.V. [Big data analysis in a geoinformatic problem of short-term traffic flow forecasting based on a k nearest neighbors method]. *Komp'yuternaya optika – Computer optics*. 2018. Issue 42. vol. 6. pp. 1101–1111. (In Russ.).
22. Agafonov A.A., Myasnikov V.V. [Method for the reliable shortest path search in time-dependent stochastic network and its application to gis-based traffic control]. *Komp'yuternaya optika – Computer optics*. 2016. Issue 40. vol. 2. pp. 275–283. (In Russ.).
23. Samaranayake S., Blandin S., Bayen A. Speedup techniques for the stochastic on-time arrival problem. *OpenAccess Series in Informatic*. 2012. vol. 25. pp. 83–96.
24. Niknami M., Samaranayake S. Tractable pathfinding for the stochastic on-time arrival problem. International Symposium on Experimental Algorithms. 2016. vol. 9685. pp. 231–245.
25. Sabran G., Samaranayake S., Bayen A. Precomputation techniques for the stochastic on-time arrival problem. 2014 Proceedings of the Sixteenth Workshop on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX). 2014. pp. 138–146.
26. Abeydeera M., Samaranayake S. GPU parallelization of the stochastic on-time arrival problem. 2014 21st International Conference on High Performance Computing (HiPC). 2014. pp. 1–8.

J. KIM, K. SATO, N. HASHIMOTO, A. KASHEVNIK, K. TOMITA,
S. MIYAKOSHI, Y. TAKINAMI, O. MATSUMOTO, A. BOYALI
**CONTEXT-BASED RIDER ASSISTANT SYSTEM FOR TWO
WHEELED SELF-BALANCING VEHICLES**

Kim J., Sato K., Hashimoto N., Kashevnik A., Tomita K., Miyakoshi S., Takinami Y., Matsumoto O., Boyali A. **Context-Based Rider Assistant System for Two Wheeled Self-Balancing Vehicles.**

Abstract. Personal mobility devices become more and more popular last years. Gyroscoters, two wheeled self-balancing vehicles, wheelchair, bikes, and scooters help people to solve the first and last mile problems in big cities. To help people with navigation and to increase their safety the intelligent rider assistant systems can be utilized that are used the rider personal smartphone to form the context and provide the rider with the recommendations. We understand the context as any information that characterize current situation. So, the context represents the model of current situation. We assume that rider mounts personal smartphone that allows it to track the rider face using the front-facing camera. Modern smartphones allow to track current situation using such sensors as: GPS / GLONASS, accelerometer, gyroscope, magnetometer, microphone, and video cameras. The proposed rider assistant system uses these sensors to capture the context information about the rider and the vehicle and generates context-oriented recommendations. The proposed system is aimed at dangerous situation detection for the rider, we are considering two dangerous situations: drowsiness and distraction. Using the computer vision methods, we determine parameters of the rider face (eyes, nose, mouth, head pitch and rotation angles) and based on analysis of this parameters detect the dangerous situations. The paper presents a comprehensive related work analysis in the topic of intelligent driver assistant systems and recommendation generation, an approach to dangerous situation detection and recommendation generation is proposed, and evaluation of the distraction dangerous state determination for personal mobility device riders.

Keywords: Context, Rider Assistant, Vehicle, Drowsiness, Distraction.

1. Introduction. Dangerous situation detection and accident prevention is a popular research direction in recent years [1-3]. Distraction is a dangerous state that can cause traffic accidents, vehicle damage, inference to other riders / drivers, non-eco-friendly driving, and etc. Timely distraction detection allows to prevent these negative aspects. Distracted riding is any activity that diverts attention from driving, including talking or texting on smartphone, eating, drinking, talking with other people, fiddling with the vehicle infotainment or navigation system [4]. That is, it indicates that the rider does not concentrate on the operation of the vehicle or concentrate on other activities.

In scope of the paper we consider the riding of personal mobility devices (PMD) that are sensitive to the rider distraction. Research in the area of PMD have been actively conducted last years as these devices are promising alternatives in solving the first and last mile for people transportation. The PMDs can be classified into standing type PMDs, two-seater ultra-small devices and electric bicycles. Among them, the standing type PMDs have gained a great deal reputation due to their unique motion capabilities.

We present the context-based rider assistant system that is aimed at drowsiness state determination based on information from smartphone camera and sensors in real time. We assume that the PMD has possibility to fix the smartphone in the following way. The front-facing camera should capture the rider's face and angle between front rider view and the smartphone is minimal (as soon as possible) but therefore the smartphone should not obstruct the road view for the rider. The rider assistant system is described in details by authors in the following papers [5-10]. This paper is aimed at description of the applicability of the system for PMD riders and experiments that have been conducted to study the dependency of the rider distraction to the PMD trajectory. For distraction modelling authors propose participants to gaze in specified point as well as making phone calls and messaging.

The paper is structured as follows. Section 2 presents a related work analysis in the topic of intelligent rider assistant systems and recommendation generation. Section 3 describes the developed rider assistant system. Section 3 shows the conducted experiments. Conclusion summarize the paper.

2. Related Work. The way the vehicle safety systems operate they can be divided into the following groups: advanced driver assistance systems, presenting a hardware-software complex, installed by automotive manufactures at the production; mobile recommendation systems developed as the software solutions in a form of mobile applications [11]; camera surveillance systems installed in a vehicle cabin and used for continuous monitoring of a driver or a road; wearable electronics used by a driver as the body-worn accessories.

The main goal of the existing smartphone-based research studies and solutions is to early warn driver about recognized dangerous state and eliminate the risk of drowsy or distracted driving. Let's consider driver's drowsiness determination related studies. This study [12] demonstrates a monitoring system developed to detect and alert the vehicle driver about the presence of the drowsiness state. To recognize whether the driver is drowsy, the visual indicators that reflect the driver's condition, comprising the state of the eyes, the head pose and the yawning, were assessed. The number of tests were proposed to assess the driver's state, including yawning, front nodding, blink detection, etc. Although the proposed recognition method gets 93% of total drowsiness detections, its unclear which dataset was utilized to evaluate the system and whether the detection method was tested under different light conditions. In this study the Android-based smartphone was utilized to assess the driver's state.

The study [13] demonstrates that detection of blinks can be affected by the driver state, level of automation, the measurement frequency, and the algorithms used. It proposes the evaluation of the performance of an electroocu-

logram- and camera-based blink detection algorithms in both manually and conditionally automated driving conditions under various constraints. During the experiment, the participants were requested to rate their subjective drowsiness level with the Karolinska Sleepiness Scale every 15 minutes.

Another study [14] presents the developed smartphone mobile application “Drowsy Driver Sceleral-Area” related to driver’s drowsiness detection. The proposed mobile application includes a Haar cascade classifier, provided by the computer vision framework OpenCV [15] for driver’s face and eyes detection; and a module written in Java and responsible for image processing and alerting driver about potential hazards while driving. The developed application is configured to detect prolonged eyelid closure exceeding three seconds indicating drowsiness state. Also, it was tested on a static photo sequence, person in a laboratory and in a vehicle. The paper highlights that the pixel density analysis method was used that eliminates the need to manually count pixels and determine a threshold for drowsiness. It involves the calculation of the ratio of white pixels to maximum white pixels (corresponding to full eye opening) in the region of detection. The authors of the study consider that additional tests need to be conducted under more dynamic motion and reduced light conditions.

One more paper proposes the three-stage drowsiness detection framework for vehicle drivers, developed for Android-based smartphones [16]. The first stage uses the PERCLOS obtained through images captured by the front-facing camera with an eye state classification method. The system uses near infrared lighting for illuminating the face of the driver while night-driving. The next step uses the voiced to the unvoiced ratio calculated based on the speech data taken from the built-in smartphone microphone, in the event PERCLOS crosses the threshold. A final stage is used as a touch response within a specified time to declare the driver as drowsy and subsequently alert with an audible alarm. According to the received results of the study the developed framework for smartphones demonstrates 93% drowsiness state classification. The final measurement indicators used in this study include PERCLOS, the voiced-unvoiced ratio and a reaction test response of the driver on the smartphone screen.

Other more sophisticated approach includes the detection of sleep deprivation by evaluating a short video sequence of a driver [17]. It utilizes the OpenCV Haar Cascades to extract the driver’s face from every frame and classify it within the deep learning framework into two classes: “sleep derived” and “rested”. In detail, this approach is based on the use of the trained model formed by the non-linear models MobileNets, adapted specifically for mobile applications on smartphones. The output of MobileNet for camera frame is the estimation of the probability of the

frame to belong to “sleep deprived” class. In case the probability of this class is more than 0.5, the driver in the frame is classified as “sleep deprived”. The real experiments have been conducted with aid of prototype implemented as an Android-based mobile application for smartphone. TensorFlow lite framework was utilized to compile the MobileNet model previously trained on a standalone laptop.

Another major cause for road accidents is driver’s distraction. This paper proposes a smartphone camera-based driver fatigue and distraction monitoring system while driving [18]. This study heavily relies on monitoring driver’s eyes and mouth, and detecting eye rub due to irritation in eye and yawning through intensity sum of facial region. The evaluation of the proposed approach is done using the developed mobile application for Android platform with Xiaomi Redmi 1s smartphone. The authors of the study conducted the experiments and only evaluated the CPU load and the battery consumption of the developed system. They concluded their system consumed 12% of battery of continuous use for a one hour. The paper highlights that the proposed approach is not suitable for work under low/no light conditions.

Another study [19] is focused on developing Driver Fatigue Detection System aimed at monitoring driver behavior and alerting him to prevent from falling asleep while driving. The proposed solution is adapted for working on the smartphone, utilizing built-in camera for recording video and processing it for real-time eye-tracking. The authors of the study admit that their solution is limited due to external illumination conditions and wearing sunglasses by a driver.

Other paper [20] evaluates the pertinence of using driver head rotation movements to automatically predict the smartphone usage while driving. The duration a driver spends looking down from a reference neutral direction is used as a parameter to predict the smartphone usage. According to the conducted experiments, a smartphone usage detection system based on real-time video analysis of head movements is implemented in this study. It performs the real-time video analysis of the driver’s face, evaluates its head rotation deviation from neutral orientation when the driver is looking at the road, and detects whether the percentage of these deviations exceeds a threshold.

To monitor the driver’s vigilance level and recognize its fatigue state, the study relies on multiple visual indicators, including eye blinking, head nod and yawning [21]. Real-time detection is based on the use of the face and eye blink detection with Haar-like technique and mouth detection for yawning state with canny active contour finding method. The proposed approach was implemented using Java programming language and OpenCV framework responsible for image processing that is supported by Android platform. According to the conducted experiments, the performance of the proposed method for face and eye tracking was tested under variable light conditions.

In the paper [22], a strategy and system to detect driving fatigue based on machine vision and machine learning AdaBoost algorithm is proposed. The entire detection strategy consists of the following operations: detection of the face using classifiers of the front and deflected face; extraction of eye region according to geometric distribution of facial organs; and, finally, trained classifiers for open and closes eyes are used to detect eyes in the selected regions. As a result, the PERCLOS measure is calculated and used as a measure for fatigue rate as well as the duration time of eye-closed state. Underneath, the OpenCV library was utilized to analyze frames for face recognition. In case the driver's fatigue state is recognized, the system will make an audible alert for a driver or dial the emergency center or police. The performance of the proposed system may decrease up to 10 frames per second. The developed Driving Fatigue Detection System is compatible with Android smartphones. It should be highlighted that the study misses the experiments in conditions under poor illumination.

Introduction of the emergency prevention system at some transport enterprise can improve the overall efficiency of using vehicles and reduce the operating costs of the whole enterprise. According to the considered papers and research projects [23] related to active safety systems all apparatuses and software methods applicable to building such kind of systems can be divided into two separate groups: the ones directed to monitoring in-cabin driving behavior and the other focused on tracking the road situation around the vehicle. As the driver monitoring in-cabin driving behavior is not sufficiently elaborated the main focus of the paper is based on the analysis of interaction between a driver and a vehicle.

Among the technical devices, specially designed and used at driving in order to recognize the signs of driver's distraction or drowsiness are wearable devices (e.g., cap, wristband) [24], measuring driver's health parameters with physiological indicators, including heartbeat, breathing rate, electroencephalography [25], electrodermal activity [26], etc.; video cameras keep an eye on a driver and employ recognition of facial features, such as turn and tilt of the head, frequency of eye-lids blinking, the eyes closure, etc.

Video cameras fixed inside the vehicle cabin and providing for continuous monitoring of the driver's behavior, are commonly used by active safety systems. These cameras are utilized for capturing a sequence of image frames at the predefined reading rate (e.g., 20 frames per second), the above is further used in image processing algorithms and then at instant recognition of certain objects on the image (head pose, facial features) and their parameters (determine size and color of the object, distance to it and the depth estimation). Using specialized software interfaces and methods the front-facing cameras built in smartphones provide a continuous series of images that can be utilized in digital image processing and driver's face

recognition. Let us consider a number of approaches to facial recognition, comparing their advantages and disadvantages when applied in practice.

Currently the face detection technology [27] extensively applied in vehicle active safety systems is one of the trending technologies and developing areas of computer vision. The use of video cameras in construction of safety systems involves certain utilization methods of computer image processing in order to recognize the presence of the object, find its position in the coordinate systems of the original image. Depending on the algorithm selected for recognition the position of the object can be defined by the coordinates of rectangle, by the outline of this object or by a set of points describing it. It is worth mentioning that algorithms for finding objects on images primarily have to show maximum efficiency and performance in finding people's faces and their facial features. Methods for face recognition in images can be divided into two groups: methods based on the use of defined set of rules (template matching such as Viola-Jones algorithm [28]) and methods using vector of features for further image classification (appearance models, such as Hidden Markov models (HMM) [29], neural networks, linear discriminant analysis, etc.). Let us consider a number of methods in each mentioned category.

Viola-Jones algorithm originally adapted for real-time determination of faces in the images is a widely used method for finding objects on an image.

This algorithm uses the scanning window technique for finding people's face and facial features. Among the existing methods of object detection in images the Viola-Jones method shows one of the best results in terms of recognition efficiency and operation speed as well as a low false positive rate of face detection. The fact that this method imposes certain constraints on the spatial position of the face and its brightness level could be attributed as one of its disadvantages. The algorithm operates best and recognizes people's facial features at a slight angle (not exceeding 30 degrees). At the pitch angle of over 30 degrees the recognition rate is greatly reduced and it is impossible to recognize a person's face at an arbitrary angle of rotation.

The other common object detection method is based on the use of neural networks [30]. A distinctive feature of neural networks is the learning ability that allows for tackling tasks with high efficiency. The neural network is trained for a certain collection of input pattern pairs, whereas key features are extracted, and the relations are formed between them. Hereinafter, the trained neural network allows to recognize a previously unknown object by applying the experience gained during the training process. A convolutional neural network shows best results in recognition, however, it is considered the most difficult to implement. Network features such as total weights (face detection anywhere in the image) local receptive fields provide resistance to various distortions (offset, zoom, etc.). One of the advantages of using this method is the possibility of

processing facial patterns at different pitch angles relatively to the vertical axis. At the same time the method has a number of disadvantages; one of them is the false detection of objects that vaguely resemble a person's face.

The face detection in the image can be provided by other adaptive method using Support Vector Machine (SVM) [31]. The SVM method considers each image as a point in n-dimensional space, where n corresponds to the data dimensions or the total number of pixels in the image. Each of these points belongs to a certain class. The main purpose of SVM is to find a plane, whereas the distance from the nearest point is maximal within the set of options, and the corresponding optimal classifier. In comparison with a trained neural network, that requires small computing resource; the operating time of SVM method could greatly increase if the number of vectors significantly exceeded the sample size. The advantages of this method include the relatively short training time and high accuracy of facial recognition in images.

The main difficulties encountered in the recognition of faces in images are the spatial characteristics, including face position and its scale, the number of faces in the image, the image resolution, possible artificial interference on the face (e.g., glasses, makeup, mask), light conditions, shades and reflections from surrounding objects. Algorithms for determining facial characteristics of the driver are actively used in existing active safety systems. It should be noted that the use of such algorithms in combination with other methods of recognition the dangerous driving behavior can improve the accuracy of dangerous state determination and the overall efficiency of the system.

Another approach to recognition of risky driving implies reading, storing and analyzing sensors' data gathered from built-in vehicle sensors, including radars, LIDARs and lasers. So, the main research and technological solutions are focused on the utilization of different machine learning algorithms and approaches to working with accumulated driving statistics in order to analyze the drivers' behavior patterns and estimate their driving style. Examples of the developed solutions are the telemetry systems, integrated in the vehicle at the stage of their production, as well as mobile applications, involving a number of built-in smartphone sensors.

Approaches based on the classification of drivers and the estimation of their driving style (typically described by aggressive, normal and calm values) utilize a wide range of algorithms, including dynamic time warping [32] for calculation of similarities between temporal sequences; fuzzy logic [33], based on a set of rules; clustering methods [34], grouping drivers with similar driving skills and experience; SVM; HMM and others. It should be noted, that the accumulated driving statistics allows for anticipating some sort of traffic situation and driver's early warning about possible emergency situation.

Upon the detection of possible emergency situation the active safety systems employ a number of technical methods to alert and warn driver to

take actions to avoid the emergency. As an example, the driver fatigue monitoring system is one of the vehicle safety technologies that uses computer processing and image analysis methods in its work. Based on the analyzing of the steering wheel movement and the steering wheel angle, the system is able to recognize the driver's drowsiness and distraction and make a signal warning of the need to take a break in driving.

According to the level and force of perception, driver assistance methods applied inside the vehicle cabin can be divided into three categories: informational (e.g., audible warning signal), auxiliary (e.g., changing the force of pushing the accelerator pedal), and partial or complete intervention in control of the vehicle active safety system (e.g., reduce the fuel injection at exceeding a certain speed). The use of various measures to warn and prevent the occurrence of emergency situation helps to avoid a traffic accident.

As a rule, the active safety systems focused on early detection and warning the driver about possible traffic accidents, are gaining popularity and prevail on demand from a large number of automakers; the information about this type of systems is open in varying degrees and fragmented among the developers of these systems. Thus, in order to integrate and formalize data collected from active safety systems and ensure the implementation of the system use scenarios, it is proposed to develop an ontology model. One of the main advantages of ontologies using [35-37] is a systematic approach to the subject area description where concepts and relations are assigned unique names and definitions.

2. Rider Assistant System. For utilization of the proposed rider assistant system a rider has to fix his/her personal smartphone in the PMD. The smartphone monitors his/her face using the front camera during the riding of the PMD. Together with information from smartphone sensors the system can detect distraction dangerous situation for the rider.

For analysis of the rider head and face an approach has been proposed (see Figure 1). Every time when the mobile application gets image from the front camera this image is recognized and situation is estimated (is it dangerous or not). Then the process is repeated until the rider closes the application or stops dangerous situation estimation function.

The following three main components are presented in Figure 1 rider, smartphone, and cloud. Smartphone analyses the rider head and face and determine dangerous situations. Information for analyzing the rider head and face is collected by the mobile application component from the front camera using the image recognition. The application analyzes head movements (head rotation and nods), percentage of closure of eyelid (PERCLOS), eye blink rate and gaze, and yawning using the analysis module that is responsible for extraction of the visual features from the images taken by front camera. Rider

interface is used to show to the rider determined dangerous state and recommendations. Recommendation module is responsible for generation of context-aware recommendations for the rider based on the detected dangerous situation and current situation in the road. Local database is responsible for storing a data collected by the smartphone. If the Internet connection is available, the smartphone uses the cloud to exchange useful information with other system users and to store generic information about the rider's behavior.

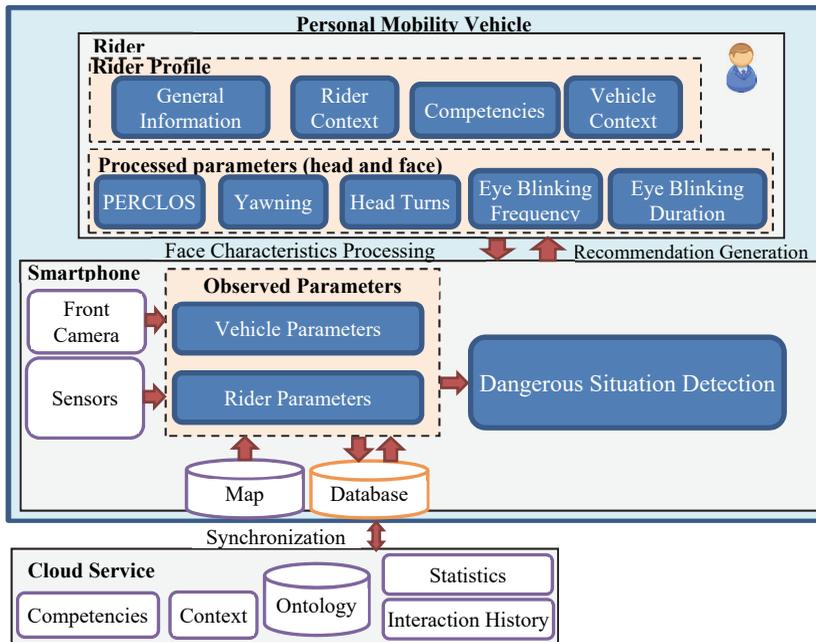


Fig. 1. An approach to dangerous situation detection

The following three main components are presented in Fig. : rider, smartphone, and cloud. Smartphone analyses the rider head and face and determine dangerous situations. Information for analyzing the rider head and face is collected by the mobile application component from the front camera using the image recognition. The application analyzes head movements (head rotation and nods), percentage of closure of eyelid (PERCLOS), eye blink rate and gaze, and yawning using the analysis module that is responsible for extraction of the visual features from the images taken by front camera. Rider interface is used to show to the rider determined dangerous state and recommendations. Recommendation module is responsible for generation of context-aware recommendations for the rider based on the detected dangerous situation and current situation in the

road. Local database is responsible for storing a data collected by the smartphone. If the Internet connection is available, the smartphone uses the cloud to exchange useful information with other system users and to store generic information about the rider's behavior.

Such information as smartphone characteristics, application usage statistics, and dangerous events occurred during trip is stored for a deep analysis and using in the future. Smartphone characteristics are GPU, sensors (GPS, Accelerometer, Gyroscope, Magnetometer), front camera, memory & battery capacity, and version of operation system. The cloud is also used for keeping behavior patterns to analyze and create new dangerous situation.

The main function of the cloud service in the presented approach is the riding statistics accumulation and system behavior adaptation based on analysis of this statistics. In scope of the presented paper statistics of the determined distraction dangerous states as well as rider head rotation have been analyzed and compared with information of the PMD trajectory.

Rider assistant system accumulates statistics with the interval of every 0,1 sec. The system takes a frame from front-facing camera, recognize parameters of rider face and stores this information as well as information from smartphone sensors. To determine the dangerous situation the system monitors the rider for 2 seconds and in case of most of the analyzed frames confirm distraction dangerous situation the system recognize the dangerous state. The statistic example is presented in the Table 1. This statistic has been acquired is real situation. Accumulated statistics includes the following main parameters:

- event start time describes the date and time when the parameters have been recorded;
- trip start time specifies the date and time when the rider start his/her trip;
- situation start time specifies when the distraction dangerous situation has been started;
- latitude (lat) and longitude (long) specify the location of the rider at the moment of event fixation acquired from the smartphone GPS/GLONASS sensor;
- speed specifies the PMD speed at the moment at event fixation calculated based on latitude and longitude changes;
- acceleration specifies PMD acceleration parameter acquired from the smartphone accelerometer at the moment at event fixation;
- yaw and pitch angles specify the head rotation angles calculated from the frame acquired from the smartphone front-facing camera;
- situation processing time (ms) characterize the time that smartphone spent to recognize the dangerous situation;
- state parameter that characterize is the distraction dangerous situation has been recognized or not.

Table 1. Accumulated statistic example by the rider assistant system

Event start time	Trip start time	Situation start time	Lat	Long	Speed	Acceleration	Yaw angle	Pitch angle	Situation processing time	State
12.02.2019 5:16	12.02.2019 5:11	12.02.2019 5:16	59.949	30.246	15	13.82	-22.76	-10.26	1225	Yes
12.02.2019 5:16	12.02.2019 5:11	12.02.2019 5:16	59.949	30.246	15	13.82	-20.32	-9.44	1225	Yes
12.02.2019 5:16	12.02.2019 5:11	12.02.2019 5:16	59.949	30.246	15	13.82	-14.82	-7.71	1225	Yes
12.02.2019 5:16	12.02.2019 5:11	12.02.2019 5:16	59.949	30.246	15	13.82	-11.41	-6.28	1225	Yes
12.02.2019 5:16	12.02.2019 5:11	12.02.2019 5:16	59.949	30.246	15	13.82	-10.45	-8.63	1225	Yes
12.02.2019 5:23	12.02.2019 5:11		59.953	30.267	68	13.82	-9.98	-8.12	1608	No
12.02.2019 5:23	12.02.2019 5:11		59.954	30.267	68	13.82	-15.41	-10.49	1608	No
12.02.2019 5:23	12.02.2019 5:11		59.954	30.267	68	11.77	-4.1	-11.51	1608	No
12.02.2019 5:23	12.02.2019 5:11		59.954	30.267	68	11.77	-2.62	-11.24	1608	No
12.02.2019 5:23	12.02.2019 5:11		59.954	30.267	68	11.77	-3.86	-8	1608	No
12.02.2019 5:23	12.02.2019 5:11		59.954	30.267	68	11.77	-3.7	-8.44	1608	No

4. Experiments. In the experiment a Segway PMD (Segway Japan, <http://www.segway-japan.net>) and collected position information by Total Station range sensors by Lacia Geosystems (TM, R) is used. The first experiment is aimed at show how the person gaze is affected to the Segway PMD trajectory. The face direction angle of the subjects during the rides is recorded using the presented in the paper system. A smartphone has been plugged in to the Segway as shown in Figure 1 and has been synchronized with Total Station. The time synchronization error has been identified around one second. The experiments have been carried out in a gymnasium of Tsuruoka College to eliminate the effects of bumpy road and irregular road surfaces on the trajectories.

The experiment methodology is shown in Figure 2. There are four people participate in the experiments. Ages of the people are between 19 and 22 years old. Every person repeats the experiment seven times with a Segway PMD speed of 4 mile/h and travel the distance of 20 meters. For every people the following experiment has been conducted. A person should gaze to the target point while travelling from start position to the goal.

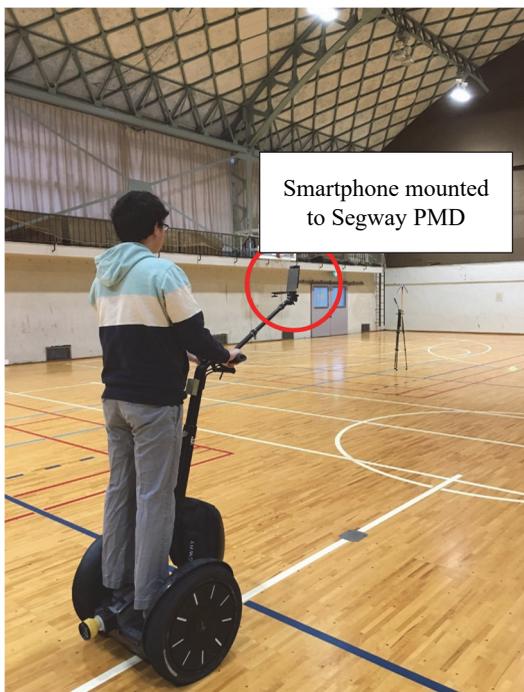


Fig. 1. Smartphone installed to the Segway PMD

The person travel along the y axis. The x-axis shows the lateral direction. The positive face direction angle (clockwise) is towards to the right side of the subjects and the negative vice versa to the left side. The scene of the experiment is shown in Figure 3. Experiment allows to identify how the people gaze is affected to the Segway PMD trajectory.

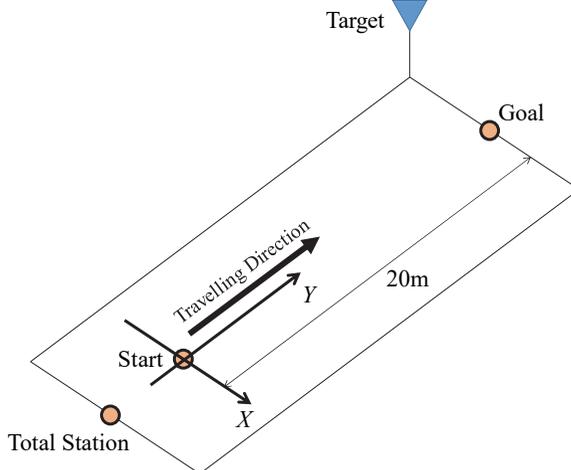


Fig. 2. Experiment methodology



Fig. 3. Scene of the experiment

The face direction angle and trip trajectory have been measured analysed (see Figure 4 and 5 that show the face angle and the traveling trajectory in the experiments). In Figure 4(a), the horizontal axis is the face angle and

the vertical axis is time. In Figure 4(b), the horizontal axis is the person lateral direction and the vertical axis is the time. The same situation for Figure 5.

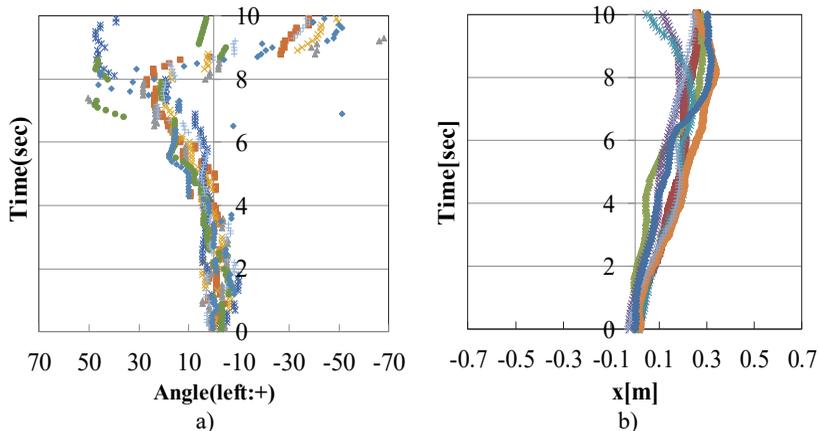


Fig. 4. Result of the first experiment for the person 1, (a) shows the face angle got by the proposed system and (b) shows the real angle measured by the Lacia Geosystems. Person 1 repeats the experiment seven times that is shown in the graphs

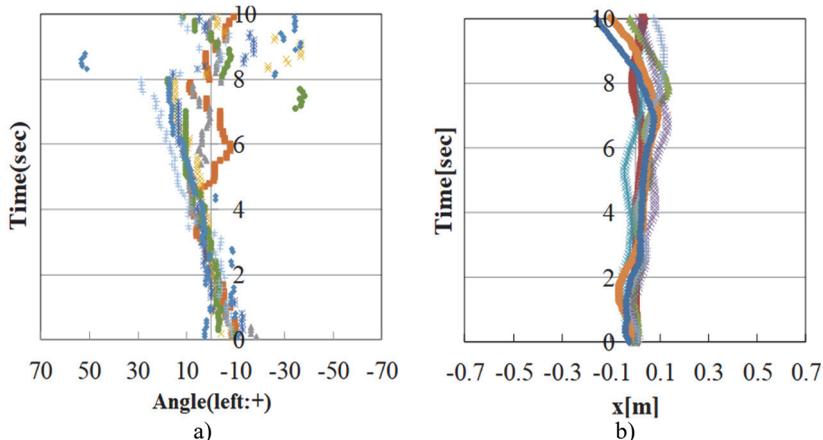


Fig. 5. A result of the first experiment for the person 4, (a) shows the face angle got by the proposed system and (b) shows the real angle measured by the Lacia Geosystems. Person 4 repeats the experiment seven times that is shown in the graphs

As shown in Figure 4(a) the face angle increases as the user gazes to the target. Then, it shows that the deviation (error) in the lateral direction increases as the face angle increases. That is, it can be seen that a deviation occurs in the opposite direction to the gaze direction. Three other subjects confirm this tendency.

The experiments show that, there is a strong correlation between the face direction angle and the direction of the traveling trajectory. The deviation of the PMDs from the intended trajectory while the face direction changing create suspicion that the riders change the body centre of gravity without realizing it while gazing at the target.

The second experiment is aimed at show how making calls and text messaging are affected to the Segway PMD trajectory. The experiment is aimed at modelling the distracted person driving and track the trajectory. The experiment has been conducted both indoor and outdoor. There are 5 people participated and every person repeated the experiment 10 times for normal driving, driving and messaging, and driving and speaking by mobile phone. Figure 6-Figure15 show the results of the experiment for the people 1-5 both indoor and outdoor environments.

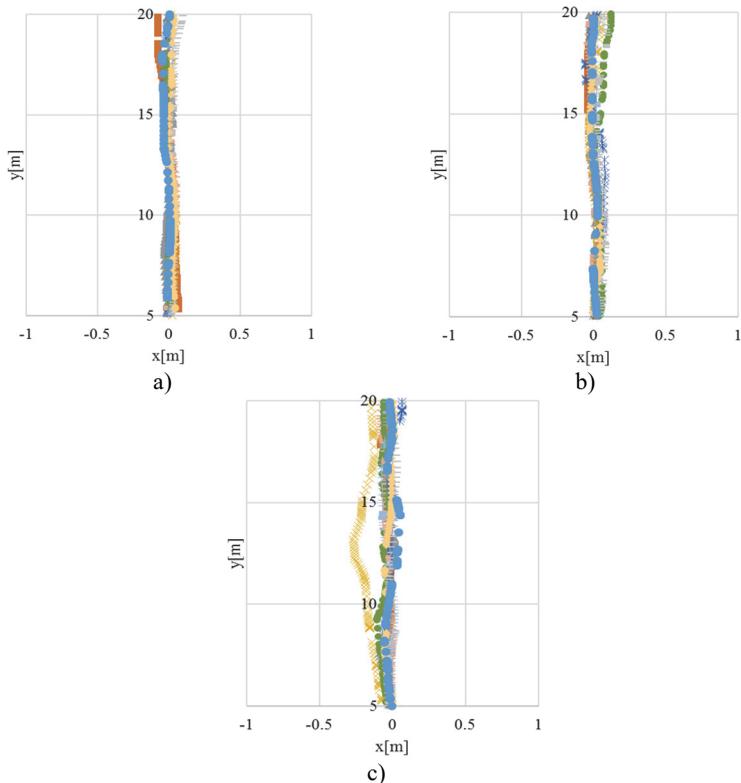


Fig. 6. A result of the second experiment for indoor environment conducted by person 1; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone; (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 1 repeats ten times that is shown in the Figures

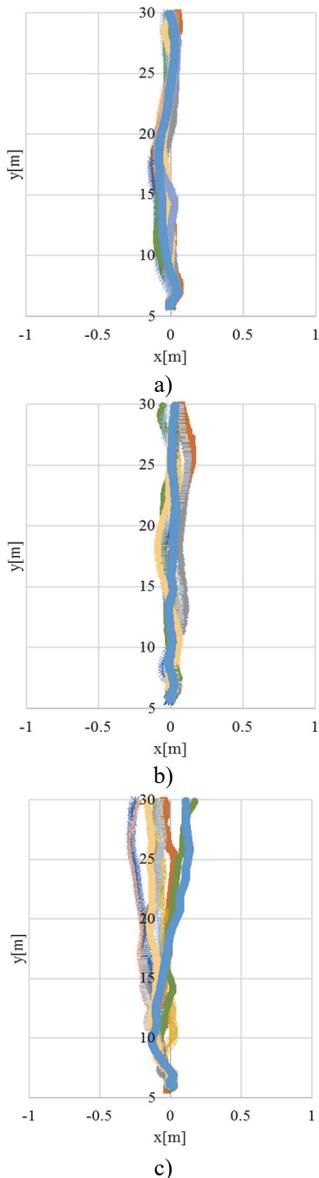


Fig. 7. A result of the second experiment for outdoor environment conducted by person 1; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 1 repeats ten times that is shown in the Figures

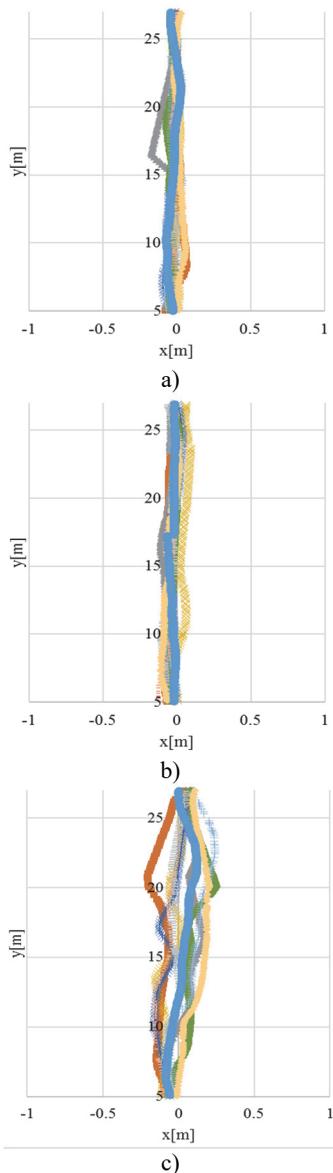


Fig. 8. A result of the second experiment for indoor environment conducted by person 2; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 2 repeats ten times that is shown in the Figures

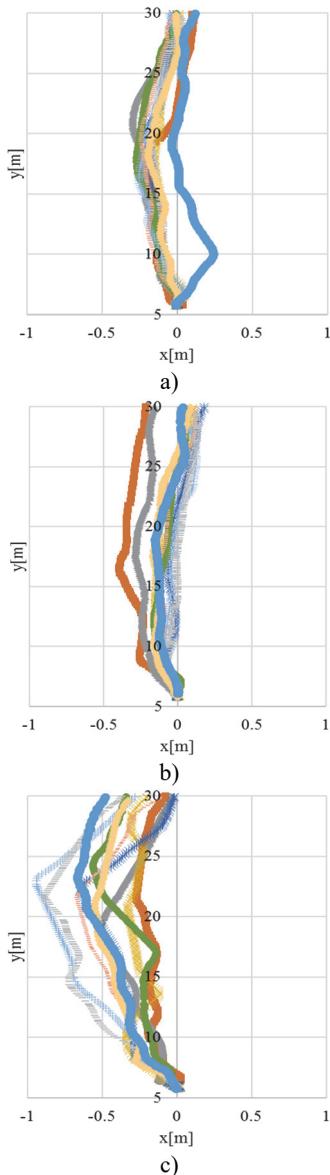


Fig. 9. A result of the second experiment for outdoor environment conducted by person 2; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 2 repeats ten times that is shown in the Figures

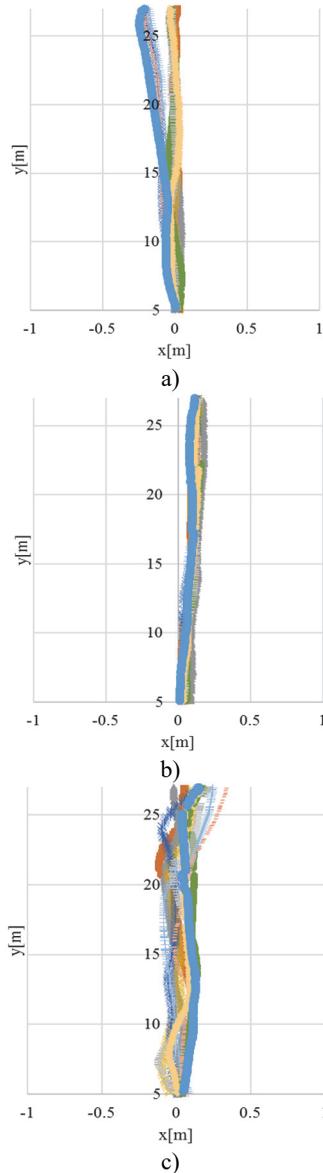


Fig. 10. A result of the second experiment for indoor environment conducted by person 3; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 3 repeats ten times that is shown in the Figures

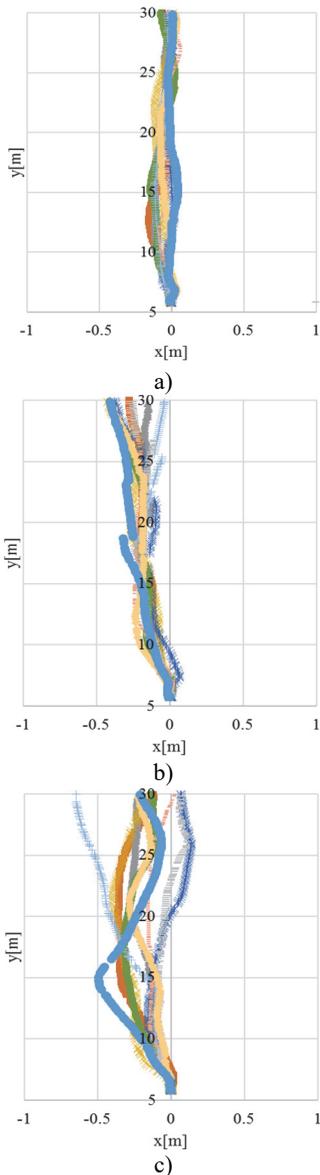


Fig. 11. A result of the second experiment for outdoor environment conducted by person 3; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 3 repeats ten times that is shown in the Figures

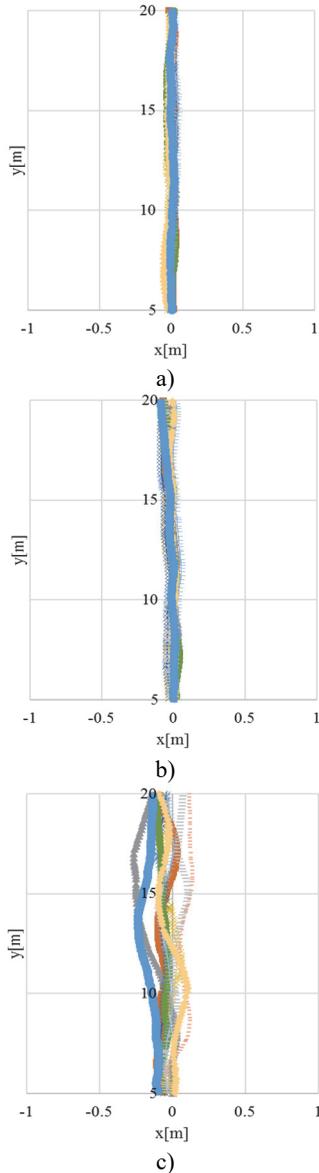


Fig. 12. A result of the second experiment for indoor environment conducted by person 4; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 4 repeats ten times that is shown in the Figures

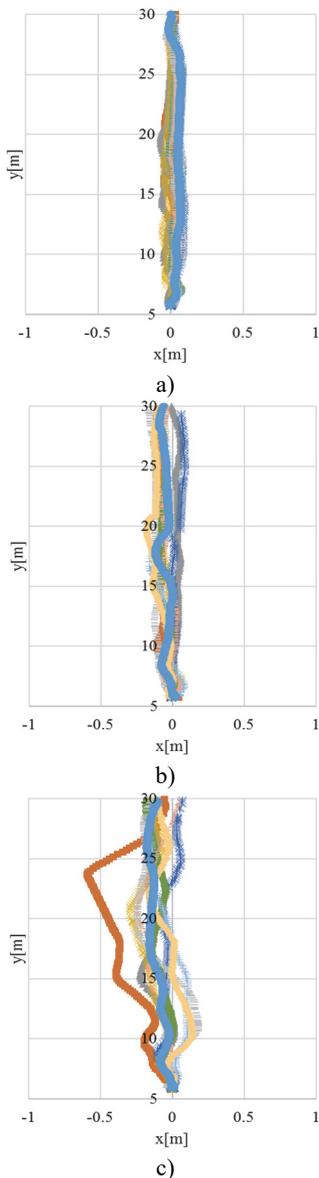


Fig. 13. A result of the second experiment for outdoor environment conducted by person 4; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 4 repeats ten times that is shown in the Figures

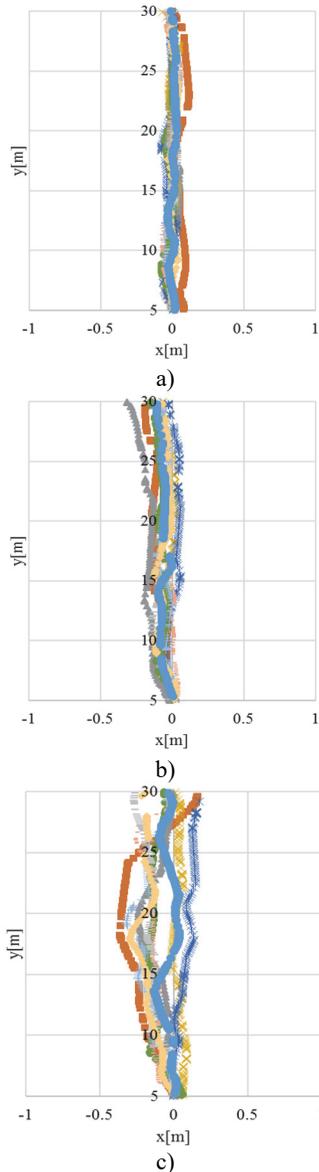


Fig. 14. A result of the second experiment for indoor environment conducted by person 5; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 5 repeats ten times that is shown in the Figures

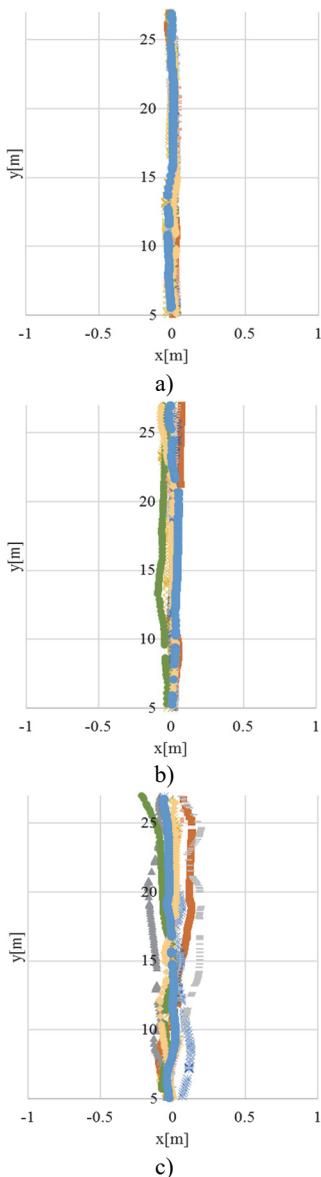


Fig. 15. A result of the second experiment for outdoor environment conducted by person 5; (a) shows the normal riding, (b) represents the situation of riding and speaking by mobile phone, and (c) shows the riding and messaging. Every experiment the person 5 repeats ten times that is shown in the Figures

As it can be seen from the results the riding in outdoor environment has more lateral direction then compare with indoor. It can be concluded that outdoor environments have more possible distractions for the rider than indoor environments. Speaking by mobile phone affects small trajectory changes but lateral direction is not critical. Along with messaging during the riding causes the significant trajectory changes for all respondents in both: indoor and outdoor environments.

5. Conclusion. The paper presents context-based rider assistant system that is aimed at distraction dangerous situation recognition in real time and accumulate riding statistics in the cloud while riding PMD. The system initially has been developed for the car drivers and then adapted for the PMD riders. Using the system the experiments have been conducted that are aimed at studying the dependency of the Segway PMD trajectory based on rider distraction. There are two groups of experiments have been implemented. At the first group of experiments the rider move to one point and gaze to another one.

The head angle has been tracked by the presented rider assistant system while the Segway PMD trajectory has been tracked by the Lacia Geosystems (TM, R). At the second group of experiments it has been calculated the dependency of the Segway PMD trajectory based on people distraction. For the distraction the text messaging and phone calling situations have been considered. The experiments have been conducted for both: indoor and outdoor environment. Experiments show that Segway PMD trajectory is strongly depend on rider gaze. Also, the text messaging is the most dangerous situation while riding.

References

- 1 Underwooda G., Ngaia A., Underwood J. Driving experience and situation awareness in hazard detection. *Safety Science*. 2013. vol. 56. pp. 29–35.
- 2 Aurichta M., Stark R. How to Consider Emotional Reactions of the Driver within the Development of Advanced Driver Assistance Systems(ADAS)?. *Procedia CIRP*. 2014. vol. 21. pp. 70–74.
- 3 Biassoni F., Ruscio D., Ciceri R. Limitations and automation. The role of information about device-specific features in ADAS acceptability. *Safety Science*. 2016. vol. 85. pp. 179–186.
- 4 What is Distracted Driving? Department of Transportation, National Highway Traffic Safety Administration. Available at: <http://www.distracted.gov/content/get-the-facts/facts-and-statistics.html> (accessed: 25.03.2019).
- 5 Smirnov A. et al. Smartphone-Based Two-Wheeled Self-Balancing Vehicles Rider Assistant. 2015 17th IEEE Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2015. pp. 201–209.
- 6 Smirnov A., Kashevnik A., Lashkov I. Human-smartphone interaction for dangerous situation detection and recommendation generation while driving. Proceedings of the 18th International Conference on Speech and Computer. 2016. pp. 346–353.
- 7 Smirnov A., Kashevnik A., Lashkov I., Baraniuc O., Parfenov V. Smartphone-Based Identification of Dangerous Driving Situation: Algorithms and Implementation. 2016

- 18th Conference of Open Innovations Association and Seminar on Information Security and Protection of Information Technology (FRUCT-ISPIT). 2016. pp. 306–313.
- 8 Fedotov A., Lashkov I., Kashevnik A. Web-Service for Drive Safely System User Analysis: Architecture and Implementation. 2018 22nd Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2018. pp. 40–47.
- 9 Kashevnik A., Lashkov I. Decision Support System for Drivers and Passengers: Smartphone-Based Reference Model and Evaluation. Proceedings of the 23rd Conference of Open Innovations Association FRUCT. 2018. pp. 166–171.
- 10 Kashevnik A. et al. Context-Based Driver Support System Development: Methodology and Case Study. 2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2017. pp. 162–171.
- 11 Novikov P.A., Khomonenko A.D., Yakovlev E.L. [Software for Mobile Indoor Navigation using Neural Networks]. *Informacionno-upravlyayushchie sistemy – Information and Control Systems*. 2016. vol. 1(80). pp. 32–39. (In Russ.).
- 12 Galarza E.E. Real Time Driver Drowsiness Detection Based on Driver's Face Image Behavior Using a System of Human Computer Interaction Implemented in a Smartphone. International Conference on Information Technology Security. 2018. pp. 563–572.
- 13 Schmidt J., Laarousi R., Stolzmann W., Karrer-Gauß K. Eye blink detection for different driver states in conditionally automated driving and manual driving using EOG and a driver camera. *Behavior Research Methods*. 2018. vol. 50(3). pp. 1088–1101.
- 14 Mohammad F., Mahadas K., Hung G. K. Drowsy driver mobile application: Development of a novel scleral-area detection method. *Computers in Biology and Medicine*. 2017. vol. 89. pp. 76–83.
- 15 Kaehler A., Bradski G. Learning OpenCV 3: Computer Vision in C++ with the OpenCV Library. O'Reilly Media. 2016.
- 16 Dasgupta A., Rahman D., Routray A. A Smartphone-Based Drowsiness Detection and Warning System for Automotive Drivers. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2018. pp. 1–10.
- 17 García-García M., Caplier A., Rombaut M. Sleep Deprivation Detection for Real-Time Driver Monitoring Using Deep Learning. International Conference Image Analysis and Recognition. 2018. pp. 435–442.
- 18 Manoharan R., Chandrakala S. Android OpenCV based effective driver fatigue and distraction monitoring system. 2015 International Conference on Computing and Communications Technologies (ICCCCT). 2015. pp. 262–266.
- 19 Abulkhair M. et al. Mobile Platform Detect and Alerts System for Driver Fatigue. *Procedia Computer Science*. 2015. vol. 62. pp. 555–564.
- 20 García-García M., Caplier A., Rombaut M. Driver Head Movements While Using a Smartphone in a Naturalistic Context. 6th International Symposium on Naturalistic Driving Research. 2017. pp. 1–5.
- 21 Qiao Y., Zeng K., Xu L., Yin X. A smartphone-based driver fatigue detection using fusion of multiple real-time facial features. 2016 13th IEEE Annual Consumer Communications & Networking Conference (CCNC). 2016. pp. 230–235.
- 22 Kong W. et al. A System of Driving Fatigue Detection Based on Machine Vision and Its Application on Smart Device. *Journal of Sensors*. 2015. vol. 2015. pp. 1–11.
- 23 Kutila M. Methods for Machine Vision Based Driver Monitoring Applications. VTT. 2006. vol. 521. 82 p.
- 24 Dementienko V.V., Ivanov I.I., Makaev D.V. A comprehensive system for monitoring driver state in the trip. Modern problems of life safety: intelligent transportation systems. Proceedings of the IV international scientific-practical conference. 2016. pp. 191–195.
- 25 Shcherbakova T.F., Sedov S.S., Kirtaev I.A., Vafin A.M. Driver state monitoring system and vehicle safety. All-Russian scientific and practical conference with inter-

- national participation "New technologies, materials and equipment of the Russian aerospace industry". 2016. pp. 763–768.
- 26 Boucsein W. Electrodermal Activity. Springer Science & Business Media. 2012. vol. 2. 618 p.
- 27 Fursov V.A., Bibikov S.A., Yakimov P.Yu. Localization of contours of objects on images for variations of a scale using Hough transform is proposed. *Computer Optics*. 2013. vol. 4(37). pp. 496–502.
- 28 Viola P., Jones M. Robust Real-time Object Detection. *International Journal of Computer Vision*. 2001. vol. 4. no. 34-47. pp. 4.
- 29 Rabiner L.R. A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition. Proceedings of the IEEE. 1989. vol. 77(2). pp. 257–286.
- 30 Rowley H., Baluja S., Kanade T. Neural network-based face detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1998. vol. 20. pp. 22–38.
- 31 Suykens J.A., De Brabanter., Lukas L., Vandewalle J. Weighted Least Squares Support Vector Machines: Robustness and Sparse Approximation. *Neurocomputing*. 2002. vol. 48. no. 1-4. pp. 85–105.
- 32 Saiprasert C., Pholprasit T., Pattara-Atikom W. Detecting driving events using smartphone. Proceedings of the 20th ITS World Congress. 2013. 11 p.
- 33 Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*. 1965. vol. 8(3). pp. 338–353.
- 34 Kalsoom R., Halim Z. Clustering the driving features based on data streams. 2013 16th International Multi Topic Conference (INMIC). 2013. pp. 89–94.
- 35 Gavrilova T.A., Kudryavtsev D.V., Muromtsev D.I. *Inzheneriya znaniy: modeli i metody* [Knowledge engineering. Models and methods]. SPb.: Lan'. 2016. 324 p. (In Russ.).
- 36 Ena O.V., Efimenko I.V., Khoroshevskiy V.F. [Ontological engineering in one project: what we should build a house]. *Mezhdunarodnaya nauchno-tehnicheskaya konferenciya OSTIS* [International Scientific and Technical Conference OSTIS]. 2011. pp. 107–114.
- 37 Kotenko I.V., Polubelova O.V., Chechulin A.A. [Design of the ontology based data model for the network attack modeling system]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2013. vol. 3(26). pp. 26–39. (In Russ.).

Kim Jeyeon — Ph.D., Associate Professor, Department of Creative Engineering, Tsuruoka National College of Technology. Research interests: driving safety support, navigation of mobile object, positioning and sensing for intelligent transportation systems, environmental information monitoring in agriculture field. The number of publications — 7. jykim@hslab.ees.saitama-u.ac.jp; 104, Sawada Inooka, 997-8511, Tsuruoka, Japan; office phone: +81(235)25-9038.

Sato Kenta — bachelor, Tsuruoka National College of Technology. Research interests: driving safety support, intelligent transportation systems. The number of publications — 1. kesato@hslab.ees.saitama-u.ac.jp; 104, Sawada Inooka, 997-8511, Tsuruoka, Japan; office phone: +81(235)25-9038.

Hashimoto Naohisa — Ph.D., Senior Researcher, smart mobility research group, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST). Research interests: automated vehicle, mobile robots, human machine interface. The number of publications — 48. naohisa-hashimoto@aist.go.jp; 1-1-1, Umezono, 305-8568, Tsukuba-shi, Japan; office phone: +81(29)861-7029.

Kashevnik Alexey Mihajlovich — Ph.D., Senior Researcher, Laboratory of Computer Aided Integrated Systems, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian

Academy of Sciences (SPIRAS); Associate Professor, Department of Applied Mathematics and Cybernetics of Institute of Mathematics and Information Technologies, Petrozavodsk State University (PetrSU). Research interests: knowledge management, competence management, cloud computing, human-computer interaction, robotics, user profiling, ontologies, smart spaces. The number of publications — 200. alexey@iias.spb.su; 39, 14th Line V.O., 199178, St-Petersburg, Russian Federation; office phone: 7(812)328-8071.

Tomita Kohji — Ph.D., Senior Researcher, Mechanical Engineering Laboratory, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST). Research interests: modular robots, distributed software systems, graph automata, and smart mobility systems. The number of publications — 50. k.tomita@aist.go.jp; 1-1-1, Umezono, 305-8568, Tsukuba, Japan; office phone: +81(29)861-7029.

Miyakoshi Seiichi — Ph.D., Researcher, Smart Mobility Research Team, Robot Innovation Research Center, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST). Research interests: balancing motion control, intuitional maneuvering interface of mobile robotic systems. The number of publications — 50. s.miyakoshi@aist.go.jp; 1-1-1, Umezono, 305-8568, Tsukuba, Japan; office phone: +81(29)861-7029.

Takinami Yusuke — Bachelor, Smart Mobility Research Team, Robot Innovation Research Center, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST). Research interests: behavioral sciences computing, digital simulation, driver information systems, face recognition, geriatrics, handicapped aids, human computer interaction, image sensors, mobile computing, road accidents, road safety, user interfaces. The number of publications — 3. t.yusuke@aist.go.jp; 1-1-1, Umezono, 305-8568, Tsukuba, Japan; office phone: +81(29)861-7029.

Matsumoto Osamu — Ph.D., senior planning manager, General Planning Office, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST). Research interests: personal riding-type wheeled mobile platform, intelligent wheelchair, mobile platform for wheelchair, wheeled inverted pendulum, variable structure type four-wheeled robot, biped type leg-wheeled robot. The number of publications — 50. matsumoto.o@aist.go.jp; 1-1-1, Umezono, 305-8568, Tsukuba, Japan; office phone: +81(29)861-7029.

Boyalı Ali — Researcher, Mechanical Engineering Department, Istanbul Technical University. Research interests: autonomous vehicles, controller design, bayesian data science, signal processing, machine learning. The number of publications — 50. ali.boyalı@itu.edu.tr; Maslak, 34467, Istanbul, Turkey; office phone: +90(212)251-6563.

Acknowledgements. The reported study was funded by RFBR according to the research project № 17-29-03284 and № 19-07-00670 and the Russian State Research № 0073-2019-0005.

Ч. КИМ, К. САТО, Н. ХАСИМОТО, А. КАШЕВНИК, К. ТОМИТА,
С. МИЯКОСИ, Ю. ТАКИНАМИ, О. МАЦУМОТО, А. БОЯЛИ
**КОНТЕКСТНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ СИСТЕМА
ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ ОПЕРАТОРОВ
ДВУХКОЛЕСНЫХ САМОБАЛАНСИРУЮЩИХСЯ
ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

Ким Ч., Сато К., Хасимото Н., Кашевник А., Томита К., Миякоси С., Такинами Ю., Мацумото О., Бояли А. **Контекстно-ориентированная система информационной поддержки операторов двухколесных самобалансирующихся транспортных средств.**

Аннотация. Персональные мобильные устройства (гироскопы, двухколесные самобалансирующиеся транспортные средства, велосипеды и мотороллеры) в последние годы становятся все более популярными. Они помогают людям решать проблемы первой и последней мили в больших городах. Для того чтобы обеспечить оператору возможность навигации по городу, а также повысить его безопасность, предлагается использовать интеллектуальную систему помощи оператору с использованием персонального смартфона, который будет формировать контекст и предоставлять оператору рекомендации. Под контекстом в статье понимается любая информация, характеризующая текущую ситуацию. Предполагается, что оператор устанавливает персональный смартфон таким образом, чтобы фронтальная камера была направлена на его лицо. Таким образом, информация с фронтальной камеры и датчиков смартфона (GPS / ГЛОНАСС, акселерометр, гироскоп, магнитометр, микрофон) формирует контекст оператора. Представленная в статье система поддержки оператора ориентирована на обнаружение опасных ситуаций оператора персонального мобильного устройства: сонливость и невнимательность. Используя методы компьютерного зрения, предлагается определять параметры лица оператора (глаз, носа, рта, угла наклона и угла поворота головы) и на основании анализа этих параметров выявлять опасные ситуации. Представлен анализ современных исследований по интеллектуальным системам помощи водителям транспортных средств, предложен подход к обнаружению опасных ситуаций и генерации рекомендаций, а также проведены эксперименты с использованием предложенной системы и двухколесного самобалансирующегося транспортного средства.

Ключевые слова: контекст, поддержка оператора, транспортное средство, усталость, невнимательность.

Ким Чжеён — канд. техн. наук, доцент, факультет креативной инженерии, Национальный технологический колледж Цуруока. Область научных интересов: обеспечение безопасности вождения, навигация, позиционирование и зондирование интеллектуальных транспортных систем, мониторинг экологической информации в области сельского хозяйства. Число научных публикаций — 7. jykim@hslab.ees.saitama-u.ac.jp; Савада Иноока, 104, 997-8511, Цуруока, Япония; р.т.: +81(235)25-9038.

Сато Кента — бакалавр, Национальный технологический колледж Цуруока. Область научных интересов: обеспечение безопасности вождения, интеллектуальные транспортные системы. Число научных публикаций — 1. kesato@hslab.ees.saitama-u.ac.jp; Савада Иноока, 104, 997-8511, Цуруока, Япония; р.т.: +81(235)25-9038.

Хасимото Наохиса — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, исследовательская группа по интеллектуальной мобильности, Национальный институт передовых промышленных наук и технологий. Область научных интересов: автоматизированная тех-

ника, мобильные роботы, человеко-машинные интерфейсы. Число научных публикаций — 48. naohisa-hashimoto@aist.go.jp; Умезоно, 1-1-1, 305-8568, Цукуба, Япония; р.т.: +81(29)861-7029.

Кашевник Алексей Михайлович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, лаборатория интегрированных систем автоматизации, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН); доцент, кафедра прикладной математики и кибернетики института математики и информационных технологий, Петрозаводский государственный университет (ПетрГУ). Область научных интересов: управление знаниями, управление компетенциями, облачные вычисления, человеко-машинное взаимодействие, робототехника, профилирование пользователей, онтологии, интеллектуальные пространства. Число научных публикаций — 200. alexey@iias.spb.su; 14 линия В.О., 39, 199178, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: 7(812)328-8071.

Томита Кодзи — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, машиностроительная лаборатория, Национальный институт передовых промышленных наук и технологий. Область научных интересов: модульные роботы, распределенные программные системы, графовые автоматы и интеллектуальные системы мобильности. Число научных публикаций — 50. k.tomita@aist.go.jp; Умезоно, 1-1-1, 305-8568, Цукуба, Япония; р.т.: +81(29)861-7029.

Миякоси Сейичи — канд. техн. наук, научный сотрудник, исследовательская группа по интеллектуальной мобильности, центр исследования инноваций роботов, Национальный институт передовых промышленных наук и технологий. Область научных интересов: балансировка управления движением, интуитивный интерфейс маневрирования мобильных робототехнических систем. Число научных публикаций — 50. s.miyakoshi@aist.go.jp; Умезоно, 1-1-1, 305-8568, Цукуба, Япония; р.т.: +81(29)861-7029.

Такинами Юсукэ — бакалавр, исследовательская группа по интеллектуальной мобильности, исследовательский центр по робототехнике, Национальный институт передовых промышленных наук и технологий. Область научных интересов: поведенческие науки, цифровое моделирование, информационные системы для водителей, распознавание лиц, помощь инвалидам, человеко-машинное взаимодействие, датчики изображения, мобильные вычисления, дорожные происшествия, безопасность дорожного движения, пользовательские интерфейсы. Число научных публикаций — 3. t.yusuke@aist.go.jp; Умезоно, 1-1-1, 305-8568, Цукуба, Япония; р.т.: +81(29)861-7029.

Мацумото Осаму — канд. техн. наук, старший менеджер по планированию, отдел общего планирования, Национальный институт передовых промышленных наук и технологий. Область научных интересов: мобильные робототехнические платформы, интеллектуальные инвалидные коляски, перевёрнутый маятник на колесах, четырехколесные роботы с изменяемой структурой, двухколесные роботы. Число научных публикаций — 50. matsumoto.o@aist.go.jp; Умезоно, 1-1-1, 305-8568, Цукуба, Япония; р.т.: +81(29)861-7029.

Бояли Али — научный сотрудник, отдел машиностроения, Стамбульский технический университет. Область научных интересов: автономные транспортные средства, проектирование контроллеров, байесовские сети, обработка сигналов, машинное обучение. Число научных публикаций — 50. ali.boyalali@itu.edu.tr; Маслак, 34467, Стамбул, Турция; р.т.: +90(212)251-6563.

Поддержка исследований. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-29-03284 и № 19-07-00670 и бюджетной темы № 0073-2019-0005.

Литература

- 1 *Underwooda G., Ngaia A., Underwood J.* Driving experience and situation awareness in hazard detection // Safety Science. 2013. vol. 56. pp. 29–35.
- 2 *Aurichta M., Stark R.* How to Consider Emotional Reactions of the Driver within the Development of Advanced Driver Assistance Systems (ADAS)? // Procedia CIRP. 2014. vol. 21. pp. 70–74.
- 3 *Biassoni F., Ruscio D., Ciceri R.* Limitations and automation. The role of information about device-specific features in ADAS acceptability // Safety Science. 2016. vol. 85. pp. 179–186.
- 4 What is Distracted Driving? Department of Transportation, National Highway Traffic Safety Administration. URL: <http://www.distraction.gov/content/get-the-facts/facts-and-statistics.html> (дата обращения: 25.03.2019).
- 5 *Smirnov A. et al.* Smartphone-Based Two-Wheeled Self-Balancing Vehicles Rider Assistant // 2015 17th IEEE Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2015. pp. 201–209.
- 6 *Smirnov A., Kashevnik A., Lashkov I.* Human-smartphone interaction for dangerous situation detection and recommendation generation while driving // Proceedings of the 18th International Conference on Speech and Computer. 2016. pp. 346–353.
- 7 *Smirnov A., Kashevnik A., Lashkov I., Baraniuc O., Parfenov V.* Smartphone-Based Identification of Dangerous Driving Situation: Algorithms and Implementation // 2016 18th Conference of Open Innovations Association and Seminar on Information Security and Protection of Information Technology (FRUCT-ISPIT). 2016. pp. 306–313.
- 8 *Fedotov A., Lashkov I., Kashevnik A.* Web-Service for Drive Safely System User Analysis: Architecture and Implementation // 2018 22nd Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2018. pp. 40–47.
- 9 *Kashevnik A., Lashkov I.* Decision Support System for Drivers and Passengers: Smartphone-Based Reference Model and Evaluation // Proceedings of the 23rd Conference of Open Innovations Association FRUCT. 2018. pp. 166–171.
- 10 *Kashevnik A. et al.* Context-Based Driver Support System Development: Methodology and Case Study // 2017 21st Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2017. pp. 162–171.
- 11 *Новиков П.А., Хомоненко А.Д., Яковлев Е.Л.* Комплекс программ для навигации мобильных устройств внутри помещений с помощью нейронных сетей // Информационно-управляющие системы. 2016. Вып. 1. С. 32–39.
- 12 *Galarza E.E.* Real Time Driver Drowsiness Detection Based on Driver's Face Image Behavior Using a System of Human Computer Interaction Implemented in a Smartphone // International Conference on Information Technology Security. 2018. pp. 563–572.
- 13 *Schmidt J., Laarousi R., Stolzmann W., Karrer-Gauß K.* Eye blink detection for different driver states in conditionally automated driving and manual driving using EOG and a driver camera // Behavior Research Methods. 2018. vol. 50(3). pp. 1088–1101.
- 14 *Mohammad F., Mahadas K., Hung G. K.* Drowsy driver mobile application: Development of a novel scleral-area detection method // Computers in Biology and Medicine. 2017. vol. 89. pp. 76–83.
- 15 *Kaehler A., Bradski G.* Learning OpenCV 3: Computer Vision in C++ with the OpenCV Library // O'Reilly Media. 2016.
- 16 *Dasgupta A., Rahman D., Routray A.* A Smartphone-Based Drowsiness Detection and Warning System for Automotive Drivers // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. 2018. pp. 1–10.
- 17 *Garcia-García M., Caplier A., Rombaut M.* Sleep Deprivation Detection for Real-Time Driver Monitoring Using Deep Learning // International Conference Image Analysis and Recognition. 2018. pp. 435–442.

- 18 *Manoharan R., Chandrakala S.* Android OpenCV based effective driver fatigue and distraction monitoring system // 2015 International Conference on Computing and Communications Technologies (ICCCCT). 2015. pp. 262–266.
- 19 *Abulhair M. et al.* Mobile Platform Detect and Alerts System for Driver Fatigue // Procedia Computer Science. 2015. vol. 62. pp. 555–564.
- 20 *García-García M., Caplier A., Rombaut M.* Driver Head Movements While Using a Smartphone in a Naturalistic Context // 6th International Symposium on Naturalistic Driving Research. 2017. pp. 1–5.
- 21 *Qiao Y., Zeng K., Xu L., Yin X.* A smartphone-based driver fatigue detection using fusion of multiple real-time facial features // 2016 13th IEEE Annual Consumer Communications & Networking Conference (CCNC). 2016. pp. 230–235.
- 22 *Kong W. et al.* A System of Driving Fatigue Detection Based on Machine Vision and Its Application on Smart Device // Journal of Sensors. 2015. vol. 2015. pp. 1–11.
- 23 *Kutilla M.* Methods for Machine Vision Based Driver Monitoring Applications // VTT. 2006. vol. 521. 82 p.
- 24 *Dementienko V.V., Ivanov I.I., Makaev D.V.* A comprehensive system for monitoring driver state in the trip. Modern problems of life safety: intelligent transportation systems // Proceedings of the IV international scientific-practical conference. 2016. pp. 191–195.
- 25 *Shcherbakova T.F., Sedov S.S., Kirtaev I.A., Vafin A.M.* Driver state monitoring system and vehicle safety // All-Russian scientific and practical conference with international participation "New technologies, materials and equipment of the Russian aerospace industry". 2016. pp. 763–768.
- 26 *Boucsein W.* Electrodermal Activity // Springer Science & Business Media. 2012. vol. 2. 618 p.
- 27 *Fursov V.A., Bibikov S.A., Yakimov P.Yu.* Localization of contours of objects on images for variations of a scale using Hough transform is proposed // Computer Optics. 2013. vol. 4(37). pp. 496–502.
- 28 *Viola P., Jones M.* Robust Real-time Object Detection // International Journal of Computer Vision. 2001. vol. 4. no. 34–47. pp. 4.
- 29 *Rabiner L.R.* A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition // Proceedings of the IEEE. 1989. vol. 77(2). pp. 257–286.
- 30 *Rowley H., Baluja S., Kanade T.* Neural network-based face detection // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1998. vol. 20. pp. 22–38.
- 31 *Suykens J.A., De Brabanter., Lukas L., Vandewalle J.* Weighted Least Squares Support Vector Machines: Robustness and Sparse Approximation // Neurocomputing. 2002. vol. 48. no. 1–4. pp. 85–105.
- 32 *Saiprasert C., Pholprasit T., Pattara-Atikom W.* Detecting driving events using smartphone // Proceedings of the 20th ITS World Congress. 2013. 11 p.
- 33 *Zadeh L.A.* Fuzzy sets // Information and Control. 1965. vol. 8(3). pp. 338–353.
- 34 *Kalsoon R., Halim Z.* Clustering the driving features based on data streams // 2013 16th International Multi Topic Conference (INMIC). 2013. pp. 89–94.
- 35 *Гаврилова Т.А., Кудрявцев Д.В., Муромцев Д.И.* Инженерия знаний: модели и методы // СПб.: Лань. 2016. 324 С.
- 36 *Ена О. В., Ефименко И. В., Хорошевский В.Ф.* Онтологический инжиниринг в одном проекте: что нам стоит дом построить // Международная научно-техническая конференция OSTIS. 2011. С. 107–114.
- 37 *Котенко И.В., Полубелова О.В., Чечулин А.А.* Построение модели данных для системы моделирования сетевых атак на основе онтологического подхода // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 3(26). С. 26–39.

В.П. СУГАК, В.Ф. ВОЛКОВ, В.И. САЛУХОВ, А.С. КАРАЙЧЕВ
**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАНОВ ПРИМЕНЕНИЯ
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АКТИВНЫМИ ПОДВИЖНЫМИ
ОБЪЕКТАМИ**

Сугак В.П., Волков В.Ф., Салухов В.И., Карайчев А.С. Исследование устойчивости планов применения системы управления активными подвижными объектами.

Аннотация. Рассматривается задача исследования устойчивости планов применения системы управления активными подвижными объектами (АПО) — материальными объектами, перемещающимися в пространстве и осуществляющими информационное, вещественное и энергетическое взаимодействие с объектами и пунктами управления, другими АПО. Применение АПО по назначению обычно регламентируется жесткими требованиями, поэтому любая временная задержка или неполное достижение целевого эффекта недопустимы. Причиной срыва выполнения целевой задачи может быть разработка некорректного плана применения средств управления, процесс реализации которого оказывается неустойчивым вследствие влияния случайных факторов либо целенаправленных воздействий среды и других систем. Рассматриваются проблемные вопросы комплексного исследования устойчивости планов применения системы управления активными подвижными объектами. Предлагаются качественные и количественные методы оценивания устойчивости планов, пути и способы обеспечения требуемых уровней устойчивости. При этом задача планирования рассматривается как динамическая, предусматривающая корректировку плана за счет организационных, структурных, функциональных и программно-алгоритмических путей и способов обеспечения устойчивости. Наиболее адекватной моделью реализации плана является соответствующая система дифференциальных уравнений, что дает возможность применить качественные методы исследования устойчивости. С целью учета стохастического характера возмущающих воздействий введено понятие устойчивости по вероятности. Получено выражение для критерия устойчивости, позволяющее на основе анализа свойств специально построенной функции Ляпунова и характеристик возмущений установить факт устойчивости или неустойчивости процесса. Разработанная методика количественного оценивания устойчивости планов основывается на прогнозе возможного числа невыполненных операций управления АПО и дополнительно затрачиваемого времени на выполнение технологических циклов управления. При решении задачи выбора рациональных способов обеспечения устойчивости используется гибкая нечеткая свертка, что обусловлено отсутствием свойства аддитивности субъективных оценок экспертов. Приводится пример конструирования критерия устойчивости плана применения многофункциональных станций управления АПО. Получены количественные оценки устойчивости планов в условиях возмущающих воздействий. Рассмотрен пример определения приоритетности способов обеспечения устойчивости.

Ключевые слова: устойчивость планов, метод функций Ляпунова, устойчивость по вероятности, перераспределение ресурсов, активный подвижный объект, момент первого выхода, оптимальное управление.

1. Введение. Процессы управления активными подвижными объектами (АПО) [1] базируются на реализации заранее составленного

плана их функционирования. При разработке таких планов задействуют имеющийся ограниченный ресурс аппаратно-программных средств (АПС). Однако в реальных условиях даже в самом детальном и тщательно разработанном плане нельзя учесть многочисленные факторы и действующие в процессе его реализации возмущения, вследствие которых неизбежны отклонения от составленного плана. Согласно известному из кибернетики закону необходимого разнообразия У. Р. Эшби, для того, чтобы успешно противостоять действующим возмущениям и устранить отклонения в процессе реализации плана, последний должен обладать требуемым уровнем устойчивости. Представляется, что устойчивость плана (plan stability) [2] может поддерживаться в ходе его непосредственной реализации, например введением в план определенной избыточности ресурсов для выполнения комплексов операций в условиях возможных возмущений. Перераспределением таких ресурсов можно поддерживать выполнение первоначально составленного плана, то есть тем самым обеспечить его устойчивость. В дальнейшем в статье ресурс АПС понимается в широком смысле и включает в себя как средства, так и собственно ресурсы (материальные, энергетические, информационные), обеспечивающие их функционирование.

2. Анализ работ по исследованию моделей планирования применения АПО. Вопросы устойчивости планов в настоящее время рассмотрены в основном только применительно к их простейшим моделям, описываемым аппаратом линейного программирования [3, 4]. При этом анализ устойчивости решений задач линейного программирования в этом случае сводится к исследованию влияния изменений коэффициентов ограничений, их правых частей и коэффициентов целевой функции на оптимальное решение.

В условиях стохастической среды возникает более сложная задача выбора планов, устойчивых к воздействию случайных возмущающих факторов. Такие задачи исследуются методами стохастического программирования.

Отличительными особенностями представленных в настоящей статье результатов являются: формализованное описание задачи планирования в виде динамической модели; учет влияния возмущающих воздействий в процессе реализации плана и использование функций Ляпунова [5, 6] и соответствующего метода для качественного оценивания устойчивости.

В статье [7] была сформулирована задача распределения ограниченных ресурсов как задача оптимального управления динамической системой. Эта идея получила дальнейшее развитие в работах [8-10], в которых с помощью динамической интерпретации

процесса выполнения соответствующих технологических операций вводятся такие понятия теории систем, как система, процесс, состояние, управление, ограничения на состояние и управление, критерии и показатели оптимальности программного управления АПО.

При этом под состоянием технологической операции (ТехО) принято понимать общий объем выполненной к заданному моменту времени операции, а в качестве управления выбирается интенсивность расхода ресурса (ресурсов), необходимого для выполнения рассматриваемой операции.

Подобная динамическая интерпретация комплекса взаимосвязанных работ позволяет формально описать и сформулировать целый ряд задач оптимального планирования и управления, интерпретируя их в терминах классической теории оптимального управления динамическими объектами.

В работах [1, 10-13] указанный подход нашел применение при планировании комплекса технических операций управления (ОУ) активными подвижными объектами. При этом АПО представляют класс подвижных объектов, процесс функционирования которых помимо перемещения в пространстве включает также операции по энергетическому, материальному и информационному обмену с окружающей средой и другими АПО.

В соответствии с работами [1, 10, 11] динамическая модель процесса программного управления операциями АПО записывается следующим образом:

$$\dot{x}_{ik} = \sum_{j=1}^m \varepsilon_{ij}(t) \cdot \Theta_{ikj} \cdot u_{ikj}(t), \quad (1)$$

$i = 1, \dots, n$; $k = 1, \dots, S_i$; $j = 1, \dots, m$ включает в себя следующие элементы:

x_{ik} — переменная, характеризующая состояние выполнения ТехО D_k^i в ходе реализации процесса управления АПО A_i ; u_{ikj} — управляющее воздействие, при этом $u_{ikj}(t) = 1$, если операция D_k^i выполняется при управлении АПО A_i с использованием соответствующего ресурса B_j , $u_{ikj}(t) = 0$ — в противоположном случае; $\varepsilon_{ij}(t)$ — матричная временная функция, которая задает пространственно-временные ограничения, связанные с взаимодействием АПО A_i со средством B_j , входящим в состав соответствующей системы управления (СУ); Θ_{ikj} — матричная временная функция, которая характеризует технические

возможности реализации задач и соответствующих операций взаимодействия; данная функция принимает значения 1, если на средстве B_j в момент времени $t \in T$ есть ресурсы, с помощью которых можно выполнить ТехО D_k^i , 0 — в противоположном случае.

Следуя основным идеям работ [10, 14], наряду с ограничениями пространственно-временного, технического и технологического характера, учитывающими логическую последовательность выполнения операций управления АПО, факт завершения выполнения ТехО, а также возможную конфликтность при распределении ресурса, дополнительно введем множество Ξ сценариев реализации возмущающих воздействий, оказывающих влияние на устойчивость планов применения системы управления АПО: $\Xi = \{\Xi_g \mid g \in G = \{1, \dots, \Gamma\}\}$, где G — множество номеров сценариев, $\vec{\xi}(t)$ — вектор возмущающих воздействий, имеющих как объективный, так и субъективный характеры и задаваемых извне в виде соответствующих сценариев $\vec{\xi}(t) \in \Xi_g$.

Исходя из содержательного анализа задач планирования и специфики выполняемых операций управления АПО, которые входят в технологические циклы управления (ТЦУ), в состав рассматриваемой динамической модели планирования, должны быть включены [1, 10, 12] соответствующие векторы показателей качества планирования операций управления АПО, а также соответствующие различные сценарии реализации возмущающих воздействий.

Показателями качества могут быть выбраны различные варианты задания функционалов в пространствах управляющих и возмущающих воздействий, представленных в следующем обобщенном виде:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \phi(\vec{X}(\tau), \vec{U}(\tau), \vec{\xi}(\tau), \tau) d\tau. \quad (2)$$

Функционал (2) может характеризовать, например, результаты выполнения ТехО АПО на интервале планирования $T = (t_0, t_f]$, расход ресурсов, информационные и материальные потоки, возникающие в ходе выполнения операций управления, и так далее. Исходя из содержательной постановки задачи вводятся соответствующие критерии оптимальности, а также показатели качества и эффективности.

Базируясь на необходимых и достаточных условиях оптимальности принципа максимума Л. С. Понтрягина, к настоящему

времени удалось построить эффективные алгоритмы численного поиска программного управления (планов функционирования) АПО.

Формулировка задачи в виде динамической модели планирования открывает определенные перспективы не только в решении задач планирования (программного управления), но и задач управления с обратной связью, задач адаптации, оценивания и обеспечения устойчивости.

В отечественных и зарубежных работах по системному анализу [15-20] показано, что при решении как прямых, так и обратных задач исследования операций наиболее конструктивной моделью, описывающей функционирование СУ АПО на разных стадиях ее жизненного цикла, является соответствующая динамическая модель, которая задается в дифференциальной форме.

3. Содержательная постановка задачи. Остановимся на рассмотрении возможных путей исследования такого важнейшего свойства процесса реализации планов применения системы управления АПО, как их устойчивость.

Задача исследования устойчивости возникает, когда целенаправленные воздействия других систем в рамках непредусмотренных схем и сценариев существенно снижают эффективность функционирования СУ АПО [10, 11, 14, 21].

Приведенные в работах [10-12, 22, 23] модели планирования позволяют получить оптимальные планы, которые, однако, в процессе их реализации в различных условиях обстановки могут оказаться неустойчивыми. Это связано с тем, что воздействующие на сформированный план возмущения, которые вызваны различными нарушениями в функционировании технических средств, деградацией структуры системы управления, необходимостью решения новой задачи планирования и так далее, приведут к срыву или снижению качества и объема выполняемых ТехО. Другими словами, если не предпринято специальных мер, разработанные планы при их реализации оказываются неустойчивыми.

При этом, выбирая направления комплексного исследования устойчивости планов функционирования СУ АПО, целесообразно учитывать уже полученные ранее результаты в области классической теории устойчивости [24-31] и качественных методов анализа случайных процессов [32].

Следует отметить, что исследование устойчивости процессов функционирования сложных систем в большинстве практических случаев затрудняется в связи с невозможностью построения в явной аналитической форме достаточно адекватных моделей таких систем. Выход из этого положения обычно находят в применении

имитационного моделирования или в использовании методов управленческой экономики. Однако результаты имитационного моделирования несут, к сожалению, частный характер и поэтому не позволяют достаточно полно выявить все закономерности функционирования исследуемых систем. Кроме того, проведение имитационного моделирования сопряжено с большими затратами машинных и временных ресурсов [33-39]. Применение описанных в работах [20, 22, 29, 40-44] алгоритмов управленческой экономики, которые направлены на решение задач параметрического, структурного и алгоритмического синтеза, также затруднено вследствие необходимости проведения трудоемких формально-аналитических описаний и исследований. Достоверность их результатов зависит от следующих факторов:

- точности прогноза условий обстановки, в которых будет осуществляться функционирование СУ АПО;

- специфики функционирования СУ АПО (в зависимости от типа внешней возмущающей среды);

- необходимости учета различных вариантов формального описания зависимостей между показателями результативности, оперативности и ресурсоемкости, с помощью которых оцениваются различные аспекты функционирования СУ АПО [45];

- сложности определения зависимости между средним целевым эффектом и величиной рассеяния значений целевого эффекта операции применения АПО (эта зависимость обусловлена [21, 45] наличием «физической» связи между техническими характеристиками АПО и параметрами процесса применения АПО).

Конструктивной альтернативой имитационным и аналитическим многокомпонентным подходам к оцениванию устойчивости планов функционирования СУ АПО могут служить качественные подходы к оцениванию устойчивости, базирующиеся на методе, который был разработан профессором А. М. Ляпуновым — метод функций Ляпунова [24]. Данный метод позволяет на предварительном этапе исследования свойства устойчивости конкретно заданного объекта (процесса) обойтись более агрегированными аналитическими моделями и тем самым устранить отмеченные выше трудности. Покажем возможность применения данного метода для качественного исследования устойчивости процесса выполнения ТехО, входящих в технологический цикл управления (ТЦУ) АПО

4. Математическая постановка задачи. В данном разделе статьи будем рассматривать задачи планирования агрегированных (укрупненных) ТехО АПО [10], для которых можно

отвлечься от их конкретного содержания и планировать только время работы соответствующих технических средств управления (ресурсов). Другими словами, перейдем от конкретных ТехО к агрегированной ТехО (АГО) [46, 47].

Рассмотрим математическую модель процесса выполнения АГО j -го типа ($j=1,2,\dots,m$). Неотрицательную величину $x_{ij}(t)$ будем называть состоянием указанной операции и оценивать ее текущим объемом ее выполнения к моменту времени $t \in (t_0, t_f] = T$. Таким образом, $x_{ij}(t)$ является монотонной неубывающей функцией времени на интервале T .

Выполнение АГО осуществляется за счет расхода ресурсов средств, входящих в состав СУ и выделяемых при планировании указанных операций. Следовательно, в роли управляющих воздействий (управлений) в модели выступает функция времени вида $u_{ij}(t)$, которая принимает значение $c_{ij} \cdot u_{ij}^+(t)$, если планируется АГО i -го типа, 0 — в противоположном случае.

Переменная $u_{ij}^+(t)$ характеризует текущую интенсивность расхода средств СУ, выделенных по плану для выполнения АГО i -го типа, коэффициент c_{ij} задает соответствующее значение избыточности средств.

Ограничение $u_{ij}(t) \in \{0, c_{ij}u_{ij}^+(t)\}$ имеет следующий смысл: соответствующая АГО i -го типа либо включена в план (реализуется при его выполнении) и поэтому для нее выделен некоторый объем соответствующих средств СУ АПО, в том числе и резервных, либо она не планируется (не реализуется).

Считается, что возможна различная интенсивность выполнения ОУ, которая меняется в зависимости от особенностей разработанного плана, характера возмущающих воздействий, выбранного значения резерва ресурса, различных запросов на расход ресурса при реализации плана и нейтрализации возмущений и так далее.

Как уже отмечалось, детерминированная динамическая модель реализации плана выполнения операции АПО в общем виде описывается системой дифференциальных уравнений типа (1).

Под выполнением (завершением) АГО понимается достижение величиной $x_{ij}(t)$ некоторого запланированного значения $x_{ij}^{\Pi}(t)$, которое определяется целевыми задачами, стоящими перед СУ АПО, а также особенностями реализации плана.

Предполагается, что перевыполнение операции не допускается, то есть после достижения значения $x_{ij}^H(t)$ интенсивность выполнения этой операции будет равна нулю.

Как было отмечено, следствием нарушения свойства устойчивости процесса реализации плана выполнения АГО является тот факт, что к некоторому моменту времени $t \in (t_0, t_f]$ будет выполнен не требуемый (запланированный) объем $x_{ij}^H(t)$ АГО i -го типа, а другой меньший объем $x_{ij}(t) \leq x_{ij}^H(t)$.

На этапе планирования предполагается задействовать определенное ограниченное значение ресурса технических средств СУ АПО, который будет расходоваться в процессе реализации плана для компенсации возмущающих воздействий. Влияние возмущающих воздействий $\xi_{ij}(t) \in [0, 1]$ при выполнении АГО в реальных условиях приводит к уменьшению интенсивности расхода ресурса, например, по следующему закону:

$$u_{ij}(t) = (1 - \xi_{ij}(t)) c_{ij} u_{ij}^+(t). \quad (3)$$

Существующие модели и алгоритмы планирования не в полной мере позволяют на конструктивном уровне учитывать возможные варианты сценариев воздействия возмущений на процессы реализации разработанных планов применения системы управления АПО.

В этой связи постановка основной задачи, исследуемой в данной статье, заключается в определении критериев устойчивости планов применения системы управления АПО при наличии возмущающих воздействий. При этом необходимо учитывать тот факт, что с учетом особенностей разработанного плана и предусматриваемых мер (организационных, технических, структурных, программно-алгоритмических и др.) по обеспечению устойчивости его реализации, некоторые невыполненные в момент времени t АГО могут быть завершены (повторно проведены) до завершения интервала планирования, то есть к моменту t_f , за счет, например, выделенного заранее ресурса и его перераспределения, что, в свою очередь, позволит АПО выполнить поставленные перед ними целевые задачи.

5. Исследование устойчивости реализации плана применения средств управления АПО при наличии возмущающих воздействий. При решении задачи исследования устойчивости реализации плана применения средств СУ АПО необходимо знать в

каждый момент времени фактическое значение $x_{ij}(t)$ выполненных ОУ j -го типа, которое в общем случае из-за действия возмущений будет отличаться от планируемого. Имея в своем распоряжении заранее подготовленные взаимосвязанные сценарии [14], задающие характер и «величину» возмущающих воздействий, можно получить прогнозные значения $x_{ij}(t)$.

Введенное понятие состояния процесса выполнения АГО i -го типа АПО позволяет решать задачу исследования устойчивости реализации плана применения системы управления АПО, так как в полученной модели уже становится известным «движение» — $x_{ij}(t)$, порожденное управлением $u_{ij}(t)$ в каждый момент времени. Сравнивая полученное фактическое значение $x_{ij}(t)$ состояния с тем значением $x_{ij}^{\Pi}(t)$, которое планировалось при условии отсутствия возмущающих воздействий в процессе реализации плана, можно определить, нарушено ли свойство устойчивости в рассматриваемый момент времени.

Будем предполагать, что согласно разработанному плану выполнения АГО, на интервале $T = (t_0, t_f]$ должны быть выполнены соответствующие АГО i -го типа. Для анализа представляет интерес множество $\{t_{\kappa}\}$, $\kappa = 1, 2, \dots, s$ моментов времени t_{κ} окончания выполнения отдельных АГО i -го типа. Если $x_{ij}^{\Pi}(t_{\kappa})$ — объем запланированных к выполнению на момент t_{κ} АГО i -го типа, то для системы множеств $\{\Omega_{\kappa}\}$, $\kappa = 1, 2, \dots, s$ справедливо $\Omega_{\nu} = \{x_{ij}^{\Pi}(t_{\nu})\}$ и $\Omega_s = \{x_{ij}^{\Pi}(t_f)\}$.

Введем в рассмотрение множество $\Omega_{\mu}^+ \subset \Omega_{\mu}$. Элементами данного множества являются те допустимые значения $x_{ij}^+(t_{\mu}) \leq x_{ij}^{\Pi}(t_{\mu})$ объема АГО i -го типа, для которых имеется возможность быть выполненными к концу интервала планирования. Дадим следующее определение устойчивости.

Определение. Процесс выполнения АГО i -го типа называется устойчивым относительно множества Ω_s^+ при действии возмущений $\xi_{ij}(t_{\mu})$, $t_{\mu} \in T$, если для любого $\mu = 0, 1, \dots, s-1$ имеет место условие:

$$x_{ij}(t_{\mu+1}, \xi_{ij}(t_{\mu+1}), u_{ij}(t_{\mu+1})) \in \Omega_{\mu+1}^+; \quad x_{ij}^+(t_f) = x_{ij}^{\Pi}(t_f). \quad (4)$$

Докажем, что введенное определение устойчивости согласуется с известным определением устойчивости по Ляпунову.

Утверждение. Если справедливы соотношения (4), то процесс выполнения АгО i -го типа АПО устойчив в смысле определения Ляпунова.

Доказательство. Динамическая модель, описывающая процесс изменения состояния $x_{ij}^+(t)$ выполнения АгО i -го типа АПО, можно представить в следующем виде:

$$\dot{x}_{ij}^+(t) = \varepsilon_{ij}(t)\Theta_{ij}(t)u_{ij}(t). \quad (5)$$

Известно [24], что если для системы дифференциальных уравнений, на основе которых была построена рассматриваемая в статье агрегированная динамическая модель функционирования СУ АПО, можно задать знакоопределенную функцию, производная которой по времени является знакопостоянной функцией противоположного знака, то решение будет устойчивым в смысле Ляпунова.

Необходимо заметить, что каких-либо универсальных приемов построения функций Ляпунова в настоящее время не существует.

Наиболее употребительные приемы и удачные конструкции функций Ляпунова рассматриваются в работах [48, 49], в которых предлагается вполне определенная физическая (механическая, энергетическая) аналогия модели с исследуемым процессом. В работе [50] Р. Беллмана доказано, что для устойчивых процессов функция Ляпунова может совпадать с функцией Беллмана. В настоящей статье в соответствии с построенным заранее множеством сценариев, описывающим возможные варианты выполнения АгО в ходе функционирования СУАПО для различных вариантов изменения внешних условий, в качестве функции Ляпунова можно задать соотношение следующего вида:

$$V = \sum_{j=1}^n [x_{ij}(t) - x_{ij}^+(t)]^2,$$

которое одновременно можно использовать при задании показателя качества исследуемого процесса (см. формулу (2)) [51, 52].

Анализ показывает, что это выпуклая, неотрицательная, непрерывная и ограниченная функция класса $C^1[t_0, t_f]$.

Известно, что если $V \in C^1[t_0, t_f]$, то данная функция дифференцируема в любой точке $t \in [t_0, t_f]$. Определим производную функции V в силу дифференциального уравнения (5):

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_{ij}^+(t)} \varepsilon_{ij}(t) \Theta_{ij}(t) u_{ij}(t) = \\ &= -4 \sum_{j=1}^n [x_{ij}(t) - x_{ij}^+(t)] \varepsilon_{ij}(t) \Theta_{ij}(t) u_{ij}(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Неравенство $dV/dt < 0$ справедливо в том случае, когда $x_{ij}(t) > x_{ij}^+(t)$, то есть $x_{ij}(t) \in \Omega^+(t)$, что соответствует выполнению условия устойчивости.

Изменение в выражении (6) знака на противоположный может произойти, когда окажется, что $x_{ij}(t) \leq x_{ij}^+(t)$, ($x_{ij}(t) \notin \Omega^+(t)$), то есть условие устойчивости нарушается. Следовательно, можно сделать вывод, что функция V является функцией Ляпунова, и, согласно прямому методу, процесс реализации плана применения системы управления АПО устойчив. Это и требовалось доказать.

Предложенная авторами для исследования модель соответствует определению устойчивости движения по А. М. Ляпунову — создателю современной теории устойчивости равновесия и движения механической системы с конечным числом параметров. Математически этот подход для равновесного состояния системы можно объяснить следующим образом. Пусть ε — область допустимых отклонений системы от состояния равновесия. Тогда это состояние является устойчивым, если можно указать такую область δ (включающую точку равновесия), что траектория любого движения, начавшегося в области δ , никогда не достигнет границы области ε . Иными словами, в процессе движения системы ее траектория, отправляясь от точки равновесия, обязательно будет находиться в заданных пределах по отношению к этой точке.

Геометрически устойчивость по Ляпунову решения $x^+(t)$ можно интерпретировать следующим образом: все решения $x(t)$, близкие в начальный момент t_0 к решению $x^+(t_0)$, то есть удовлетворяющие условию $\|x(t_0) - x^+(t_0)\| < \delta$ (начинающиеся в

пределах δ — трубки), не выходят за пределы ε — трубки при всех значениях $[t_0, t_f]$, то есть $\|x(t) - x^+(t)\| < \varepsilon$ при $t_0 \leq t \leq t_f$. Иными словами, решение устойчиво, если достаточно близкие к нему в любой начальный момент времени t_0 решения $x(t)$ целиком погружаются в сколь угодно узкую ε — трубку, построенную вокруг решения $x^+(t)$. Элементами введенного авторами в рассмотрение множества Ω_i^+ (аналог ε — трубки) являются те допустимые значения объема ОУ, для которых имеется возможность быть выполненными к концу интервала планирования.

Представляет интерес исследование устойчивости процесса реализации плана выполнения ОУ АПО, когда возмущающие воздействия носят случайный характер.

Конструктивные результаты, связанные с устойчивостью систем, которые содержат случайные параметры, были получены в работах [26, 30, 49, 53].

Устойчивость по вероятности значительно сильнее устойчивости в малом и означает, что траектории процесса, который начинается в момент t_0 , всегда остаются в любой наперед заданной окрестности тривиального решения с вероятностью, стремящейся к единице. При рассмотрении работы реальных систем в условиях неопределенности можно использовать разные классы случайных величин и процессов для моделирования различных источников неполноты информации. Вопрос о выборе адекватной модели весьма существен и крайне непрост. В каждом конкретном случае он должен специально исследоваться. В разделе 6 будут получены характеристики, связанные с устойчивостью при воздействии случайных возмущений.

Рассмотрим пример применения метода функций Ляпунова к исследованию устойчивости процесса управления АПО.

Пример. Применим метод функций Ляпунова к задаче оценивания устойчивости программ управления положением центра масс геостационарного космического аппарата (ГСКА). Из теории полета космических аппаратов (КА) известно [4, 20, 40], что движение КА описывается системой дифференциальных уравнений, в правые части которых, в зависимости от требуемой точности расчетов, включают силу притяжения и различные возмущающие силы. Наблюдения за первыми выведенными на геостационарную орбиту КА показали, что название «геостационарные КА» достаточно условно, так как имеют место либо периодические колебания ГСКА

относительно расчетных точек «стояния», либо одностороннее смещение ГСКА под воздействием гравитационных лунно-солнечных возмущений, влияния неоднородности гравитационного поля Земли, эллиптичности экватора, полярного сжатия и тому подобное. Применение метода функций Ляпунова позволяет выработать предложения по удержанию ГСКА в допустимом диапазоне, который установлен требованиями потребителей спутниковой информации и международными договорами. Для решения этой задачи строится фазовая плоскость и определяются особые точки на ней. В работах по исследованию динамических систем [19, 33, 41] показано, что всякому периодическому движению консервативной системы соответствует движение изображающей точки по некоторой фиксированной замкнутой траектории в фазовой плоскости, при этом период колебаний амплитуды отклонений зависит от начальных условий. Анализ системы уравнений движения ГСКА показывает, что на геостационарной орбите должны существовать точки как устойчивого, так и неустойчивого равновесия, при этом факт устойчивости определяется знаком производной обобщенной функции Ляпунова. Этот вывод подтверждается конкретными расчетами и данными внешнетраекторных измерений: установлено, что точки с долготами 75° в.д. и $104,9^\circ$ з.д. являются устойчивыми, а точки с долготами 14° з.д. и $165,5^\circ$ в.д. являются точками неустойчивого положения. Для разработки оптимальной (по минимуму энергозатрат) программы удержания ГСКА необходимо проведение детальных вычислений, однако «качественные» выводы могут быть сделаны в результате реализации метода Ляпунова, в частности путем составления фазовых портретов дрейфа долготы и дрейфа широты ГСКА на заданном интервале планирования. Анализируя эволюцию движения ГСКА, можно обосновать следующую последовательность корректирующих импульсов:

– на витке, когда наклонение станет равным допустимому в районе восходящего или нисходящего узлов, проводится коррекция по уменьшению наклонения до 0° (с течением времени ГСКА «скатывается» к $\Omega \approx 90^\circ + \Delta$; величина Δ зависит от расположения Луны и Солнца);

– в районе диаметрально противоположной точки полученной экваториальной орбиты наклонение опять увеличивают до допустимого.

В дальнейшем под действием возмущений наклонение сначала будет уменьшаться, а затем снова увеличиваться до очередной коррекции (рисунк 1).

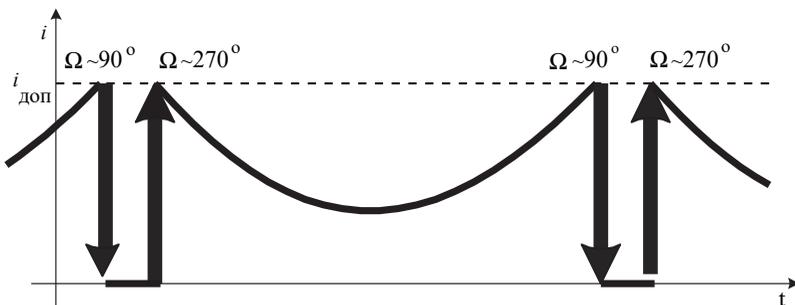


Рис. 1. Качественное представление управляющих воздействий при поддержании заданного значения наклона орбиты

Таким образом, построив обобщенную функцию Ляпунова и проанализировав ее свойства, можно определить моменты нарушения устойчивости.

6. Количественные методы оценивания устойчивости планов. В теории устойчивости Ляпунова и в стохастической теории устойчивости анализ устойчивости заканчивается, если получен ответ на вопрос, сохраняет или не сохраняет при определенных условиях система некоторое свойство процесса функционирования. Однако для практических целей этого недостаточно, необходимо уметь количественно оценить устойчивость. В работах [2, 5, 6, 24, 26, 30, 31, 44] предлагаются характеристики (оценки) устойчивости, позволяющие определить уровень исследуемого свойства и принять конкретные меры по обеспечению устойчивости. Для конкретных условий функционирования системы и типов возмущающих воздействий с помощью выбранных характеристик определяются момент времени, в течение которого впервые после возникновения возмущения нарушается условие устойчивости, уровень или значение воздействий, «выдерживаемых» системой или ее элементами до полной утраты свойства устойчивости; величина резерва ресурсов, выделяемых для нейтрализации возмущающих воздействий, множество значений невозмущаемых параметров, при которых соблюдается свойство устойчивости и другое.

Оценки объективно характеризуют особенность плана быть чувствительным к изменению основных параметров, от которых они зависят, должны иметь простой физический смысл, быть достаточно простыми и удобными при вычислении и анализе.

Оценки устойчивости плана можно получить сразу после его составления, а также на этапе непосредственной реализации.

Знание оценок устойчивости плана позволяет оценить качество плана с точки зрения его нечувствительности к определенному классу возмущающих воздействий, заранее спланировать мероприятия по привлечению персонала, средств автоматизации для нейтрализации возмущающих воздействий в процессе реализации плана.

Имея в своем распоряжении указанные оценки, можно обосновать требования и на этапе планирования осуществлять специальные мероприятия по обеспечению устойчивости.

Для оценивания устойчивости уже реализованного плана можно применять частный и общий коэффициенты устойчивости.

Так, например, частный коэффициент устойчивости плана имеет вид:

$$K_j^y = \frac{N_j^H - N_j^H}{N_j^H},$$

где N_j^H — число операций управления j -го типа, запланированных для выполнения на интервале T ; N_j^H — число нарушенных и дозаказанных ОУ j -го типа.

Общий коэффициент устойчивости вычисляется по формуле:

$$K_y = \frac{\sum_{j=1}^n C_j K_j^y}{\sum_{j=1}^n C_j},$$

где n — число типов ОУ (средств, выполняющих ОУ); C_j — весовой коэффициент, определяющий ценность частного коэффициента устойчивости K_j^y , $C_j \in [0,1]$.

Полученные апостериорные оценки устойчивости плана хоть и дают представление об устойчивости, однако не позволяют предпринять меры по ее обеспечению.

В связи с этим существенный интерес представляет получение априорных оценок устойчивости на основе указанных характеристик. При этом необходимо учитывать характер возмущающих воздействий, приводящих к нарушению устойчивости планов, а также резерв ресурсов на нейтрализацию возмущающих воздействий.

Введем следующие обозначения: R_j^n — резерв ресурса j -го типа, предназначенного для нейтрализации возмущающих воздействий; $\lambda_j = \{\lambda_j^1, \lambda_j^2\}$ — интенсивность отмененных (нарушенных) (λ_j^1) или доказанных (λ_j^2) ОУ j -го типа.

Пусть возмущающие воздействия, вызывающие нарушение устойчивости плана, распределены по закону Пуассона.

Пуассоновский закон выбран по причине, что такой закон является наиболее «жестким» с точки зрения требований к возможностям системы. Свойство потока отказов быть пуассоновским инвариантно в некоторых преобразованиях. Например, операция суммирования конечного числа потоков не меняет природы пуассоновского потока. Если Π_1 и Π_2 — взаимно независимые пуассоновские потоки с интенсивностью отказов λ_j^1 и λ_j^2 , то суммарный поток отказов также является пуассоновским, причем интенсивность определяется простым суммированием $\lambda_j = \lambda_j^1 + \lambda_j^2$. Таким образом, выражение для N_j^H запишется:

$$N_j^H = \sum_{i=R_j^n+1}^{\infty} i \frac{(\lambda_j T)^i}{i!} e^{-\lambda_j T}.$$

Следовательно, частный коэффициент устойчивости примет вид:

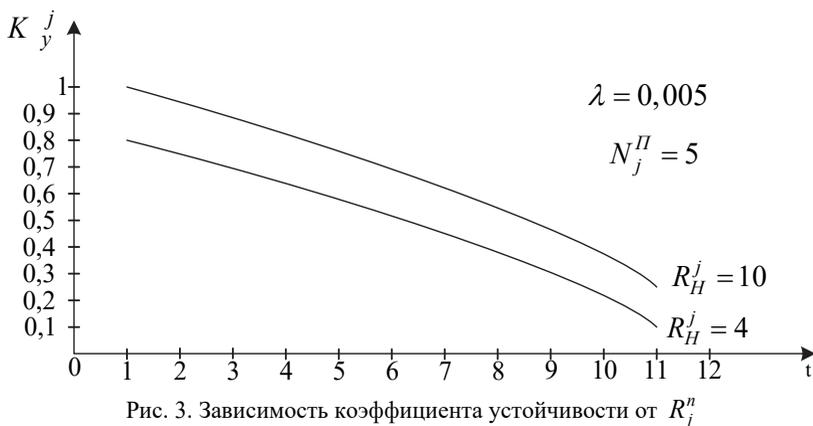
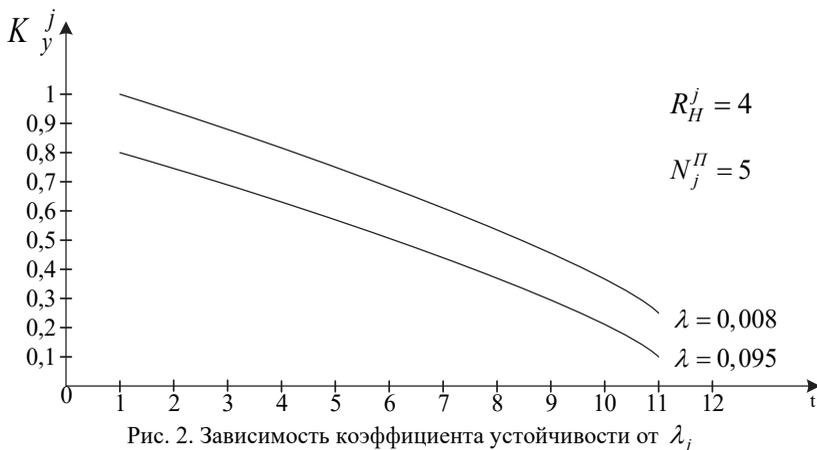
$$K_j^y = 1 - \frac{1}{N_j^H} \sum_{i=R_j^n+1}^{\infty} i \frac{(\lambda_j T)^i}{i!} e^{-\lambda_j T}.$$

На рисунках 2 и 3 показана зависимость K_j^y , от значений R_j^n , λ_j и T .

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

- с ростом интенсивности поступления возмущающих воздействий значение K_j^y , уменьшается;
- с увеличением резерва ресурса значение K_j^y , растет.

Таким образом, на этапе априорного оценивания устойчивости плана с помощью рассмотренных характеристик можно судить о качестве разработанного плана и предъявить требования по выбору необходимых значений резерва ресурса.



Рассмотрим пример определения момента нарушения свойства устойчивости реализации плана управления АПО в условиях возмущающих воздействий.

Пусть следствием возмущений является изменение (увеличение) на величину δ_k запланированной длительности и порядка выполнения

операций управления АПО. Изменение суммарной длительности выполнения операций управления АПО окажется равным:

$$J(t_r) = \sum_{k \in A(t_r)} |\delta_k|, \quad r = 1, 2, \dots,$$

где $A(t_r) \in G$ — множество типов операций управления, для которых в момент t_r произошло изменение длительности. Полная случайная ошибка длительности времени в момент t может быть представлена следующей суммой:

$$\psi(t) = \sum_{t_r < t} J(t_r).$$

Обозначим функцию распределения величины $\psi(t)$ через $F(t, y)$.

Искомый момент времени τ нарушения устойчивости управления может быть выбран из условия не превышения накопленной ошибки $\psi(t)$ заданной допустимой величины Δ с требуемой вероятностью p^* , то есть:

$$F(\tau, \Delta) = p^*. \quad (11)$$

По формуле полной вероятности имеем:

$$F(\tau, y) = P(\psi(t) < y) = \sum_{k=0}^{\infty} P\{\psi(t) < y \mid \nu(t) = k\} \times P\{\nu(t) = k\},$$

где $\nu(t)$ — число возмущений, поступивших за время t .

Будем предполагать, что случайные величины $J(t_i)$, $I = 1, 2, \dots$ независимы и одинаково распределены по показательному закону с параметром μ , а процесс поступления возмущений является пуассоновским с параметром λ .

Накопленная ошибка $\psi(t)$ распределена по нормальному закону с функцией распределения:

$$F(t, y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{[\chi - \mu\psi(t)]^2}{2\sigma^2}\right) d\chi.$$

Условие (12) для определения момента нарушения устойчивости запишется в виде:

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{m-\phi}{\sqrt{2\phi}}} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi = 2p^* - 1.$$

где $\phi = \lambda\tau$ — поступившие за время τ возмущения; $m = \mu\Delta$ — запас устойчивости.

Численным интегрированием получают значения m , характер зависимости которых от величины λ и p^* представлен на рисунке 4.

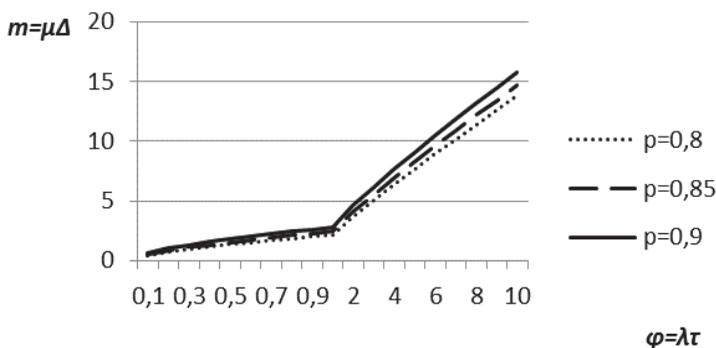


Рис. 4. Номограмма определения момента времени нарушения устойчивости

При известных значениях интенсивности λ поступающих возмущений, величины создаваемых ими частных отклонений времени выполнения операций управления АПО (параметра μ) и допустимой ошибке Δ отклонения длительности, определяется необходимый момент τ времени нарушения условия устойчивости. На практике удобно пользоваться вместо τ и Δ нормированными величинами ϕ и m соответственно.

7. Задача выбора способов обеспечения устойчивости планов применения средств управления АПО. Наибольший эффект при обеспечении устойчивости может быть достигнут в результате комплексного применения различных мероприятий. При их планировании должны учитываться не только ожидаемый эффект, но и ресурсные и временные затраты. При решении подобных задач широко используются вероятностно-статистические методы. В последнее время возросла потребность в других подходах [56] к математическому описанию информации, характеризующейся

высоким уровнем неопределенности. Одним из возможных вариантов решения этой задачи является конструирование нечетких мер и использование нечеткой свертки.

Предположим, что имеется n возможных направлений обеспечения устойчивости. Каждое i -е направление, в свою очередь, предполагает наличие m_i способов, причем $\sum_{i=1}^n m_i = M$. Как правило, устойчивость характеризуется совокупностью различных частных показателей. Для количественного описания качества использования конкретного способа обеспечения устойчивости введем функции $f_k(x)$, $k = \overline{1, K}$, представляющие собой соответствующие показатели устойчивости управления. Здесь $x = \|x_{ij}\|_{n \times M}$ — матрица назначений, то есть $x_{ij} = 1$, если выбирается j -й способ в i -м направлении, и $x_{ij} = 0$ — в противном случае. Каждый способ требует для своей реализации α_{ij} количества ресурса l -го типа, где $l = \overline{1, L}$, причем B_l — суммарный запас ресурса l -го типа. Требуется выбрать такое сочетание способов обеспечения устойчивости, чтобы затраты ресурса на их реализацию удовлетворяли заданным ограничениям, а частные критериальные функции $f_k(x)$ векторной целевой функции принимали наибольшее значение. Структура выбора для данного класса задач запишется в виде:

$$(\Delta_{sb}, \{f_k, k = \overline{1, K}\}, F);$$

$$\Delta_{s\beta} = \left\{ x \left| \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^M \alpha_{ij} x_{ij} \leq B_l, l = \overline{1, L}, x_{ij} \in \{0, 1\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, M} \right. \right\},$$

где F — правило построения обобщенного показателя устойчивости.

Предполагается, что для построения результирующего отношения предпочтения заранее создана имитационная система, позволяющая оценить выбранные варианты обеспечения устойчивости по множеству показателей $\{f_k(x)\}_{k=\overline{1, K}}$.

Пусть $\Phi = \{f_k(x_q), k = \overline{1, K}, q = \overline{1, Q}\}$ — множество значений показателей устойчивости, на котором задана функция $h: \Phi \rightarrow [0, 1]$ оценки вариантов обеспечения устойчивости. Анализ экспертных

данных относительно важности показателей устойчивости позволяет построить функцию $g: B(\{f_k\}_{k=1, \overline{K}}) \rightarrow [0, 1]$, где $B(\{f_k\}_{k=1, \overline{K}})$ — σ — алгебра на множестве показателей устойчивости, $g_k = g(\{f_k\}) \forall k = \overline{1, K}$ в общем случае является плотностью нечеткой меры на этом множестве. Правомерность рассмотрения нечеткой меры обусловлена отсутствием свойства аддитивности субъективных оценок экспертов. При этих предположениях результирующее отношение предпочтения можно записать в виде гибкой нечеткой свертки [57-63], имеющей вид:

$$\psi(x) = \max_{a \in [0, 1]} \min \{a, g, (H_a(x))\},$$

где $H_a(x) = \{f_k | h(f_k) \geq a, k = \overline{1, K}\}$.

Таким образом, математическая постановка задачи имеет следующую формальную запись:

$$\max_{a \in [0, 1]} \min \{a, g, (H_a(x))\} \rightarrow \max_{x \in \Delta_{S\beta}}.$$

Нечеткая мера g важности показателей устойчивости управления строится исходя из λ — правила Сугено:

$$g(H_a(x)) = \frac{1}{\lambda} (\prod_{f_k \in H_a(x)} (1 + \lambda g(\{f_k\})) - 1),$$

с учетом условия нормировки λ — меры g :

$$\frac{1}{\lambda} \left(\prod_{k=1}^K (1 + \lambda g(\{f_k\})) - 1 \right) = 1, \quad -1 < \lambda < +\infty.$$

Следует отметить, что данная математическая модель относится к классу задач о многомерном ранце с нелинейной целевой функцией. Отличие рассматриваемой задачи от стандартной задачи о ранце состоит в построении нечеткой λ — меры g и нечеткого интеграла (нечеткой свертки) при построении целевой функции.

В качестве примера в таблице 2 приведены результаты расчетов, которые позволяют определить значения показателей, характеризующих приоритетность способов обеспечения устойчивости для этапа штатной эксплуатации системы управления АПО. Решаемая задача позволяет также получить целесообразные пропорции при распределении ресурса на обеспечение устойчивости.

Таблица. 2. Характеристики показателей приоритетности способов обеспечения устойчивости

№ показателя устойчивости	Мера важности показателя	Оценка способов обеспечения устойчивости					
		Способы обеспечения устойчивости					
		Организационные	Технические	Структурные	Эргономические	Программные	Алгоритмические
1.	0,15	0,432	0,432	0,432	0,432	0,432	0,432
2.	0,357	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
3.	0,166	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
4.	0,298	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
5.	0,2	0,45	0,25	0,25	0,15	0,55	0,65
Приоритетность способов обеспечения устойчивости		0,45	0,432	0,43	0,3	0,5322	0,5322

8. Заключение. В статье разработана методика априорного исследования устойчивости планов применения средств управления активными подвижными объектами. Показано, что такое исследование целесообразно проводить последовательно, с применением качественных и количественных методов. Описаны особенности стохастических возмущающих воздействий, учет которых необходим при комплексном исследовании применения средств управления активными подвижными объектами. Разработанная методика количественного оценивания устойчивости планов основывается на прогнозе возможного числа сорванных операций управления АПО и дополнительно затрачиваемого времени выполнения технологических циклов управления. Предложен алгоритм выбора рациональных способов обеспечения устойчивости, базирующийся на использовании гибкой нечеткой свертки, что обусловлено отсутствием свойства аддитивности субъективных оценок экспертов. Рассмотрены примеры конструирования критерия устойчивости планов применения многофункциональных станций управления АПО и определения приоритетности способов обеспечения устойчивости. Полученные результаты должны позволить проводить своевременную адекватную корректировку первоначально запрограммированных алгоритмов расхода ресурсов АПО и средств управления, необходимость в которой может возникнуть вследствие изменения состояния среды, целенаправленных воздействий других систем и/или обнаружения ошибок оператора, разработчика, заказчика.

Литература

1. *Калинин В.Н.* Теория управления космическим аппаратом (на основе концепции активного объекта) // СПб.: ВКА имени А.Ф.Можайского. 2014. 182 с.
2. *Елисеев А.С., Гитман М.Б.* Оценка устойчивости производственного плана с учетом стохастичности ресурсных ограничений // Управление большими системами: сборник трудов. 2013. Вып. 42. С. 252–272.
3. *Seck B. et al.* Stability Analysis and Regularization of Uncertain Linear Multi-Objective Integer Optimization Problems // Engineering Optimization. 2012. vol. 44. no. 11. pp. 1279–1302.
4. *Грешилов А.А.* Об устойчивости оптимального решения задачи линейного программирования при неопределенности параметров задачи // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия «Приборостроение». 2003. № 4. С. 54–63.
5. *Ivanov D., Sokolov B., Pavlov A.* Dual problem formulation and its application to optimal redesign of an integrated production–distribution network with structure dynamics and ripple effect considerations // International Journal of Production Research. 2013. vol. 51. no. 18. pp. 5386–5403
6. *Рахмонов Ф.Н., Хамзаев А.А., Истамов М.Ф.* Исследование статической устойчивости Навоийской ТЭС методом функций Ляпунова в квадратичной форме // Молодой ученый. 2017. № 43. С. 58–65.
7. *Бурков В.Н.* Оптимальное управление комплексами операций // М.: Наука. 1972.
8. *Зимин И.Н., Иванов Ю.П.* Решение задач сетевого планирования сведением их к задачам оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1971. Т. 11. № 3. С. 632–641.
9. *Павлов О.В.* Динамическая оптимизация производственной деятельности предприятия с учетом эффекта кривой обучения // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2015. Т. 3. № 125. С. 88–92.
10. *Кокорин С.В., Потрясаев С.А., Соколов Б.В.* Комбинированный метод планирования операций и распределения ресурсов системы управления активными подвижными объектами // Приборостроение. 2012. Т. 55. № 11. С. 17–22.
11. *Калинин В.Н.* О некоторых задачах оптимального управления информационным взаимодействием космического аппарата с поверхностью Земли // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 4(41). С. 34–56.
12. *Carvalho M., Syguy T.* Efficiency and Effectiveness Analysis of Public Transport of Brazilian Cities // Journal of Transport Literature. 2015. vol. 9(3). pp. 40–44.
13. *Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е.* Механизмы управления динамическими активными системами // М.: ИПУ РАН. 2002. 124 с.
14. *Троцкий Д.В., Городецкий В.И.* Сценарная модель знаний и язык описания процессов для оценки и прогнозирования ситуаций // Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 8. С. 94–127.
15. *Matinheikki Y., Pesonen T., Arto K., Peltokorpi A.* New value creation in business networks: The role of collective action in constructing system-level goals // Industrial Marketing Management. 2017. vol. 67. pp.122–133.
16. *Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z.* Tracking control for UAV trajectory // Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. 2014. pp. 1889–1894.
17. *Popovic Z.* Basic mathematical models in economic-ecological control. Series: Economics and Organization // Facta Universitatis. 2008. vol. 5. no. 3. pp. 251–262.
18. *Феоктистов В.В., Феоктистова О.П., Чернышева И.Н.* Александр Михайлович Ляпунов и его задача об устойчивости движения // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2015. № 7. С. 65–76.

19. *Belov A.A., Andrianova O.G.* Computation of anisotropic norm for descriptor systems using convex optimization // 2013 International Conference on Process Control (PC). 2013. pp. 173–178.
20. *Saati T.* Decision making with the analytic hierarchy process // International Journal of Services Sciences. 2008. vol. 1. no. 1. pp. 83–98.
21. *Ашмев А.А., Гейда А.С., Лысенко И.В., Юсупов Р.М.* Эффективность функционирования и другие операционные свойства систем: задачи и метод оценивания // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 5(60). С. 241–270.
22. *Mirjalili S., Mirjalili S. M., Lewis A.* Grey Wolf Optimizer // Advances in Engineering Software. 2014. vol. 69. pp. 46–61.
23. *Sheeba P.S., Ghose D.* Optimal Resource Allocation and Redistribution Strategy in Military Konflikts with Lanchester Squire Law Attrition // Naval Research Logistics (NRL). 2008. vol. 55. no. 6. pp. 581–591.
24. *Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения // М.: Гостехиздат. 1950. 472 с.
25. *Крамер Я.С., Орлик Л.К.* О расширении понятия устойчивости по Ляпунову // Научно-методический электронный журнал Концепт. 2017. № 39. С. 1871–1875.
26. *Кушнер Г.Дж.* Стохастическая устойчивость и управление // М.: Мир. С. 1969–2000.
27. *Rantzer A.* A dual to Lyapunov's stability theorem // Systems & Control Letters. 2001. vol. 42. no. 3. pp. 161–168.
28. *Иванов А.К.* Оптимизация устойчивости иерархических систем управления // Автоматизация процессов управления. 2015. № 3. С. 23–33.
29. *Imkeller P., Milstein G.N.* Moment Lyapunov exponent for conservative systems with small periodic and random perturbations // Stochastic Dynamics. 2002. vol. 2. pp. 25–48.
30. *Kurek J.E.* Stability of nonlinear time-varying digital 2-D Fornasini-Marchesini system // Multidimensional Systems and Signal Processing. 2014. vol. 25. no. 1. pp. 235–244.
31. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний // М.: Наука. 1981. 918 с.
32. *Калашиников В.В.* Качественный анализ поведения сложных систем методом пробных функций // М.: Наука. 1978. 247 с.
33. *Кузькин А.А.* Методика обеспечения устойчивости стратегии развития информационных технологий в организациях // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 6(37). С. 95–115.
34. *Ядыкин И.Б.* Частотный метод анализа устойчивости слабоустойчивых линейных динамических систем // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2014. № 3. С. 3–9.
35. *Коваленко А.Ю.* Анализ структурной устойчивости разнородных систем космических аппаратов // Труды СПИИРАН. Вып. 4(35). 2014. С. 108–116.
36. *Соловьева И.В., Соколов Б.В.* Алгоритм коррекции планов работы корпоративной информационной системы на основе метода позиционной оптимизации // Труды СПИИРАН. Вып. 1(20). 2012. С. 153–164.
37. *Карсаев О.В.* Обзор традиционных инновационных систем планирования миссий космических аппаратов // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 5(48). С. 151–181.
38. *Арсеньев В.Н., Силантьев С.Б., Ядрёнкин А.А.* Использование априорной информации для коррекции модели потока событий в сложной системе // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2017. Т. 60. № 5. С. 391–397.
39. *Девятков В.В.* Развитие методологии и технологии имитационных исследований сложных систем // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 5(36). С. 44–58.
40. *Katagiri H. et al.* Transactions of engineering technologies // International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2017. Springer. 2018. 403 p.

41. *Yeganefar N., Yeganefar N., Ghangui M., Moulay A.* Lyapunov Theory for 2-D Nonlinear Noesser Models: Application to Asymptotic and Exponential Stability // IEEE Transactions on Automatic Control. 2012. vol. 58. no. 5. pp. 1299–1304.
42. *Gorban A.N.* Coping with Complexity: Model Reduction and Data Analysis // Springer. 2010. 390 p.
43. *Ivanov D., Pavlov A., Sokolov B.* Exact and heuristic methods for integrated supply chain design reliability analysis // International Journal of Integrated Supply Management. 2016. vol. 10. no. 2. pp. 206–224.
44. *Arhipov V.* et al. Development of Event-Driven Models for Operation Data of Some Systems of Small Satellites // Computer Science On-line Conference. 2016. pp. 403–413.
45. *Петухов Г.Б., Якунин В.И.* Методологические основы внешнего проектирования целенаправленных процессов и целеустремленных систем // М.: АСТ. 2006. 504 с.
46. *Найденев В.Г., Першин Е.В.* Исследование интервального показателя точности траекторного измерительного комплекса // Вооружение и экономика. 2017. Вып. 3(40). С. 14–21.
47. *Мальцев Г.Н., Назаров А.В., Якимов В.Л.* Исследование процесса диагностирования бортовой аппаратуры автоматических космических аппаратов с использованием дискретно-событийной имитационной модели // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 1(56). С. 95–121.
48. *Кунцевич В.М., Лычак М.М.* Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова // М.: Наука. 1977. 387 с.
49. *Матросов В.М.* Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем // М.: Физматлит. 2001. 381 с.
50. *Bellman P.* Vector Lyapunov Functions // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. 1962. pp. 32–34.
51. *Скобелев П.О. и др.* Новый подход к управлению жизненным циклом изделий аэрокосмической промышленности с использованием теории сложности // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 4. С. 282–287.
52. *Reshmin S.A.* Properties of the time-optimal control for Lagrangian single-degree-of-freedom systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2015. vol. 60. no. 12. pp. 350–355.
53. *Кац И.Я., Красовский Н.Н.* Об устойчивости систем со случайными параметрами // Прикладная математика и механика. 1960. Т. 24. № 5. С. 809–823.
54. *Полтавский, А.В., Бурба А.А.* Моделирование задач информационно-управляющих систем беспилотных летательных аппаратов // Двойные технологии. 2012. № 4. С. 65–70.
55. *Горянский А.С., Пророк В.Я.* Методика планирования применения оптико-электронных средств мониторинга околоземного космического пространства. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 2018. № 5. С. 68–83.
56. *Борисенков И.Л., Кашинов М.И., Родинов В.А.* Отечественные космические системы радиолокационного и радиоэлектронного мониторинга земной поверхности // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2014. № 2(195). С. 18–25.
57. *Ivanov D. et al.* A dynamic model and an algorithm for short-term supply chain scheduling in the smart factory industry 4.0 // International Journal of Production Research. 2016. vol. 54. no. 2. pp. 386–402.
58. *Torkjazi M., Fazlollahabbar H.* A Fuzzy Probabilistic Maximum Technique to Optimize an Unconstrained Utility Based Multi Objective Model // Industrial Engineering and Management. 2015. vol. 4. no. 147. pp. 2169–0316.
59. *Arora N., Saini J.K.R.* A Fuzzy Probabilistic Neural Network for Student's Academic Performance Prediction // International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. 2013. vol. 2. no. 9. pp. 4425–4432.

60. *Laaksonen O., Peltoniemi M.* The essence of dynamic capabilities and their measurement // International Journal of Management Reviews. 2018. vol. 20(2). pp. 184–205.
61. *Pavlov A., Ivanov D., Dolgui A., Sokolov B.* Hybrid Fuzzy-Probabilistic Approach to Supply Chain Resilience Assessment // IEEE Transactions on Engineering Management. 2017. vol. 65. no. 2. pp. 303–315.
62. *Khuman A.S., Yang Y., John R.* Quantification of R-fuzzy sets // Expert Systems with Applications. 2016. vol. 55. pp. 374–387.
63. *Lertworaprachaya Y., Yang Y., John R.* Interval-valued fuzzy decision trees with optimal neighbourhood perimeter // Applied Soft Computing. 2014. vol. 24. pp. 851–866.

Сугак Владимир Петрович — д-р воен. наук, профессор, старший научный сотрудник, отдел комплексных исследований устойчивости автоматизированных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: математическое моделирование, оптимизация процессов управления, устойчивость функционирования организационно-технических систем. Число научных публикаций — 280. vlsugak@yandex.ru; ул. Ждановская, 13, 197342, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7 921 753 0629.

Волков Валерий Федорович — д-р воен. наук, профессор, профессор, кафедра системного анализа и математического обеспечения автоматизированных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теория эффективности, исследование операций, системный анализ. Число научных публикаций — 250. valfedvolkov@gmail.com; ул. Ждановская, 13, 197342, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7-(951)-652-32-63.

Салухов Владимир Иванович — канд. техн. наук, доцент, начальник отдела, отдел аспирантуры, информационно-образовательных технологий и услуг, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: информационные технологии в образовании, управление жизненным циклом инфотелекоммуникационных систем, анализ и разработка систем поддержки и принятия решений на базе современных информационных технологий. Число научных публикаций — 60. vsaluhov@bk.ru; 14-я линия В.О., 39, 199178, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)328-0103; факс: +7(812) 328-4450.

Карайчев Алексей Сергеевич — начальник лаборатории - старший научный сотрудник, отдел комплексных исследований устойчивости автоматизированных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: математическое моделирование, анализ и разработка систем поддержки принятия решений. Число научных публикаций — 20. lesha83.05@mail.ru; ул. Ждановская, 13, 197342, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(921)-550-40-75.

Поддержка исследований. Исследования, выполненные по данной тематике, проводились при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ (№ 16-29-09482-офи-м, 17-08-00797, 17-06-00108, 17-01-00139, 17-20-01214, 17-29-07073- офи-м, 18-07-01272, 18-08-01505, 19-08-00989), Госзадания Министерства образования и науки РФ № 2.1315.2017/4.6, в рамках бюджетной темы № 0073–2019–0004.

V.P. SUGAK, V.F. VOLKOV, V.I. SALUKHOV, A.S. KARAYCHEV
**STUDY OF PLANS STABILITY OF ACTIVE MOVING OBJECTS
CONTROL SYSTEMS APPLICATION**

Sugak V.P., Volkov V.F., Salukhov V.I., Karaychev A.S. Study of Plans Stability of Active Moving Objects Control Systems Application.

Abstract: The paper considers research of the plans stability of active moving objects (AMOs) control system application. AMOs are material objects moving in space and carrying out informational, material and energetic interaction with objects, control points and other AMOs.

Use of AMOs is usually regulated by strict requirements, so any time delay or incomplete target effect are unacceptable. The reason of failing to perform a purpose task can be the development of control using incorrect plans, so that realization of the plan is unstable due to random factors or targeted effects of the environment and other systems. The paper deals with problematic issues of complex research of active moving objects control application stability plans.

Quantitative and qualitative assessment methods of plans stability, ways and means of ensuring required levels of stability are proposed by the authors. In this case planning task is considered dynamic, which provides plan correction by means of organizational, structural and program-algorithmic methods to ensure stability. The most adequate model of plan implementation is appropriate system of differential equations. Notion of stability probability is defined to account stochastic character of disturbance effect. The expression for stability criterion is obtained. It allows to establish the fact of stability and instability based on analysis of properties of a purposefully built Lyapunov function and disturbances characteristics.

Developed technique of plans stability quantitative assessment is based on forecast of possible amount of AMOs frustrated control procedures and additionally duration of process control cycles. For solution of the problem of choosing stability rational ways, a flexible fuzzy convolution is applied. It's caused by the lack of additivity property of subjective experts assessments. An example of multifunctional AMOs control points plans stability criterion is provided. Quantitative assessments of stability plans in conditions of disturbance effects are obtained. An example of defining priority of ways of stability provision is considered.

Keywords: Stability Across Lyapunov, Stability on Probability, Lyapunov's Function, an Active Mobile Object, the Moment of the First Exit, Optimum Control.

Sugak Vladimir Petrovich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Senior researcher, Department of Comprehensive Sustainability Studies of Automated Control Systems, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: mathematical modeling, optimization of management processes, stability of functioning of organizational and technical systems. The number of publications — 280. vlsugak@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197342, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7 921 753 0629.

Volkov Valery Fedorovich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Department of System Analysis and Mathematical Software of Automated Control Systems, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: theory of effectiveness, operations research, system analysis. The number of publications — 250. valfedvolkov@gmail.com; 13, Zhdanovskaya str., 197342, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7-(951)-652-32-63.

Salukhov Vladimir Ivanovich — Ph.D., Associate Professor, Head of Department, Department of Post Graduate Studies, Information and Education Technologies and Services, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: information technologies in education, lifecycle management

infocommunication systems, analysis and development of support systems and decision-making on the basis of modern information technologies. The number of publications — 60. vsaluhov@bk.ru; 39, 14-th Line V.O., 199178, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)328-0103; fax: +7(812) 328-4450.

Karaychev Aleksey Sergeevich — Head of Laboratory - Senior Researcher, Department of Comprehensive Sustainability Studies of Automated Control Systems, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: mathematical modeling, analysis and development of support systems and decision-making. The number of publications — 20. lesha83.05@mail.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197342, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(921)-550-40-75.

Acknowledgement. The research described in this paper is partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 16-29-09482-ofi-m, 17-08-00797, 17-06-00108, 17-01-00139, 17-20-01214, 17-29-07073-ofi-i, 18-07-01272, 18-08-01505, 19-08-00989), state order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation №2.3135.2017/4.6, state research 0073-2019-0004.

References

1. Kalinin V.N. *Teoriya upravleniya kosmicheskim apparatom (na osnove koncepcii aktivnogo ob"ekta)* [The theory of control of the spacecraft (on the basis of the concept of an active object)]. SPb.: VKA imeni A.F. Mozhajskogo. 2014. 182 p. (In Russ.).
2. Yeliseyev A.S., Gitman M.B. [Estimating of the production plan taking stability into account stochasticity of resource restrictions]. *Upravlenie bol'shimi sistemami – Large-Scale Systems Control*. 2013. vol. 42. pp. 252–272. (In Russ.).
3. Seck B. et al. Stability Analysis and Regularization of Uncertain Linear Multi-Objective Integer Optimization Problems. *Engineering Optimization*. 2012. vol. 44. no. 11. pp. 1279–1302.
4. Greshilov A.A. [On stability of the optimal solution of the linear programming problem under uncertainty of the problem parameters]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Priborostroenie" – Bauman Moscow State Technical University (BMSTU). Series "Instrument Engineering"*. 2003. vol. 4 pp. 54–63. (In Russ.).
5. Ivanov D., Sokolov B., Pavlov A. Dual problem formulation and its application to optimal redesign of an integrated production–distribution network with structure dynamics and ripple effect considerations. *International Journal of Production Research*. 2013. vol. 51. no. 18. pp. 5386–5403.
6. Rakhmonov F.N., Khamzayev A.A., Ismagilov M.F. [The Study of static stability of the Navoi thermal power plant by the method of Lyapunov functions in quadratic form]. *Molodoj uchenyj – Young scientist*. 2017. vol. 43. pp. 58–65. (In Russ.).
7. Burkov V.N. *Optimal'noe upravlenie kompleksami operacij* [Optimum control of complexes of operations]. M.: Nauka. 1972. (In Russ.).
8. Zimin I.N., Ivanilov Yu.P. [The solution of problems of network planning by their data to problems of optimum control]. *Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki – Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 1971. Issue 11. vol. 3. pp. 632–641. (In Russ.).
9. Pavlov O.V. [Dynamic optimization of production activity of the enterprise taking into account effect of a curve of training]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo jekonomicheskogo universiteta – Vestnik of Samara State University of Economics*. 2015. Issue 3. vol. 125. pp. 88–92. (In Russ.).
10. Kokorin S.V., Potryasaev S.A., Sokolov B.V. [Complexed method of operations scheduling and distributing of active moving objects sources management system].

- Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2012. Issue 55. vol. 11. pp. 17–22. (In Russ.).
11. Kalinin V.N. [O some problems of optimum control of information exchange of the spacecraft with the Earth's surface]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. vol. 4(41). pp 34–56. (In Russ.).
 12. Carvalho M., Syguy T. Efficiency and Effectiveness Analysis of Public Transport of Brazilian Cities. *Journal of Transport Literature*. 2015. vol. 9(3). pp. 40–44.
 13. Novikov D.A., Smirnov I.M., Shokhina T. E. *Mekhanizmy upravleniya dinamicheskimi aktivnymi sistemami* [Mechanisms of management of dynamic active systems]. M.: IPU RAN. 2002. 124 p. (In Russ.).
 14. Trotsky D.V., Gorodetsky V.I. [Scenario-based knowledge model and language for situation assessment and prediction]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. vol. 8. pp. 94–127. (In Russ.).
 15. Matinheikki Y., Pesonen T., Artto K., Peltokorpi A. New value creation in business networks: The role of collective action in constructing system-level goals. *Industrial Marketing Management*. 2017. vol. 67. pp.122–133.
 16. Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z. Tracking control for UAV trajectory. Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. 2014. pp. 1889–1894.
 17. Popovic Z. Basic mathematical models in economic-ecological control. Series: Economics and Organization. *Facta Universitatis*. 2008. vol. 5. no. 3. pp. 251–262.
 18. Feoktistov V.V., Feoktistova O.P., Chernishova I.N. [Aleksandr Mihaylovich Liapunov, the General Problem of the Stability of Motion]. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana – Science & education: Scientific Edition of Bauman MSTU*. 2015. vol. 7. pp. 65–76. (In Russ.).
 19. Belov A.A., Andrianova O.G. Computation of anisotropic norm for descriptor systems using convex optimization. 2013 International Conference on Process Control (PC). 2013. pp. 173–178.
 20. Saati T. Decision making with the analytic hierarchy process. *International Journal of Services Sciences*. 2008. vol. 1. no. 1. pp. 83–98.
 21. Ashimov A.A., Gejda A.S., Lusenko I.V., Yusupov R.M. [Performance and other operational properties of systems: objectives and method of evaluation]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 5(60). pp. 241–270. (In Russ.).
 22. Mirjalili S., Mirjalili S. M., Lewis A. Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*. 2014. vol. 69. pp. 46–61.
 23. Sheeba P.S., Ghose D. Optimal Resource Allocation and Redistribution Strategy in Military Konflikts with Lanchester Squire Law Attrition. *Naval Research Logistics (NRL)*. 2008. vol. 55. no. 6. pp. 581–591.
 24. Lyapunov A.M. *Obshchaya zadacha ob ustojchivosti dvizheniya* [The general task about stability of the movement]. M.: Gostekhizdat. 1950. 472 p. (In Russ.).
 25. Kramer J.S., Orlik L.K. [On the extension of the concept of Lyapunov stability]. *Nauchno-metodicheskij elektronnyj zhurnal Koncept – Scientific and methodical electronic journal Concept*. 2017. vol. 39. pp. 1871–1875. (In Russ.).
 26. Kushner J. *Stochastic stability and management*. Academic Press. 1967. 176 p. (Russ. ed.: Kouchner G.Dzh. *Stokhasticheskaya ustojchivost' i upravlenie*. M.: Mir. 1969. 200 p.).
 27. Rantzer A. A dual to Lyapunov's stability theorem. *Systems & Control Letters*. 2001. vol. 42. no. 3. pp. 161–168.
 28. Ivanov A.K. [Optimization of stability of hierarchical control systems]. *Avtomatizacija processov upravlenija – Automation of control processes*. 2015. vol. 3. pp. 23–33. (In Russ.).

29. Imkeller P., Milstein G.N. Moment Lyapunov exponent for conservative systems with small periodic and random perturbations. *Stochastic Dynamics*. 2002. vol. 2. pp. 25–48.
30. Kurek J.E. Stability of nonlinear time-varying digital 2-D Fornasini-Marchesini system. *Multidimensional Systems and Signal Processing*. 2014. vol. 25. no. 1. pp. 235–244.
31. Andronov A.A., Vitt A.A., Hajkin S.E. *Teoriya kolebanij* [Theory of fluctuations]. M.: Nauka. 1981. 918 p. (In Russ.).
32. Kalashnikov V.V. *Kachestvennyj analiz povedeniya slozhnykh sistem metodom probnykh funktsij* [Qualitative analysis of behavior of difficult systems by method of trial functions]. M.: Nauka. 1978. 247 p. (In Russ.).
33. Kuz'kin A.A. [A technique of ensuring stability of the strategy of development for information technologies in the organizations]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 6(37). pp. 95–115. (In Russ.).
34. Yadykin I.B. [Frequency method of the analysis of stability slaboustoichivyykh of linear dynamic systems]. *Mehatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2014. vol. 3. pp. 3–9. (In Russ.).
35. Kovalenko A.Yu. [Analysis of structural stability of diverse systems of spacecrafts]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 4(35). pp. 108–116. (In Russ.).
36. Solovyova I.V., Sokolov B.V. [Algorithm of correction of plans of work of a corporate information system on the basis of a method of position optimization]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2012. vol. 1(20). pp. 153–164. (In Russ.).
37. Karsayev O.V. [Review of traditional innovative systems of planning of missions of spacecrafts]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 5(48). pp. 151–181. (In Russ.).
38. Arsenyev V.N., Silant'yev S.B., Yadryonkin A.A. [Use of aprioristic information for correction of model of a stream of events in the difficult system]. *Izvestija vysshikh uchebnykh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2017. Issue 60. vol. 5. pp. 391–397. (In Russ.).
39. Devyatkov V.V. [Development of methodology and technology of imitating researches of the difficult systems]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 5(36). pp. 44–58. (In Russ.).
40. Katagiri H. et al. *Transactions of engineering technologies. International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2017*. Springer. 2018. 403 p.
41. Yeganefar N., Yeganefar N., Ghamgui M., Moulay A. Lyapunov Theory for 2-D Nonlinear Roesser Models: Application to Asymptotic and Exponential Stability. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2012. vol. 58. no. 5. pp. 1299–1304.
42. Gorban A.N. *Coping with Complexity: Model Reduction and Data Analysis*. Springer. 2010. 390 p.
43. Ivanov D., Pavlov A., Sokolov B. Exact and heuristic methods for integrated supply chain design reliability analysis. *International Journal of Integrated Supply Management*. 2016. vol. 10. no. 2. pp. 206–224.
44. Arhipov V. et al. Development of Event-Driven Models for Operation Data of Some Systems of Small Satellites. *Computer Science On-line Conference*. 2016. pp. 403–413.
45. Petuhov G.B., Yakunin V.I. *Metodologicheskie osnovy vneshnego proektirovaniya celenapravlennykh processov i celeustremlynykh sistem* [Methodological basis of external design of purposeful processes and purposeful systems]. M.: AST. 2006. 504 p. (In Russ.).
46. Najdenov V.G., Pershin E.V. [Study of interval measure of the accuracy of the trajectory measuring complex]. *Vooruzhenie i jekonomika – Armament and Economics*. 2017. vol. 3(40). pp. 14–21. (In Russ.).
47. Maltsev G.N., Nazarov V.A., Yakimov V.L. [Study of the process of diagnosing on-board equipment of automatic spacecraft with ispolzovaniya-event simulation model]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 1(56). pp. 95–121. (In Russ.).

48. Kuntsevich V.M., Lychak M.M. *Sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya s pomoshch'yu funkciy Lyapunova* [Synthesis of automatic control systems using Lyapunov functions]. M.: Nauka. 1977. 387 p. (In Russ.).
49. Matrosov V.M. *Metod vektornykh funkciy Lyapunova: Analiz dinamicheskikh svoystv nelineinykh sistem* [The method of vector Lyapunov functions: analysis of dynamical properties of nonlinear systems]. M.: Fizzmatlit. 2001. 381 p. (In Russ.).
50. Bellman P. Vector Lyapunov Functions. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. 1962. pp. 32–34.
51. Skobelev P.O. et al. [A New Approach to Managing Life Cycle of Aerospace Products using Complexity Theory]. *Mekhatronika, avtomatizaciya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2016. Issue 17. vol. 4. pp. 282–287. (In Russ.).
52. Reshmin S.A. Properties of the time-optimal control for Lagrangian single-degree-of-freedom systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2015. vol. 60. no. 12. pp. 350–355.
53. Katz I.Ya., Krasovskiy N.N. [About stability of systems with casual parameters]. *Prikladnaya matematika i mehanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1960. Issue 24. vol. 5. pp. 809–823. (In Russ.).
54. Poltavskiy A.V., Burba A.A. [Modeling of unmanned aircrafts information managing systems tasks]. *Dvoynye tehnologii – Doubled technologies*. 2012. vol. 4. pp. 65–70. (In Russ.).
55. Goryanskiy A.S., Prorok V.Y. [Technique of outer space optoelectronic monitoring devices application planning]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Priborostroenie" – Bauman Moscow State Technical University (BMSTU). Series "Instrument Engineering"*. 2018. vol. 5. pp. 68–83. (In Russ.).
56. Borisenkov I.L., Kalinov M.I., Rodinov V.A. [Blighty space systems of earth surface radar and radio electronic monitoring]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politehnicheskogo universiteta – St. Petersburg State Polytechnic University Journal of Engineering Science and Technology*. 2014. vol. 2(195). pp. 18–25. (In Russ.).
57. Ivanov D. et al. A dynamic model and an algorithm for short-term supply chain scheduling in the smart factory industry 4.0. *International Journal of Production Research*. 2016. vol. 54. no. 2. pp. 386–402.
58. Torkjazi M, Fazlollahabari H. A Fuzzy Probabilistic Maximum Technique to Optimize an Unconstrained Utility Based Multi Objective Model. *Industrial Engineering and Management*. 2015. vol. 4. no. 147. pp. 2169–0316.
59. Arora N., Saini J.K.R. A Fuzzy Probabilistic Neural Network for Student's Academic Performance Prediction. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*. 2013. vol. 2. no. 9. pp. 4425–4432.
60. Laaksonen O., Peltoniemi M. The essence of dynamic capabilities and their measurement. *International Journal of Management Reviews*. 2018. vol. 20(2). pp. 184–205.
61. Pavlov A., Ivanov D., Dolgui A., Sokolov B. Hybrid Fuzzy-Probabilistic Approach to Supply Chain Resilience Assessment. *IEEE Transactions on Engineering Management*. 2017. vol. 65. no. 2. pp. 303–315.
62. Khuman A.S., Yang Y., John R. Quantification of R-fuzzy sets. *Expert Systems with Applications*. 2016. vol. 55. pp. 374–387.
63. Lertworapachaya Y., Yang Y., John R. Interval-valued fuzzy decision trees with optimal neighbourhood perimeter. *Applied Soft Computing*. 2014. vol. 24. pp. 851–866.

И.К. РОМАНОВА
**МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ
ДЕФОРМИРОВАННЫХ УДЛИНЕННЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ
ВАРИАЦИЙ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ КРЕНА**

Романова И.К. Моделирование устойчивости движения деформированных удлиненных тел на основе вариаций угловых скоростей крена.

Аннотация. Рассмотрен класс движущихся объектов, представляющих собой тела вращения, претерпевшие по тем или иным причинам необратимые деформации корпуса.

Актуальность исследуемой задачи обусловлена как потребностью изучения динамики таких объектов, так и недостаточностью уже проведенных исследований, которые в основном сосредоточены на изучении эффектов аэроупругости или массовой асимметрии и не затрагивают динамику тел с необратимыми деформациями.

Сформулирована проблема устойчивости движения, в том числе в процессе взаимодействия продольного и бокового движений деформированного тела. Особое внимание уделено движению искривленного тела при наличии вращения по углу крена и выявлению критических угловых скоростей крена. Отмечено, что для случая пассивного движения возможны три причины такого взаимодействия: аэродинамическое, кинематическое, инерционное.

Разработан теоретический подход, учитывающий особенности геометрии деформированных тел, который позволил в рамках практических исследований определить допустимые уровни деформации и их связь с параметрами движения деформированных тел.

Анализ устойчивости проводился на основе критериев устойчивости решений системы, описывающей движение тела, согласно критерию Рауса — Гурвица. Определены параметры тела, которые в той или иной степени влияют на устойчивость движения. Отмечен более сложный вид кривой границы устойчивости для данной угловой скорости по крену, чем простая гипербола.

Также показана возможность прямого решения нелинейного относительно определяющих параметров уравнения, что позволит получать зависимости критических угловых скоростей крена и диапазонов устойчивости от этих параметров.

Математическое моделирование на основе разработанных методик, проведенное для прямого и искривленного тел, показало, что искривление тела существенно влияет на смещение линий производных моментов тангажа по углу атаки и моментов рыскания по углу скольжения относительно границ устойчивости. Определен диапазон угловых скоростей по крену, в котором наблюдается потеря устойчивости для искривленного тела. Проанализировано влияние вариаций угловой скорости и относительного изменения производной коэффициента момента рыскания по углу скольжения на значение определяющего коэффициента из условий устойчивости для прямого и искривленного тел. Показано, как искривление тела приводит к сдвигу седловой точки. Изучено влияние изменения числа Маха на коэффициент характеристического уравнения, который определяет устойчивость движения системы по критерию Рауса — Гурвица.

Ключевые слова: математическое моделирование динамики полета, устойчивость движения, асимметричные тела.

1. Введение. Рассматривается класс движущихся объектов, представляющих собой тела вращения, которые по тем или иным

причинам претерпели деформацию корпуса (рисунок 1). Примером таких объектов могут служить тела, которые в процессе полета подверглись влиянию со стороны других тел.

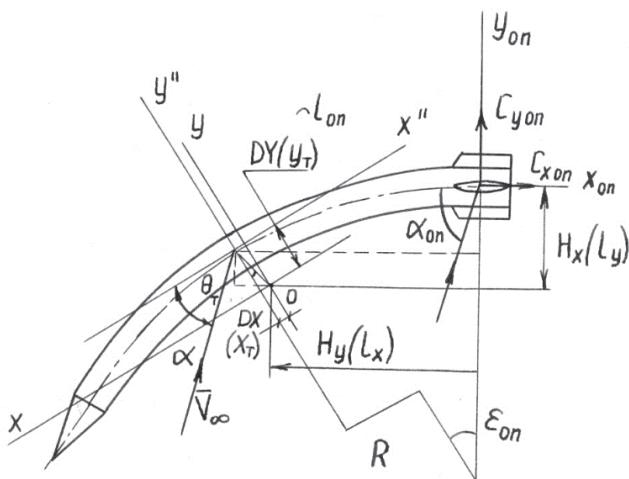


Рис.1. Общий вид деформированного тела и системы координат

В статьях [1, 2] были заложены теоретические основы исследований динамики таких асимметричных тел. В статье [3] проведена систематизация видов деформаций, определены способы их описания, выявлены определяющие параметры динамики деформированных тел. Введено понятие эквивалентных геометрических параметров разных форм. За основной вариант принята деформация, выраженная в искривлении оси цилиндрической части тела с постоянным радиусом кривизны R (рисунок 1). Представления деформаций в безразмерном виде связаны с отнесением к радиусу цилиндрического участка (или в более общем случае миделева сечения) исходного тела. Тогда безразмерные радиус кривизны, отнесенный к радиусу миделева сечения R_m , и кривизна запишутся так: $\bar{R} = R / R_m$; $\bar{K} = 1 / \bar{R}$. Проведен сравнительный анализ влияния деформаций на аэродинамические характеристики тел. Моделированию деформированных тел также посвящена работа [4]. Проведенные исследования стали основой для решения задачи оценки влияния деформаций на параметры движения тел, которая и является предметом настоящей статьи.

Актуальность поставленной задачи отражена в целом ряде работ. Так, в [5] отмечается важность проблемы моделирования динамики асимметричных вращающихся по углу крена ракет. В [6] указано, что в настоящее время в сообществе баллистиков мало аналитических инструментов, которые могут помочь при проектировании и оценке эффективности аэродинамически асимметричных снарядов.

В рамках общей задачи оценки влияния деформаций на параметры движения тел следует выделить несколько направлений исследований:

- общая задача моделирования пространственного движения тела сложной формы;
- исследование устойчивости движения летательных аппаратов, в том числе по углу крена;
- совместное решение задачи исследования устойчивости деформированных тел двух видов: с упругими и необратимыми деформациями и асимметриями.

Общая задача моделирования пространственного движения тела сложной формы является предметом исследования в [7]. Статья [8] посвящена описанию разработанной модели движения тела с шестью степенями свободы по баллистической траектории и может использоваться для проверки проектных показателей, рабочих параметров и коррекций траектории. В статье [9] предлагается модель траектории полета для нового типа вращающегося снаряда с семью степенями свободы. В [10] предложен иерархический ряд моделей, каждая из которых соответствует конкретной задаче исследований неуправляемого и управляемого движения летательных аппаратов.

Исследование устойчивости движения тел, в том числе по углу крена, является одной из центральных проблем в анализе и проектировании. В [11] описываются проведенные междисциплинарные фундаментальные исследования, которые включают анализ конструкции, динамику, динамическую устойчивость, аэроупругую устойчивость и траекторный анализ полета ракет и снарядов. В [12] отмечена проблема снижения устойчивости при деформациях летательных аппаратов в виде тонких удлиненных тел. В [13] рассматриваются проблемы устойчивости, включая движение по углу крена, в том числе для тел с массовой асимметрией. В [9] изучается устойчивость движения вращающегося снаряда с семью степенями свободы.

Статья [14] посвящена численным экспериментам, в которых исследуется статическая и гироскопическая устойчивости. В [15]

оценивается устойчивость характеристик ракеты по отношению к углу атаки управляющих поверхностей. В статье [16] описано влияние аэродинамических моментов на зенитную ракету во время полета. Разложение общего аэродинамического момента на управляющий, демпфирующий и стабилизационный позволяет проанализировать их влияние на зенитную ракету. В [17] исследуется устойчивость упругой деформированной ракеты. В [18] рассматриваются проблемы потери устойчивости во вращательных движениях на основе 6-степенной модели пространственного движения.

Целый ряд работ исследует влияние повреждений на изменение характеристик устойчивости движения тел: [5, 6, 19, 20].

Решение задачи моделирования устойчивости деформированных тел может быть рассмотрено для двух групп объектов: с упругими и необратимыми деформациями и асимметриями.

Исследование проблемы аэроупругости предполагает решение целого ряда задач, в том числе разработку моделей аэродинамики и динамики движения, оценку устойчивости и формирование алгоритмов управления. В [11] рассматривается целый комплекс проблем движения тел, включая эффекты аэроупругости, с использованием теории тонкого тела. В [12] проводятся сравнения аэродинамических коэффициентов для упругого и твердого тел, рассчитанных с помощью пакета ANSYS. Отмечается, что формы тел зависят от чисел Маха и близки к параболе. Особое внимание обращает на себя проблема снижения устойчивости при деформациях, которая также отмечена и в других работах. Статья [21] посвящена экспериментальным исследованиям динамических характеристик, в частности сравнительному анализу аэродинамических характеристик твердого и упругого тел. Представлена визуализация эффектов аэроупругости. В [22] рассмотрены статическая и динамическая аэроупругие неустойчивости и проблемы устойчивости из-за несносности тяги. Отмечено, что решение аэроупругих задач в основном выполняется с помощью линейных аэроупругих моделей, поддерживаемых нелинейной аэродинамикой из испытаний в аэродинамической трубе или вычислительной гидродинамикой. Проблемы устойчивости упругого удлиненного тела рассмотрены в [23]. В [24] отмечается, что в реальной практике аэроупругость играет важную роль в определении баллистической эффективности ракеты. Работа [25] посвящена статической аэроупругости удлиненного тела. Проблемы аэроупругости для удлиненных тел рассматриваются в [26]. Важным обнаруженным фактом является то, что упругую деформацию новых

тел с большим удлинением нельзя проигнорировать в связи с увеличением скорости полета и высокой маневренности. Аэроупругость влияет и на сдвиг центра давления вперед, тем самым ослабляя запас устойчивости. Способы моделирования эффектов упругости представлены в [17].

Решение задачи моделирования устойчивости тел с необратимыми деформациями и асимметриями также рассмотрено в целом ряде работ. В [27] исследуются малые изменения поверхности тел вращения в виде ряда Фурье и их влияние на угол крена. Отмечается сложность задачи моделирования по углу крена неуправляемых летательных аппаратов, близких по форме к телам вращения. В [28] приведены результаты теоретического исследования динамики полета проворачивающегося осесимметричного тела, стабилизируемого аэродинамическими косоповерхностями. Тело также имеет асимметрии, выраженные в смещении центра масс от геометрической оси тела, эксцентриситете тяги, а также относительно большом отклонении угла установки одной из аэродинамических поверхностей от среднего значения угла установки. Статья [13] исследует массовую асимметрию снаряда и коаксиальную ошибку. Показано, что массовая асимметрия оказывает большое влияние на коэффициент затухания движения снаряда по углу крена. В [29] изучается поведение снаряда с внутренней массовой асимметрией.

Асимметрия, связанная с повреждением элементов движущегося в атмосфере тела, представлена в работах [5, 6, 20]. Асимметрия может быть также специальной, например, в [30] изучается введение принудительной асимметрии крыла.

Проведенный обзор показал актуальность задачи оценки влияния деформаций на параметры движения тел. Следует отметить, что в рассмотренных работах практически не исследуется динамика объектов со значительной необратимой деформацией. Выделим также важный методический аспект, отраженный в работе [31]: для исследования процессов, которые могут возникнуть в нелинейных системах, простое компьютерное моделирование является инструментом, способным привести к неправильным выводам. Для получения достоверных результатов моделирования следует аналитически исследовать условие единственности предельного решения либо применить аналитико-численные методы, позволяющие найти скрытые колебания.

Предметной областью настоящей статьи является проблема оценки влияния необратимых деформаций тел на динамику их движения. В рамках общей проблемы конкретная задача статьи

заключается в разработке методики оценки влияния деформаций на устойчивость движения деформированных тел и ее применению в практических исследованиях, конкретизирующих степень влияния и условия сохранения устойчивости. Следует подчеркнуть, что объект исследований данной статьи ранее не рассматривался. Расчеты аэродинамических коэффициентов сил и моментов проводились на основании разработанной автором методики, изложенной в статьях [1, 2].

2. Методика исследований устойчивости деформированных тел. Рассмотрим аспекты проблемы устойчивости в процессе взаимодействия продольного и бокового движений деформированного тела. Особое внимание уделим движению искривленного тела при наличии вращения по углу крена и выявим наличие критических угловых скоростей крена.

Исходные уравнения движения центра масс запишутся так [10]:

$$\begin{aligned} m \left(\frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y \right) &= R_x + G_x; \\ m \left(\frac{dV_y}{dt} + \omega_z V_x - \omega_x V_z \right) &= R_y + G_y; \\ m \left(\frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x \right) &= R_z + G_z, \end{aligned}$$

где V_x, V_y, V_z — проекции скорости V ; R_x, R_y, R_z — проекции аэродинамических сил, G_x, G_y, G_z — проекции силы тяжести на связанные оси, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — проекции вектора угловой скорости на связанные оси координат $Oxyz$, m — масса тела.

Проекции скорости полета выражаются через углы атаки α и скольжения β :

$$\begin{aligned} V_x &= V \cos \alpha \cos \beta; \\ V_y &= -V \sin \alpha \cos \beta; \\ V_z &= V \sin \beta. \end{aligned}$$

Для тела, имеющего вертикальную плоскость симметрии, уравнения вращательного движения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 J_x \frac{d\omega_x}{dt} - J_{xy} \frac{d\omega_y}{dt} + (J_z - J_y)\omega_y\omega_z + J_{xy}\omega_x\omega_z &= M_{R_x}; \\
 J_y \frac{d\omega_y}{dt} - J_{xy} \frac{d\omega_x}{dt} + (J_x - J_z)\omega_z\omega_x - J_{xy}\omega_y\omega_z &= M_{R_y}; \\
 J_z \frac{d\omega_z}{dt} - J_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) + (J_y - J_x)\omega_x\omega_y &= M_{R_z},
 \end{aligned}$$

где J_x, J_y, J_z, J_{xy} — моменты инерции относительно осей координат $Oxyz$, $M_{R_x}, M_{R_y}, M_{R_z}$ — проекции на оси связанной системы координат полного момента внешних сил.

Входящие в правые части уравнений движения центра масс и вращательного движения силы и моменты записываются через соответствующие аэродинамические коэффициенты сил и моментов:

$$\begin{aligned}
 R_x &= c_x q S; \quad M_x = m_x q S l_T; \quad M_{R_x} = M_x + M_{P_x}; \\
 R_y &= c_y q S; \quad M_y = m_y q S l_T; \quad M_{R_y} = M_y + M_{P_y}; \\
 R_z &= c_z q S; \quad M_z = m_z q S l_T, \quad M_{R_z} = M_z + M_{P_z},
 \end{aligned}$$

где $q = \rho V^2 / 2$ — скоростной напор, ρ — плотность воздуха, S — характерная площадь тела, l_T — характерная длина тела, c_x, c_y, c_z , m_x, m_y, m_z — аэродинамические коэффициенты сил и моментов, M_x, M_y, M_z — моменты от аэродинамических сил, $M_{P_x}, M_{P_y}, M_{P_z}$ — моменты, связанные с силами тяги двигателя (если имеется).

Для представления аэродинамических коэффициентов сил и моментов используются следующие зависимости от параметров движения:

$$\begin{aligned}
 c_x &= c_{x0} + c_x(\alpha); \\
 c_y &= c_{y0} + c_y^\alpha \alpha; \\
 c_z &= c_z^\beta \beta; \\
 m_x &= m_{x0}^\beta \beta + m_x^{\alpha\beta} \alpha \beta + m_x^{\omega x} \omega_x + m_x^{\omega y} \omega_y; \\
 m_y &= m_y^\beta \beta + m_y^{\omega x} \omega_x + m_y^{\omega y} \omega_y; \\
 m_z &= m_z(\alpha) + m_z^{\omega z} \omega_z,
 \end{aligned}$$

где c_{x0} — коэффициент продольной силы при нулевом угле атаки, c_{y0} , c_y^α — коэффициент нормальной силы при нулевом угле атаки и производная этого коэффициента по углу атаки, c_z^β — производная коэффициента боковой силы по углу скольжения, $m_{x0}^\beta, m_x^{\alpha\beta}, m_x^{\omega_x}, m_x^{\omega_y}, m_y^\beta, m_y^{\omega_x}, m_y^{\omega_y}, m_z^{\omega_z}$ — производные коэффициентов моментов по соответствующим параметрам движения.

Если определить угловое движение тела относительно оси OZ (изменения ω_z, α) как продольное, а относительно осей OX и OY (изменения $\omega_x, \omega_y, \beta, \gamma$) как боковое, то в случае пространственного движения тела можно говорить о взаимодействии или взаимосвязи продольного и бокового движений. Для случая пассивного движения возможны три причины такого взаимодействия: аэродинамическое, кинематическое, инерционное.

Аэродинамическое взаимодействие движений проявляется при наличии зависимости аэродинамических производных устойчивости бокового движения от параметров продольного движения, в первую очередь, от угла атаки α и аэродинамических производных продольного движения от параметров бокового движения (например, от угла скольжения β). Особенно существенна зависимость аэродинамических характеристик бокового движения от угла атаки.

Для углов атаки и скольжения используются следующие формулы:

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha; \beta = \beta_0 + \Delta\beta,$$

где α_0, β_0 — начальные углы атаки и скольжения для выбранного интервала движения, $\Delta\alpha, \Delta\beta$ — приращения углов атаки и скольжения на исследуемом интервале. Далее в рамках линеаризации уравнений движения для простоты будем опускать знак приращения Δ , так что в последующих формулах α, β — не сами углы, а их приращения.

Трактовка начальных углов атаки и скольжения соответствует рисунку 1. Наличие местных углов атаки и скольжения искривленного тела, а также влияние искривления на производные по угловым скоростям отражена в методике [1, 2]. Отклонения углов принимаются небольшими (до 10-12 градусов).

Расчеты коэффициента относительной плотности тела μ , безразмерные угловые скорости $\bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y, \bar{\omega}_z$ и безразмерные моменты инерции i_x, i_y, i_z проводятся по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} \mu &= 2m / (\rho S l_T); \\ \bar{\omega}_x &= \omega_x l_T / (2V); \bar{\omega}_y = \omega_y l_T / (2V); \bar{\omega}_z = \omega_z l_T / (2V); \\ i_x &= J_x / [m(0.5l_T)^2]; i_y = J_y / [m(0.5l_T)^2]; i_z = J_z / [m(0.5l_T)^2]. \end{aligned}$$

Дополнительно рассчитываются коэффициенты, характеризующие соотношения моментов инерции с учетом возможных несимметрий тела:

$$A = \frac{J_y - J_x}{J_z}; B = \frac{J_z - J_x}{J_y}; C = \frac{J_z - J_y}{J_x}; C_1 = \frac{J_{xy}}{J_x}; B_1 = \frac{J_{xy}}{J_y}; A_1 = \frac{J_{xy}}{J_z}.$$

Коэффициенты аэродинамических моментов удобнее представлять в безразмерном виде, так что:

$$\bar{m}_x = m_x / i_x; \bar{m}_y = m_y i_y; \bar{m}_z = m_z i_z.$$

В диапазоне небольших приращений углов α, β (до 10-12 градусов) зависимости производных аэродинамических коэффициентов моментов $m_x^\beta(\alpha), m_y^\beta(\alpha)$ могут быть представлены с помощью следующих формул, которые учитывают аэродинамическое взаимодействие:

$$m_{xs}^\beta = m_x^\beta + m_x^{\alpha\beta} \cdot \alpha; m_{ys}^\beta = m_y^\beta + m_y^{\alpha\beta} \cdot \alpha.$$

Для получения большей общности уравнения движения представляют в безразмерном виде, вводя масштаб времени τ_m :

$$\tau_m = m / (\rho S V).$$

Для решения поставленной задачи исходные уравнения линеаризуют с учетом принятых представлений коэффициентов сил и моментов. Результатом является следующая система дифференциальных уравнений вращательного движения, в которой также используется выражение производной скорости движения центра масс с учетом

лобового сопротивления тела, что весьма важно для исследования деформированных тел. Расчет по методике [1-2] и многовариантные анализы статьи [3] показали наличие ненулевого момента тангажа искривленного тела \bar{m}_{z0} даже при нулевом угле атаки α_0 :

$$\begin{aligned}
 \alpha' - \mu \bar{\omega}_z + \mu \beta \bar{\omega}_x &= -\frac{1}{2} c_{y0} + \left(-\frac{1}{2} c_y^\alpha + \frac{c_x}{2} \right) \alpha + \frac{2g\tau_m^2}{l_T \mu} \cos \vartheta \cos \gamma; \\
 \bar{\omega}_z' + A \mu \bar{\omega}_x \bar{\omega}_y &= \bar{m}_{z0} + \bar{m}_z^\alpha \alpha + \left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2} \right) \bar{\omega}_z + \bar{m}_z^\beta \beta; \\
 \beta' - \mu \bar{\omega}_y - \mu \alpha \bar{\omega}_x &= \left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2} \right) \beta + \frac{2g\tau_m^2}{l_T \mu} \cos \vartheta \sin \gamma; \\
 \bar{\omega}_y' - B \mu \bar{\omega}_x \bar{\omega}_z - B_1 \bar{\omega}_x' &= \\
 \bar{m}_{ys}^\beta \beta + \left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2} + B_1 \bar{\omega}_z \mu \right) \bar{\omega}_y + \left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_x} - B_1 \frac{c_x}{2} \right) \bar{\omega}_x; \\
 \bar{\omega}_x' + C \mu \bar{\omega}_y \bar{\omega}_z - C_1 \bar{\omega}_y' &= \\
 \bar{m}_{xs}^\beta \beta + \left(\bar{m}_x^{\bar{\omega}_x} + \frac{c_x}{2} - C_1 \bar{\omega}_z \mu \right) \bar{\omega}_x + \left(\bar{m}_x^{\bar{\omega}_y} - C_1 \frac{c_x}{2} \right) \bar{\omega}_y.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь ϑ и γ — углы тангажа и крена соответственно, g — ускорение силы тяжести, символом " ' " здесь и далее обозначена производная по времени d/dt . Отметим еще раз, что система (1) линеаризована относительно текущего угла атаки α_0 .

В систему (1), строго говоря, следует добавить уравнения для углов тангажа и крена:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_z; \\
 \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma)
 \end{aligned}$$

Заметим, что углы тангажа и крена используются в правой части системы (1) в виде тригонометрических функций, умноженных на ускорение силы тяжести g . Для этих составляющих проведем специальный анализ.

Кинематическое взаимодействие имеет место при одновременном изменении углов атаки и скольжения, происходящим с определенным запаздыванием, которое связано с инерционностью

тела. Члены, определяющие кинематическое взаимодействие, входят в уравнения α', β' в виде произведений $\beta\omega_x, \alpha\omega_x$. Инерционное взаимодействие проявляется в уравнениях моментов (уравнения для производных по времени $\bar{\omega}'_z, \bar{\omega}'_y, \bar{\omega}'_x$) через члены, содержащие произведения угловых скоростей вида $A\bar{\omega}_x\bar{\omega}_y, B\bar{\omega}_x\bar{\omega}_z, C\bar{\omega}_y\bar{\omega}_z$. Физический смысл этих членов состоит в том, что они учитывают появление центробежных инерционных моментов при вращении тела относительно оси, не совпадающей с главной осью инерции.

Рассмотрим движение искривленного тела при наличии вращения по углу крена. Для этого обратимся к системе (1), полученной при ряде допущений, главное из которых — малость приращений углов атаки и скольжения.

Расчеты показали, что для рассматриваемого случая в этой системе можно сделать еще ряд допущений, основанных на моделировании полной системы уравнений пространственного движения. Во-первых, за исследуемый обычно промежуток времени ω_x меняется мало вследствие небольшого демпфирующего момента $M_x^{\omega_x}$, так что последнее уравнение для $\bar{\omega}'_x$ можем отбросить, в четвертом же уравнении положим $\bar{\omega}'_x = 0$. Расчет коэффициентов C_1 показал, что их тоже можно отбросить при соответствующем выборе системы связанных координат. Гравитационными членами также можно пренебречь (расчеты показали, что член в первом уравнении из (1), связанный с g , меньше в 60-100 раз по сравнению с остальными членами). Окончательно получим систему четырех дифференциальных уравнений для производных по безразмерному времени переменных $\alpha, \beta, \bar{\omega}_y, \bar{\omega}_z$, которые описывают пространственное движение исследуемого тела в окрестности небольших приращений α, β при отсутствии сильных изменений скорости вращения по углу крена за рассматриваемый промежуток времени.

$$\alpha' = \mu\bar{\omega}_z - \mu\beta\bar{\omega}_x - \frac{1}{2}c_{y0} + \left(-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2}\right)\alpha;$$

$$\bar{\omega}'_z = \bar{m}_{z0} + \bar{m}_z^\alpha \alpha + \left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2}\right)\bar{\omega}_z + \bar{m}_z^\beta \beta - A\mu\bar{\omega}_x\bar{\omega}_y;$$

$$\beta' = \left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2}\right)\beta + \mu\bar{\omega}_y + \mu\alpha\bar{\omega}_z;$$

$$\bar{\omega}'_y = \bar{m}_{ys}^\beta \beta + \left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2} + B_1\bar{\omega}_z\mu\right)\bar{\omega}_y + \left(\bar{m}_x^{\bar{\omega}_y} - B_1\frac{c_x}{2}\right)\bar{\omega}_x + B\mu\bar{\omega}_x\bar{\omega}_z.$$

Эту систему можно свести к двум дифференциальным уравнениям второго порядка:

$$\begin{aligned}
 & \alpha'' + \left[-\left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2} \right) \right] \alpha' + \\
 & + \left[-\mu \bar{m}_z^\alpha + \left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2} \right) \left(-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2} \right) - A\mu^2 \bar{\omega}_x^2 - \left(\frac{c_x}{2} \right)' \right] \alpha + \\
 & + [A\mu \bar{\omega}_x + \mu \bar{\omega}_x] \beta' + \\
 & + \left\{ - \left[\left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2} \right) \mu \bar{\omega}_x + \mu \bar{\omega}_z^\beta + A\mu \bar{\omega}_x \left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2} \right) \right] \right\} \beta + \\
 & + \left[-\mu \bar{m}_{z0} - \left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2} \right) \frac{c_{y0}}{2} \right] = 0;
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 & \beta'' + \left[-\left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2} \right) - \left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2} \right) \right] \beta' + \\
 & + \left[-\left(\frac{c_x}{2} \right)' - \mu \bar{m}_{ys}^\beta + \left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2} \right) \left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2} \right) - B\mu^2 \bar{\omega}_x^2 \right] \beta + \\
 & + [-\mu \bar{\omega}_x - B\mu \bar{\omega}_x] \alpha' + \left[\left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2} \right) \mu \bar{\omega}_x + \left(-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2} \right) B\mu \bar{\omega}_x \right] \alpha + \\
 & + \left[-\mu \left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_x} - B_1 \frac{c_x}{2} \right) \bar{\omega}_x - B\mu \bar{\omega}_x \frac{c_{y0}}{2} \right] = 0.
 \end{aligned}$$

Главная особенность этих уравнений связана с влиянием осевой несимметрии, что проявляется в наличии свободных членов. Свободные члены определяют частное решение неоднородных дифференциальных уравнений и характеризуют систематическую составляющую. Система (2) может быть представлена с помощью коэффициентов $a_{ij}, i = 1, 2; j = 0, 1, \dots, 4$:

$$\begin{aligned}
 \alpha'' &= a_{11}\alpha' + a_{12}\beta' + a_{13}\alpha + a_{14}\beta + a_{10}; \\
 \beta'' &= a_{21}\alpha' + a_{22}\beta' + a_{23}\alpha + a_{24}\beta + a_{20};
 \end{aligned}$$

или, если ввести:

$$y_1 = \alpha; y_2 = \beta,$$

имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{d\tau} &= y_3; \quad \frac{dy_2}{d\tau} = y_4; \\ \frac{dy_3}{d\tau} &= a_{11}y_3 + a_{12}y_4 + a_{13}y_1 + a_{14}y_2 + a_{10}; \\ \frac{dy_4}{d\tau} &= a_{21}y_3 + a_{22}y_4 + a_{23}y_1 + a_{24}y_2 + a_{20}. \end{aligned}$$

Анализ коэффициентов a_{ij} показал, что некоторыми членами в выражениях для них можно пренебречь, так что окончательно имеем:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + c_x - \frac{1}{2}c_y^\alpha; \\ a_{12} &= -\mu\bar{\omega}_x(1+A); \\ a_{13} &= \mu\bar{m}_z^\alpha + A\mu^2\bar{\omega}_x^2; \\ a_{14} &= \left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2}\right)\mu\bar{\omega}_x + A\mu\bar{\omega}_x\left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2}\right); \\ a_{10} &= \mu\bar{m}_{z0}; \quad a_{21} = \mu\bar{\omega}_x(1+B); \quad a_{22} = \bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_z^\beta}{2} + c_{xa}; \\ a_{23} &= -\left[\left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2}\right)\mu\bar{\omega}_x + \left(-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2}\right)B\mu\bar{\omega}_x\right]; \\ a_{24} &= \mu\bar{m}_y^\beta + B\mu^2\bar{\omega}_x^2; \quad a_{20} = \mu\bar{m}_y^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x + B\mu\bar{\omega}_x\frac{c_{y0}}{2}. \end{aligned} \tag{3}$$

Получена система дифференциальных уравнений с постоянными в случае $\omega_x = const$ и \bar{m}_y^β и не зависящими от α коэффициентами. Характеристическое уравнение соответствующей однородной системы:

$$K^4 + K^3D_3 + K^2D_2 + KD_1 + D_0 = 0, \tag{4}$$

где

$$D_0 = a_{13}a_{24} - a_{23}a_{14}; D_1 = a_{11}a_{24} + a_{13}a_{22} - a_{14}a_{21} - a_{23}a_{12};$$

$$D_2 = -a_{24} + a_{11}a_{22} - a_{13} - a_{21}a_{12}; D_3 = -a_{22} - a_{11}.$$

Решение системы (2) с учетом (3) и (4) будет состоять из общего решения однородной системы и частного решения неоднородной системы:

$$\alpha = y_1 = \bar{y}_1 + y_1^* = C_1 A_1^1 e^{K_1 t} + C_2 A_1^2 e^{K_2 t} +$$

$$+ C_3 A_1^3 e^{K_3 t} + C_4 A_1^4 e^{K_4 t} + y_1^*; \quad (5)$$

$$\beta = y_2 = \bar{y}_2 + y_2^* = C_1 A_2^1 e^{K_1 t} + C_2 A_2^2 e^{K_2 t} +$$

$$+ C_3 A_2^3 e^{K_3 t} + C_4 A_2^4 e^{K_4 t} + y_2^*,$$

где

$$A_1^i = 1; A_2^i = -f_{11}(K_i) / f_{12}(K_i);$$

$$A_3^i = K_i A_1^i; A_4^i = K_i A_2^i;$$

$$f_{11}(K_i) = K_i^2 - a_{11}K_i - a_{13};$$

$$f_{12}(K_i) = -a_{12}K_i - a_{14}.$$

Частное решение y_1^*, y_2^* в (5) определяется в зависимости от вида правой части. В нашем случае для $\bar{\omega}_x \approx const$ это постоянные, то есть $y_1^* = Y_1 = const; y_2^* = Y_2 = const$. Соответственно, производные будут равны нулю. С учетом этого из основной неоднородной системы (2) после постановки неизвестных и их производных из частного решения получим:

$$y_1^* = (a_{20}a_{14} - a_{10}a_{24}) / (a_{13}a_{24} - a_{23}a_{14}); \quad (6)$$

$$y_2^* = (a_{10}a_{23} - a_{13}a_{20}) / (a_{13}a_{24} - a_{23}a_{14}).$$

Таким образом, решение системы (2) может быть получено аналитически по (6). Коэффициенты C_i из (5) — произвольные постоянные, находятся после подстановки решения в исходную систему и использовании заданных начальных условий. Чисто

аналитическое решение представляет известные трудности для анализа в силу его достаточной громоздкости, так что наиболее целесообразно решать систему с использованием ЭВМ, однако некоторые качественные выводы о влиянии отдельных параметров можно сделать. Обратимся к исходной системе (1). Из нее следует, что вращение тела с некоторой угловой скоростью крена $\bar{\omega}_x$, принятой на рассматриваемом небольшом отрезке времени постоянной, привело к взаимосвязи движений по углу атаки и скольжения, степень которой возрастает пропорционально квадрату угловой скорости крена. При малых угловых скоростях крена уравнения с точностью до величин второго порядка разделяются на независимые уравнения для углов атаки и скольжения.

Принципиально важным является вопрос об устойчивости движения тела. Анализ устойчивости проводится на основе критериев устойчивости решений системы, описывающей движение тела. Если характеристическое уравнение однородной части системы (2) имеет вид (4), то, согласно критерию Рауса — Гурвица, система будет устойчива, если выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} D_3 > 0; D_2 > 0; D_1 > 0; D_0 > 0; \\ R = D_3(D_2 D_1 - D_3 D_0) - D_1^2 > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Проанализируем знаки коэффициентов характеристического уравнения, определяемых (4) и (3). Оказывается, что при условии статической устойчивости по углам α, β : производной продольной статической устойчивости $\bar{m}_z^\alpha < 0$, и производной поперечной статической устойчивости $\bar{m}_y^\beta < 0$ и наличии демпфирования $\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} < 0; \bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} < 0$ коэффициенты D_1, D_2, D_3 всегда положительны. Некоторую отрицательную составляющую вносит наличие c_x , входящего в члены, пропорциональные $-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2}$. Однако расчеты показали, что в этих выражениях первые члены намного превышают вторые, поэтому наличие c_x не может повлиять на изменение знаков D_1, D_2, D_3 в (7). Расчеты показывают, что при этом и R обычно больше 0.

Более подробно остановимся на рассмотрении коэффициента D_0 . Из (3) и (4) получим:

$$D_0 = \left[\bar{m}_z^\alpha + A\mu\bar{\omega}_x^2 \right] \left[\bar{m}_y^\beta + B\mu\bar{\omega}_x^2 \right] + \bar{\omega}_x^2 \left[\left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2} \right) + B \left(-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2} \right) \right] \cdot \left[\left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2} \right) + A \left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2} \right) \right]. \quad (8)$$

Входящие в выражения для D_0 (3) значения переменных, при которых D_0 больше нуля, при выполнении остальных условий, будут условиями устойчивости решения системы (2). Рассмотрим, во-первых, какие параметры могут в принципе меняться.

Параметры $A = (J_y - J_x) / J_z$ и $B = (J_z - J_x) / J_y$ — близкий к А, — безразмерные, но зависят от удлинения и искривления тела, то есть $A = A(\bar{K}, \bar{l}_y, \bar{l}_k)$; $B = B(\bar{K}, \bar{l}_y, \bar{l}_k)$, где \bar{K} в общем случае вектор коэффициентов, с помощью которых описывается искривление оси. Параметр μ может быть приближенно представлен:

$$\mu \approx 2\rho_T / \rho.$$

Это параметр зависит от соотношения плотностей материала тела и среды движения, где ρ_T — плотность материала тела. Для конкретной среды (например, определенной высоты в атмосфере) этот параметр будет изменяться при изменении материала тела. Для заданных материала и среды, то есть при неизменном μ , могут изменяться исходные параметры геометрии тела — \bar{l}_y, \bar{l}_k — удлинения конической (носовой) и цилиндрической частей. Это приводит к изменению аэродинамических коэффициентов. Наконец, данное тело в данной среде может подвергаться тем или иным деформациям, что приведет к изменению аэродинамических коэффициентов и инерционных параметров A, B . Тело, которое подверглось некоторой деформации, может начинать двигаться с разными, искусственно созданными или вызванными особенностями формы угловыми скоростями $\bar{\omega}_x$. Напомним, что рассматривается диапазон небольших приращений углов атаки и скольжения. Если мы представим уравнение границы устойчивости согласно вышеизложенному $D_0 = 0$, где D_0 — определяется по (8), то получим после подстановки следующее уравнение:

$$X_1 Y_1 = -K, \quad (9)$$

где

$$X_1 = X + A\mu\bar{\omega}_x^2; X = \bar{m}_z^\alpha; Y_1 = Y + B\mu\bar{\omega}_x^2; Y = \bar{m}_y^\beta;$$

$$K = K_0\bar{\omega}_x^2;$$

$$K_0 = \left[\left(\bar{m}_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{c_x}{2} \right) + B \left(-\frac{1}{2}c_y^\alpha + \frac{c_x}{2} \right) \right] \cdot \left[\left(\bar{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \frac{c_x}{2} \right) + A \left(\frac{c_z^\beta}{2} + \frac{c_x}{2} \right) \right].$$

Уравнение границы устойчивости также можно записать в виде:

$$\begin{aligned} (X + a_1\bar{\omega}_x^2)(Y + b_1\bar{\omega}_x^2) + c_1\bar{\omega}_x^2 &= 0; \\ a_1 = A\mu; b_1 = B\mu; c_1 = K_0. \end{aligned} \quad (10)$$

Анализ уравнений (9), (10) показывает, что они представляют собой уравнения гипербол для случая $\bar{\omega}_x \approx const$ в координатах X, Y , то есть для разных производных статической устойчивости $\bar{m}_z^\alpha, \bar{m}_y^\beta$ коэффициенты в последнем уравнении с учетом проведенного анализа могут быть представлены как функции:

$$\begin{aligned} X &= f(\bar{l}_y, \bar{l}_\kappa, \bar{K}, \bar{x}_{цм}); Y = f(\bar{l}_y, \bar{l}_\kappa, \bar{K}, \bar{x}_{цм}); \\ a_1 &= f(\bar{l}_y, \bar{l}_\kappa, \bar{K}, \rho, \rho_T, \bar{x}_{цм}); \\ b_1 &= f(\bar{l}_y, \bar{l}_\kappa, \bar{K}, \rho, \rho_T, \bar{x}_{цм}); \\ c_1 &= f(\bar{l}_y, \bar{l}_\kappa, \bar{K}, \bar{x}_{цм}). \end{aligned}$$

Хотя перечисленные коэффициенты зависят от нескольких параметров, влияние последних различно. Для данного материала и среды a_1, b_1 достаточно слабо меняются при изменении \bar{K} (кривизны тела). Следует заметить, что если варьировать отдельные параметры, от которых зависит X, Y , такие как $\bar{l}_y, \bar{l}_\kappa, \bar{K}, \bar{x}_{цм}$, то, строго говоря, будут меняться и коэффициенты a_1, b_1, c_1 , так что кривая границы устойчивости для данного $\bar{\omega}_x$ будет иметь более сложный вид, чем гипербола. В пределе, когда меняются только совокупные X, Y , а a_1, b_1, c_1 меняются слабо, кривая (10) представляет собой гиперболу с асимптотами:

$$X = \bar{m}_z^\alpha = -a_1\bar{\omega}_x^2; Y = \bar{m}_y^\beta = -b_1\bar{\omega}_x^2;$$

или:

$$\bar{\omega}_{x\alpha} = \sqrt{-\bar{m}_z^\alpha / A\mu}; \quad \bar{\omega}_{x\beta} = \sqrt{-\bar{m}_z^\beta / B\mu}. \quad (11)$$

Коэффициент $c_1 \bar{\omega}_x^2$ определяет положение «основания» гиперболы: чем больше c_1 , то есть чем лучше демпфирование, тем больше диапазон («площадь») устойчивых параметров.

Из соотношения (11) следует, что критические скорости крена по углам α, β прямо пропорциональны производным устойчивости и обратно пропорциональны относительной плотности тела и инерционным параметрам A, B . Если теперь будем менять значение $\bar{\omega}_x$, то получим семейство кривых уравнения (10) — в пределе гипербол. Интерес представляет уравнение огибающей этого семейства кривых. Для вывода его используют два условия. Во-первых, огибающая проходит через точки семейства кривых, то есть для нее справедливо уравнение (11). Но, естественно, не все точки огибающих входит в конкретное уравнение для одной кривой. Вторым условием является то, что она касается всех кривых семейства, каждой в своей точке. Из уравнений касательных к двум близко расположенным кривым семейства $y = f(x, \lambda_1)$ и $y = f(x, \lambda_2)$, где λ_1, λ_2 — параметры, определяемые угловой скоростью, можем получить и уравнение огибающей $y = \phi(x)$. Для этого составляем систему:

$$\begin{aligned} f'(x_1, \lambda_1) &= \phi'(x_1); \quad f'(x_2, \lambda_2) = \phi'(x_2); \\ f(x_1, \lambda_1) &= \phi(x_1); \quad f(x_2, \lambda_2) = \phi(x_2), \end{aligned}$$

где

$$x_1 \rightarrow x_2; \lambda_1 \rightarrow \lambda_2$$

или:

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda.$$

Рассмотрим близкие к друг другу точки касания: $\Delta x \rightarrow 0; \Delta \lambda \rightarrow 0$. Разложив в ряд соотношения с x_2, λ_2 , получим условие касания, которое в совокупности с уравнением кривой семейства даст систему для определения положения огибающей:

$$\partial f(x, \lambda) / \partial \lambda = 0; \quad y = f(x, \lambda) \quad (12)$$

В нашем случае система (12) будет иметь вид:

$$y = -c_1\lambda / (x + a_1\lambda) - b_1\lambda; \partial y / \partial \lambda = 0,$$

откуда

$$-c_1x / (x + a_1\lambda)^2 = b_1,$$

где $\lambda = \bar{\omega}_x^2$.

Исключив λ , получим уравнение огибающей:

$$y = (-1 / a_1) \left[\sqrt{-b_1x} \pm \sqrt{c_1} \right]^2$$

или:

$$y = (-1 / a_1) \left[\sqrt{-b_1x} \pm \sqrt{c_1} \right]^2. \quad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что можно построить ряд огибающих y в зависимости от коэффициента c_1 , причем чем больше c_1 , то есть чем лучше демпфирование, тем «шире» площадь, охватываемая кривой, то есть больше диапазон устойчивости. Этот вывод согласуется с выводом, сделанным при анализе отдельных гипербол.

Как уже отмечалось, сложная зависимость всех коэффициентов в уравнении (10) от определяющих параметров приводит к тому, что реальные кривые для одинаковых $\bar{\omega}_x$ не имеют форму гипербол. Поэтому для заданных конкретных форм тела лучше анализировать интегральную характеристику $D_0(\bar{\omega}_x^2)$. Можно построить таким образом ряд кривых для заданных определяющих параметров исходной геометрии $\bar{l}_u, \bar{l}_k, \bar{x}_{um}$, деформации \bar{K} . Обработка этих кривых или, наконец, прямое решение нелинейного относительно определяющих параметров уравнения (10) позволяет получать зависимости критических угловых скоростей крена и диапазонов устойчивости от этих параметров.

Для конкретного деформированного тела были рассчитаны в соответствии с методиками все аэродинамические характеристики. На рисунках 2 и 3 показано влияние деформаций на важнейшие производные коэффициентов приведенных моментов $\bar{m}_z^\alpha, \bar{m}_y^\beta$, на рисунках 4 и 5 показано влияние деформаций на производные коэффициентов сил c_y^α, c_z^β , которые присутствуют в уравнениях 2-11.

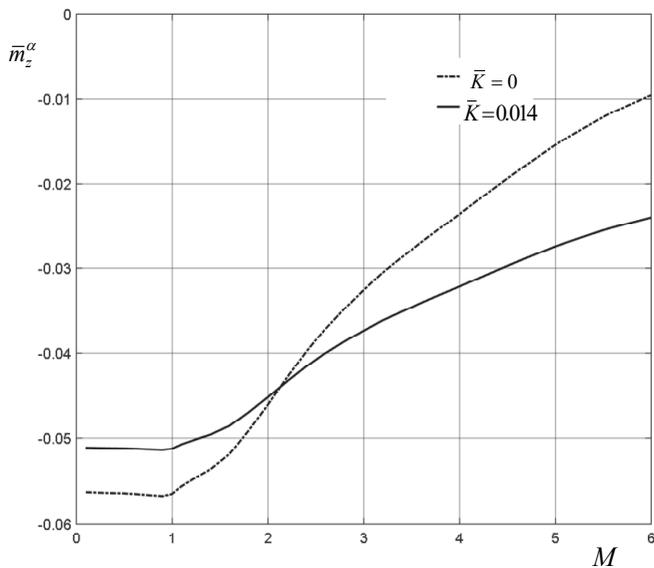


Рис. 2. Зависимость производной продольной статической устойчивости \bar{m}_z^α от числа Маха для прямого и деформированного тела

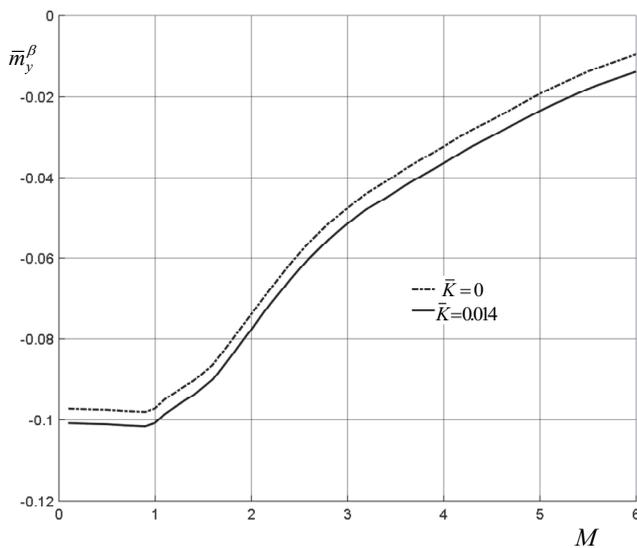
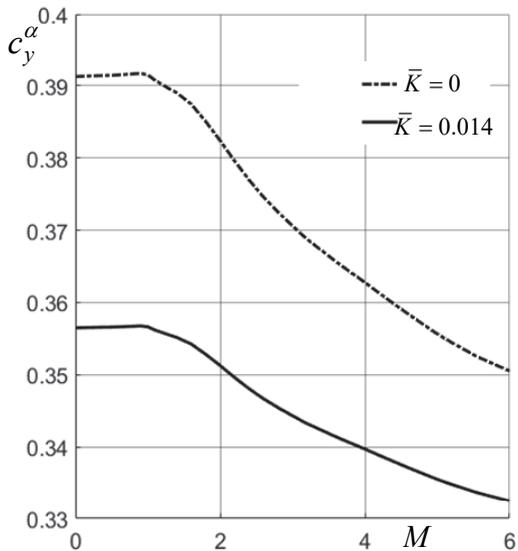
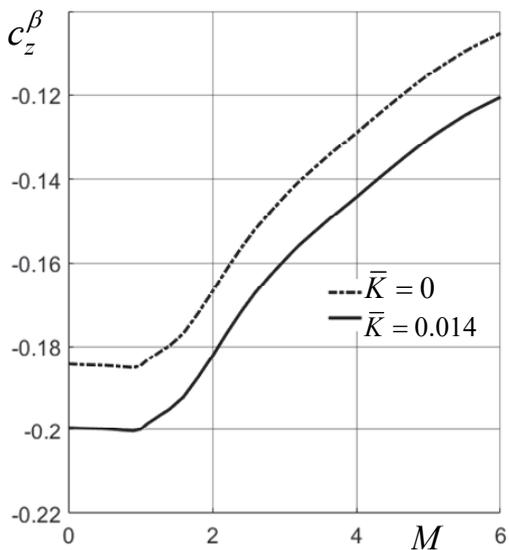


Рис. 3. Зависимость путевой статической устойчивости \bar{m}_y^β от числа Маха прямого и деформированного тела



a)



b)

Рис. 4. Зависимости коэффициентов c_y^α (а) и c_z^β (б) от числа Маха для прямого и деформированного тела

На рисунках 5 и 6 представлены зависимости границ устойчивости прямого тела и деформированного тела с показателем относительной кривизны $\bar{K} = 0.0141$.

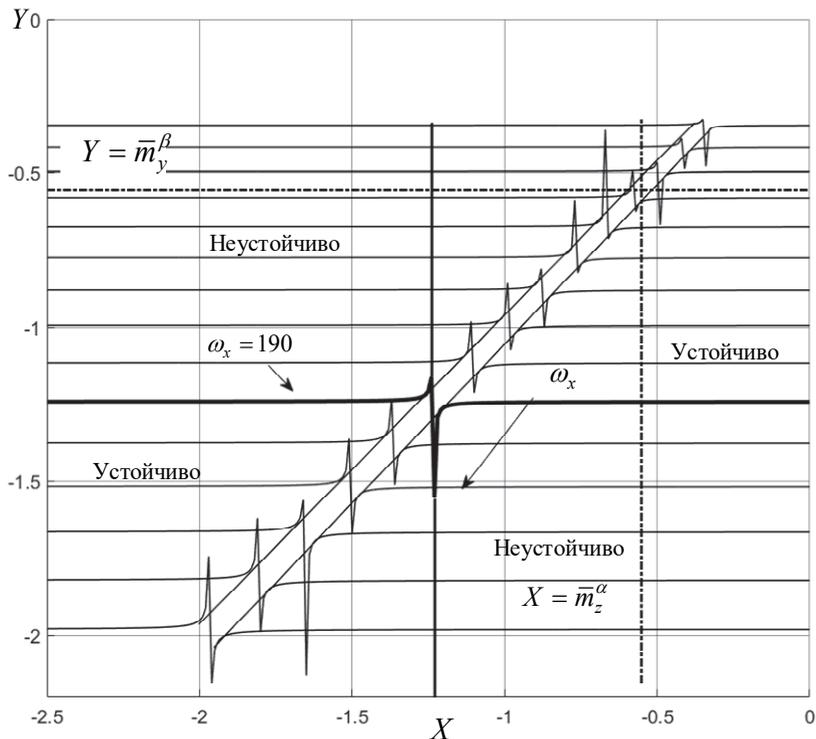


Рис. 5. Границы устойчивости для прямого тела

Анализ показал, что искривление тела оказывает существенное влияние на смещение линий $X = \bar{m}_z^\alpha = -a_1 \bar{\omega}_x^2$; $Y = \bar{m}_y^\beta = -b_1 \bar{\omega}_x^2$; по сравнению с прямым телом, которое остается внутри границ устойчивости при вариациях угловых скоростей по крену.

Для прямого тела при вариациях угловой скорости сохраняется устойчивость движения, хотя запас устойчивости имеет минимум (см. рисунок 7).

Для искривленного тела существует диапазон частот вращения по углу крена, внутри которого движение становится неустойчивым. Для данного искривленного тела влияние изменения угловой скорости на коэффициент $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ показано на рисунке 8.

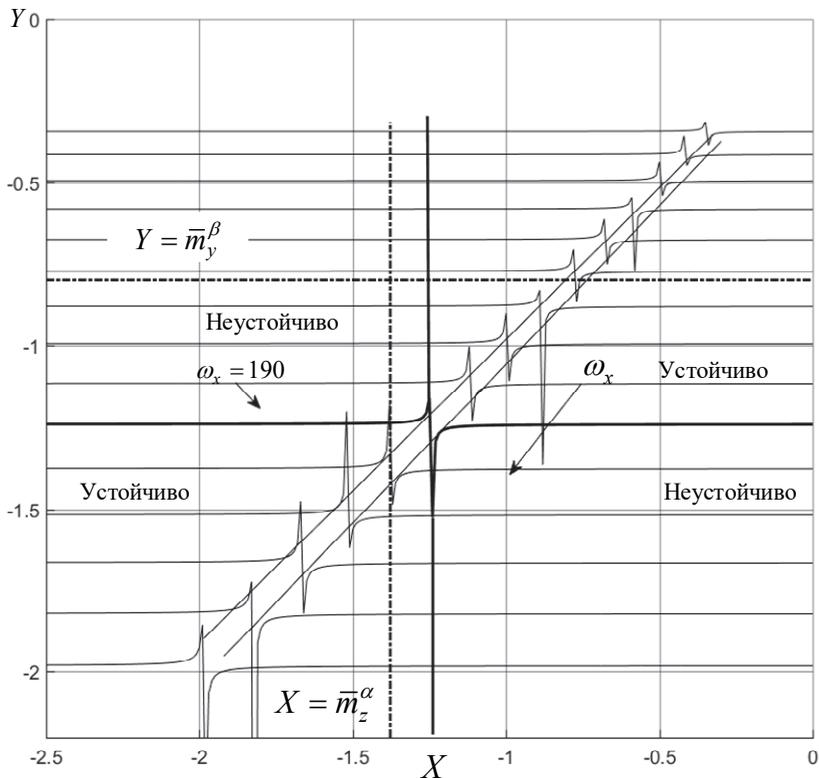


Рис. 6. Границы устойчивости для искривленного тела с показателем относительной кривизны $\bar{K} = 0.0141$

Из рисунка 8 видно, что для искривленного тела в отличие от прямого имеется диапазон угловых скоростей от 155 до 196.8, в котором наблюдается потеря устойчивости.

На рисунках 9. и 10 показано влияние вариаций угловой скорости и относительного изменения \bar{m}_y^β на значение коэффициента $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ в виде линий уровня для прямого и искривленного тела соответственно.

Как следует из рисунков 9 и 10, искривление тела приводит к сдвигу седловой точки в сторону увеличения угловой скорости и увеличения по абсолютной величине производной \bar{m}_y^β .

Совместное влияние числа Маха и угловой скорости на коэффициент D_0 для прямого и искривленного тела показано на рисунках 11 и 12.

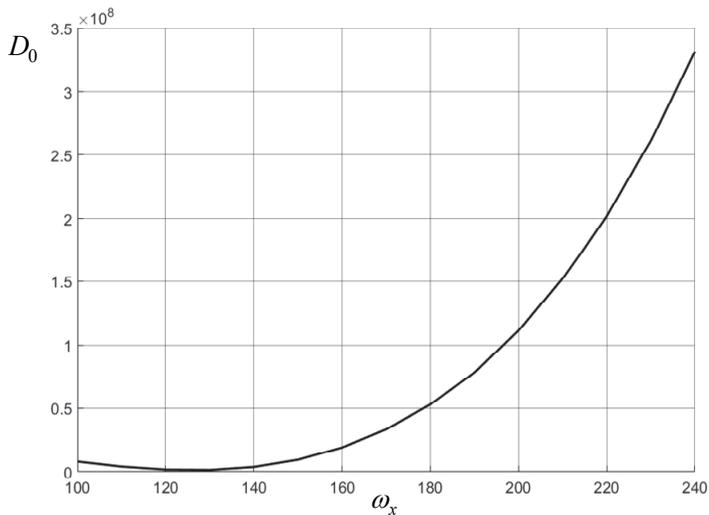


Рис. 7. Влияние изменения угловой скорости на коэффициент $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ для прямого тела

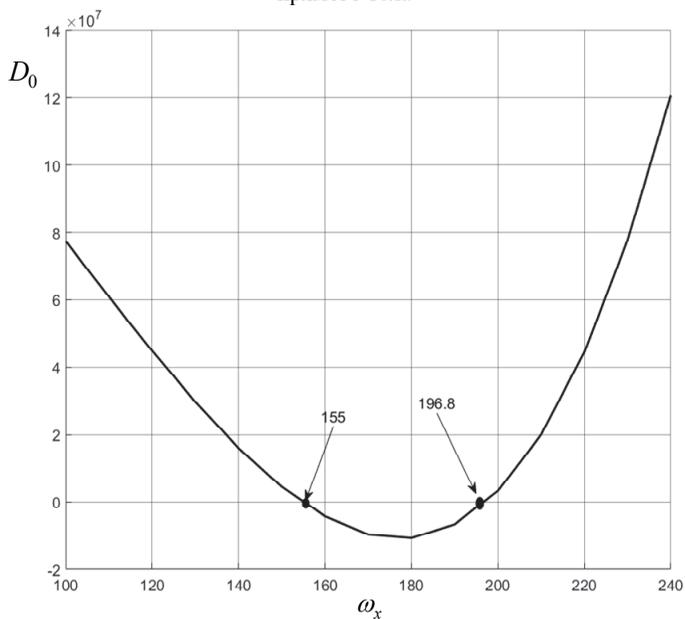


Рис. 8. Влияние изменения угловой скорости на коэффициент $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ для искривленного тела

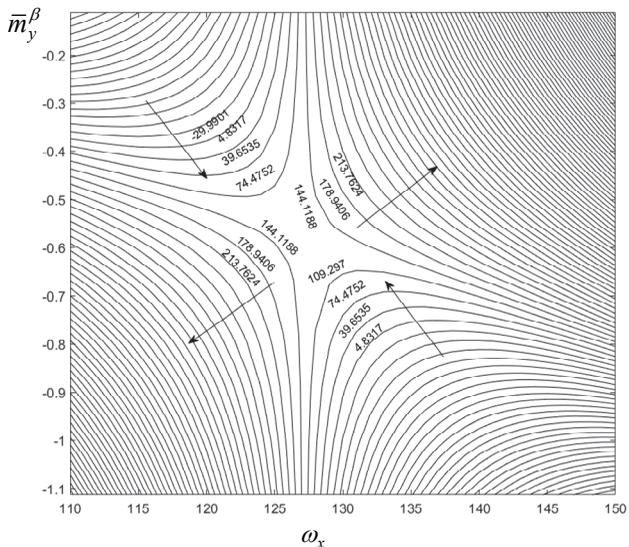


Рис. 9. Влияние вариаций угловой скорости и относительного изменения \bar{m}_y^β на значение коэффициента $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ для прямого тела

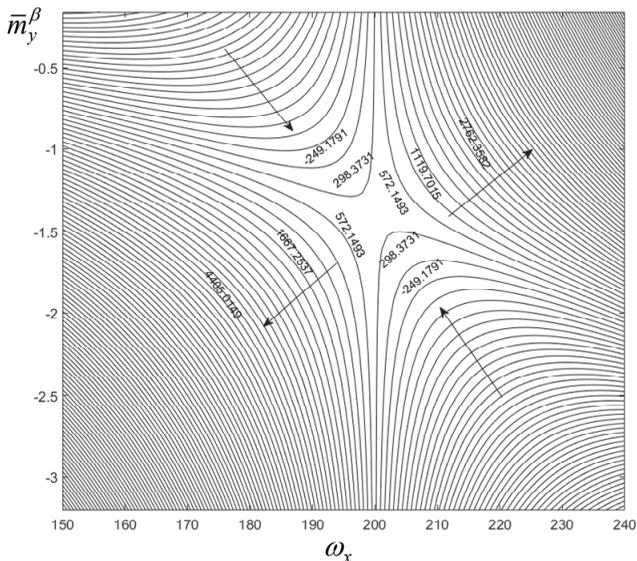


Рис. 10. Влияние вариаций угловой скорости и относительного изменения \bar{m}_y^β на значение коэффициента $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ для искривленного тела

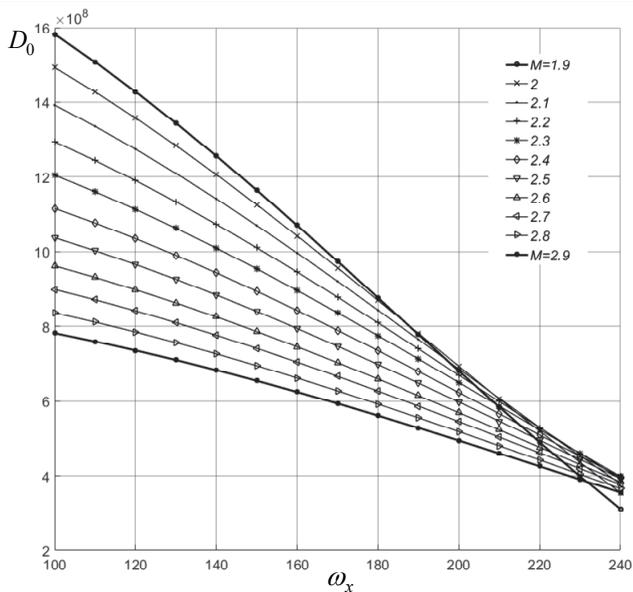


Рис. 11. Совместное влияние числа Маха и угловой скорости на коэффициент $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ для прямого тела

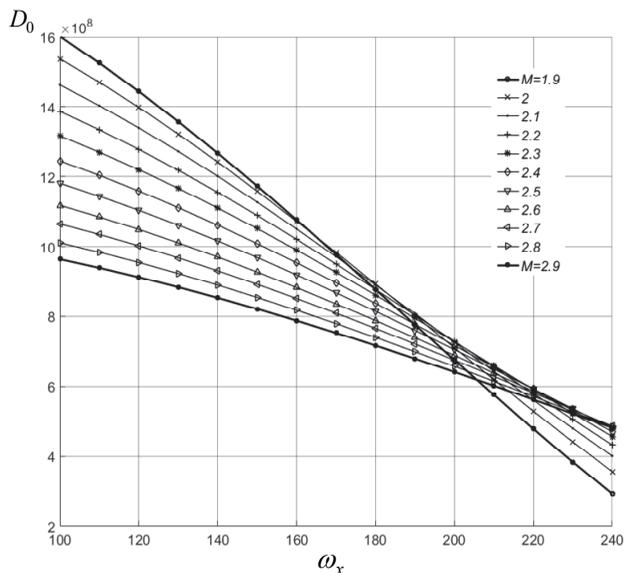


Рис. 12. Совместное влияние числа Маха и угловой скорости на коэффициент $D_0(\bar{\omega}_x^2)$ для искривленного тела

Сравнение рисунков 11 и 12 показывает, что искривление тела приводит к сдвигу точки равных коэффициентов D_0 при вариациях числа Маха влево.

3. Заключение. Изложены теоретические основы расчета устойчивости движения деформированных тел. Показано, как построить кривые, по которым можно оценить устойчивость движения по углу крена. Также представлена возможность прямого решения нелинейного относительно определяющих параметров уравнения, что позволит получать зависимости критических угловых скоростей крена и диапазонов устойчивости от этих параметров.

Численные расчеты, проведенные для прямого и искривленного тел показали, что искривление тела существенно влияет на смещение линий $X = \bar{m}_z^\alpha = -a_1 \bar{\omega}_x^2$; $Y = \bar{m}_y^\beta = -b_1 \bar{\omega}_x^2$; по сравнению с прямым телом, которое остается внутри границ устойчивости при вариациях угловых скоростей по крену.

Для искривленного тела в отличие от прямого существует диапазон частот вращения по углу крена, внутри которого движение становится неустойчивым. При этом запас устойчивости для прямого тела также имеет свой минимум.

Искривление тела приводит к сдвигу седловой точки в сторону увеличения угловой скорости и увеличения по абсолютной величине путевой статической устойчивости \bar{m}_y^β .

При вариациях числа Маха искривление тела приводит к сдвигу точки равных коэффициентов D_0 влево.

Основные расчетные формулы для практического применения связаны с построением областей устойчивости/неустойчивости по зависимостям (9)-(11) для разных угловых скоростей крена, что показано на рисунках 5 и 6. По формуле (8) строятся зависимости для D_0 при вариациях угловой скорости (рисунки 7, 8). Применение (8) позволяет провести анализ совместного влияния угловой скорости и производной боковой устойчивости \bar{m}_y^β (рисунки 9, 10), а также совместного влияния числа Маха и угловой скорости по крену (рисунки 11, 12) на коэффициент D_0 .

Указанные графики построены для вариаций угловой скорости от 100 до 300 рад/сек, чисел Маха от 2 до 3, основных углов атаки и скольжения от 0 до 40 градусов и вариаций этих углов от 0 до 12 градусов.

Направление дальнейших исследований связано с анализом для заданных конкретных форм тела интегральной характеристики $D_0(\bar{\omega}_x^2)$, в том числе построением ряда кривых для заданных определяющих

параметров исходной геометрии $\bar{l}_y, \bar{l}_k, \bar{x}_{cm}$, деформации \bar{K} . Обработка этих кривых или прямое решение нелинейного относительно определяющих параметров уравнения (10) позволит получать зависимости критических скоростей крена и диапазонов устойчивости от этих параметров конкретных деформированных тел.

Литература

1. Романова И.К., Соловьев В.С. Исследование особенностей аэродинамики искривленных тел // Наука и образование: Электронное научное издание. 2011. № 11. 26 с.
2. Романова И.К., Соловьев В.С. Разработка матричного метода описания геометрии и расчета аэродинамических характеристик тел с произвольно искривленной осью // Наука и образование: Электронное научное издание. 2012. № 11. 18 с.
3. Романова И.К. Соловьев В.С. Параметрические исследования динамики некоторых видов деформированных тел // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму. 2016. № 7-8. С. 82–89.
4. Романова И.К. Редукция нелинейных моделей движения тел сложной формы // Наука и образование: Электронное научное издание. 2013. № 11.
5. Sun H., Yu J, Zhang S. The Control of Asymmetric Rolling Missiles Based on Improved Trajectory Linearization Control Method // Journal of Aerospace Technology and Management. 2016. vol. 8. no. 3. pp. 319–327.
6. Dykes J., Costello M., Fresconi F., Cooper G. Periodic projectile linear theory for aerodynamically asymmetric projectiles // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2014. vol. 228. no. 11. pp. 2094–2107.
7. Бюшгенс Г.С., Студнев П.В. Динамика пространственного движения сверхзвуковых самолетов // М.: Машиностроение. 1983. 320 с.
8. Xu Y., Wang Z., Gao B. Six-Degree-of-Freedom Digital Simulations for Missile Guidance and Control // Mathematical Problems in Engineering. 2015. vol. 2015. 11 p.
9. Guan J., Yi W. Modeling of Dual-Spinning Projectile with Canard and Trajectory Filtering // International Journal of Aerospace Engineering. 2018. vol. 2018. 8 p.
10. Романова И.К. Математические модели управляемого движения летательных аппаратов // М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2014. 112 с.
11. Hodges D.H. A New Approach to Aeroelastic Response, Stability and Loads of Missiles and Projectiles // Final Report, U.S. Army Research Office Grant 40448-EG. 44 p. URL: <http://www.researchgate.net/publication/235079207> (дата обращения: 28.01.2019).
12. Abbas L.K., Chen D., Rui X. Numerical Calculation of Effect of Elastic Deformation on Aerodynamic Characteristics of a Rocket // International Journal of Aerospace Engineering. 2014. vol. 2014. 11 p.
13. Chen D., Abbas L.K., Rui X., Wang G. Numerical simulation of a spinning stabilized projectile aerodynamic characteristics effected by structure errors // Acta Aerodynamica Sinica. 2014. vol. 32. no. 5. pp. 705–711.
14. Gkritzapis D.N., Panagiotopoulos E.E. Accurate Computation of the Trajectory of the Spin and Fin-Stabilized Projectiles // International Journal of Mathematics and Computers in Simulation. 2009. vol. 3. no. 2. pp. 73–80.
15. Balakrishna B., Sowjanya G. Stability Characteristics of missile due to maneuvering in all six Degree of freedom using CFD simulations // International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. 2013. Issue 9. vol. 2. pp. 4449–4457.

16. *Lipták P., Jozefek M.* Moments having effect on a flying missile // *Science & Military Journal*. 2010. vol. 5. no. 1. pp. 51–57.
17. *Brejão L.F., da Fonseca Brasil R.M.L.R.* A 2-DOF model of an elastic rocket structure excited by a follower force // *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. vol. 911. no. 1. pp. 012020.
18. *Malik B., Akhtar S., Masud J.* Aircraft spin characteristics with high-alpha yawing moment asymmetry // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2018. vol. 232. no. 15. pp. 2793–2806.
19. *Ogunwa T., Abdullah E.J.* Flight dynamics and control modelling of damaged asymmetric aircraft // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2016. vol. 152. no. 1. pp. 012022.
20. *Nguyen N., Krishnakumar K., Kaneshige J., Nespeca P.* Dynamics and Adaptive Control for Stability Recovery of Damaged Asymmetric Aircraft // *AIAA Guidance, navigation, and control Conference and Exhibit*. 2006. pp. 6049.
21. *Yi W., Sun D., Tan J., Yuan D.* Experimental research on aeroelasticity of a large length to diameter ratio projectile // *International Journal of Modern Physics: Conference Series*. 2012. vol. 19. pp. 270–275.
22. *Tihomirov D., Raveh D.E.* Nonlinear Aerodynamic Effects on Static Aeroelasticity of Flexible Missiles // *AIAA Scitech 2019 Forum*. 2019. pp. 0486.
23. *Kitson R.C., Cesnik C.E.* Multidisciplinary Effects on High-Speed Vehicle Performance and Stability // *2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. 2018. pp. 1208.
24. *Kiran K., Cholleti E.R.* Static Aeroelastic Analysis on Two Stage Rocket Body // *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*. 2015. vol. 4. Issue 11. pp. 388–395.
25. *Dongyang C., Abbas L.K., Xiaoting R., Guoping W.* Aerodynamic and static aeroelastic computations of a slender rocket with all-movable canard surface // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2018. vol. 232. no. 6. pp. 1103–1119.
26. *Hua R.H., Ye Z.Y., Wu J.* Effect of elastic deformation on flight dynamics of projectiles with large slenderness ratio // *Aerospace Science and Technology*. 2017. vol. 71. pp. 347–359.
27. *Мокин Ю.А.* Влияние малых углов атаки и скольжения на момент крена при гиперзвуковом обтекании тел вращения // *Теплофизика и аэромеханика*. 2009. Т. 16. № 1. С. 37–42.
28. *Комиссаренко А.И., Максимов Ф.А.* Особенности динамики полета тела при наличии асимметрий // *XL Академические чтения по космонавтике*. 2015. С. 288–288.
29. *Fresconi F., Guidos B., Celmins I., Hathaway W.* Flight Behavior of an Asymmetric Body through Spark Range Experiments using Roll-Yaw Resonance for Yaw Enhancement // *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. 2016. pp. 0782.
30. *Tong L., Ji H.* Multi-body dynamic modelling and flight control for an asymmetric variable sweep morphing UAV // *The Aeronautical Journal*. 2014. vol. 118. no. 1204. pp. 683–706.
31. *Андреевский Б.Р. и др.* Локализация скрытых колебаний в системах управления полетом // *Труды СПИИРАН*. 2016. Вып. 6(49). С. 5–31.

Романова Ирина Константиновна — канд. техн. наук, доцент, доцент, кафедра робототехнических систем и мехатроники, Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н.Э. Баумана). Область научных интересов: динамика и управление движением беспилотных летательных аппаратов, многокритериальная оптимизация, анализ данных, методы математического моделирования мехатронных систем, применение программных комплексов в моделировании систем. Число научных публикаций — 30. marti2003@yandex.ru; ул. 2-я Бауманская, 5/1, 105005, Москва, Российская Федерация; р.т.: +7(499)2636195; факс: +7(499)2636114.

I.K. ROMANOVA
**SIMULATION OF MOTION STABILITY OF DEFORMED
ELONGATED BODIES BASED ON VARIATIONS OF ANGULAR
VELOCITIES IN ROLL**

Romanova I.K. Simulation of Motion Stability of Deformed Elongated Bodies Based on Variations Of Angular Velocities in Roll.

Abstract. The class of moving objects, which are bodies of revolution, which for some reason have undergone irreversible deformations of the hull, is considered.

The immediacy of the problem being studied has to do both with the need to study the dynamics of such objects and the insufficiency of the studies already conducted, which are mainly focused on the study of the effects of aeroelasticity or mass asymmetry and do not affect the dynamics of bodies with irreversible deformations.

The problem of the motion stability of the considered objects, including the process of interaction of the longitudinal and lateral movements of the deformed body, is formulated. Particular attention is paid to the movement of the curved body with rotation about the roll and the identification of the presence of critical roll velocities. It is noted that for the case of passive movement there are three possible reasons for this interaction: aerodynamic, kinematic, inertial.

A theoretical approach has been developed that takes into account the specific features of the geometry of deformed bodies. The approach made it possible in practical studies to determine the allowable deformation levels and its relationship with the motion parameters of deformed bodies.

The stability analysis was carried out based on the stability criteria of the system solutions describing the body movement according to the Routh – Hurwitz criterion. The body parameters, which have a varying degree of influence on the stability of movement, are determined. In a more general case, the curve of the stability boundary for a given angular velocity in roll will have a more complex form than a simple hyperbola.

The possibility of obtaining a direct solution to a nonlinear to the determining parameters equation is also shown. It will make it possible to obtain the dependences of the critical heel velocities and stability ranges on these parameters.

Mathematical modeling based on the developed techniques, carried out for direct and curved bodies, showed that the body curvature has a significant effect on the displacement of the lines of derivative pitch moments in the angle of attack and the moment of sliding in the angle of slip relative to the limits of stability. The range of angular velocities for the roll is determined, in which a loss of stability is observed for the curved body. The effect of variations in the angular velocity and the relative change in the derivative of the yaw moment coefficient in the slip angle on the value of the determining factor from the stability conditions for the direct and curved bodies is analyzed. It is shown how the curvature of the body leads to a shift of the saddle point. The effect of a change in the Mach number on the determining coefficient of characteristic equations is analyzed.

Keywords: Mathematical Modeling of Flight Dynamics, Motion Stability, Asymmetric Bodies.

Romanova Irina Konstantinovna — Ph.D., Associate Professor, Associate Professor, Robotic Systems and Mechatronics Department, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU). Research interests: dynamics and motion control of unmanned aerial vehicles, multi-criteria optimization, data analysis, methods of mathematical modeling of mechatronic systems, the use of software systems in modeling systems. The number of publications — 30. marti2003@yandex.ru; 5/1, Baumanskaya 2-ya str., 105005, Moscow, Russian Federation; office phone: +7(499)2636195; fax: +7(499)2636114.

References

1. Romanova I.K., Soloviev V.S. [Studying special features of aerodynamics of curved bodies]. *Nauka i obrazovanie: Elektronnoe nauchnoe izdanie – Science and Education: Electronic Wcientific and Technical Journal*. 2011. vol. 11. 26 p. (In Russ.).
2. Romanova I.K., Soloviev V.S. [Method of calculating aerodynamic characteristics of bodies with arbitrarily curved axis]. *Nauka i obrazovanie: Elektronnoe nauchnoe izdanie – Science and Education: Electronic Wcientific and Technical Journal*. 2012. vol. 11. 18 p. (In Russ.).
3. Romanova I.K., Soloviev V.S. [Parametrical researches of dynamics of some types of the deformed bodies]. *Voprosy oboronnoj tekhniki. Seriya 16: Tekhnicheskie sredstva protivodejstviya terrorizmu – Military Enginery. Series 16: Counter-terrorism technical devices*. 2016. vol. 7-8. pp. 82–89. (In Russ.).
4. Romanova I.K. [Reduction of nonlinear models of motion of bodies of complex shape]. *Nauka i obrazovanie: Elektronnoe nauchnoe izdanie – Science and Education: Electronic Wcientific and Technical Journal*. 2013. vol. 11. (In Russ.).
5. Sun H., Yu J, Zhang S. The Control of Asymmetric Rolling Missiles Based on Improved Trajectory Linearization Control Method. *Journal of Aerospace Technology and Management*. 2016. vol. 8. no. 3. pp. 319–327.
6. Dykes J., Costello M., Fresconi F., Cooper G. Periodic projectile linear theory for aerodynamically asymmetric projectiles. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2014. vol. 228. no. 11. pp. 2094–2107.
7. Byushgens G.S. *Dinamika prostranstvennogo dvizheniya sverkhzvukovykh samoletov* [Dynamics of the spatial motion of supersonic aircraft]. M.: Rossijskaya Akademiya Nauk. 2016. 703 p. (In Russ.).
8. Xu Y., Wang Z., Gao B. Six-Degree-of-Freedom Digital Simulations for Missile Guidance and Control. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. vol. 2015. 11 p.
9. Guan J., Yi W. Modeling of Dual-Spinning Projectile with Canard and Trajectory Filtering. *International Journal of Aerospace Engineering*. 2018. vol. 2018. 8 p.
10. Romanova I.K. *Matematicheskie modeli upravlyaemogo dvizheniya letatel'nykh apparatov* [Mathematical models of the controlled movement of aircraft]. M.: MGТУ im. N.E. Baumana. 2014. 112 p. (In Russ.).
11. Hodges D.H. A New Approach to Aeroelastic Response, Stability and Loads of Missiles and Projectiles. Final Report, U.S. Army Research Office Grant 40448-EG. 44 p. Available at: <http://www.researchgate.net/publication/235079207> (accessed: 28.01.2019).
12. Abbas L.K., Chen D., Rui X. Numerical Calculation of Effect of Elastic Deformation on Aerodynamic Characteristics of a Rocket. *International Journal of Aerospace Engineering*. 2014. vol. 2014. 11 p.
13. Chen D., Abbas L.K., Rui X., Wang G. Numerical simulation of a spinning stabilized projectile aerodynamic characteristics effected by structure errors. *Acta Aerodynamica Sinica*. 2014. vol. 32. no. 5. pp. 705–711.
14. Gkritzapis D.N., Panagiotopoulos E.E. Accurate Computation of the Trajectory of the Spin and Fin-Stabilized Projectiles. *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*. 2009. vol. 3. no. 2. pp. 73–80.
15. Balakrishna B., Sowjanya G. Stability Characteristics of missile due to maneuvering in all six Degree of freedom using CFD simulations. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*. 2013. Issue 9. vol. 2. pp. 4449–4457.
16. Lipták P., Jozefek M. Moments having effect on a flying missile. *Science & Military Journal*. 2010. vol. 5. no. 1. pp. 51–57.

17. Brejão L.F., da Fonseca Brasil R.M.L.R. A 2-DOF model of an elastic rocket structure excited by a follower force. *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. vol. 911. no. 1. pp. 012020.
18. Malik B., Akhtar S., Masud J. Aircraft spin characteristics with high-alpha yawing moment asymmetry. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2018. vol. 232. no. 15. pp. 2793–2806.
19. Ogunwa T., Abdullah E.J. Flight dynamics and control modelling of damaged asymmetric aircraft. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2016. vol. 152. no. 1. pp. 012022.
20. Nguyen N., Krishnakumar K., Kaneshige J., Nespeca P. Dynamics and Adaptive Control for Stability Recovery of Damaged Asymmetric Aircraft. *AIAA Guidance, navigation, and control Conference and Exhibit*. 2006. pp. 6049.
21. Yi W., Sun D., Tan J., Yuan D. Experimental research on aeroelasticity of a large length to diameter ratio projectile. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*. 2012. vol. 19. pp. 270–275.
22. Tihomirov D., Ravch D.E. Nonlinear Aerodynamic Effects on Static Aeroelasticity of Flexible Missiles. *AIAA Scitech 2019 Forum*. 2019. pp. 0486.
23. Kitson R.C., Cesnik C.E. Multidisciplinary Effects on High-Speed Vehicle Performance and Stability. 2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. 2018. pp. 1208.
24. Kiran K., Cholleti E.R. Static Aeroelastic Analysis on Two Stage Rocket Body. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*. 2015. vol. 4. Issue 11. pp. 388–395.
25. Dongyang C., Abbas L.K., Xiaoting R., Guoping W. Aerodynamic and static aeroelastic computations of a slender rocket with all-movable canard surface. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2018. vol. 232. no. 6. pp. 1103–1119.
26. Hua R.H., Ye Z.Y., Wu J. Effect of elastic deformation on flight dynamics of projectiles with large slenderness ratio. *Aerospace Science and Technology*. 2017. vol. 71. pp. 347–359.
27. Mokin Yu.A. [The influence of small angles of attack and slip on the moment of roll in a hypersonic flow around rotation bodies]. *Teplofizika i aehromekhanika – Thermophysics and Aeromechanics*. 2009. Issue 16. no. 1. pp. 37–42. (In Russ.).
28. Komissarenko A.I., Maksimov F.A. [Features of the dynamics of the flight of the body in the presence of asymmetries]. *XL Akademicheskije chteniya po kosmonavtike [XL Academic Space Conference]*. 2015. pp. 288–288. (In Russ.).
29. Fresconi F., Guidos B., Celmins I., Hathaway W. Flight Behavior of an Asymmetric Body through Spark Range Experiments using Roll-Yaw Resonance for Yaw Enhancement. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. 2016. pp. 0782.
30. Tong L., Ji H. Multi-body dynamic modelling and flight control for an asymmetric variable sweep morphing UAV. *The Aeronautical Journal*. 2014. vol. 118. no. 1204. pp. 683–706.
31. Andrievskij B.R. et al. [Localization of hidden oscillations in flight control systems]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 6(49). pp. 5–31.

А.Р. ГАЙДУК
**К СИНТЕЗУ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ГУРВИЦЕВЫХ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ**

Гайдук А.Р. К синтезу квазилинейных гурвицевых систем управления.

Аннотация. Рассматривается задача синтеза систем управления нелинейными объектами с дифференцируемыми нелинейностями. Актуальность задачи обусловлена трудностями практического синтеза нелинейных систем управления большинством известных методов. Во многих случаях даже обеспечение этими методами только устойчивости положения равновесия синтезируемой системы представляет большую сложность. Отличительной особенностью рассматриваемого ниже метода синтеза нелинейных систем управления является использование моделей нелинейных объектов, представленных в квазилинейной форме. Эта форма нелинейных дифференциальных уравнений существует, если нелинейности в их правых частях являются дифференцируемыми по всем своим аргументам. Квазилинейная модель объекта управления позволяет свести задачу синтеза к решению алгебраической системы уравнений, которая имеет единственное решение в случае, когда объект является управляемым в соответствии с приведенным в статье условием управляемости аналогичным условию управляемости критерия Калмана. Процедура синтеза нелинейных систем управления на основе квазилинейных моделей объектов является очень простой. Практически она близка к известному полиномиальному методу синтеза линейных систем управления. Уравнения нелинейных систем, синтезированных с применением квазилинейных моделей, могут быть всегда представлены в квазилинейной форме.

Основным результатом статьи является доказательство теоремы и следствия из нее об условиях асимптотической устойчивости в целом положения равновесия нелинейных систем управления, синтезированных на основе квазилинейных моделей объектов. При доказательстве теоремы и следствия используются свойства простых матриц и известные теоремы об устойчивости возмущенных систем дифференциальных уравнений. Порядок исследования устойчивости положения равновесия квазилинейных систем управления на основе доказанной теоремы иллюстрируется численными примерами. Компьютерное моделирование синтезированных квазилинейных систем управления свидетельствует о корректности условий доказанной теоремы.

Полученные результаты позволяют более обоснованно применять метод синтеза нелинейных систем на основе квазилинейных моделей при создании различных систем управления объектами энергетической, авиационной, космической, робототехнической и других отраслей промышленности.

Ключевые слова: объект, нелинейность, квазилинейная модель, управление, аналитический синтез, система, устойчивость в целом.

1. Введение. Системы управления все чаще синтезируются как нелинейные вследствие возросших требований к их качеству. Задача синтеза нелинейных систем управления рассматривалась во многих работах, в которых были предложены различные подходы к ее решению. Нелинейности в правых частях уравнений объектов чаще всего являются дифференцируемыми по всем своим аргументам, поэтому большинство известных методов решения задачи синтеза ориентировано на преобразование этих уравнений к формам, существенно

упрощающим решение этой задачи [1-22]. Во многих работах используется преобразование к различным каноническим формам [1-8]. А. Г. Лукьяновым и В. И. Уткиным предложено преобразование к регулярной форме, которая позволяет декомпозировать задачу синтеза систем высокой размерности на ряд задач более низкой размерности [9]. Теория пассивности Дж. Виллемса (J. C. Willems) дает возможность при некоторых условиях обеспечить асимптотическую устойчивость положения равновесия нелинейных систем введением пассивизирующих обратных связей. Эта теория применяется при решении задач стабилизации, адаптивного управления, синхронизации и ряда других [10-16]. Преобразование уравнений объектов к треугольной форме позволяет применить метод бэкстеппинга для построения стабилизирующих, адаптивных и оптимальных управлений [17-19]. К методу преобразований относится и линеаризация нелинейных моделей объектов управления путем введения обратных связей по состоянию [7, 20-23].

Однако в общем случае условия и алгоритм построения соответствующего преобразования известны лишь, когда уравнения объекта приводятся к канонической управляемой форме Бруновского (Brunovsky controller form) [4, 7]. Причем и проверка условий возможности приведения, и построение соответствующих преобразований очень сложны, в особенности при высоких порядках нелинейных объектов. Практическое применение других методов затруднено как отсутствием конструктивных условий, при которых уравнения нелинейного объекта могут быть приведены к подходящей для решения задачи синтеза форме, так и отсутствием алгоритмов построения соответствующих преобразований.

В данной работе рассматривается задача синтеза нелинейных систем управления на основе уравнений объектов, преобразованных к квазилинейной форме [6, 24-27]. Для проведения такого преобразования требуется лишь дифференцируемость по всем аргументам нелинейностей, имеющихся в правых частях дифференциальных уравнений объектов. Эквивалентность уравнений в квазилинейной форме, то есть квазилинейных моделей, и исходных нелинейных уравнений обеспечивается известной независимостью от пути интегрирования криволинейных интегралов от функций многих переменных.

Известно несколько методов синтеза нелинейных систем управления на основе квазилинейных моделей [24-27]. В одном из них используется преобразование Ляпунова переменных состояния квазилинейной модели, поэтому этот метод является довольно трудоемким. Он приводит к системе, положение равновесия которой в целом асимптотически устойчиво, однако условия, при которых задача син-

теза имеет решение, довольно трудно проверить непосредственно по заданным нелинейным или квазилинейным уравнениям объекта.

Поэтому далее рассматривается иной метод синтеза, при котором не требуется проводить преобразование переменных состояния квазилинейной модели [6, 27]. Этот метод аналитического синтеза нелинейных систем управления на основе квазилинейных моделей (АСНСУ КЛМ) является очень простым и близким к полиномиальному методу синтеза систем управления линейными объектами [27]. Условием разрешимости задачи синтеза этим методом является естественное условие управляемости объекта, приведенное ниже. Практически метод аналитического синтеза нелинейных систем управления сводится к решению системы алгебраических уравнений, «коэффициенты» и «неизвестные» которой являются функциями переменных состояния объекта управления. Результирующее квазилинейное управление представляет собой совокупность обратных связей по переменным состояния объекта [27].

Метод АСНСУ КЛМ приводит к замкнутым квазилинейным системам, матрицы уравнений в переменных состояния которых имеют собственные числа с отрицательными вещественными частями. Поэтому такие квазилинейные системы управления называются гурвицевыми. Этот метод гарантирует асимптотическую устойчивость в большом положении равновесия синтезированных систем. Однако условия, при которых это положение является асимптотически устойчивым и в целом (global stability [7, 18]), то есть при сколь угодно больших, но конечных начальных условиях, не были известны.

Цель данной работы — получить эти условия. Однако для большей ясности далее кратко излагается указанный метод синтеза нелинейных гурвицевых систем управления, а затем формулируется основная теорема, следствие из нее, и даются их доказательства. При этом применяется матрица, которая используется в известном методе А. Н. Крылова для определения коэффициентов характеристических полиномов матриц [28]. Доказанная здесь теорема и следствие из нее позволяют практически устанавливать, является ли асимптотически устойчивым в целом положение равновесия нелинейной гурвицевой системы, синтезированной методом АСНСУ КЛМ.

2. Синтез квазилинейных гурвицевых систем. Порядок представления уравнений нелинейных объектов управления с дифференцируемыми нелинейностями в квазилинейной форме подробно изложен в [27], поэтому здесь он не рассматривается. Квазилинейные модели нелинейных одномерных объектов с дифференцируемыми нелинейностями имеют следующий вид:

$$\dot{x} = A(x)x + b(x)u, \quad (1)$$

где $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ — вектор состояния; $b(x) = [b_1(x) \ b_2(x) \ \dots \ b_n(x)]^T$ и $A(x) = [a_{ij}(x)]$ — функциональные n -вектор и $n \times n$ -матрица; $b_i(x)$ и $a_{ij}(x)$ — непрерывные функции переменных состояния x_1, x_2, \dots, x_n объекта (1), ограниченные при всех ограниченных x [24, 25, 27].

Предполагается, что все переменные состояния x_i объекта управления (1) доступны измерению, поэтому управление по состоянию ищется также в квазилинейной форме $u = u(x) = -k^T(x)x$, где $k^T(x) = [k_1(x) \ k_2(x) \ \dots \ k_n(x)]$ — вектор варьируемых скалярных функций. Именно эти функции определяются в процессе синтеза.

Из уравнения (1) и принятого вида управления следует, что модель замкнутой системы также является квазилинейной:

$$\dot{x} = H(x)x, \quad (2)$$

где системная матрица:

$$H(x) = A(x) - b(x)k^T(x). \quad (3)$$

Если $x = x(t, x_0)$ — решение системы (2), то $x(0, x_0) = x_0$, где $x_0 \in \Omega_0$. Здесь x_0 — вектор начальных условий, а Ω_0 — некоторая область в R^n , включающая положение равновесия $x = 0$ объекта (1) и системы (2).

Решение задачи синтеза методом АСНСУ КЛМ ищется, если выполняется известное условие управляемости объекта (1), которое имеет вид:

$$\det U(x) \neq 0. \quad (4)$$

Здесь $U(x)$ — матрица управляемости объекта (1), которая определяется выражением, аналогичным матрице управляемости Р. Калмана [29] для линейных одномерных систем с постоянными параметрами:

$$U(x) = [b(x) \ A(x)b(x) \ \dots \ A^{n-1}(x)b(x)]. \quad (5)$$

Пусть λ — комплексная переменная. Тогда на основе известного равенства $\det(\lambda E - A + bk^T) = \det(\lambda E - A) + k^T \text{adj}(\lambda E - A)b$ [27] характе-

ристический полином $H(\lambda, x) = \det(\lambda E - H(x))$ системной матрицы $H(x)$ (3) можно представить в виде следующего выражения:

$$H(\lambda, x) = A(\lambda, x) + \sum_{i=1}^n k_i(x) V_i(\lambda, x), \quad (6)$$

где

$$A(\lambda, x) = \det(\lambda E - A(x)) = \lambda^n + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i(x) \lambda^i, \quad (7)$$

$$V_i(\lambda, x) = e_i \operatorname{adj}(\lambda E - A(x)) b(x) = \sum_{j=0}^{n-1} v_{ij}(x) \lambda^j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

В приведенных выражениях E — единичная матрица, e_i — ее соответствующие строки; $\alpha_i(x)$, $v_{ij}(x)$ — коэффициенты полиномов (7), (8), являющиеся скалярными функциями вектора состояния x .

На основе требуемых свойств синтезируемой системы формируется желаемый характеристический полином системной матрицы $H(x)$ (3) в виде полинома с постоянными коэффициентами, то есть:

$$H^*(\lambda) = \lambda^n + \sum_{i=0}^{n-1} \delta_i \lambda^i, \quad (9)$$

причем этот полином всегда берется таким, чтобы его коэффициенты удовлетворяли условиям критерия устойчивости Гурвица.

Если в равенстве (6) полином $H(\lambda, x)$ заменить полиномом $H^*(\lambda)$ (9), то из равенств (6)-(9) выводится следующая система алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} v_{10} & v_{20} & \dots & v_{n0} \\ v_{11} & v_{21} & \dots & v_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{1,n-1} & v_{2,n-1} & \dots & v_{n,n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $\gamma_i = \gamma_i(x) = \delta_i - \alpha_i(x)$, $i = \overline{0, n-1}$. В системе (10) аргументы всех нелинейных скалярных функций опущены для краткости.

Можно показать, что определитель матрицы алгебраической системы (10) пропорционален определителю из условия (4). Поэтому, если это условие выполняется, то система (10) имеет единственное решение. Это решение определяет вектор $k(x)$ из равенства (3), при котором характеристический полином $H(\lambda, x)$ матрицы $H(x)$ системы (2) равен полиному $H^*(\lambda)$, удовлетворяющему критерию Гурвица.

Покажем, что положение равновесия $x \equiv 0$ системы (2), синтезированной на основе соотношений (7)-(10), устойчиво в большом. Если в (3) вектор $x \equiv 0$, то матрица $H(0)$ — постоянная, а все ее собственные числа строго отрицательны. Поэтому матрица P , являющаяся решением уравнения Ляпунова $H^T(0)P + PH(0) = -C$ при матрице $C > 0$ положительно определенная. Следовательно, положительно определенная функция $V(x) = x^T P x$ имеет отрицательно определенную производную по времени вдоль траекторий системы $\dot{x} = H(0)x$, то есть эта линейная система асимптотически устойчива. С другой стороны, нелинейную систему (2) можно представить следующим образом:

$$\dot{x} = H(0)x + D(x)x, \quad (11)$$

где $D(x) = H(x) - H(0)$. Тогда производная по времени функции $V(x) = x^T P x$ вдоль траекторий $x = x(t, x_0)$ системы (11), начинающихся в точках x_0 , будет определяться выражением:

$$\dot{V}(x) = -x^T C x + 2x^T P D(x)x. \quad (12)$$

Из выражения (12) следует, что в окрестности положения равновесия $x \equiv 0$ систем (2) и (11) существует некоторая ограниченная область пространства $\Omega_x \in R^n$ такая, что на траекториях $x = x(t, x_0) \in \Omega_x$ этих систем, начинающихся в точках $x_0 \in \Omega_0 \in \Omega_x$, производная по времени $\dot{V}(x)$ является отрицательно определенной функцией. Отсюда в силу известной теоремы Ляпунова следует, что решение $x(t, x_0)$ системы (2), синтезированной методом АЧСУ КЛМ, то есть на основе соотношений (7)-(10), удовлетворяет условию:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0)\| = 0, \quad x_0 \in \Omega_0 \in \Omega_x. \quad (13)$$

Здесь Ω_x — область пространства R^n , которой принадлежат все траектории системы (2), начинающиеся в точках $x_0 \in \Omega_0$ [27].

Как видно, рассматриваемый метод АЧНСУ КЛМ действительно является очень простым. С практической точки зрения целесообразно, чтобы область Ω_0 в (13) была не ограниченной. Однако установить условия, при которых этот факт имеет место, на основе приведенных уравнений (2) или (11) не удается. Пользуясь известными оценками для квадратичных форм, которыми являются в данном случае функции $V(x)$ и $\dot{V}(x)$, можно на основе уравнения (11) найти оценку области Ω_x . Однако уже при $n > 2$ этот процесс является весьма затруднительным, а оценка этой области получается очень малой, что не соответствует действительности.

Поэтому задача установления условий, при которых система (2), синтезированная методом АЧНСУ КЛМ, то есть на основе соотношений (7)-(10), является асимптотически устойчивой в целом, представляется теоретически и практически важной.

Замечание 1. Соотношения (7)-(10) при условии (4) могут использоваться для определения вектора k^T управления по состоянию $u = -k^T x$ при постоянных матрице A и векторе b в уравнении (1), то есть в линейном случае. При этом результирующая замкнутая система, естественно, оказывается асимптотически устойчивой в целом.

3. Основной результат. На основе изложенного можно заключить, что если квазилинейная система (2) синтезирована методом АЧНСУ КЛМ, то собственные числа λ_i^H , $i = \overline{1, n}$ ее матрицы $H(x)$ при всех x могут быть постоянными с отрицательными вещественными частями и являться попарно различными, то есть:

$$\lambda_i^H = const, \operatorname{Re} \lambda_i^H < 0, \lambda_i^H \neq \lambda_j^H, i \neq j, i, j = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Предположим, существуют матрица $S(x)$ и обратная к ней матрица $S^{-1}(x)$, при которых выполняются условия: $S(x)S^{-1}(x) = E$ и $S(x)H(x)S^{-1}(x) = \operatorname{diag}\{\lambda_1^H, \lambda_2^H, \dots, \lambda_n^H\}$. Обозначим $\dot{S}(x(t, x_0))$ — производную по времени матрицы $S(x)$ вдоль траекторий системы (2), а также введем матрицу $B(t) = \dot{S}(x(t, x_0))S^{-1}(x(t, x_0))$. Тогда условия, при которых положение равновесия гурвицевой системы (2) с известными непрерывными элементами матрицы $H(x)$ является асимптотически устойчивым в целом, устанавливаются следующей теоремой.

Теорема. Если собственные числа λ_i^H матрицы $H(x)$ гурвицевой квазилинейной системы (2) удовлетворяют неравенствам (14) и выполняется условие:

$$\int_0^{\infty} \|B(t)\| dt < \infty; \quad (15)$$

или

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = 0, \quad (16)$$

то положение равновесия $x \equiv 0$ этой системы асимптотически устойчиво в целом.

Фактически, сформулированная теорема определяет условия, при которых вектор состояния $x = x(t, x_0)$ квазилинейной системы (2) является затухающим до нуля асимптотически и в тех случаях, когда в (13) норма $\|x_0\| \leq M_0$, где M_0 — сколь угодно большое число.

Доказательство. Так как по условиям теоремы выполняются неравенства (14), то есть все собственные числа λ_i^H матрицы $H(x)$ (3) при всех x являются попарно различными, то матрица $H(x)$ является простой и подобна диагональной матрице. Отсюда следует существование указанных выше матриц $S(x)$ и $S^{-1}(x)$ [30].

Используя матрицу $S(x)$, введем вектор:

$$\hat{x} = S(x)x. \quad (17)$$

С учетом (2) производная по времени вектора \hat{x} равна:

$$\dot{\hat{x}} = \dot{S}(x)x + S(x)\dot{x} = \dot{S}(x)x + S(x)H(x)x.$$

Это равенство представим следующим образом:

$$\dot{\hat{x}} = \dot{S}(x)x + S(x)H(x)S^{-1}(x)S(x)x = \dot{S}(x)x + S(x)H(x)S^{-1}(x)\hat{x}, \quad (18)$$

где учтено обозначение (17). С учетом диагональной матрицы $M_d = S(x)H(x)S^{-1}(x) = \text{diag}\{\lambda_1^H, \lambda_2^H, \dots, \lambda_n^H\}$ из (18) снова с учетом обозначения (17) выводим:

$$\dot{\hat{x}} = \dot{S}(x)S^{-1}(x)S(x)x + M_d\hat{x} = [M_d + \dot{S}(x)S^{-1}(x)]\hat{x}. \quad (19)$$

Отсюда следует, что вектор \hat{x} — решение возмущенной линейной дифференциальной системы (19) с почти постоянной матрицей $M_d + B(t)$ [31]. Так как выполняется первое условие (14), то матрица M_d является постоянной и имеет собственные числа с отрицательными вещественными частями, то есть система $\dot{\hat{x}} = M_d \hat{x}$ — асимптотически устойчива в целом. При этом матрица $B(t)$ непрерывна, а матрица $\dot{S}(x)$ — ограничена, так как строится из элементов ограниченной матрицы $H(x)$. Поэтому в силу неравенства (15) в соответствии с теоремой Левинсона, приведенной в [31], решения системы (19) асимптотически эквивалентны решениям системы $\dot{\hat{x}} = M_d \hat{x}$. Так как последняя является асимптотически устойчивой в целом, то положение равновесия $\hat{x} \equiv 0$ системы (19) также асимптотически устойчиво в целом. Аналогично оно асимптотически устойчиво в целом и при выполнении неравенства (16) в соответствии с теоремой 2 [31]. Поскольку в (17) $S(x)$ является неособенной матрицей, а матрица $\dot{S}(x)$ — ограничена, то отсюда следует утверждение теоремы. *Теорема доказана.*

Замечание 2. Доказанная теорема остается верной, если $\|B(t)\| < \rho$ при $t \geq T_1$, где положительное число ρ достаточно мало, а число T_1 — большое (см. [31]).

Нелинейные объекты управления являются чрезвычайно разнообразными, поэтому в некоторых частных случаях матрица $K(x)$, которая используется в методе А. Н. Крылова для определения коэффициентов характеристических полиномов матриц [28] может быть постоянной, то есть:

$$K(x) = [b_k(x) \ H(x)b_k(x) \dots \ H^{n-1}(x)b_k(x)] = const. \quad (20)$$

Здесь $b_k(x)$ — произвольный вектор такой, что $\det K(x) \neq 0$.

Отметим, что матрица $K^T(x)$ соответствует матрице, определитель которой в [28] обозначен M (89). Далее для краткости матрицу $K(x)$, определяемую левым равенством выражения (20) при условии $\det K(x) \neq 0$, будем называть матрицей Крылова. Подчеркнем, что при построении матрицы управляемости (5) используется вектор, определяемый уравнениями заданного объекта, в то время как в случае матрицы Крылова может использоваться совершенно произвольный вектор, важно лишь, чтобы выполнялось условие $\det K(x) \neq 0$.

При выполнении условия (20) справедливо следствие из доказанной теоремы:

Следствие. Если характеристические числа λ_i^H матрицы $H(x)$ (3) квазилинейной системы (2) удовлетворяют условиям (14), и выполнено условие (20), то положение равновесия указанной системы асимптотически устойчиво в целом.

При доказательстве следствия используется следующее свойство матрицы Крылова $K(x)$ общего вида. Пусть матрица $P_c = K(x)M_1(x)$, где $M_1(x)$ — матрица, составленная из коэффициентов характеристического полинома $H(\lambda, x) = \det(\lambda E - H(x))$ матрицы $H(x)$. Тогда преобразование подобия $P_c^{-1}(x)H(x)P_c(x)$ приводит матрицу $H(x)$ к форме сопровождающей полинома $H(\lambda, x)$ [29]. Справедливость данного утверждения по отношению к функциональным матрицам будет показана ниже на конкретном примере.

Доказательство следствия. Матрицу $S(x)$ из равенства (17) можно построить, воспользовавшись формулой $S(x) = K(x)M(x)W(x)$, где $W(x)$ — матрица Вандермонда, составленная из корней указанного выше полинома $H(\lambda, x)$ [29].

В силу условия (14) собственные числа матрицы $H(x)$ квазилинейной гурвицевой системы (2) имеют постоянные значения, поэтому матрицы $M_1(x) = \text{const}$ и $W(x) = \text{const}$, а с учетом условия (20) производная $\dot{K}(x) \equiv 0$. В этом случае матрица $S(x)$ также имеет производную по времени равную нулю, то есть $\dot{S}(x) \equiv 0$. При этом подынтегральное выражение в неравенстве (15) тождественно равно нулю, то есть это неравенство в условиях следствия выполняется. Поэтому в силу теоремы положение равновесия указанной системы асимптотически устойчиво в целом. *Следствие доказано.*

Доказанные теорема и следствие позволяют исследовать свойство устойчивости в целом положения равновесия конкретных нелинейных гурвицевых систем, представленных в квазилинейной форме (2). Чтобы это показать приведем некоторые численные примеры.

4. Пример 1. Рассмотрим квазилинейную систему (2), матрица $H(x)$ которой имеет вид:

$$H(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \omega(x_1) & 0 & a_{23} \\ h_{31}(x) & h_{32}(x) & -\delta_{12} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где

$$h_{31}(x) = -a_{23}^{-1}[\delta_{10} + \delta_{12}\omega(x_1)], \quad h_{32}(x) = -a_{23}^{-1}[\delta_{11} + \omega(x_1)]. \quad (22)$$

В этих выражениях $a_{23} \neq 0$, а $\omega(x_1) = (\sin x_1) / x_1(1 + |x_1|)$. При синтезе этой системы методом АЧНСУ КЛМ полином $H^*(\lambda)$ из (9) был принят равным $H^*(\lambda) = \lambda^3 + \delta_{12}\lambda^2 + \delta_{11}\lambda + \delta_{10}$ и таким, что матрица $H(x)$ (21) имеет собственные числа $\lambda_i^H = -\sigma_i$, причем $\sigma_i = const$, $\sigma_i > 0$ и $\sigma_i \neq \sigma_j$, при $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3$, то есть числа λ_i^H удовлетворяют условиям (14). Положение равновесия $x \equiv 0$ системы (2), (21), (22), как показано выше, устойчиво в большом.

Для оценки устойчивости в целом положения равновесия этой системы построим матрицу $S(x)$ по той же формуле, что и при доказательстве следствия. В соответствии с этой формулой по отношению к функциональной 3×3 -матрице $H(x)$ (21) справедливы выражения $K(x) = [b_k(x) \quad H(x)b_k(x) \quad H^2(x)b_k(x)]$, $S(x) = K(x)M_1W$, а $\dot{S}(x) = \dot{K}(x)M_1W$. Имея в виду матрицу (21), положим $b_k(x) = b_k = [0 \quad 0 \quad 1]^T$. При этом $\det K(x) = -a_{23}^2 \neq 0$, то есть данный вектор b_k можно использовать для решения задачи. Вычислим матрицу $K(x)$, составим матрицы M_1 , W по [29] и найдем произведение $T = M_1W$. В результате получим:

$$K(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{23} & -a_{23}\delta_{12} \\ 1 & -\delta_{12} & a_{23}h_{32}(x) + \delta_{12}^2 \end{bmatrix}, \quad K(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{23} & -a_{23}\delta_{12} \\ 1 & -\delta_{12} & a_{23}h_{32}(x) + \delta_{12}^2 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & 1 \\ \delta_{12} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -\sigma_1 & -\sigma_2 & -\sigma_3 \\ \sigma_1^2 & \sigma_2^2 & \sigma_3^2 \end{bmatrix},$$

$$T = M_1W = \begin{bmatrix} \delta_{11} - \sigma_1\delta_{12} + \sigma_1^2 & \delta_{11} - \sigma_2\delta_{12} + \sigma_2^2 & \delta_{11} - \sigma_3\delta_{12} + \sigma_3^2 \\ \delta_{12} - \sigma_1 & \delta_{12} - \sigma_2 & \delta_{12} - \sigma_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Дифференцируя по времени матрицу $K(x)=[b_k \ H(x)b_k \ H^2(x)b_k]$, получим выражение $\dot{K}(x)=[0 \ \dot{H}(x)b_k \ \dot{H}(x)H(x)b_k + H(x)\dot{H}(x)b_k]$. Подставляя сюда системную матрицу (21) и принятый вектор b_k , будем иметь:

$$\begin{aligned} \dot{H}(x)b_k &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{H}(x)H(x)b_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{23}\dot{h}_{32}(x) \end{bmatrix}, \\ \dot{K}(x) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\omega}(x_1) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (25)$$

так как согласно (2) и (21) производная $\dot{h}_{32}(x) = -a_{23}^{-1}\dot{\omega}(x_1)$. Из выражений (23)-(25) выводим:

$$\dot{S}(x) = \dot{K}(x)T = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \dot{\omega}(x_1) & \dot{\omega}(x_1) & \dot{\omega}(x_1) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Перейдем к построению матрицы $S^{-1}(x)$. С учетом введенных обозначений матрица:

$$S(x) = K(x)T = \begin{bmatrix} a_{23} & a_{23} & a_{23} \\ -\sigma_1 & -\sigma_2 & -\sigma_3 \\ \sigma_1^2 - \omega(x_1) & \sigma_2^2 - \omega(x_1) & \sigma_3^2 - \omega(x_1) \end{bmatrix}.$$

С другой стороны, известно, что обратная матрица $S^{-1}(x) = \text{adj}S(x) / \det S(x)$. Поэтому запишем матрицу $S^T(x)$ и найдем матрицу $\text{adj}S(x)$. В результате будем иметь:

$$S^T(x) = \begin{bmatrix} a_{23} & -\sigma_1 & \sigma_1^2 - \omega(x) \\ a_{23} & -\sigma_2 & \sigma_2^2 - \omega(x) \\ a_{23} & -\sigma_3 & \sigma_3^2 - \omega(x) \end{bmatrix},$$

$$\text{adj}S(x) = \begin{bmatrix} (\sigma_2 - \sigma_3)(\sigma_2\sigma_3 + \omega(x)) & a_{23}(\sigma_2^2 - \sigma_3^2) & a_{23}(\sigma_2 - \sigma_3) \\ (\sigma_3 - \sigma_1)(\sigma_1\sigma_3 + \omega(x)) & a_{23}(\sigma_3^2 - \sigma_1^2) & a_{23}(\sigma_3 - \sigma_1) \\ (\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1\sigma_2 + \omega(x)) & a_{23}(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) & a_{23}(\sigma_1 - \sigma_2) \end{bmatrix}.$$

В данном случае определитель:

$$\det S(x) = a_{23}[(\sigma_2 - \sigma_3)\sigma_2\sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_2)\sigma_1\sigma_2 + (\sigma_3 - \sigma_1)\sigma_1\sigma_3].$$

Следовательно,

$$S^{-1}(x) = \frac{1}{\det S(x)} \begin{bmatrix} (\sigma_2 - \sigma_3)(\sigma_2\sigma_3 + \omega(x_1)) & a_{23}(\sigma_2^2 - \sigma_3^2) & a_{23}(\sigma_2 - \sigma_3) \\ (\sigma_3 - \sigma_1)(\sigma_1\sigma_3 + \omega(x_1)) & a_{23}(\sigma_3^2 - \sigma_1^2) & a_{23}(\sigma_3 - \sigma_1) \\ (\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1\sigma_2 + \omega(x_1)) & a_{23}(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) & a_{23}(\sigma_1 - \sigma_2) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Из выражений (26) и (27) выводим:

$$B(t) = \dot{S}(x)S^{-1}(x) = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\omega}(x_1(t)).$$

Таким образом, условие (15) в данном случае принимает вид:

$$\int_0^{\infty} |\dot{\omega}(x_1(t))| dt < \infty. \quad (28)$$

Найдем оценку интеграла из условия (28). Так как знак функции $\dot{\omega}(x_1)$ изменяется при изменении x_1 на π , то указанный интеграл можно представить следующим образом:

$$I = \int_0^{\infty} |\dot{\omega}(x_1(t))| dt = \beta_0 I_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i I_i, \quad \beta_i = \begin{cases} (-1)^i, & \dot{\omega}(x_1(t_0 - \varepsilon)) \geq 0, \\ (-1)^{i+1}, & \dot{\omega}(x_1(t_0 - \varepsilon)) < 0. \end{cases} \quad (29)$$

Здесь ε — сколь угодно малое положительное число,

$$I_0 = \int_0^{t_0} \dot{\omega}(x_1(t)) dt, \quad I_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \dot{\omega}(x_1(t)) dt, \quad i \geq 1, \quad (30)$$

$t_0 > \varepsilon > 0$ — первый, а $t_i > t_{i-1}$ — последующие моменты времени, при которых производная $\dot{\omega}(x_1) = 0$, $i = 1, 2, \dots$.

Произведение $\beta_i \dot{\omega}(x_1(t)) > 0$ при всех i и $t \neq t_i$, поэтому:

$$\beta_i I_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \beta_i \dot{\omega}(x_1(t)) dt = \int_{\omega_{i-1}}^{\omega_i} d\omega = (\omega_i - \omega_{i-1}), \quad i \geq 1. \quad (31)$$

Здесь для краткости введены обозначения:

$$x_{1,i} = x_1(t_i), \quad \omega_i = \omega(x_{1,i}) = (\sin x_{1,i}) / x_{1,i} (1 + |x_{1,i}|). \quad (32)$$

Если на интервале $[t_{i-1} \div t_i]$ произведение $\beta_i \dot{\omega}(x_1) > 0$, то функция $|\omega(x_1(t))|$ — возрастает на этом интервале, а так как на его границах $\dot{\omega}(x_1) = 0$, то по (32) $\sin x_{1,i-1} = -1$, а $\sin x_{1,i} = +1$. Следовательно, если $x_{1,i} = (2k+1)\pi/2$, то $x_{1,i-1} = (2k-1)\pi/2$ или $x_{1,i-1} = (2k+3)\pi/2$. Однако, если принять $x_{1,i-1} = (2k-1)\pi/2$, то $|\omega_i| < |\omega_{i-1}|$, что невозможно при $\beta_i \dot{\omega}(x_1) > 0$, то $x_{1,i-1} = (2k+3)\pi/2$. В этом случае по (31):

$$\beta_i I_i = \frac{4}{(2k+1)\pi(2+(2k+1)\pi)} - \frac{-4}{(2k+3)\pi(2+(2k+3)\pi)}.$$

Отсюда следует неравенство:

$$\beta_i I_i < \frac{8}{(2k+1)\pi(2+(2k+1)\pi)} = \frac{8}{\pi(4\pi k^2 + 4\pi k + 4k + \pi + 2)} < \frac{2}{\pi^2 k^2}. \quad (33)$$

Подставляя оценку (33) в первое равенство (29), получим:

$$I < \beta_0 J_0 + \frac{2}{\pi^2} (1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots) = \beta_0 J_0 + \frac{1}{3\pi}, \quad (34)$$

так как согласно [32] бесконечная сумма в круглых скобках в (34) равна $\pi/6$. Значение t_0 определяется условием $\sin x_1(t_0) = 0$. При этом $|x_1(t_0) - x_{10}| \leq \pi$, поэтому по (29) и (30) $\beta_0 J_0 < \infty$. Следовательно, согласно (34) условие (28) в данном случае выполняется при всех конечных $x_0 = [x_{10} \quad x_{20} \quad x_{30}]^T$, поэтому в силу доказанной теоремы положение равновесия $x \equiv 0$ гурвицевой нелинейной системы (2), (21) асимптотически устойчиво в целом.

Этот вывод подтверждается результатами моделирования этой системы в MATLAB при $a_{23} = 3,5$; $\delta_{10} = 6$, $\delta_{11} = 11$, $\delta_{12} = 6$; $\lambda_1^H = -1$, $\lambda_2^H = -2$, $\lambda_3^H = -3$. На рисунке 1 показан ее переходный процесс при относительно малых, а на рисунке 2 — при больших начальных значениях (соответствие графиков переменным легко определяется указанными начальными значениями переменных).

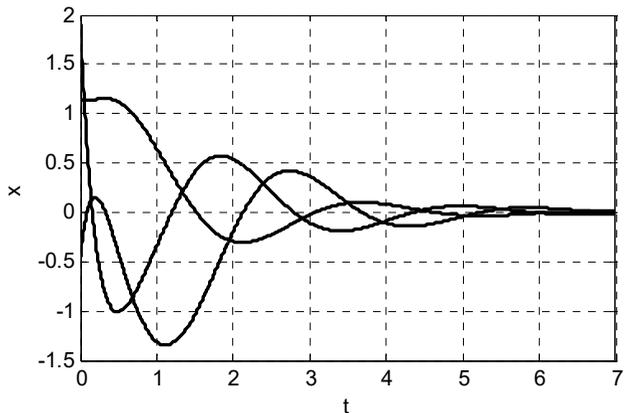


Рис. 1. Графики переменных системы (2), (21) при $x_0 = [1,15 \ -0,5 \ 2]^T$

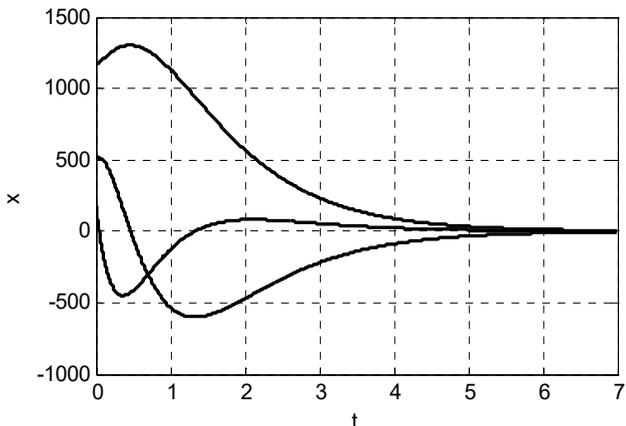


Рис. 2. Графики переменных системы (2), (21) при $x_0 = [1150 \ 500 \ 200]^T$

Сравнивая графики на рисунках 1 и 2 можно заключить, что как при малых, так и при больших начальных значениях переменных со-

стояния переходные процессы системы (2), (21) являются затухающими, причем их длительность практически не зависит от значений начальных условий.

Процедура синтеза нелинейных гурвицевых систем управления на основе квазилинейных моделей, очевидно, является инвариантной относительно численных значений собственных чисел системной матрицы замкнутой системы. Это позволяет путем выбора этих чисел изменять характер переходных процессов, в частности их длительность.

В данном примере с тем, чтобы уменьшить длительность переходных процессов, модули указанных выше собственных чисел были увеличены в три раза, то есть эти числа были взяты равными: $\lambda_{11}^H = -3$, $\lambda_{12}^H = -6$ и $\lambda_{13}^H = -9$. Полученный в результате моделирования системы при этих значениях переходный процесс показан на рисунке 3.

Как видно из графиков, приведенных на рисунках 2 и 3, длительность переходного процесса с шести сократилась до двух секунд, что подтверждает сделанный выше вывод.

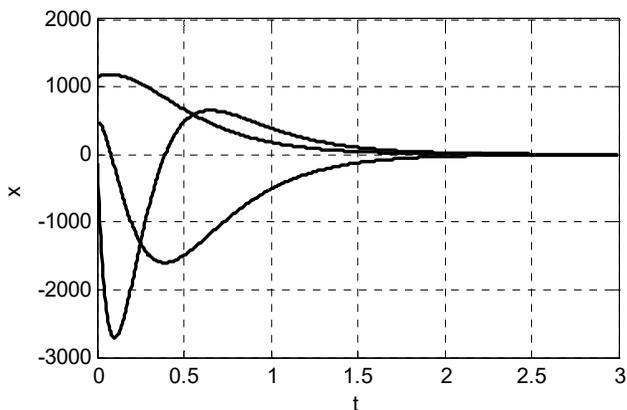


Рис. 3. Графики переменных системы (2), (21) при $x_0 = [1150 \ 500 \ 200]^T$ и $\lambda_1^H = -3$, $\lambda_2^H = -6$, $\lambda_3^H = -9$

Для большей наглядности изложенного выше метода АСНСУ КЛМ и порядка применения доказанной здесь теоремы приведем еще один, но более простой пример.

5. Пример 2. Для объекта второго порядка, который описывается уравнениями: $\dot{x}_1 = x_2 - x_1 \operatorname{arctg} 2x_1$, $\dot{x}_2 = x_1 x_2^2 + x_2 \sin x_2 + u$, синтезировать управление, обеспечивающее длительность переходных процессов не более 1,5 секунды.

С целью решения этой задачи указанным методом, прежде всего представим уравнения заданного объекта в виде квазилинейной модели, которая в данном случае имеет вид:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\varphi(x_1) & 1 \\ x_2^2 & \sin x_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u. \quad (35)$$

Здесь для краткости введено обозначение $\varphi(x_1) = \operatorname{arctg} 2x_1$. Условие управляемости (4) объекта (35) записывается следующим образом:

$$\det U(x) = \det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \sin x_2 \end{bmatrix} = -1 \quad (36)$$

и очевидно выполняется. Следовательно, решение задачи методом АНСУ КЛМ существует.

Переходя к решению этой задачи, в соответствии с выражениями (7) и (8) находим полиномы:

$$A(\lambda, x) = \lambda^2 + [\varphi(x_1) - \sin x_2] \lambda - [\varphi(x_1) \cdot \sin x_2 + x_2^2], \quad (37)$$

$$V_1(\lambda, x) = 1, \quad V_2(\lambda, x) = \lambda + \varphi(x_1). \quad (38)$$

Так как в данном случае $n = 2$, то в качестве полинома (9) примем полином второго порядка $H^*(\lambda) = \lambda^2 + \delta_{21}\lambda + \delta_{20}$, полагая, что $\delta_{21} > 1$, а корни полинома $H^*(\lambda)$ удовлетворяют неравенствам (14), то есть $\lambda_{21} = -\sigma_{21}$, $\lambda_{22} = -\sigma_{22}$, $\sigma_{2i} > 0$ и $\sigma_{21} \neq \sigma_{22}$. В этих условиях система (10) с учетом выражений (37) и (38) запишется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} 1 & \varphi(x_1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1(x) \\ k_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{20} + \varphi(x_1) \cdot \sin x_2 + x_2^2 \\ \delta_{21} - \varphi(x_1) + \sin x_2 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Подчеркнем, что определитель матрицы системы алгебраических уравнений (39) равен 1, то есть, как отмечалось выше, действительно пропорционален значению определителя матрицы управляемости, в данном случае из равенства (36). Решение системы (39) дает:

$$k_2(x) = \delta_{21} - \varphi(x_1) + \sin x_2;$$

$$k_1(x) = -\varphi(x_1)[\delta_{21} - \varphi(x_1)] + \delta_{20} + x_2^2,$$

что позволяет записать искомое управление и уравнение замкнутой системы в квазилинейной форме:

$$u = -k_1(x)x_1 - k_2(x)x_2.$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\varphi(x_1) & 1 \\ \delta_{21}\varphi(x_1) - \varphi^2(x_1) - \delta_{20} & \varphi(x_1) - \delta_{21} \end{bmatrix} x. \quad (40)$$

Для исследования характера устойчивости положения равновесия полученной системы (40), как и в первом примере, проверим выполнимость условия (15). С этой целью примем вектор $b_k = b = [0 \ 1]^T$ и найдем матрицу Крылова $K(x) = [b_k \ H(x)b_k]$:

$$K(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \varphi(x_1) - \delta_{21} \end{bmatrix}. \quad (41)$$

Матрицы M_1 и W составляются аналогично, но с учетом $n = 2$, поэтому здесь матрица $S(x)$ и обратная $S^{-1}(x)$ имеют вид:

$$S(x) = K(x)M_1W = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \varphi(x_1) - \sigma_{21} & \varphi(x_1) - \sigma_{22} \end{bmatrix}, \quad (42)$$

$$S^{-1}(x) = \begin{bmatrix} \varphi(x_1) - \sigma_{22} & -1 \\ \sigma_{21} - \varphi(x_1) & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{21} - \sigma_{22}}. \quad (43)$$

Полученные выражения (42) и (43) позволяют записать выражение для матрицы $B(t)$:

$$B(t) = \dot{S}(x)S^{-1}(x) = \frac{0,5\dot{x}_1}{0,25 + x_1^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (44)$$

С учетом (44) условие (15) доказанной теоремы принимает вид:

$$\int_0^{\infty} \left| \frac{0,5\dot{x}_1}{0,25 + x_1^2} \right| dt < \infty. \quad (45)$$

В данном случае оценить интервалы знакопостоянства функции, модуль которой является подынтегральным выражением в (45), не представляется возможным. Поэтому для оценки интеграла в (45), воспользуемся тем, что система (40) имеет второй порядок, а ее правые части являются дифференцируемыми функциями. При этих условиях к ней приме-

нима теорема Бендиксона — Пуанкаре, в соответствии с которой на фазовой плоскости «траектория может "уйти" на бесконечность, "уткнуться" в особую точку или может "намотаться" на предельный цикл» [33], то есть хаотических движений в системе второго порядка не может быть.

Покажем, что на фазовой плоскости системы (40) предельный цикл не существует. С этой целью запишем ее следующим образом:

$$\dot{x}_1 = P(x_1, x_2); \quad \dot{x}_2 = Q(x_1, x_2), \quad (46)$$

где

$$\begin{aligned} P(x_1, x_2) &= -x_1\varphi(x_1) + x_2, \\ Q(x_1, x_2) &= (\delta_{21}\varphi(x_1) - \varphi^2(x_1) - \delta_{20})x_1 + (\varphi(x_1) - \delta_{21})x_2. \end{aligned} \quad (47)$$

На основе (46), (47) не трудно установить, что в данном случае сумма $\partial P(x) / \partial x_1 + \partial Q(x) / \partial x_2 = -(\delta_{21} + 0,5x_1 / (0,25 + x_1^2))$. С другой стороны, экстремальные значения функции $0,5x_1 / (0,25 + x_1^2)$ равны $\pm 0,5$ при $x_1 = \pm 0,5$. Так как в рассматриваемом примере $\delta_{21} > 1$, то сумма $\partial P(x) / \partial x_1 + \partial Q(x) / \partial x_2$ не меняет своего знака при всех значениях вектора $x(t)$, поэтому по теореме Бендиксона на фазовой плоскости системы (40) цикл существовать не может. Следовательно, траектории этой системы могут стремиться либо к бесконечности, либо к нулю.

Предположим, что существует траектория, стремящаяся к бесконечности. Обозначим t^* некоторый конечный момент времени и такой, что $\text{sign } \varphi(x_1(t)) = \text{sign } \varphi(x_1(t^*))$ при всех $t \geq t^*$. При этом условии интеграл из (45), вычисляемый вдоль указанной траектории, можно представить в виде суммы:

$$J = J_1 + J_2 = \int_0^{t^*} \left| \frac{0,5\dot{x}_1}{0,25 + x_1^2} \right| dt + \int_{t^*}^{\infty} \left| \frac{0,5\dot{x}_1}{0,25 + x_1^2} \right| dt. \quad (48)$$

Интеграл J_1 , очевидно, является конечным, поэтому найдем интеграл J_2 . В выражениях (45) и (48) функция $0,5\dot{x}_1 / (0,25 + x_1^2)$ является производной $d\varphi(x_1) / dt$, поэтому с учетом условия $\text{sign } \varphi(x_1(t)) = \text{sign } \varphi(x_1(t^*))$ при $t \geq t^*$, можно записать равенство:

$$J_2 = \int_{t^*}^{\infty} \left| \frac{0,5\dot{x}_1}{0,25 + x_1^2} \right| dt = \begin{cases} J_{21}, & \varphi(x_1(t^*)) > 0, \\ -J_{21}, & \varphi(x_1(t^*)) < 0. \end{cases} \quad (49)$$

При $\dot{\varphi}(x_1(t^*)) > 0$ значение интеграла J_{21} определяется выражением:

$$J_{21} = \int_{t^*}^{\infty} \frac{0,5 \dot{x}_1}{0,25 + x_1^2} dt = \int_{\varphi(t^*)}^{\varphi(\infty)} d\varphi = \pi - \arctg(x_1(t^*)). \quad (50)$$

Из выражений (48)-(50) следует, что в рассматриваемом случае интеграл в (45) является ограниченным, и в соответствии с доказанной теоремой положение равновесия $x = 0$ системы (40) асимптотически устойчиво в целом. Отсюда также следует, что система (40) не имеет траекторий, стремящихся к бесконечности.

Эти выводы подтверждаются и моделированием в MATLAB системы (40) при различных начальных условиях и различных значениях собственных чисел системной матрицы. На рисунках 4-6 представлены графики переходных процессов полученной в данном примере нелинейной системы, которые свидетельствуют об асимптотической устойчивости в целом ее положения равновесия.

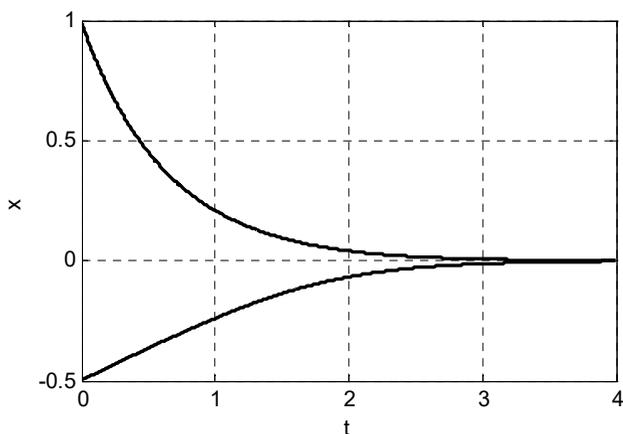


Рис. 4. Графики переменных системы (40) при $x_0 = [1 - 0,5]^T$ и $\sigma_{21} = -2$,
 $\sigma_{22} = -3$

В данном примере, кроме устойчивости в целом, необходимо было обеспечить заданную длительность переходных процессов. Так как система является нелинейной, то для обеспечения этого условия сначала были взяты произвольные собственные числа $\sigma_{21} = -2$ и $\sigma_{22} = -3$. При этом длительность переходных процессов (см. рисунок 4) составила чуть более трех секунд.

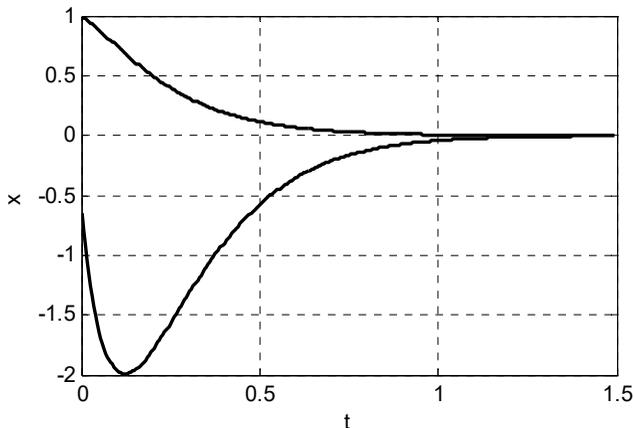


Рис. 5. Графики переменных системы (40) при $x_0 = [1, 0 \ -0,5]^T$ и $\sigma_1 = -6$,
 $\sigma_2 = -9$

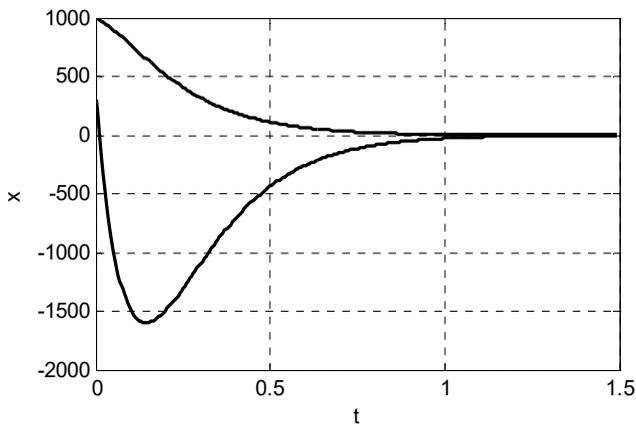


Рис. 6. Графики переменных системы (40) при $x_0 = [1000 \ 500]^T$ и $\sigma_{21} = -6$,
 $\sigma_{22} = -9$

Имея это в виду, собственные числа системной матрицы $H(x)$ окончательного варианта системы были взяты равными: $\sigma_{21} = -6$, $\sigma_{22} = -9$, то есть в уравнении (40) этого варианта системы $\delta_{20} = 54$, а $\delta_{21} = 15$. Соответствующие графики переходных процессов приведены на рисунках 5 и 6.

Из графиков на рисунках 5 и 6 следует, что длительность переходных процессов синтезированной нелинейной гурвицевой системы (40) действительно не превышает полутора секунд и не зависит от начальных значений.

Для большей ясности покажем также, что преобразование подобия с матрицей $P_c = K(x)M_1$ действительно приводит матрицу $H(x)$ квазилинейной системы (40) к сопровождающей форме.

По условиям синтеза характеристический полином этой матрицы равен $H(\lambda) = \lambda^2 + \delta_{21}\lambda + \delta_{20}$. Поэтому матрицы $P_c(x)$ и $P_c^{-1}(x)$ с учетом матрицы $K(x)$ (41) определяются следующими выражениями:

$$P_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \varphi(x_1) - \delta_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{21} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \varphi(x_1) & 1 \end{bmatrix}, P_c^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\varphi(x_1) & 1 \end{bmatrix}.$$

С помощью этих матриц легко убедиться, что в результате преобразования подобия с матрицей $P_c(x)$ системная матрица $H(x)$ системы (40) принимает вид:

$$P_c^{-1}H(x)P_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\delta_{20} & -\delta_{21} \end{bmatrix}.$$

Полученная матрица, очевидно, является сопровождающей матрицей приведенного выше полинома $H(\lambda) = \lambda^2 + \delta_{21}\lambda + \delta_{20}$.

Преобразование сопровождающих матриц к диагональной форме с помощью матриц Вандермонда общеизвестно, поэтому на этом останавливаться не будем [29].

Сравнивая рассмотренный метод АСНСУ КЛМ с другими методами синтеза нелинейных систем управления, например с методом синтеза на основе уравнений, линеаризованных обратными связями по состоянию [7, 20], можно со всей очевидностью сделать вывод, что рассмотренный здесь метод синтеза значительно проще. Это относится, прежде всего, к случаю, когда по условиям функционирования нелинейной системы достаточной является асимптотическая устойчивость в большом ее положении равновесия.

Очевидной является и большая простота этого метода в частном случае, когда матрица Крылова является постоянной. В тех же случаях, когда требуется асимптотическая устойчивость положения равновесия в целом, а матрица Крылова не является постоянной, процедура синтеза остается столь же простой практически при любом порядке объекта управления. Лишь оценка возможной устойчивости положе-

ния равновесия в целом может оказаться достаточно трудоемкой, в особенности при высоком порядке объекта управления.

6. Заключение. В статье доказаны теорема и следствие из нее об условиях асимптотической устойчивости в целом положения равновесия нелинейных гурвицевых систем управления, уравнения которых представлены в квазилинейной форме. Такие нелинейные системы управления легко строятся кратко изложенным выше простым методом аналитического синтеза на основе квазилинейных моделей (АСНСУ КЛМ). При этом собственные числа (корни характеристического уравнения) системной матрицы синтезируемой квазилинейной системы должны быть взяты постоянными, вещественными, отрицательными и попарно различными. Результирующее управление является нелинейной обратной связью по переменным состояния нелинейного объекта, а положение равновесия замкнутой системы всегда является асимптотически устойчивым в большом.

Для проверки, не является ли положение равновесия синтезированной системы и асимптотически устойчивым в целом, прежде всего, строится функциональная матрица Крылова. Если эта матрица оказывается постоянной, то положение равновесия синтезированной системы асимптотически устойчиво и в целом. Если же матрица Крылова зависит от переменных состояния системы, то строится матрица преобразования уравнений синтезированной системы к диагональной форме. Затем находится матрица, обратная к этой матрице, а также производная по времени в силу синтезированной системы от матрицы указанного преобразования. Произведение этих матриц дает возможность проверить выполнимость условий доказанной здесь теоремы. Если эти условия выполняются, то положение равновесия синтезированной системы асимптотически устойчиво в целом. Если же условия теоремы не выполняются или не удается показать выполнимость ее условий, то можно обоснованно утверждать лишь, что положение равновесия синтезированной системы асимптотически устойчиво в большом, то есть асимптотически устойчиво в некоторой ограниченной области начальных условий.

Следует отметить, что процедура проверки условий теоремы является достаточно сложной, так как большинство операций для этой цели необходимо проводить над функциональными матрицами. Однако эта сложность легко преодолевается применением компьютерных программ, обеспечивающих выполнение математических операций в символьной форме.

Анализ полученных условий асимптотической устойчивости в целом положения равновесия нелинейных систем управления рассматриваемого типа приводит к следующему выводу: при синтезе квазили-

нейных систем необходимо назначать желаемые значения собственных чисел функциональной системной матрицы замкнутой системы с учетом ее собственных векторов.

Литература

1. *Isidori A.* Robust Feedback Design for Nonlinear Systems: a Survey // Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences. 2010. vol. 18. no. 5. pp. 693–714.
2. *Khalil N.K.* Robust Servomechanism Output Feedback Controllers for Linearizable Systems // Automatica. 1994. vol. 30. no. 10. pp. 57–69.
3. *Chen M. et al.* Decomposition of Reachable Sets and Tubes for a Class of Nonlinear Systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2018. vol. 63. no. 11. pp. 3675–3688.
4. *Marino R., Tomei P.* Nonlinear Control Design // Prentice Hall Europe. 1995. 396 p.
5. *Колесникова С.И.* Конструирование множественного управления нелинейным объектом // Труды СПИИРАН. 2017. Вып. 6(55). С. 114–133.
6. *Gaiduk A.R.* Nonlinear Control Systems Design by Transformation Method // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19. № 12. pp. 755–761.
7. *Воевода А.А., Филушев В.Ю.* Линеаризация обратной связью // Сборник научных трудов НГТУ. 2016. № 2(84). С. 68–76.
8. *Pshikhopov V., Medvedev M.* Position Control of Vehicles with Multi-contour Adaptation // Journal of Engineering and Applied Sciences. 2018. vol. 13. pp. 8921–8928.
9. *Лукьянов А.Г., Уткин В.И.* Методы сведения уравнений динамических систем к регулярной форме // Автоматика и телемеханика. 1981. № 4. С. 5–13.
10. *Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V.* Passivity and Parametric Robustness of a New Class of Adaptive Systems // Automatica. 1994. vol. 30. no. 11. pp. 1703–1716.
11. *Selivanov A., Fradkov A., Fridman E.* Passification-based decentralized adaptive synchronization of dynamical networks with time-varying delays // Journal of the Franklin Institute. 2015. vol. 352. no. 1. pp. 52–72.
12. *Fradkov A.L., Andrievsky B., Ananyevskiy M.S.* Passification Based Synchronization of Nonlinear Systems under Communication Constraints and Bounded Disturbances // Automatica. 2015. vol. 55. pp. 287–293.
13. *Wlambe R., Agarwal N., Kale S., Joshi V.* Optimal Trajectory Generation for Car-type Mobile Robot using Spline Interpolation // IFAC-PapersOnline. 2016. vol. 49. no. 1. pp. 601–606.
14. *Маликов А.И.* Оценка состояния и стабилизация непрерывных систем с неопределенными нелинейностями и возмущениями // Автоматика и телемеханика. 2016. № 5. С. 19–36.
15. *Neydorf R. et al.* "Cut-glue" approximation improvements with evolutionary-genetic algorithm for strongly nonlinear parametric dependencies of mathematical models // Improved Performance of Materials. 2018. pp. 245–257.
16. *Xia M., Rahnama A., Wang S., Antsaklis P.J.* Control Design Using Passivation for Stability and Performance // IEEE Transactions on Automatic control. 2018. vol. 63. no. 9. pp. 2987–2993.
17. *Furtat I., Furtat E., Tupichin E.A.* Modified Backstepping Algorithm with Disturbances Compensation // IFAC-PapersOnline. 2015. vol. 48. no. 11. pp. 1056–1061.
18. *Chen C.C., Qian C., Sun Z.Y., Liang Y.W.* Global Output Feedback Stabilization of a Class of Nonlinear Systems With Unknown Measurement Sensitivity // IEEE Transactions on Automatic control. 2018. vol. 63. no. 7. pp. 2212–2217.
19. *Вражеский С.А.* Модифицированный алгоритм бэкстеппинга с компенсацией возмущений для управления нелинейными объектами по выходу // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 3(58). С. 182–202.

20. *Воевода А.А., Филошнев В.Ю.* Линеаризация обратной связи: перевернутый маятник // Сборник научных трудов Новосибирского государственного технического университета. 2016. № 3. С. 49–60.
21. *Mira M.C., Zang Z., Knott A., Andersen M.A.E.* Analysis, Design, Modeling and Control of an Interleaved-boost Full-bridge Three-port Converter for Hybrid Renewable Energy Systems // IEEE Transactions on power electronics. 2017. vol. 32. no. 2. pp. 1138–1155.
22. *Yang Y., Zhang H.H., Voyles R.M.* Rotary inverted pendulum system tracking and stability control based on input-output feedback linearization and PSO-optimization fractional order PID controller // Automatic Control, Mechatronics and Industrial Engineering. 2019. pp. 79–84.
23. *Филошнев В.Ю.* Линеаризация нелинейного трехканального динамического объекта // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2017. № 1(66). С. 74–85.
24. *Гайдук А.Р.* Алгебраический синтез нелинейных стабилизирующих управлений // Синтез алгоритмов сложных систем. 1989. Вып. 7. С. 15–19.
25. *Егоров И.Г.* К устойчивости в целом нулевого решения системы двух дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1991. Т. 27. № 9. С. 1554–1549.
26. *Гайдук А.Р.* Полиномиальный синтез нелинейных систем управления // Автоматика и телемеханика. 2003. № 10. С. 144–148.
27. *Гайдук А.Р.* Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход) // М.: Физматлит. 2012. 360 с.
28. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц // М.: Наука. 1988. 552 с.
29. *Гайдук А.Р.* Непрерывные и дискретные динамические системы // М.: УМ и ИЦ «Учебная литература». 2004. 252 с.
30. *Ланкастер П.* Теория матриц // М.: Наука. 1982. 272 с.
31. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости // М.: Наука. 1967. 472 с.
32. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие формулы // М.: Наука. 1978. 228 с.
33. *Данилов Ю.А.* Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение // М.: Постмаркет. 2001. 184 с.

Гайдук Анатолий Романович — д-р техн. наук, профессор, профессор, кафедра систем автоматического управления, Южный федеральный университет (ЮФУ). Область научных интересов: исследование устойчивости, инвариантности, оптимальности; оценивание состояния систем и внешних воздействий; синтез линейных, нелинейных, непрерывных и дискретных систем управления, роботы. Число научных публикаций — 350. gaiduk_2003@mail.ru; пер. Некрасовский, 44, 347904, Таганрог, Российская Федерация; р.т.: +7(863)4371689.

Поддержка исследований. Работа выполнена при финансовой поддержке РФН (проект № 18-19-00621).

A.R. GAIDUK
**TOWARDS DESIGN OF QUASILINEAR GURVITS CONTROL
SYSTEMS**

Gaiduk AR. Towards Design of Quasilinear Gurvits Control Systems.

Abstract. The design problem of control systems for nonlinear plants with differentiated nonlinearity is considered. The urgency of this problem is caused by the big difficulties of practical design of nonlinear control systems with the help of the majority of known methods. In many cases, even provision by these methods of just stability of equilibrium point of a designing system represents a big challenge. Distinctive feature of the method of nonlinear control systems design considered below is the use of the nonlinear plants models represented in a quasilinear form. This form of the nonlinear differential equations exists, if nonlinearities in their right parts are differentiated across all arguments. The quasilinear model of the controlled plant allows reducing the design problem to the solution of an algebraic equations system, which has the unique solution if the plant is controlled according to the controllability condition provided in the article. This condition is similar to the controllability condition of the Kalman's criterion. Procedure of the nonlinear control systems design on a basis of the plant's quasilinear models is very simple. Practically, it is close to the known polynomial method of the linear control systems design. The equations of the nonlinear systems designed with application of the plant's quasilinear models also can be represented in the quasilinear form.

The basic result of this article is the proof of the theorem and the corollary from it about conditions of the asymptotical stability at whole of the equilibrium point of the nonlinear control systems designed on a basis of the plant's quasilinear models. For the proof of the theorem and consequence, the properties of simple matrixes and known theorems of stability of the indignant systems of the differential equations are used. A way of the stability research of the equilibrium point of the quasilinear control systems based on the proved theorem is illustrated by numerical examples. Computer simulation of these systems verifies correctness of the hypothesis of the proved theorem.

Obtained results allow applying the method of nonlinear systems design on a basis of the quasilinear models for creation of various control systems for plants in power, aviation, space, robotechnical and other industries.

Keywords: Plant, Nonlinearity, Quasilinear Model, Analytical Design, Control, System, Global Stability.

Gaiduk Anatoly Romanovich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, professor, Control System Department, Southern Federal University (SFedU). Research interests: researches of stability, invariancy, optimality; estimation of system's state and external disturbances; design of linear, nonlinear, continuous and discrete control systems, robots. The number of publications — 350. gaiduk_2003@mail.ru; 44, per. Nekrasovskiy, 347904, Taganrog, Russian Federation; office phone: +7(863)4371689.

Acknowledgements. This research is supported by RSCF (grant 18-19-00621)

References

1. Isidori A. Robust Feedback Design for Nonlinear Systems: a Survey. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*. 2010. vol. 18. no. 5. pp. 693–714.
2. Khalil N.K. Robust Servomechanism Output Feedback Controllers for Linearizable Systems. *Automatica*. 1994. vol. 30. no. 10. pp. 57–69.

3. Chen M. et al. Decomposition of Reachable Sets and Tubes for a Class of Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2018. vol. 63. no. 11. pp. 3675–3688.
4. Marino R., Tomei P. *Nonlinear Control Design*. Prentice Hall Europe. 1995. 396 p.
5. Kolesnikova S.I. [Designing of plural control of nonlinear plant]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2017. vol. 6(55). pp. 114–133. (In Russ.).
6. Gaiduk A.R. [Nonlinear Control Systems Design by Transformation Method]. *Mekhatronica, Avtomatizatsiya, Upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2018. Issue 19. vol. 12. pp. 755–761.
7. Voevoda A.A., Filyushev V.Yu. [Linearization by feedback]. *Sbornik nauchnykh trudov NGTU – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*. 2016. vol. 2(84). pp. 68–76. (In Russ.).
8. Pshikhopov V., Medvedev M. Position Control of Vehicles with Multi-contour Adaptation. *Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2018. vol. 13. pp. 8921–8928.
9. Luk'yanov A.G., Utkin V.I. [Methods of converse of the dynamic systems equations to the regular form]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 1981. vol. 4. pp. 5–13. (In Russ.).
10. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. Passivity and Parametric Robustness of a New Class of Adaptive Systems. *Automatica*. 1994. vol. 30. no. 11. pp. 1703–1716.
11. Selivanov A., Fradkov A., Fridman E. Passification-based decentralized adaptive synchronization of dynamical networks with time-varying delays. *Journal of the Franklin Institute*. 2015. vol. 352. no. 1. pp. 52–72.
12. Fradkov A.L., Andrievskiy B., Ananyevskiy M.S. Passification Based Synchronization of Nonlinear Systems under Communication Constraints and Bounded Disturbances. *Automatica*. 2015. vol. 55. pp. 287–293.
13. Wlambe R., Agarwal N., Kale S., Joshi V. Optimal Trajectory Generation for Car-type Mobile Robot using Spline Interpolation. *IFAC-PapersOnline*. 2016. vol. 49. no. 1. pp. 601–606.
14. Malikov A.I. [State Estimation and stabilization of continuous systems with uncertain nonlinearity and disturbances]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 2016. vol. 5. pp. 19–36. (In Russ.).
15. Neydorf R. et al. "Cut-gluе" approximation improvements with evolutionary-genetic algorithm for strongly nonlinear parametric dependencies of mathematical models. *Improved Performance of Materials*. 2018. pp. 245–257.
16. Xia M., Rahnama A., Wang S., Antsaklis P.J. Control Design Using Passivation for Stability and Performance. *IEEE Transactions on Automatic control*. 2018. vol. 63. no. 9. pp. 2987–2993.
17. Furtat I., Furtat E., Tupichin E.A. Modified Backstepping Algorithm with Disturbances Compensation. *IFAC-PapersOnline*. 2015. vol. 48. no. 11. pp. 1056–1061.
18. Chen C.C., Qian C., Sun Z.Y., Liang Y.W. Global Output Feedback Stabilization of a Class of Nonlinear Systems With Unknown Measurement Sensitivity. *IEEE Transactions on Automatic control*. 2018. vol. 63. no. 7. pp. 2212–2217.
19. Vrazhevskiy S.A. [Modified Backstepping Algorithm with Compensation of Disturbances for Control of Nonlinear systems on Output]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 3(58). pp. 182–202. (In Russ.).
20. Voevoda A.A., Filyushev V.Yu. [Linearization by feedback: the turned pendulum] *Sbornik nauchnykh trudov NGTU – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*. 2016. vol. 3(85). pp. 49–60. (In Russ.).
21. Mira M.C., Zang Z., Knott A., Andersen M.A.E. Analysis, Design, Modeling and Control of an Interleaved-boost Full-bridge Three-port Converter for Hybrid Renewable Energy Systems. *IEEE Transactions on power electronics*. 2017. vol. 32. no. 2. pp. 1138–1155.
22. Yang Y., Zhang H.H., Voyles R.M. Rotary inverted pendulum system tracking and stability control based on input-output feedback linearization and PSO-optimization

- fractional order PID controller. *Automatic Control, Mechatronics and Industrial Engineering*. 2019. pp. 79–84.
23. Filyushev V.Yu. [Linearization of nonlinear three channel dynamic object by feedback]. *Nauchnyi vestnik NGTU – Scientific bulletin of the Novosibirsk state technical university*. 2017. vol. 1(66). pp. 74–85. (In Russ.).
 24. Gaiduk A.R. [Algebraic design of nonlinear stabilizing controls]. *Sintez algoritmov slozhnykh sistem – Design of algorithms of complex systems*. 1989. vol. 7. pp. 15–19. (In Russ.).
 25. Egorov I.G. [To stability at whole of zero decision of two differential equations system]. *Differentsial'nye uravneniya – Differential equations*. 1991. Issue 27. vol. 9. pp. 1554–1549. (In Russ.).
 26. Gaiduk A.R. [Polynomial design of nonlinear control systems]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 2003. vol. 10. pp. 144–148. (In Russ.).
 27. Gaiduk A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyi podkhod)* [Theory and methods of analytical design of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow: Fizmatlit. 2012. 360 p. (In Russ.).
 28. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [Theory of matrices]. Moscow: Nauka. 1988. 552 p. (In Russ.).
 29. Gaiduk A.R. *Neprevyvnnye i diskretnye dinamicheskie sistemy* [Continuous and discrete dynamic systems]. Moscow: Uchebno-metodicheskiy i izdatel'skiy tsentr "Uchebnaya literatura". 2004. 252 p. (In Russ.).
 30. Lankaster P. *Teoriya matrits* [Theory of matrixes]. Moscow: Nauka. 1982. 272 p. (In Russ.).
 31. Demidovich B.P. *Lektsii po matematicheskoy teorii ustoyichivosti* [Lectures under mathematical theory of stability]. Moscow: Nauka. 1967. 472 p. (In Russ.).
 32. Dwight H.B. *Tables of integrals and other mathematical data*. Macmillan company. 1961. 236 p. (Russ. ed.: Dvait G.B. *Tablitsy integralov i drugie matematicheskie formuly*. Moscow: Nauka. 1978. 228 p.).
 33. Danilov Yu.A. *Lektsii po nelineynoy dinamike. Elementarnoe vvedenie* [Lectures under nonlinear dynamic. Elementary introduction]. Moscow: Postmarket. 2001. 184 p. (In Russ.).

В.А. ЯКОВЛЕВ
**АУТЕНТИФИКАЦИЯ КЛЮЧЕЙ, РАСПРЕДЕЛЯЕМЫХ
МЕТОДОМ ДИФФИ — ХЕЛЛМАНА, ДЛЯ МОБИЛЬНЫХ
УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ АУТЕНТИФИЦИРУЮЩИХ
ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ И
МАГНИТОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ**

Яковлев В.А. Аутентификация ключей, распределяемых методом Диффи — Хеллмана, для мобильных устройств на основе аутентифицирующих помехоустойчивых кодов и магнитометрических данных.

Аннотация. Широкое распространение мобильных беспроводных устройств (смартфонов, планшетов и пр.) остро ставит вопрос о криптографической защите передаваемой этими устройствами информации, что, в свою очередь, требует обеспечения этих устройств ключами, а также решения задачи их аутентификации. В последнее время актуализировались исследования способов аутентификации ключей в рамках сценария сопряжения (спаривания) мобильных устройств. В этих условиях мобильные устройства располагаются близко друг к другу, вплоть до физического контакта, и между ними создается защищенный от перехвата дополнительный канал обмена данными с целью аутентификации ключей.

Анализ дополнительных каналов — визуального, акустического, вибрационного, тактильного, магнитометрического — выявил преимущества последнего по скорости и достоверности аутентификации, а также удобству использования этого канала по сравнению с другими способами. Магнитометрический канал образуется при наличии в мобильных устройствах магнитометров, измеряющих магнитное поле Земли. Случайные колебания магнитного поля в точке измерения позволяют получить в двух мобильных устройствах совпадающие с большой вероятностью случайные последовательности, которые могут быть использованы для аутентификации сеансовых ключей.

В статье исследуется протокол под названием *Magparing*, который предназначен для аутентификации ключей мобильных устройств, распределяемых по методу Диффи — Хеллмана, на основе использования показаний магнитометров этих устройств. Детальный анализ этого протокола показал его уязвимость к атаке «человек-посередине». Уязвимость протокола также подтверждена с помощью программы анализа безопасности протоколов AVISPA.

Предложен безопасный способ аутентификации ключей (значений Диффи — Хеллмана) на основе аутентифицирующих помехоустойчивых кодов (АП-кодов). Аутентификаторы для значений Диффи — Хеллмана формируются на основе блоков АП-кода и случайных последовательностей, полученных из показаний магнитометров. Предложен подход к оптимизации параметров АП-кода, обеспечивающего выполнение требований по вероятности ложного отклонения и вероятности навязывания ключа заданной длины при минимизации длины цепочки магнитометрических данных, расходуемых в процедуре аутентификации. Приведен пример выбора параметров кода для аутентификации ключа длиной 256 бит, обеспечивающего вероятностью навязывания ложного ключа не более 10^{-9} при вероятности ложного отклонения истинного ключа $\cdot 10^{-6}$, что свидетельствует о реализуемости этого способа аутентификации.

Ключевые слова: аутентификация, распределение ключей, метод Диффи — Хеллмана, дополнительный канал аутентификации, протокол *Magparing*, АП-коды.

1. Введение. Защита информации в беспроводных сетях по-прежнему является актуальной проблемой. Гарантированная защита,

как известно, достигается применением криптографических методов шифрования и аутентификации, для реализации которых нужны ключи. Многие мобильные устройства в сетях мобильной связи и Wi-Fi сетях содержат встроенные алгоритмы криптографической защиты, которые активируются оператором связи. Однако пользователи беспроводных сетей не всегда могут быть информированы об условиях подключения этих алгоритмов и уверены в их реализации. В связи с этим развиваются способы создания безопасного соединения между двумя абонентами без помощи доверенной третьей стороны. Например, одним из способов установления безопасного канала связи между двумя устройствами мобильной связи является технология защиты информации «Конфиденциальная сотовая связь» [1]. Данная технология предполагает приобретение пользователем специального телефона, например SMP-Атлас-2 или М-539, М-549. Недостаток использования этих телефонов заключается в их высокой стоимости и необходимости приобретать ключи у оператора.

Другой вариант решения этой задачи — переход к гибридной схеме, в которой распределение ключей осуществляется пользователями при помощи асимметричного алгоритма, а шифрование — при помощи симметричного алгоритма на парных ключах, созданных с и использованием технологий ассиметричных ключей. Каналы распределения открытых ключей должны быть аутентифицированы, что, в свою очередь, требует либо создания сети доверия по типу программы PGP [2], либо подключения к инфраструктуре открытых ключей (PKI) и использования сертификатов для аутентификации ключей. [3].

В последнее время получили широкое развитие технологии формирования ключа для мобильных устройств на основе использования случайных параметров каналов связи между ними, которые называются технологиями безопасности физического уровня (physical layer security) [4-6]. В [7-9] исследуются способы формирования ключа между мобильными корреспондентами на основе использования случайностей коэффициентов передачи ММО (MISO) каналов. В [10, 11] проведено исследование и получены характеристики скорости формирования ключа в ММО-канале на основе оценивания фазы принимаемого сигнала в предположении соблюдения принципа взаимности, то есть равенства передаточных матриц от корреспондента A к корреспонденту B и обратно. В [12-14] проведены исследования способа формирования ключа посредством ММО-канала без использования принципа взаимности. Другие способы распределения ключей в рамках этого же направления исследований дополнительно привлекают третью доверенную сторону или ретрансляторы [15].

При таких способах распределения ключей важно, чтобы эти ключи были аутентифицированы, что, в свою очередь, требует либо предварительно разделенного секрета между парами пользователей или их аутентификации каким-либо другим способом.

В связи с этим представляется актуальным направление обеспечения ключами пользователей на основе реализации сценария сопряжения (спаривания) мобильных устройств (смартфонов, планшетов и пр.) при личной встрече пользователей и выполнения процедуры близкой аутентификации (near authentication) [16-18].

В настоящей работе исследуется способ аутентификации ключа, формируемого по методу Диффи — Хеллмана (DH), [19] между двумя пользователями с помощью создания кратковременного дополнительного канала обмена магнитометрическими данными при взаимном сближении мобильных устройств (смартфонов).

В первой части работы анализируются способы создания дополнительного канала обмена данными между пользователями для аутентификации ключа. Показано, что наилучшим является канал на основе измерений магнитного поля магнитометром в составе мобильного устройства. Во втором разделе приводится детальный анализ протокола аутентификации ключа на основе магнитометрических данных «MagParing» [20]. Показано, что данный протокол уязвим к атаке «человек посередине». В третьей части работы приведены результаты исследования протокола «MagParing» с помощью программы «AVISPA». В пятом разделе предлагается способ аутентификации ключа, распределяемого по методу Диффи — Хеллмана, на основе использования аутентифицирующих помехоустойчивых кодов. В шестом разделе разработан подход к оптимизации параметров АП-кодов для обеспечения заданных требований к длине формируемого ключа, вероятности ложного отклонения ключа, вероятности приема ложного ключа и минимальной длине аутентифицирующей последовательности. В заключении представлены итоги исследования.

Вклад настоящей работы в исследуемую проблему состоит в следующем:

1. Показана уязвимость протокола MagParing, использующего магнитометрические данные для аутентификации сторон при распределении ключей по методу Диффи — Хеллмана к атаке человек посередине.
2. Подтверждена уязвимость протокола MagParing с помощью программы AVISPA, используемой для анализа безопасности протоколов.
3. Разработан способ аутентификации сторон при распределении ключей по методу Диффи — Хеллмана на основе применения АП-кодов и магнитометрических данных.

4. Разработан подход к оптимизации параметров АП-кодов для обеспечения заданных требований: к длине формируемого по методу Диффи — Хеллмана ключа, вероятности ложного отклонения ключа, вероятности приема ложного ключа при минимальной длине аутентифицирующей последовательности.

2. Способы создания дополнительного канала для аутентификации сторон, использующих метод Диффи — Хеллмана для распределения ключа между ними. Рассмотрим двух пользователей сети, назовем их Алиса (A) и Боб (B), которые вырабатывают совместный ключ, используя метод Диффи — Хеллмана [19]. Пользователи A и B , согласуют общие параметры p и g , где p — просто число, а g — элемент конечного поля $GF(p)$, который порождает группу, имеющую большой порядок. Далее выполняется следующий протокол:

1. Алиса генерирует элемент $x \in (1, p-1)$, вычисляет $X = g^x \pmod{p}$ и посылает его Бобу.

2. Боб генерирует элемент $y \in (1, p-1)$, вычисляет $Y = g^y \pmod{p}$ и посылает его Алисе.

3. Алиса вычисляет ключ $K = Y^x \pmod{p}$.

4. Боб вычисляет ключ $K = X^y \pmod{p}$.

Легко увидеть, что ключи, найденные Алисой и Бобом, равны $K = g^{yx} \pmod{p} = g^{xy} \pmod{p}$.

Далее величины X, Y , которые передаются по открытым каналам, будем называть значениями Диффи — Хеллмана (DH).

Таким образом, метод Диффи — Хеллмана позволяет использовать незащищенный от перехвата канал связи для генерирования общего ключа шифрования с целью создания безопасного соединения между двумя корреспондентами. Однако пользователи не могут достоверно определить, кем является их собеседник, так как данный протокол чувствителен к атаке «человек посередине». Алиса и Боб могут оказаться в ситуации, при которой они установили связь с злоумышленником — Евой (E), которая Алисе выдает себя за Боба, а Бобу представляется Алисой. Поэтому для дальнейшей совместной работы Алисе и Бобу требуется аутентифицировать ключи, сгенерированные по методу Диффи — Хеллмана.

Эта задача может быть решена на основе использования дополнительных (Out-Of-Band — ООВ) каналов: визуального, акустического, вибрационного, тактильного или магнитометрического [20-30]. Дополнительный канал образуется между двумя мобильными устрой-

ствами при личной встрече пользователей и не требует передачи какой-либо информации по каналу связи, затрудняя тем самым проведение атак со стороны злоумышленника.

Аутентификация по дополнительному каналу применима в тех случаях, когда пользователи имеют непосредственный доступ к устройствам, которые должны аутентифицировать друг друга. После проведения взаимной аутентификации устройства могут устанавливать защищенное соединение и обмениваться данными, используя сформированный по методу Диффи — Хеллмана ключ.

Для краткости будем называть обмен данными по дополнительному каналу с целью аутентификации сторон *сопряжением мобильных устройств*.

Поскольку участие пользователей при аутентификации по дополнительному каналу неизбежно, решающими факторами являются удобство использования и защита передаваемых данных. Кроме того, поскольку канал ООВ обладает низкой пропускной способностью, объем информации, передаваемой по нему, должен быть сведен к минимуму. Проведем анализ дополнительных каналов связи.

Визуальный канал. Один из способов этой группы, получивший название «Seeing-is-Believing» (SiB) [21] предполагает, что устройство *A* формирует двухмерный штрих-код, который является графическим аналогом хэш-функции ключевой информации, переданной ранее устройству *B*. Устройство *B* для проверки подлинности ключа считывает штрих-код при помощи фотокамеры и сравнивает значение хэш-функции со значением хэш-функции, вычисленной из полученной ключевой информации. В случае совпадения хэш-кодов ключ считается подлинным.

Недостаток способа в том, что взаимная аутентификация выполняется в виде двух отдельных однонаправленных шагов аутентификации. Поэтому для ускорения аутентификации предложен метод Visual authentication based on Integrity Checking (VIC) [22]. VIC представляет собой способ, в котором каждому устройству требуется вычислить общую хэш-функцию от публичных данных (ключей) и сравнить полученные результаты, используя визуальный ООВ канал.

Поскольку для реализации VIC нужен только один однонаправленный визуальный ООВ канал, устройство одного из пользователей может не иметь камеры.

Для устройств, не имеющих экранов и камер, предложен способ, который основан на «мигании» светодиода и получил название «Blink-Blink» [23]. LED-устройство для подтверждения подлинности передает ключевую информацию на приемник, оснащенный датчиком обнаружения света или видеокамерой. Принимающая сторона декоди-

рует полученное сообщение, основываясь на длительности каждого не подающего свет интервала (долгое прерывание света представляет собой «1», короткое — «0») и сравнивает полученные по визуальному каналу данные со своими данными.

Акустический канал. Аутентификация устройств с использованием *акустического канала* связи предполагает передачу звукового сигнала от динамика, расположенного на стороне источника, до микрофона, находящегося на приемной стороне.

Способ Веер-Веер [24] в акустическом ООВ канале является альтернативой Blink-Blink и имеет тот же принцип работы, что и его визуальный прототип. Сопряжение устройств основано на работе звукового динамика, передающего информацию при помощи прерывистого звукового сигнала на стороне источника и микрофона на стороне приемника. Принимающая сторона декодирует полученное сообщение (длинный гудок представляет собой «1», короткий — «0») и сравнивает полученные по акустическому каналу данные со своими.

Способ Loud-and-Clear (L&C) [25] позволяют преобразовывать символьную строку в голосовой поток. Система L&C в работе использует библиотеку Madlib, содержащую список всех возможных для передачи символов и соответствующие каждому символу слова. Способ L&C предполагает, что для аутентификации устройство *A* вычисляет хэш-функцию переданной ранее ключевой информации, преобразует ее значение в последовательность слов, основываясь на библиотеке Madlib, и передает полученное предложение устройству *B*. Устройство *B* декодирует сообщение и сравнивает его со значением хэш-функции, вычисленной из полученной ранее от пользователя *A* ключевой информации. Способ L&C предполагает, что хотя бы одно из двух устройств должно иметь звуковой динамик, тогда как другое устройство должно иметь микрофон и/или дисплей. Аутентификации по методу L&C требует длительного времени для того, чтобы пользователь мог сравнить два голосовых потока или один голосовой поток с последовательностью слов, представленных в текстовом виде.

Альтернативой L&C является метод Human-Assisted Pure Audio Device Pairing (HAPADEP), использующий для аутентификации пользователей только динамик и микрофон [26]. Проверка подлинности устройств по методу HAPADEP базируется на преобразовании ключевой информации в короткую мелодию, которую можно сыграть на фортепиано.

Все методы аутентификации по акустическому каналу подвержены влиянию акустического шума в месте приема.

Вибрационный канал. Использование для аутентификации мобильных устройств дополнительного вибрационного канала

представляется возможным для устройств, содержащих в себе датчики акселерометра, позволяющие считать информацию о положении мобильного устройства в пространстве и преобразовать ее в цифровой код.

В способе Smart-Its Friends [27] предполагается, что для генерирования общего ключа два мобильных устройства необходимо встряхивать, удерживая их в одной руке. При этом считывается информация от датчика акселерометра о положении мобильного устройства в пространстве, которая далее преобразуется в цифровой код.

Два устройства (A и B), которые трясли вместе, на выходе получают схожие ключевые последовательности. В данном способе ключевые данные, формируемые непосредственно между пользователями, могут в точности не совпадать. Для их согласования требуется отдельный канал передачи и, соответственно, аутентификация в нем.

Поэтому более практичным является способ Shaking for Verification (ShaVe) [28], в котором ключ шифрования, формируется по методу Диффи — Хеллмана, а для аутентификации ключа в устройствах формируются идентичные случайные последовательности на основе показаний датчиков акселерометров во время совместного встряхивания сопрягаемых устройств.

Тактильный канал. Основывается на нажатии пользователем кнопок на мобильных устройствах.

Button-Enabled Device Association (BEDA) — набор протоколов безопасного сопряжения устройств, в состав которого входят протоколы LED-Button, Beep-Button, Vibration-Button и Button-Button [29]. Работа данных протоколов предполагает, что одно (или даже оба) устройства имеют только одну кнопку в качестве «пользовательского интерфейса». Вспомогательный канал, включенный одной кнопкой, служит основой для обеспечения безопасности основного канала связи, такого как Bluetooth или Wi-Fi.

В первых двух вариантах передающее устройство сигнализирует вспышками LED, вибрацией или звуками микрофона. Пользователь, наблюдая эти сигналы, должен нажать кнопку на приемном устройстве. Предполагается, что сигналы передающей стороны не подлежат перехвату.

В способе Button-Button пользователь одновременно нажимает кнопки на обоих устройствах, а случайные пользовательские задержки нажатия кнопку используются в качестве средства установления общего секрета.

Магнитометрический канал. Способ аутентификации на основе использования данных магнитометров, входящих в состав мобильных устройств, предложен в [20], и получил название MagPairing.

Согласно MagPairing, пользователям необходимо удерживать два устройства вблизи друг к другу несколько секунд без выполнения каких-либо дополнительных операций. Устройства считывают собственные показания датчиков магнитометра и обмениваются ими. Из этих данных формируется последовательности, на основе которых осуществляется аутентификация распределенного по методу ДН ключа.

Сравнительная характеристика рассмотренных выше способов аутентификации мобильных устройств, выполненная на основе работ [20, 30], приведена в таблице 1.

Таблица 1. Сравнительная характеристика дополнительных каналов аутентификации ключа

Вид до-полнит. канала	Способ аутентификации	Требования к устройствам		Время сопряжения	Вероятность ошибки
		устройство А	устройство В		
Визуальный	SiB	Дисплей+Камера	Дисплей+Камера	26,9 с	5%
	VIC	Дисплей+Камера	Дисплей+Камера, Камера или дисплей	17,0 с	5%
	Blink-Blink	Дисплей+Камера	Дисплей+Камера, Камера или дисплей	24,9 с	5%
Акустический	Веер-Веер	Динамик+Микрофон	Динамик+Микрофон, Камера или микрофон	25,0 с	20%
	Loud-and-Clear	Динамик+Микрофон	Динамик+Микрофон	15,5 с	10%
	НАРАДЕР	Динамик+Микрофон	Динамик+Микрофон, Динамик или микрофон	10,8 с	5%
Вибрационный	PIN-Vibra	Акселерометр	Микрофон	9,5 с	20%
	Smart-Its Friends	Акселерометр	Акселерометр	10,4 с	10%
	ShaVe	Акселерометр	Акселерометр	10,8 с	5%
	ShaCK	Акселерометр	Акселерометр	14,0 с	10%
Тактильный	LED-Button	Дисплей	Камера+Кнопка	27,5 с	5%
	Веер-Button	Динамик	Микрофон+Кнопка	16,8 с	5%
	Vibration-Button	Акселерометр	Микрофон+Кнопка	18,0 с	5%
	Button-Button	Кнопка	Кнопка	32,1 с	5%
Магнитометрический	MagPairing	Магнитометр	Магнитометр	4,5 с	7%

Каждый способ оценивался по трем характеристикам: требования к сопрягаемым устройствам, время, необходимое для их сопряжения, и вероятность ошибочной аутентификации устройств.

Видим, что способы, основанные на визуальном канале, имеют наименьшую вероятность ошибки, хотя требуется большое время для аутентификации. Способы, основанные на акустическом канале, имеют большую вероятность ошибки и требуют большего времени. Применение вибрационного канала для реализации процесса аутентификации требует наличия у мобильных устройств датчиков акселерометра и встряхивания мобильных устройств пользователем в течение примерно 5 с. Показатели по времени аутентификации и вероятности ошибки — средние. Аутентификация по тактильно каналу занимает достаточно много времени, хотя и имеет невысокую вероятность ошибки, а также требует наличия кнопки для инициирования начала/конца процедуры аутентификации.

Сопряжение с использованием магнитометрического канала связи обеспечивает высокую скорость работы (4,5 секунды), низкую вероятность ошибочной аутентификации и позволяет минимизировать участие пользователя в процессе сопряжения устройств, что указывает на преимущество использования магнитометрического канала связи для аутентификации мобильных устройств. Поэтому далее в работе рассматривается аутентификация на основе магнитометрических данных, вырабатываемых мобильными устройствами при их сопряжении.

3. Анализ уязвимостей протокола Magpairing. Формирование ключа по методу Диффи — Хеллмана с использованием протокола аутентификации MagPairing [20] включает четыре этапа (рисунок 1).

1-й этап. Пользователи A и B проводят процедуру сопряжения мобильных устройств (смартфонов). Для этого они располагают устройства достаточно близко друг к другу (касаются друг друга) и удерживают несколько секунд. В это время в каждом смартфоне производится измерение магнитного поля по трем пространственным осям X , Y , Z . Значения магнитного поля квантуются и из них формируются двоичные последовательности, которые позже используются для аутентификации ключа, распределяемого по методу Диффи — Хеллмана.

Далее осуществляется локальный обмен данными, например, по каналу Bluetooth, для коррекции последовательностей с целью обеспечения их идентичности. В итоге каждое устройство формирует случайную двоичную последовательность необходимой длины. Обозначим последовательности пользователей A и B , как M_A и M_B соответственно. В [20] подробно описан процесс сбора и коррекции данных магнитометров. Мы не будем описывать эти результаты, поскольку они составляют предмет отдельного исследования, отметим лишь, что нами были проведены аналогичные исследования [31], которые подтвердили результаты работы [20]. Вероятность совпадения бит двух последовательностей от разных устройств в наших экспериментах составила 0.94.

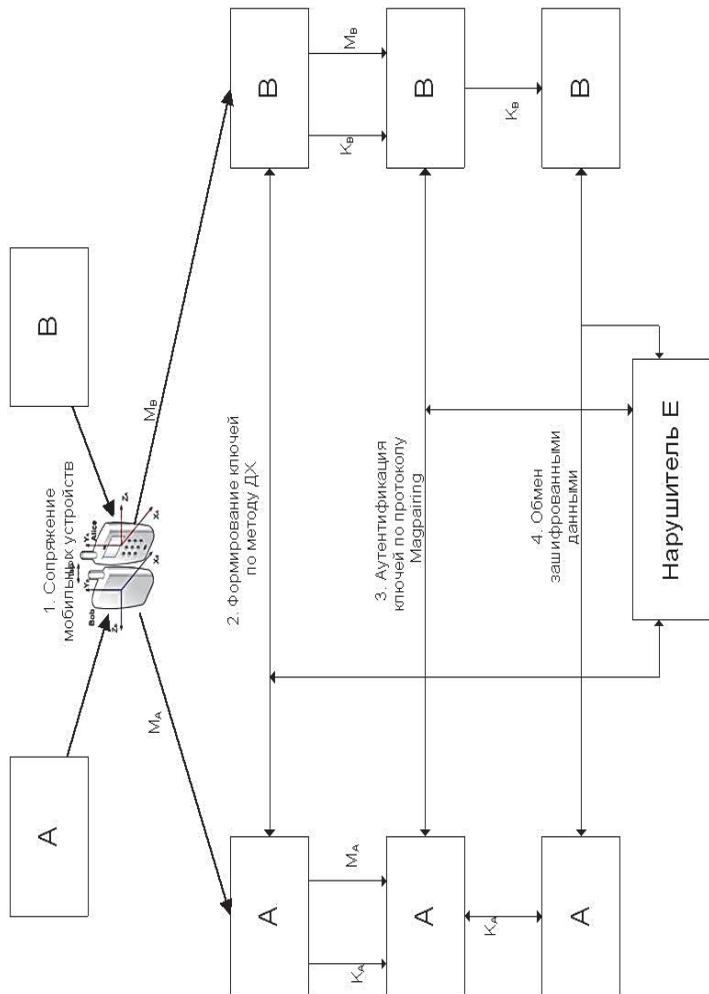


Рис. 1. Сценарий формирования и аутентификации ключа

Предполагается, что нарушитель также имеет магнитометр и на этом этапе может быть расположен достаточно близко к сопрягаемым устройствам, но не в точке сопряжения, что определяется организационными ограничениями. Перехват данных коррекции нарушителем возможен, но это не приводит к утечке данных магнитометра.

2 этап. Пользователи вырабатывают секретный ключ по методу Диффи — Хэллмана, используя для этого канал связи между ними. Канал связи может контролироваться нарушителем. Он может выполнять пассивные и активные атаки на передаваемую информацию.

3-й этап. С целью защиты от атак нарушителя проводится аутентификация переданных по каналу связи данных (ключей) на основе полученных на первом этапе последовательностей M_A и M_B , с использованием протокола MagPairing.

4-й этап. Если аутентификации прошла успешно, ключи, сформированные по методу ДН, используются для шифрования информации, передаваемой между пользователями.

Обозначим: K — ключ, сформированный по методу ДН. a — случайная последовательность у корреспондента A , полученная путем конкатенации M_A и идентификатора (ID_A), b — случайная последовательность у корреспондента B , полученная путем конкатенации M_B и идентификатора (ID_B). Будем также использовать обозначение: $c[x, y]$ — строка бит c , начинающаяся битом с номером x и заканчивающаяся битом с номером y .

Проведем анализ протокола аутентификации ключей MagPairing [20] (рисунок 2).

1. Корреспонденты A и B , формируют сессионные ключи K_A и K_B по методу Диффи — Хеллмана.

2. Корреспонденты A , B генерируют строки a и b , в которых показания датчиков магнитометра M_A и M_B конкатенируются с идентификаторами самих устройств.

3. Корреспонденты A , B генерируют случайные стартовые векторы: c_0 , d_0 .

4. Строки данных a и b , суммируются со стартовыми векторами. Результат суммирования шифруется по алгоритму AES в режиме CBC на ключах K_A и K_B соответственно. Формируются криптограммы: $c = E(K, c_0 \oplus a)$, $d = E(K, d_0 \oplus b)$.

5. Корреспондент A посылает корреспонденту B строку $A1$, состоящую из половины своего нешифрованного стартового вектора c_0 и половины криптограммы c : $A1 = c_0 [0, 63] || c[0, 63]$.

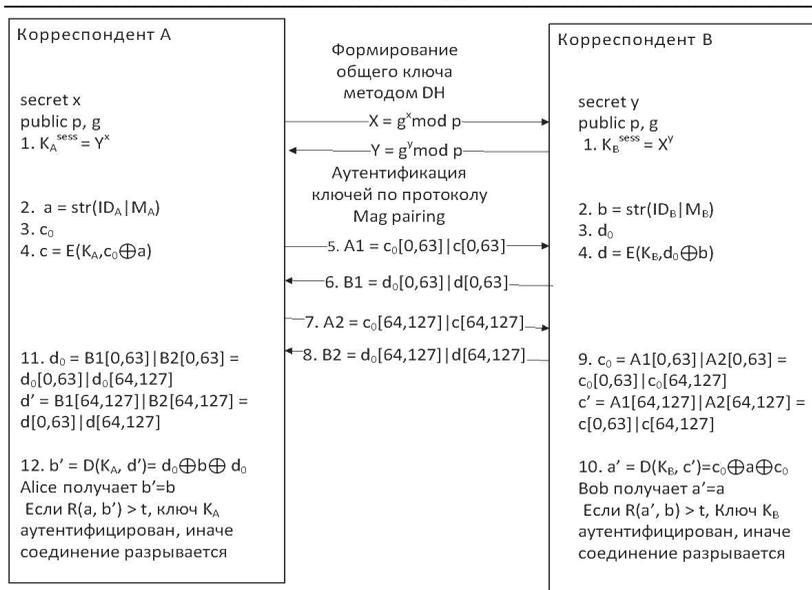


Рис. 2. Аутентификация ключей по протоколу MagPairing

6. Корреспондент В, не имеющий возможности дешифровать полученную строку, отправляет корреспонденту А строку $B1$ со своими значениями, построенными по тому же принципу, что и $A1$: $B1 = d_0[0,63] | d[0,63]$.

7. Корреспондент А также не может дешифровать данное сообщение. А отправляет В строку $A2$, состоящую из второй половины своего стартового вектора c_0 и второй половины криптограммы c : $A2 = c_0[64,128] | c[64,128]$.

8. После получения $A2$, корреспондент В посылает А сообщение, состоящее из вторых частей последовательностей d_0 и d : $B2 = d_0[64,128] | d[64,128]$.

9. Корреспондент В восстанавливает сообщения c_0 и c' , объединяя первые и вторые части $A1$ и $A2$ соответственно: $c_0 = A1[0,63] | A2[0,63] = c_0[0,63] | c_0[64,127]$, $c' = A1[64,127] | A2[64,127] = c[0,63] | c[64,127]$.

10. Корреспондент В, дешифрует c' , получает строку $a'=a$ и вычисляет коэффициент корреляции $R(a', b)$ между последовательно-

стью a' , полученной от A , и последовательностью b , сформированной самим устройством B , по формуле $R = 1 - \frac{2}{l} D(a', b)$, где D — расстояние Хэмминга между последовательностями a' и b длины l . Если коэффициент $R(a', b) \geq t$, где t заранее установленный порог, корреспондент B подтверждает подлинность A , иначе соединение прерывается.

11. Корреспондент A восстанавливает строки d_0 и d' , объединяя первые и вторые части $B1$ и $B2$ соответственно.

12. Корреспондент A дешифрует d' и сравнивает полученное значение b' показаний датчика со своим значением a .

Если коэффициент корреляции $R(a', b) \geq t$, то сгенерированный по методу Диффи — Хеллмана ключ аутентифицируется как подлинный, иначе соединение прерывается.

В [20] проведен анализ протокола к следующим атакам: пассивная атака, атака отражения, атака с повторной передачей и атака человек посередине.

Пассивная атака. При пассивной атаке нарушитель не прерывает процесс согласования ключей, следит за протоколом MagPairing. Легальные пользователи могут успешно сгенерировать и аутентифицировать ключ Диффи — Хеллмана, устойчивый к данной атаке, поскольку его криптостойкость основана на высокой вычислительной сложности решения задачи дискретного логарифмирования.

Атака отражением. Злоумышленник может перехватывать и пересылать обратно сообщения, отправленные Алисой и Бобом. В результате Алиса и Боб получают свои собственные данные датчиков, дающие высокий уровень корреляции, и как бы аутентифицируют друг друга. Однако эта атака может быть легко обнаружена проверкой идентификатора (ID) отправителя сообщения.

Атака с повторной передачей. Атакующий может сохранить показания датчиков магнитометров, переданные в первой сессии, и воспользоваться ими при второй попытке сопряжения устройств. Однако эта атака не будет успешной, так как данные магнитных датчиков второй сессии в силу случайности будут отличаться от данных первой сессии, а коэффициент корреляции будет низким.

Атака «человек посередине». Атака «человек посередине» основана на подмене одного пользователя другим. Нарушитель, выступая от имени одной из сторон и полностью имитируя ее действия, получает в ответ сообщения определенного формата, необходимые для подделки отдельных шагов протокола. Атака достигается атакующим, который создает независимые ключи K_A , K_B по методу Диффи —

Хеллмана с каждым корреспондентом. При этом корреспонденты полагают, что они «разговаривают» напрямую друг с другом, но на самом деле весь разговор контролируется атакующим.

Стойкость протокола MagPairing к атаке «человек посередине», по мнению авторов [20], основана на том, что сообщения c_0 и c передаются не сразу, а равными частями. Половина зашифрованного сообщения не может быть расшифрована пока не будет получена вторая половина этого сообщения. А вторая половина не будет отправлена пока инициатор установления соединения не получит первую половину сообщений от ответчика d_0 и d .

Рассмотрим теперь вариант выполнения протокола аутентификации MagPairing, предполагая, что нарушитель проводит дополнительно атаку *перехват-пересылка* на этапе процедуры аутентификации ключа. Инициатором процедуры аутентификации выступает один из корреспондентов, например A . На первом этапе A и E обмениваются первыми половинами сообщений, далее A отправляет E вторую половину своего сообщения, что позволяет устройству E узнать значения данных датчиков магнитометра A и зашифровать их на ключе сгенерированном совместно с B (рисунок 3). Рассмотрим более детально эту атаку.

1. Корреспонденты A и B , подверженные атаке «человек посередине», формируют секретные ключи совместно с нарушителем E по алгоритму Диффи — Хеллмана.

2. Корреспонденты A , B и E генерируют строки a , b , e , в которых показания датчиков магнитометра конкатенируются с идентификаторами самих устройств.

3. Корреспонденты A , B и E генерируют случайные стартовые векторы (c_0, d_0, f_0, h_0) .

4. Строки данных, полученные после конкатенации, суммируются со стартовыми векторами. Результаты суммирования шифруются по алгоритму AES на ключах Диффи — Хеллмана $c=E(K_A, c_0 \oplus a)$, $f=E(K_{AE}, f_0 \oplus e_1)$, $h=E(K_{EB}, h_0 \oplus e_2)$, $d=E(K_B, d_0 \oplus b)$.

5. Корреспондент A посылает E строку $A1$, состоящую из половины своего стартового вектора c_0 и половины криптограммы c : $A1 = c_0 [0, 63] || c[0, 63]$.

6. Злоумышленник E , не имеющий возможности дешифровать полученную строку, отправляет корреспонденту A строку $E_A1 = f_0 [0, 63] || f [0, 63]$ со своими значениями, построенными по тому же принципу, что и $A1$.

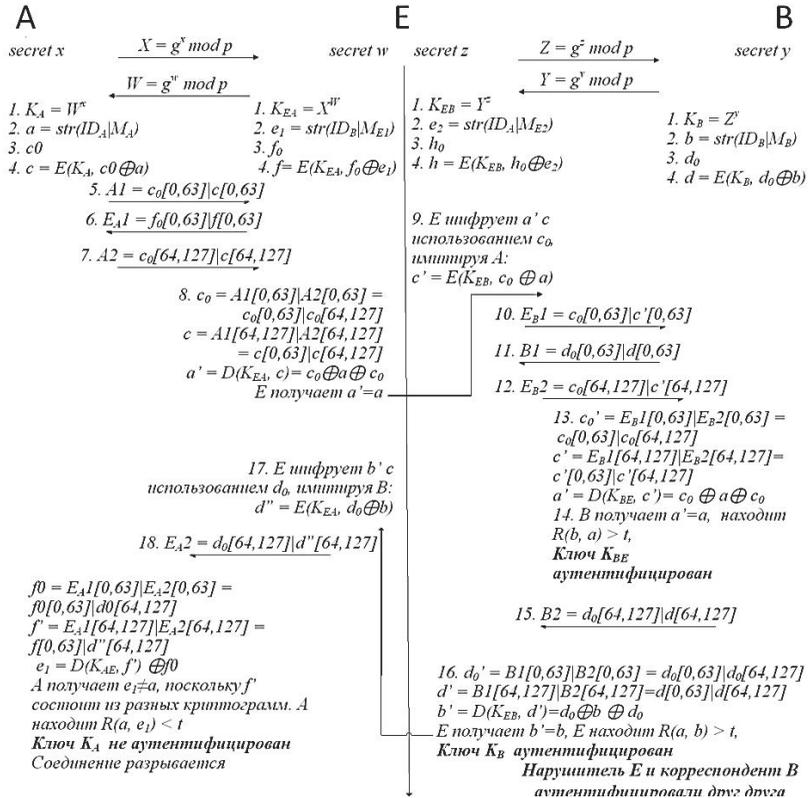


Рис. 3. Протокол MagPairing в условиях активного перехвата

7. Корреспондент A также не может дешифровать данное сообщение. A отправляет E строку A2, состоящую из второй половины своего стартового вектора c_0 и второй половины криптограммы c : $A2 = c_0 [64, 128] | c[64, 128]$.

Аналогичные операции проводят корреспондент B и злоумышленник E.

Нарушителю E дальше нет смысла повторять действия корреспондентов A и B (п.8 протокола MP), так как это приведет к обнаружению атаки, поскольку априори строки a, e_1 и b, e_2 разные. Поэтому он далее развивает атаку перехват-пересылка на основе данных, полученных от A и B.

8. Из сообщений A1 и A2 нарушитель восстанавливает строки c_0 и c , расшифровывает c , получает строку бит a и продолжает протокол аутентификации под видом корреспондента A.

9. Нарушитель E на основе полученных строк \mathbf{a} и \mathbf{c}_θ формирует строку $\mathbf{c}' = E(K_{EB}, \mathbf{c}_\theta \oplus \mathbf{a})$ с использованием ключа K_{EB} , сгенерированного совместно с устройством B .

10. Нарушитель E , отправляет корреспонденту B сообщение: $E_B 1 = \mathbf{c}_\theta [0, 63] | \mathbf{c}' [0, 63]$, состоящее из первых частей блоков \mathbf{c}_θ и \mathbf{c}' .

11. Корреспондент B , не имея пока возможности дешифровать полученную строку, отправляет E строку $B1 = \mathbf{d}_\theta [0, 63] | \mathbf{d} [0, 63]$, построенную по тому же принципу, что и строка $A1$.

12. Нарушитель E отправляет B строку $E_B 2$, состоящую из второй половины стартового вектора A и второй половины блока \mathbf{c}' : $E_B 1 = \mathbf{c}_\theta [64, 127] | \mathbf{c}' [64, 127]$.

13. Корреспондент B восстанавливает блоки \mathbf{c}_θ и \mathbf{c}' , дешифрует \mathbf{c}' и вычисляет показания датчика магнитометра \mathbf{a}' корреспондента A .

14. Корреспондент B находит коэффициент корреляции $R(\mathbf{b}, \mathbf{a}')$. Так как нарушитель, обмениваясь сообщениями с корреспондентом B , ретранслировал фактические значения показаний датчика магнитометра A , то с большой вероятностью $R(\mathbf{b}, \mathbf{a}') \geq t$. Таким образом, B подтверждает подлинность корреспондента A . Но на самом деле он установил соединение с нарушителем E .

15. Корреспондент B отправляет E ответное сообщение: $B2 = \mathbf{d}_\theta [64, 127] | \mathbf{d} [64, 127]$.

16. Нарушитель E на основе сообщений $B1$ и $B2$ формирует строки \mathbf{d}' и \mathbf{d}_θ . Дешифрует \mathbf{d}' с использованием ключа K_{EB} , сгенерированного совместно с корреспондентом B . Находит коэффициент корреляции $R(\mathbf{a}', \mathbf{b})$. Если магнитометрические данные A и B отличаются не сильно, то с большой вероятностью $R(\mathbf{a}', \mathbf{b}) \geq t$. В результате E аутентифицировал корреспондента B , хотя последний считает, что он работает с A .

17. Нарушитель E , получив необходимые данные от устройства B , шифрует \mathbf{b} с использованием \mathbf{d}_θ .

18. E отправляет корреспонденту A сообщение: $E_A 2 = \mathbf{d}_\theta [64, 127] | \mathbf{d}' [64, 127]$.

19. Корреспондент A восстанавливает блоки \mathbf{f}_θ и \mathbf{f}' , дешифрует \mathbf{f}' и вычисляет показания датчика магнитометра \mathbf{e}' нарушителя E , предполагая, что это B . A сравнивает данные, полученные от E , со своими данными. Так как нарушитель, использовал ложные значения по-

казаний датчика магнитометра e_1 , то вычисленный A коэффициент корреляции $R(a, e_1') < t$. Соединение между A и E прерывается.

Анализ протокола показывает, что используя атаку «человек посередине», нарушитель может сформировать ключи с каждым из корреспондентов и, пройдя аутентификацию по протоколу MagPairing, *установить соединение с одним из корреспондентов, выдав себя за второго*. Это позволяет сделать вывод о недостаточной стойкости протокола MagPairing для аутентификации ключей, распределяемых по методу Диффи—Хэллимана. В связи с этим является актуальной разработка протокола, устойчивого к подобного рода атакам нарушителя.

4. Анализ уязвимости протокола аутентификации ключей MagPairing с использованием программы AVISPA. Важным этапом анализа защищенных протоколов передачи данных является стадия оценки их безопасности, на которой проверяется стойкость протоколов к различным видам атак. Известно большое число различных подходов к анализу уязвимости протоколов. Одним из них является использование программы AVISPA (Automated Validation of Internet Security Protocols and Applications), позволяющей не только находить уязвимости у того или иного протокола, но и определять возможные атаки на него [32].

Архитектура AVISPA допускает анализ протокола одним из четырех модулей: «OFMC», «CL-AtSe», «SATMC», «TA4SP»

Каждый из модулей представляет собой уникальный верификатор, который может использоваться как самостоятельно, так и в сочетании с другими модулями. Модуль OFMC (On-the-Fly Model-Checker) является анализатором для проверки протокола методом «инертного злоумышленника» и используется в случаях, когда сообщения злоумышленника представлены выражениями с переменными, значения которых не фиксируются. Модуль CL-AtSe (constraint-Logic-based Model-Searcher) — программа верификации, основанная на логике ограничений, которые обязывают нарушителя выполнять определенные действия. Эти действия могут быть эффективно использованы для нахождения атак на протоколы. Модуль SATMC (SAT-based Model-Checker) основан на методах теории решения задач планирования. А модуль TA4SP (Tree Automata based on Automatic Approximations for the Analysis of Security Protocols) является инструментом доказательства свойств безопасности протоколов и позволяет производить доказательства при неограниченном числе сессий на основе знаний нарушителя.

Спецификация анализируемого протокола, основанная на ролевом представлении, записывается на языке высокого уровня HLPSSL (High Level Protocol Specification Language), который затем переводится в более низкоуровневый язык IF, что позволяет более де-

тельно описывать протоколы по сравнению с аналогами. Результаты, полученные с помощью AVISPA, подробны и конструктивны.

С помощью программы AVISPA была спроектирована модель проверки протокола MagPairing в условиях активного перехвата [33].

На листинге 1 представлено описание протокола на языке HLPSL:

```
// Начало протокола
  role role_A(A:agent,
B:agent,C01:text,C02:text,C1:text;C2:text,SND,RCV:channel(dy))
  played_by A
  def=
    local
      State:nat,D01:text,D1:text,D02:text;D2:text
    init
      State:=0
    transition
      1.State=0\RCV(start)=|>State':=1\SND(C01.C1)
      2.State=1\RCV(D01'.D1')=|>State':=2\SND(C02.C2)
      3.State=2\RCV(D02'.D2')=|>State':=3
  end role
  role role_B(A:agent,
B:agent,D01:text,D02:text,D1:text;D2:text,SND,RCV:channel(dy))
  played_by AB
  def=
    local
      State:nat,C01:text,C1:text,C02:text;C2:text
    init
      State:=0
    transition
      1.State=0\RCV(C01'.C1')=|>State':=1\SND(D01.D1)
      2.State=1\RCV(C01'.C1')=|>State':=2\SND(D02.D2)
  end role
  role session(C01:text,C02:text,C1:text;C2:text, A:agent,
B:agent,D01:text,D02:text,D1:text;D2:text)
  def=
    local
      SND2,RCV2,SND1,RCV1:channel(dy)
    composition
      role_B(A,B,D01,D02,D1;D2,SND2,RCV2)/role_A(A,B,C01,C02,C1;C2,SND1,
RCV1)
  end role
  role environment()
  def=
    const
```

```

xt,bob:
  hash_0:hash_func,d01:text,d02:text,alice:agent,c1:text,c2:text,c01:text,c02:te
agent,d1:text,d2:text,aec_1:protocol_id
  intruder_knowledge={alice,bob,e01,e1}
  composition
  session1(c2,c02,c1,c01,alice,bob,d01,d1,d02,d2)
end role
goal
  secrecy_of sec_1
end goal
environment()
// Конец протокола
    
```

Листинг 1. Описание протокола на языке HLPSSL.

При компиляции кода, можно получить диаграмму передачи сообщений, которая наглядно описывает работу протокола MagPairing. Затем, после запуска модуля верификации OFMC, в окне программы появляется диаграмма передачи сообщений при участии злоумышленника (рисунок 4). В верхнем левом углу в поле «Incoming events» пользователю программы предложен список возможных для передачи между корреспондентами сообщений. Для установления алгоритма обмена данными необходимо переместить выбранное для передачи сообщение в поле «Past events», после чего на схеме появится изображение, указывающее направление передачи данного сообщения и его содержание. В нижнем левом углу представлены знания злоумышленника, которые он имел до начала сеанса передачи сообщения и после полного его завершения.

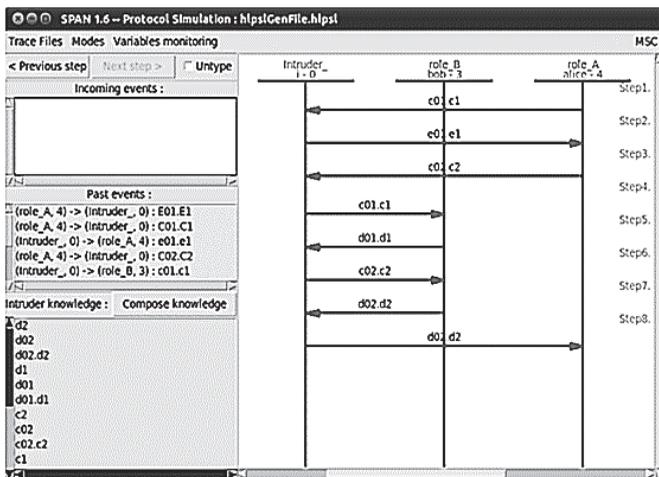


Рис. 4. Анализ MagPairing в программе AVISPA

В ходе анализа протокола MagPairing был определен порядок передачи сообщений, целью которого являлось получение злоумышленником данных одного легального корреспондента и передача их другому. Анализ показал, что, используя атаку «человек посередине», нарушитель может установить соединение с одним из корреспондентов, выдав себя за другого.

В итоге, с помощью программы AVISPA доказана уязвимость протокола MagPairing к атаке «человек посередине», что позволяет сделать вывод о недостаточной стойкости данного протокола аутентификации ключей.

5. Способ аутентификации ключей для метода Диффи — Хеллмана на основе магнитометрических данных и аутентифицирующих помехоустойчивых кодов. Как было показано выше, аутентификация ключей для метода ДН, согласно протоколу MagPairing, не является безопасной. В этой связи предлагается для целей аутентификации использовать аутентифицирующие помехоустойчивые коды. Эти коды были впервые предложены в [34] и подробно исследованы в [35].

Дадим краткое описание способа построения таких кодов.

Предположим, что два корреспондента A и B связаны каналом связи без ошибок и имеют предварительно сформированные двоичные последовательности \mathbf{a} и \mathbf{b} соответственно. Вероятность несовпадения символов в этих последовательностях обозначим как $p_m = p(a_i \neq b_i)$, $i = 1, 2, \dots$

Для построения АП-кода корреспонденты A и B заранее договариваются об использовании некоторого (n_a, k_a) — помехоустойчивого систематического кода V и о порядке сопоставления каждому сообщению \mathbf{m}_i кодового слова $\mathbf{v}_i \in V$.

Если корреспондент A намерен передать сообщение \mathbf{m}_i корреспонденту B , он выбирает кодовое слово $\mathbf{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in_a})$ кода V , $v_{ij} \in (0, 1)$ и формирует аутентификатор $\mathbf{u}_i = (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{it})$, используя имеющуюся у него аутентифицирующую последовательность \mathbf{a} следующим образом. Для всех $j < n_a$, $u_{ij} = a_j$ если $v_{ij} = 1$, в противном случае u_{ij} не формируется. Далее сообщение \mathbf{m}_i и аутентификатор \mathbf{u}_i передаются по открытому каналу корреспонденту B . Очевидно, что длина t аутентификатора \mathbf{u}_i равна весу кодового слова \mathbf{v}_i .

Корреспондент B , приняв $(\mathbf{m}_i, \mathbf{u}_i)$, формирует \mathbf{u}'_i , используя для этого принятое сообщение \mathbf{m}_i и аутентифицирующую последовательность \mathbf{b} аналогично тому, как это делал корреспондент A . Далее он вы-

полняет сравнение аутентификаторов u_i и u'_i . Если число совпадений в u_i и u'_i равно или больше некоторого порога Δ , то сообщение m_i считается подлинным, если меньше, сообщение m_i отвергается как ложное.

Рассмотрим далее способ применения АП-кода для аутентификации значений Диффи — Хеллмана на основе последовательностей a и b , полученных от магнитометров мобильных устройств на этапе сопряжения устройств корреспондентами A и B [36]. Будем также называть последовательности a и b — *аутентифицирующими последовательностями*.

Рассмотрим следующий протокол аутентификации (рисунок 5).

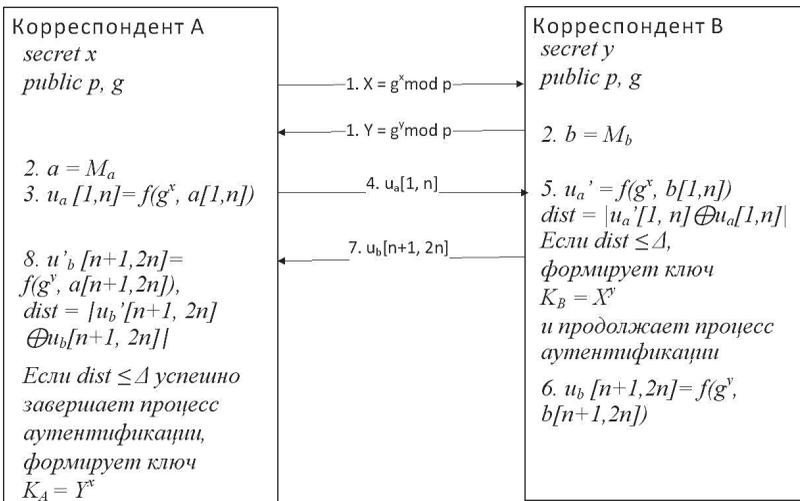


Рис. 5. Протокол аутентификации ключей на основе аутентифицирующих помехоустойчивых кодов с использованием магнитометрических данных

1. Корреспонденты A и B формируют значения ДН: $X = g^x \bmod p$ и $Y = g^y \bmod p$ и обмениваются ими по каналу связи.

2. Корреспонденты A, B , используя магнитометрические данные — последовательности M_a и M_b , генерируют строки a и b длиной $2n$ бит.

3. Используя первые n бит последовательности a , корреспондент A формирует аутентификатор u_a длиной n бит для последовательности $X = g^x \bmod p$ на основе АП-кода с параметрами $(2n, k, d)$.

4. Аутентификатор u_a передается корреспонденту B .

5. Корреспондент B , получив $X = g^x \bmod p$ и используя первые n бит своей последовательности b , формирует местный аутентификатор u'_a и сравнивает его с аутентификатором u_a , полученным от корреспондента A . Если число несовпадений символов для пары аутентификаторов $dist = |u_a \oplus u'_a|$ меньше некоторого порога Δ , значение X признается подлинным.

6. Используя вторые n бит последовательности b , корреспондент B формирует аутентификатор u_b длиной n бит для последовательности $Y = g^y \bmod p$ на основе АП-кода с параметрами $(2n, k, d)$.

7. Аутентификатор u_b передается корреспонденту A .

8. Корреспондент A , получив $Y = g^y \bmod p$ и используя вторые n бит своей последовательности a , формирует местный аутентификатор u'_b и сравнивает его с аутентификатором u_b , полученным от корреспондента B . Если число несовпадений символов для пары аутентификаторов $dist = |u_b \oplus u'_b|$ меньше некоторого порога Δ , значение Y признается подлинным.

Если значение DH обоими корреспондентами признаны подлинными, то корреспонденты A и B формируют общий ключ по методу Диффи — Хеллмана, то есть $K = (DH_B)^x = (DH_A)^y$. Тем самым установлена аутентичность ключа K .

Проведем анализ данного протокола в условиях атаки «человек посередине», когда нарушитель использует перехват-пересылку сообщений подобно тому, как это было рассмотрено при анализе протокола Magpairing (рисунок 6).

1. Корреспонденты A и B , подверженные атаке «человек посередине», формируют значения Диффи — Хеллмана совместно с нарушителем E .

2. Корреспонденты A , B и нарушитель E генерируют строки a, b, e из показаний их датчиков магнитометров.

3. Корреспондент A начинает процедуру аутентификации. Используя первые n бит последовательности a , он формирует аутентификатор u_a длиной n бит для последовательности $X = g^x \bmod p$ на основе АП-кода с параметрами $(2n, k, d)$.

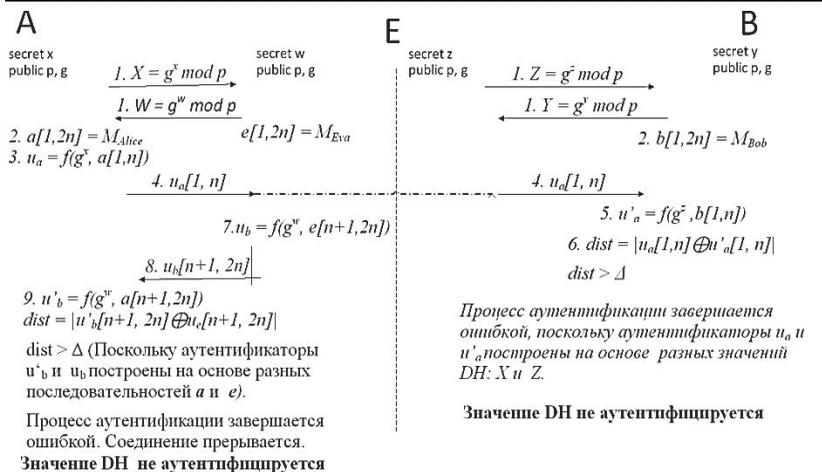


Рис.6. Протокол аутентификации ключей на основе аутентифицирующих помехоустойчивых кодов с использованием магнитометрических данных в условиях активного перехвата

4. Корреспондент B , получив аутентификаторы u_a , формируют местный аутентификатор u'_a для значения ДН Z , используя первую половину строки b .

5. Корреспондент B проводит сравнение аутентификаторов, вычисляя хэмминговское расстояние между ними — $dist$. Так как при формировании аутентификаторов использовались разные значения ДН, то с большой вероятностью $dist > \Delta$. Следовательно, значение ДН Z не аутентифицируется.

6. Нарушитель E может инициировать процедуру аутентификации в сторону корреспондента A , имитируя B , формирует аутентификатор $u_b[n+1, 2n] = f(g^w, e[n+1, 2n])$ с использованием своей случайной строки $e[1, 2n]$.

7. Нарушитель E передает u_b корреспонденту A .

8. Корреспондент A , приняв u_b , формирует местный аутентификатор $u'_b[n+1, 2n] = f(g^w, a[n+1, 2n])$ и сравнивает его с $u_b[n+1, 2n]$. Так как аутентификаторы получены с использованием разных строк, то $dist > \Delta$. Процесс аутентификации завершается ошибкой.

Таким образом, аутентификация значения ДН будет неудачной, независимо от того, какую стратегию выбирает нарушитель: ответ на запрос с использованием своих данных магнитометра или перехват — пересылка аутентификатора, принятого от корреспондента A корреспондентом B .

Заметим также, что нарушитель может применить атаку отражения. Для этого, получив от корреспондента А значение Диффи — Хеллмана $X = g^x \bmod p$, он посылает в ответ это же значение $W = X = g^x \bmod p$. Более того, он формирует аутентификатор, повторяя аутентификатор, который получил от А: $u_b[1, n] = u_a[1, n]$ (имитируя В). Однако и в этом случае нарушитель не достигнет цели, поскольку, согласно протоколу, в ответе должна использоваться вторая часть случайной последовательности.

Перейдем к количественной оценке данного протокола.

6. Оптимизация параметров АП-кодов для протокола аутентификации ключа с использованием магнитометрических данных. В [35] показано, что устойчивость к навязыванию ложных сообщений зависит от так называемого асимметричного кодового расстояния — d_{01} АП-кода, которое определяется числом переходов из 0 в 1 между кодовыми словами, соответствующими истинному m_i и ложному \tilde{m}_i сообщениям.

Нахождение асимметричного кодового расстояния — сложная задача. Подоптимальный, хотя и не слишком экономичный способ построения (n_a, k_a) кода с известным d_{01} предложен в [34] и заключается в следующем.

Выберем некоторый (n, k) — код с известным минимальным расстоянием d . Заменим в каждом кодовом слове символ 1 на 10, а символ 0 на 01, получим (n_a, k_a) — АП-код с параметрами:

$$n_a = 2n, k_a = k, d_{01} = d, \tau = n. \quad (1)$$

Далее этот код используется для аутентификации блоков сообщений длиной k_a .

Основными характеристиками АП-кода являются:

P_f — вероятность ложного отклонения переданного сообщения, когда нарушитель не вмешивался в процесс передачи.

P_d — вероятность успешного навязывания ложного сообщения.

В [37] получены следующие соотношения для P_f и P_d :

$$P_f = \sum_{i=\Delta}^{2n_0} C_{2n_0}^i p_m^i (1-p_m)^{2n_0-i}, \quad (2)$$

$$P_d = \sum_{i=0}^{\Delta} C_d^i p_w^i (1-p_w)^{d-i} \sum_{j=0}^{\Delta-i} C_{2n_0-d}^j p_m^j (1-p_m)^{2n_0-d-j}, \quad (3)$$

где $p_m = p(a_i \neq b_i)$ — вероятность несовпадения бит в аутентифицирующих последовательностях a и b , $p_w = p(a_i \neq e_i)$ — вероятность несовпадения бит в последовательности a и e , где e — аутентифицирующая последовательность у нарушителя.

При выбранных k и n , параметр d может быть оценен с использованием границы Варшавова — Гильберта [35]:

$$\frac{k}{n} \geq 1 - g\left(\frac{n}{d}\right), \quad (4)$$

где $g(x) = -x \log x - (1-x) \log(1-x)$ — энтропийная функция.

Рассмотрим сначала частный случай применения АП-кода для аутентификации значений ДН, когда значение ДН аутентифицируется одним аутентификатором.

Будем полагать, что в нашем случае $p_w = 1/2$, поскольку при формировании магнитометрических данных мобильные устройства законных пользователей находятся рядом, а устройство нарушителя удалено от них. В качестве примера на рисунке 7 показаны зависимости $P_f(\Delta)$ и $P_d(\Delta)$ для (128,32,28) — АП-кода при разных значениях p_m , рассчитанные согласно (2), (3).

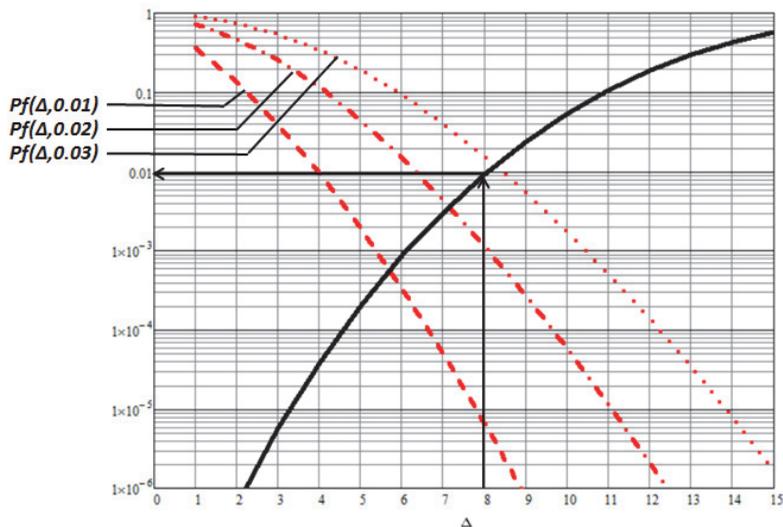


Рис. 7. Зависимости P_f (пунктирная линия) P_d (сплошная линия) от порога Δ при разных значениях вероятности несовпадения аутентифицирующих последовательностей

Видим, что P_f убывает при увеличении порога Δ и уменьшении p_m (штриховая линия). Наоборот вероятность навязывания ложного ключа увеличивается с увеличением Δ (сплошная линия). Выбирая значение порога Δ , можно обеспечить требуемую величину вероятности ложного отклонения блока P_f . При этом же значении порога получаем P_d .

При аутентификации значения ДН, представленного последовательностью большой длины, потребуется использование кода большой длины, для которого сложно найти минимальное хэмминговское расстояние d . Поэтому рассмотрим общий случай, когда аутентификация значения ДН проводится по частям. Для этого аутентифицируемая последовательность разбивается на блоки равной длины и каждый блок аутентифицируется отдельно. Протокол аутентификации в этом случае будет выглядеть так:

1. Корреспондент A формирует значение Диффи — Хеллмана $DH_A = \mathbf{a}^x$. Это значение представляется в виде двоичной последовательности длиной L бит. Последовательность разделяется на N блоков длиной k бит каждый.

2. Используя свои магнитометрические данные (последовательность \mathbf{a}), корреспондент A формирует аутентификаторы \mathbf{u}_{ai} длиной n бит на основе АП-кода с параметрами $(2n, k, d)$ для каждого i -го подблока, $i = 1, 2, \dots, N$. Заметим, что для формирования очередного аутентификатора используется новая часть последовательности \mathbf{a} .

3. Значение DH_A и аутентификаторы \mathbf{u}_{ai} , передаются корреспонденту B .

4. Корреспондент B , получив DH_A и используя свои магнитометрические данные (последовательность \mathbf{b}), формирует местные аутентификаторы \mathbf{u}'_{ai} и сравнивает их с аутентификаторами \mathbf{u}_{ai} , которые получил от корреспондента A в порядке их поступления. Если число несовпадений символов для пары аутентификаторов $|\mathbf{u}_{ai} \oplus \mathbf{u}'_{ai}|$ меньше некоторого порога Δ , блок признается подлинным.

После этого аналогичным порядком проводится аутентификация значения Диффи — Хеллмана DH_B , передаваемого от B к A . Значение Диффи — Хеллмана DH корреспондента признается подлинным в целом, если аутентифицирован каждый блок.

Если значение DH обоими корреспондентами признаны подлинными, то корреспонденты A и B формируют общий ключ по способу Диффи — Хеллмана, то есть:

$$K = (DH)^x = (DH)^y. \quad (4)$$

Вероятность ложного отклонения значения DH корреспондентом имеет место, если произойдет ложное отклонение хотя бы одного блока.

$$P_f(DH) = 1 - (1 - P_f)^N. \quad (5)$$

Ложная аутентификация, то есть навязывание нарушителем ложного значения Диффи — Хеллмана будет иметь место, если будут успешно навязаны все n блоков и соответствующие им аутентификаторы. Вероятность этого события:

$$P_d(DH) = (P_d)^N. \quad (6)$$

Для формирования аутентификаторов требуется аутентифицирующая последовательность длиной $l = n_a N$.

Выбор наилучшего кода представляет самостоятельную научную задачу, которая может быть сформулирована следующим образом. Заданы: длина значения DH — n_0 , допустимая вероятность ложного отклонения — $P_f^{don}(DH)$, допустимая вероятность навязывания — $P_d^{don}(DH)$. Требуется выбрать: параметры АП-кода: (n_a, k_a, d_{01}) и порог Δ , для которых минимизируется длина аутентифицирующей последовательности (l) и выполняются требования по вероятности навязывания ложного ключа и вероятности ложного отклонения истинного ключа, то есть:

$$P_f(DH) \leq P_f^{don}(DH), \quad P_d(DH) \leq P_d^{don}(DH), \quad (7)$$

$$l \rightarrow \min. \quad (8)$$

Необходимость минимизации величины l мы объясняем тем, что корреспонденты A и B могут иметь возможность проходить процедуру сопряжения (рисунок 1) редко, поэтому выработанная аутентифицирующая последовательность должна иметь длину, достаточную для многократной аутентификации ключей между процедурами сопряжения.

В [36] предложен следующий подход к оптимизации параметров системы аутентификации. Фиксируется скорость кода $R = k_a / n_a$. Рассчитываются на основе (2), (3) параметры $P_f, P_d, P_f(DH), P_d(DH)$ для разных порогов Δ и разных длин кодов этой скорости. Затем, среди

этих кодов отбираются те, которые удовлетворяют условию (7). Наконец, среди отобранных кодов, имеющих разные скорости, выбирается код, для которого аутентифицирующая последовательность имеет минимальную длину (8).

В таблицах 2-5 приведены значения $P_f, P_d, P_d(DH)$ для кодов, имеющих скорости $R=1/2, 1/3, 1/4, 1/5$ для разных длин кодовых блоков при $p_m=0,01$ и длине ключа $n_0=256$ бит. Значения вероятности $P_f(DH)$ для всех случаев было задано равным 10^{-6} . Серым цветом помечены коды, для которых выполняются условия $P_f(DH)=10^{-6}$, $P_d(DH) \leq 10^{-6}$.

Таблица 2. Вероятности $P_f, P_d, P_d(DH)$, для разных значений параметров аутентифицирующих кодов со скоростью $R=05$

Код n, k	16,8	32,16	64,32	128,64	256,128	512,256
Δ	5	6	8	10	13	19
P_f	3.1×10^{-8}	6.2×10^{-8}	1.2×10^{-7}	2.5×10^{-7}	5×10^{-7}	10^{-6}
P_d	1	1	1	0.9	0.2	8×10^{-4}
$P_d(DH)$	1	1	1	0,656	0.04	8×10^{-4}
Длина аутентифицирующей последовательности $L=512$ бит						

Таблица 3. Вероятности $P_f, P_d, P_d(DH)$, для разных значений параметров аутентифицирующих кодов со скоростью $R=1/3$

Код n, k	24,8	48,16	96,32	192,64	384,128	512,256
Δ	6	7	9	12	16	24
P_f	3.1×10^{-8}	6.2×10^{-8}	1.2×10^{-7}	2.5×10^{-7}	5×10^{-7}	10^{-6}
P_d	1	0.85	0.6	0.02	5×10^{-7}	10^{-17}
$P_d(DH)$	1	0.074	0.017	1.6×10^{-7}	2.5×10^{-13}	10^{-17}
Длина аутентифицирующей последовательности $L=768$ бит.						

Приведенные примеры показывают, что наилучшим вариантом аутентификации ключа длиной 256 бит при вероятности несовпадения последовательностей магнитометров $p_m=0.01$ является выбор кода со скоростью $R=1/3$ с параметрами (128,32). При этом обеспечивается:

– вероятность навязывания ложного ключа —
 $P_d(DH) = 3,9 \cdot 10^{-9}$;

– вероятность ложного отклонения ключа — $P_f(DH) = 10^{-6}$.

Ключ аутентифицируется по блокам длиной 32 бита. Для аутентификации расходуется 768 бит последовательности, полученной от магнитометрического датчика во время процедуры сопряжения мобильных устройств.

Таблица 4. Вероятности, $P_f, P_d, P_d(DH)$ для разных значений параметров аутентифицирующих кодов со скоростью $R=1/4$

Код n, k	32,8	64,16	128,32	256,64	512,128	1024,256
Δ	6	8	10	14	19	28
P_f	3.1×10^{-8}	6.2×10^{-8}	1.2×10^{-7}	2.5×10^{-7}	5×10^{-7}	10^{-6}
P_d	1	0.7	0.05	3×10^{-5}	10^{-14}	10^{-35}
$P_d(DH)$	1	3.3×10^{-3}	3.9×10^{-11}	8.1×10^{-19}	10^{-28}	10^{-35}
Длина аутентифицирующей последовательности $L=1024$ бит						

Таблица 5. Вероятности, $P_f, P_d, P_d(DH)$ для разных значений параметров аутентифицирующих кодов со скоростью $R=1/5$

Код n, k	40,8	80,16	160,32	320,64	640,128	1280,256
Δ	7	9	11	15	21	33
P_f	3.1×10^{-8}	6.2×10^{-8}	1.2×10^{-7}	2.5×10^{-7}	5×10^{-7}	10^{-6}
P_d	0.85	0.35	1.5×10^{-3}	10^{-9}	10^{-24}	10^{-55}
$P_d(DH)$	0.074	5×10^{-8}	2.5×10^{-23}	10^{-36}	10^{-48}	10^{-55}
Длина аутентифицирующей последовательности равна $L=1280$ бит.						

Приведенные примеры выбора параметров кодов показывают реализуемость способа и эффективность в смысле «расхода» аутентифицирующей последовательности, выработанной на этапе сопряжения устройств.

7. Заключение. Широкое распространение мобильных беспроводных устройств (смартфонов, планшетов и пр.) остро ставит вопрос о криптографической защите передаваемой этими устройствами информации, что, в свою очередь, требует обеспечения устройств ключами и решения задачи их аутентификации. В работе решается задача аутентификации распределяемых по методу Диффи — Хеллмана ключей для мобильных устройств в рамках сценария сопряжения мобильных устройств. В этих условиях устройства, формирующие ключ, располагаются близко друг к другу, вплоть до физического контакта между ними. Для аутентификации создается дополнительный канал обмена данными. Проведенный анализ дополнительных каналов — визуального, акустического, вибрационного, тактильного, магнитометрического — выявил преимущества последнего по скорости и достоверности аутентификации, а также удобству использования этого канала по сравнению с другими.

Магнитометрический канал образуется при наличии в мобильных устройствах магнитометров (небольших узлов объемом несколько мм^3), которые измеряют магнитное поле Земли. Случайные колебания магнитного поля в точке измерения позволяют получить в двух мобильных устройствах совпадающие с большой вероятностью случайные последовательности, которые могут быть использованы для аутентификации сеансовых ключей.

В работе проведен детальный анализ протокола аутентификации ключей Magraring, формируемых по методу Диффи — Хеллмана, предложенный в [20], который показал уязвимость этого протокола к атаке «человек-посередине». Уязвимость протокола также подтверждена на основе использования программы анализа безопасности протоколов AVISPA.

Предложен безопасный способ аутентификации ключей (значений Диффи — Хеллмана) на основе аутентифицирующих помехоустойчивых кодов (АП-кодов). Аутентификаторы для значений Диффи-Хеллмана формируются на основе и блоков АП-кода и случайных последовательностей, полученных из показаний магнитометров. Предложен подход к оптимизации параметров АП-кода, обеспечивающего выполнение требований по вероятности ложного отклонения и вероятности навязывания ключа заданной длины при минимизации длины цепочки магнитометрических данных, расходуемых в процедуре аутентификации.

В качестве примера показано, что при вероятности несовпадения цепочек бит магнитометрических данных, равной 0.01, ключ длиной 256 бит может быть аутентифицирован с вероятностью навязывания не более 10^{-9} и вероятностью ложного отклонения 10^{-6} при использовании помехоустойчивого кода с параметрами (128,32). При этом требуемая длина цепочки магнитометрических данных составит 768 бит. Данный пример подтверждает возможность достаточно эффективной реализации предложенного способа аутентификации ключей, распределяемых методом Диффи — Хеллмана.

Автор выражает благодарность Зуевой Е.О. за проведение исследований протокола Magrading с помощью программы AVISPA.

Литература

1. Конфиденциальная сотовая связь (официальный сайт Мегафон). URL: www.spb.megaфон.ru (дата обращения: 25.02.2019).
2. *Ferguson N., Schneier B.* Practical Cryptography // New York: Wiley. 2003. vol. 142. 333 p.
3. RFC 5280 – Internet X.509 Public Key Infrastructure Certificate and Certification Revocation List(CRL) Profile. URL: <https://tools.ietf.org> (дата обращения: 23.02.2019).
4. *Mukherjee A., Fakoorian S.A.A., Huang J., Swindlehurst A.L.* Principles of Physical Layer Security in Multiuser Wireless Networks: A Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2014. vol. 16. no. 3. pp. 1550–1573.
5. *Zeng K.* Physical Layer Key Generation in Wireless Networks. Challenges and Opportunities // IEEE Communications Magazine. 2015. vol. 53. no. 6. pp. 33–39.
6. *Zhang J., Duong T.Q., Marshall A., Woods R.* Key Generation from Wireless Channels: a Review // IEEE Access. 2016. vol. 4. pp. 614–626.
7. *Huth C. et al.* Information reconciliation schemes in physical-layer security: A survey // Computer Networks. 2016. vol. 109. pp. 84–104.
8. *Dean T.R., Goldsmith A.J.* Physical-layer Cryptography through Massive MIMO // IEEE Transactions on Information Theory. 2017. vol. 63. no. 8. pp. 5419–5436.
9. *Steinfeld R., Sakzad A.* On Massive MIMO Physical Layer Cryptosystem // 2015 IEEE Information Theory Workshop-Fall. 2015. pp. 292–296.
10. *Yakovlev V., Korzhik V., Mylnikov P., Morales-Luna G.* Secret Key Agreement Based on a Communication through Wireless MIMO Fading Channels // 2016 Federated Conference on Computer Science and Information Systems. 2016. pp. 823–830.
11. *Yakovlev V., Korzhik V., Mylnikov P., Morales-Luna G.* Outdoor Secret Key Agreement Scenarios Using Wireless MIMO Fading Channels // International Journal of Computer Science and Applications. 2017. vol. 1. no. 1. pp. 1–25.
12. *Qin D., Ding Z.* Exploiting Multi-Antenna Non-Reciprocal Channels for Shared Secret Key Generation // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2016. vol. 11. no. 12. pp. 2691–2705.
13. *Zhang J. et al.* Experimental Study on Channel Reciprocity in Wireless Key Generation // 2016 17th IEEE International Workshop on Signal Processing Advances Wireless Communications (SPAWC). 2016. pp. 1–5.
14. *Korzhik V. et al.* Secret Key Sharing Protocol Between Units Connected by Wireless MIMO Fading Channel // 2018 Federated Conference on Computer Science and Information Systems (FedCSIS-2018). 2018. pp. 569–576.
15. *Ding Y., Zhang J., Fisco V.F.* Retrodirective-Assisted Secure Wireless Key Establishment // IEEE Transactions on Communication. 2016. vol. 65. no. 1. pp. 320–334.

16. *Mirzadeh S., Cruickshank H., Tafazolli R.* Secure Device Pairing: A Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2013. vol. 16. no. 1. pp. 17–40.
17. *Jokela T., Chong M.K., Lucero A., Gellersen H.* Connecting Devices for Collaborative Interaction // Interactions. 2015. vol. 22. no. 4. pp. 39–43.
18. *Nourveen A., Shoaib U., Sarfraz M.S.* Secure Device Pairing Methods: An Overview // International Journal of Advanced Computer Science and Application. 2017. vol. 8. no. 9. pp. 442–451.
19. *Diffe M., Hellman M.* New directions in cryptography // IEEE Transactions on Information Theory. 1976. vol. 22. no. 6. pp. 644–654.
20. *Jin R. et al.* Magpairing: Pairing Smartphones in Close Proximity Using Magnetometer // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2016. vol. 11. no. 6. pp. 1304–1319.
21. *McCune J.M., Perring A., Reiter M.K.* Seeing-is-Believing: Using Camera Phones for Human-Verifiable Authentication // 2005 IEEE Symposium on Security and Privacy (S&P'05). 2005. pp.110–124.
22. *Saxena N., Ekberg J.E., Kostianen K., Asokan N.* Secure Device Pairing Based on a Visual Channel // 2006 IEEE Symposium on Security and Privacy (S&P'06). 2006. 6 p.
23. *Prasad R., Saxena N.* Efficient Device Pairing Using "Human-Comparable" Synchronized Audiovisual Patterns // International Conference on Applied Cryptography and Network Security. 2008. pp. 328–345.
24. *Goodrich M. T. et al.* Using Audio in Secure Device Pairing // International Journal of Security and Networks. 2009. vol. 4. no. 1-2. pp. 57–68.
25. *Goodrich M.T. et al.* Loud and Clear: Human-Verifiable Authentication Based on Audio // 26th IEEE International Conference on Distributed Computing Systems. ICDCS. 2006. pp. 1–10.
26. *Soriente C., Tsudik G., Uzun E.* HAPADEP: Human-Assisted Pure Audio Device Pairing // International Conference on Information Security. 2008. pp. 385–400.
27. *Roy N., Choudhury R.R.* Ripple {II}: Faster Communication through Physical Vibration // 12th {USENIX} Symposium on Networked Systems Design and Implementation ({NSDI} 16). 2016. pp. 671–684.
28. *Mayrhofer R., Gellersen H.* Shake Well Before Use: Intuitive and Secure Pairing of Mobile Devices // IEEE Transactions on Mobile Computing. 2009. vol. 8. no. 6. pp. 792–806.
29. *Soriente C., Tsudik G., Uzun E.* BEDA: Button-Enabled Device Association // International Workshop on Security for Spontaneous Interaction (IWSSI). 2007. pp. 443–449.
30. *Kumar A., Saxena N., Tsudik G., Uzun E.* A Comparative Study of Secure Device Pairing Methods // Pervasive and Mobile Computing. 2009. vol. 5. no. 6. pp. 734–749.
31. *Корпусов В.Д., Ольховой О.О., Яковлев В.А.* Исследование датчика случайных чисел на основе магнитометра // VIII Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (АПИНО-2018). 2018. С. 488–493.
32. *Котенко И.В., Резник С.А., Шоров А.В.* Верификация протоколов безопасности на основе комбинированного использования существующих методов и средств // Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 8. С. 293–310.
33. *Зуева Е.О., Яковлев В.А.* Анализ стойкости способа аутентификации для протокола распределения ключей на основе магнитометрических данных с помощью программы AVISPA // VIII Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (АПИНО-2018). 2018. С. 392–396.
34. *Maurer U.* Information-Theoretically Secure Secret-Key Agreement by not Authenticated Public Discussion // International Conference on the Theory and Applications of Cryptographic Techniques. 1997. pp. 209–225.

35. *Korzhih V., Yakovlev V., Morales-Luna G., Chesnokov R.* Performance Evaluation of Keyless Authentication Based on Noisy Channel // International Conference on Mathematical Methods, Models, and Architectures for Computer Network Security. 2007. pp. 115–126.
36. *Зуева Е.О., Яковлев В.А.* Разработка способа помехоустойчивой аутентификации для протокола распределения ключей Диффи-Хеллмана на основе магнитометрических данных // VIII Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (АПИНО-2018). 2018. С. 401–406.
37. *MacWilliams F.J., Sloane N.J.A.* The Theory of Error Correcting Codes // Elsevier. 1977. vol. 16. 762 p.

Яковлев Виктор Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, профессор, кафедра защищенных систем связи, Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича (СПбГУТ). Область научных интересов: информационная безопасность, криптография. Число научных публикаций — 150. viyak@bk.ru; пр. Большевиков, 22, 193232, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(911)1455359.

V.A. YAKOVLEV
AUTHENTICATION OF KEYS DISTRIBUTED BY THE DIFFIE-HELLMAN METHOD FOR MOBILE DEVICES BASED ON AUTHENTICATION CODES AND MAGNETOMETRIC DATA

Yakovlev V.A. Authentication of Keys Distributed by the Diffie-Hellman Method for Mobile Devices based on Authentication Codes and Magnetometric Data.

Abstract. The wide distribution of mobile wireless devices (smartphones, tablets, etc.) warrants cryptographic protection of information transmitted by these devices, which requires supplying these devices with keys and providing their authentication. Recently, research on key authentication methods within scenarios of pairing mobile devices, has been increasingly relevant. In these conditions, mobile devices are located close to each other, up to the physical contact, and an additional key sharing authenticated channel protected from interception is established for purposes of key authentication.

The analysis of additional channel versions: visual, acoustic, vibration, tactile, and magnetometric shows advantages of the latter one in terms of speed and reliability of authentication, as well as ease of use of this channel compared to other methods. A magnetometer channel forms if there are magnetometers in mobile devices that measure the Earth's magnetic field. Random fluctuations of the magnetic field at the measurement point allow to generate in a pair of mobile devices random sequences that coincide with a high probability and which can be used to authenticate session keys.

The "Magparing" protocol of mobile devices keys authentication, which are distributed by Diffie-Hellman method is studied. his protocol is based on the magnetometer data measuring. We demonstrate that the protocol is susceptible to "man-in-the-middle" attack. This fact is confirmed also by software AVISPA simulation.

A new key authentication method based on the use of authenticating code (A-code) is proposed. Authenticators for Diffie-Hellman values are generated based on A-code blocks and random sequences obtained by the reading of magnetometer's values. An approach for A-code parameters optimization, that conforms to the requirements for authentication key length and both to the probabilities of false key removal and false key deception, is investigated. We present an example of code parameters for key authentication with the length of 256 bits, providing the probability of a false key agreement of not greater than 10^{-9} and a probability of false rejection of a true key equal to 10^{-6} , which shows viability of the proposed authentication method.

Key words: Authentication, Key Distribution, Diffie-Hellman Method, Side Authentication Channel, Magparing Protocol, Authenticating Codes.

Yakovlev Viktor Alekseevich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Department of Secure Means of Communication, The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications. Research interests: information security, cryptography. The number of publications — 150. viyak@bk.ru; 22, pr. Bolshevikov, 193232, St. Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(911)1455359.

References

1. Конфиденциальная сотовая связь. (официальный сайт Мегافон). [*Confidential cellular* (official web site of Megafon)]. Available at: www.spb.megafon.ru. (accessed: 25.02.2019). (In Russ).
2. Ferguson N., Schneier B. Practical Cryptography. New York: Wiley. 2003. vol. 142. 333 p.

3. RFC 5280 – Internet X.509 Public Key Infrastructure Certificate and Certification Revocation List(CRL) Profile. Available at: <https://tools.ietf.org> (accessed: 23.02.2019).
4. Mukherjee A., Fakoorian S.A.A., Huang J., Swindlehurst A.L. Principles of Physical Layer Security in Multiuser Wireless Networks: A Survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2014. vol. 16. no. 3. pp. 1550–1573.
5. Zeng K. Physical Layer Key Generation in Wireless Networks. Challenges and Opportunities. *IEEE Communications Magazine*. 2015. vol. 53. no. 6. pp. 33–39.
6. Zhang J., Duong T.Q., Marshall A., Woods R. Key Generation from Wireless Channels: a Review. *IEEE Access*. 2016. vol. 4. pp. 614–626.
7. Huth C. et al. Information reconciliation schemes in physical-layer security: A survey. *Computer Networks*. 2016. vol. 109. pp. 84–104.
8. Dean T.R., Goldsmith A.J. Physical-layer Cryptography through Massive MIMO. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2017. vol. 63. no. 8. pp. 5419–5436.
9. Steinfeld R., Sakzad A. On Massive MIMO Physical Layer Cryptosystem. 2015 IEEE Information Theory Workshop-Fall. 2015. pp. 292–296.
10. Yakovlev V., Korzhik V., Mylnikov P., Morales-Luna G. Secret Key Agreement Based on a Communication through Wireless MIMO Fading Channels. 2016 Federated Conference on Computer Science and Information Systems. 2016. pp. 823–830.
11. Yakovlev V., Korzhik V., Mylnikov P., Morales-Luna G. Outdoor Secret Key Agreement Scenarios Using Wireless MIMO Fading Channels. *International Journal of Computer Science and Applications*. 2017. vol. 1. no. 1. pp. 1–25.
12. Qin D., Ding Z. Exploiting Multi-Antenna Non-Reciprocal Channels for Shared Secret Key Generation. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*. 2016. vol. 11. no. 12. pp. 2691–2705.
13. Zhang J. et al. Experimental Study on Channel Reciprocity in Wireless Key Generation. 2016 17th IEEE International Workshop on Signal Processing Advances Wireless Communications (SPAWC). 2016. pp. 1–5.
14. Korzhik V. et al. Secret Key Sharing Protocol Between Units Connected by Wireless MIMO Fading Channel. 2018 Federated Conference on Computer Science and Information Systems (FedCSIS-2018). 2018. pp. 569–576.
15. Ding Y., Zhang J., Fisco V.F. Retrodirective-Assisted Secure Wireless Key Establishment. *IEEE Transactions on Communication*. 2016. vol. 65. no. 1. pp. 320–334.
16. Mirzadeh S., Cruickshank H., Tafazolli R. Secure Device Pairing: A Survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2013. vol. 16. no. 1. pp. 17–40.
17. Jokela T., Chong M.K., Lucero A., Gellersen H. Connecting Devices for Collaborative Interaction. *Interactions*. 2015. vol. 22. no. 4. pp. 39–43.
18. Nourreen A., Shoaib U., Sarfraz M.S. Secure Device Pairing Methods: An Overview. *International Journal of Advanced Computer Science and Application*. 2017. vol. 8. no. 9. pp. 442–451.
19. Diffie M., Hellman M. New directions in cryptography. *IEEE Transactions on Information Theory*. 1976. vol. 22. no. 6. pp. 644–654.
20. Jin R. et al. Magpairing: Pairing Smartphones in Close Proximity Using Magnetometer. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*. 2016. vol. 11. no. 6. pp. 1304–1319.
21. McCune J.M., Perring A., Reiter M.K. Seeing-is-Believing: Using Camera Phones for Human-Verifiable Authentication. 2005 IEEE Symposium on Security and Privacy (S&P'05). 2005. pp. 110–124.
22. Saxena N., Ekberg J.E., Kostiainen K., Asokan N. Secure Device Pairing Based on a Visual Channel. 2006 IEEE Symposium on Security and Privacy (S&P'06). 2006. 6 p.
23. Prasad R., Saxena N. Efficient Device Pairing Using "Human-Comparable" Synchronized Audiovisual Patterns. International Conference on Applied Cryptography and Network Security. 2008. pp. 328–345.

24. Goodrich M. T. et al. Using Audio in Secure Device Pairing. *International Journal of Security and Networks*. 2009. vol. 4. no. 1-2. pp. 57–68.
25. Goodrich M.T. et al. Loud and Clear: Human-Verifiable Authentication Based on Audio. 26th IEEE International Conference on Distributed Computing Systems. ICDCS. 2006. pp. 1–10.
26. Soriente C., Tsudik G., Uzun E. HAPADEP: Human-Assisted Pure Audio Device Pairing. International Conference on Information Security. 2008. pp. 385–400.
27. Roy N., Choudhury R.R. Ripple {II}: Faster Communication through Physical Vibration. 12th {USENIX} Symposium on Networked Systems Design and Implementation ({NSDI} 16). 2016. pp. 671–684.
28. Mayrhofer R., Gellersen H. Shake Well Before Use: Intuitive and Secure Pairing of Mobile Devices. *IEEE Transactions on Mobile Computing*. 2009. vol. 8. no. 6. pp. 792–806.
29. Soriente C., Tsudik G., Uzun E. BEDA: Button-Enabled Device Association. International Workshop on Security for Spontaneous Interaction (IWSSI). 2007. pp. 443–449.
30. Kumar A., Saxena N., Tsudik G., Uzun E. A Comparative Study of Secure Device Pairing Methods. *Pervasive and Mobile Computing*. 2009. vol. 5. no. 6. pp. 734–749.
31. Korpusov V.D., Yakovlev V.A., Ol'hovoj O.O. [Magnetometer based random number sensor analysis]. *VIII Mezhdunarodnaya nauchno-tehnicheskaya konferenciya. Aktual'nye problemy infotelecommunicacij v nauke i obrazovanii (APINO-2018)* [VIII International Conference on Advanced Infotelecommunication (ICAIT-2018)]. 2018. pp. 488–493. (In Russ.).
32. Kotenko I.V., Reznik S.A., Shorov A.V. [Security Protocols Verification Combining Existing Approaches and Tools]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. vol. 8. pp. 293–310. (In Russ.).
33. Zueva E., Yakovlev V. [Analysis of the strength of the authentication method for the key distribution protocol based on magnetometric data using the AVISPA program]. *VIII Mezhdunarodnaya nauchno-tehnicheskaya konferenciya. Aktual'nye problemy infotelecommunicacij v nauke i obrazovanii (APINO-2018)* [VIII International Conference on Advanced Infotelecommunication (ICAIT-2018)]. 2018. pp. 392–396. (In Russ.).
34. Maurer U. Information-Theoretically Secure Secret-Key Agreement by not Authenticated Public Discussion. International Conference on the Theory and Applications of Cryptographic Techniques. 1997. pp. 209–225.
35. Korzhik V., Yakovlev V., Morales-Luna G., Chesnokov R. Performance Evaluation of Keyless Authentication Based on Noisy Channel. International Conference on Mathematical Methods, Models, and Architectures for Computer Network Security. 2007. pp. 115–126.
36. Yakovlev V., Zueva E. [Development of the robust authentication method for the Diffie-Hellman key distribution protocol based on magnetometric data] *VIII Mezhdunarodnaya nauchno-tehnicheskaya konferenciya. Aktual'nye problemy infotelecommunicacij v nauke i obrazovanii (APINO-2018)* [VIII International Conference on Advanced Infotelecommunication (ICAIT-2018)]. 2018. pp. 401–406. (In Russ.).
37. MacWilliams F.J., Sloane N.J.A. The Theory of Error Correcting Codes. Elsevier. 1977. vol. 16. 762 p.

А.В. КУРТУКОВА, А.С. РОМАНОВ
**ИДЕНТИФИКАЦИЯ АВТОРА ИСХОДНОГО КОДА
МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ**

Куртукова А.В., Романов А.С. Идентификация автора исходного кода методами машинного обучения.

Аннотация. Статья посвящена анализу проблемы определения автора исходного кода, которая представляет интерес для исследователей в области информационной безопасности, компьютерной криминалистики, оценки качества образовательного процесса, защиты интеллектуальной собственности.

Представлен подробный анализ современных решений проблемы. Предлагаются две новые методики идентификации на основе алгоритмов машинного обучения: машины опорных векторов, фильтра быстрой корреляции и информативных признаков; гибридной сверточно-рекуррентной нейронной сети.

Эксперименты проводились на базе исходных кодов, написанных на Java, C++, Python, PHP, JavaScript, C, C# и Ruby. Данные были получены с веб-сервиса для хостинга IT-проектов Github. Общее количество исходных кодов превышает 150 тысяч образцов, средняя длина каждого из которых составляет 850 символов. Размер корпуса — 542 автора.

С помощью перекрестной проверки по 10 блокам оценена точность разработанных методик для различного количества авторов. Для наиболее популярного языка программирования Java проведен дополнительный ряд экспериментов с количеством авторов от 2 до 50 и приведены графики зависимости точности идентификации от размера корпуса.

Анализ результатов показал, что методика на основе гибридной нейронной сети способна достигать точности 97%, что является наилучшим результатом на сегодняшний день. Методика на основе машины опорных векторов позволила добиться точности 96%. Гибридная нейронная сеть оказалась точнее машины опорных векторов в среднем на 5%.

Ключевые слова: автор исходного кода, глубокое обучение, нейронная сеть, SVM, HNN.

1. Введение. Идентификация автора исходного кода программы является актуальной задачей и подразумевает определение особого авторского стиля программиста, в частности выявление индивидуальных привычек, профессиональных приемов и методов написания кода программного обеспечения (ПО).

Сформулируем задачу идентификации автора исходного кода следующим образом. Пусть имеется множество исходных кодов $S = \{s_1, \dots, s_k\}$ и множество авторов-программистов $P = \{p_1, \dots, p_l\}$. Для некоторого подмножества исходных кодов $S' = \{s_1, \dots, s_m\} \subseteq S$, где $m < k$ — авторы известны, существует множество пар «исходный код-автор» $(s_i, p_j) \in D \subseteq S' \times P$, где $s_i \in S'$, $p_j \in P$. Необходимо установить, какой автор-программист из множества P является истинным автором анонимных образцов исходных кодов $S'' = S / S'$.

В данной постановке задачу идентификации автора можно рассматривать как задачу классификации с несколькими классами. В таком случае множество P состоит из множества предопределенных классов и их меток, D включает в себя тренировочные образцы, а множество S'' содержит классифицируемые образцы.

Целью является построение классификатора, который решает поставленную задачу — нахождение некоторой целевой функции $F : S \times P \rightarrow [-1, 1]$, относящей случайный исходный код множества S к его истинному автору. Значение функции интерпретируется как степень принадлежности объекта классу: 1 соответствует полностью положительному решению, -1 — отрицательному. При этом каждый текст рассматривается как вектор признаков $X = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Полученные решения задачи находят широкое практическое применение в различных отраслях:

1. Авторские права на ПО. Стремительная информатизация общества влечет за собой множество нарушений авторских прав и бесконтрольный плагиат исходных кодов программных продуктов. Использование автоматизированных систем, способных точно идентифицировать автора ПО, в судебных разбирательствах, предметом которых являются споры об интеллектуальной собственности, может позволить избежать серьезных убытков в коммерческой сфере.

2. Информационная безопасность. Развитие криптографических технологий делает возможной почти полную анонимность в сети Интернет, что порождает рост количества киберпреступлений. Различные вирусы, трояны, руткиты, кибератаки ставят под угрозу корректное функционирование даже самых защищенных систем, что делает проблему определения автора вредоносного ПО важным аспектом форензики.

3. Образовательный процесс. Выявление плагиата в студенческих работах является важным аспектом образовательного процесса. Методики идентификации автора исходного кода позволяют проверять работы студентов на плагиат по дисциплинам, связанным с программированием.

Исходя из актуальности, в разработке новых подходов к идентификации автора исходного кода и совершенствовании уже существующих заинтересованы как отечественные, так и зарубежные исследователи.

Подход авторов работы [1] состоит в применении методов роя частиц (МРЧ) и обратного распространения ошибки. Нейронная сеть (НС) обучается на вычисленном с помощью этих методов наборе признаков. Такой набор включает лексические, структурные и синтаксические метрики. Предложенный подход был оценен на ис-

ходных кодах 40 авторов, программирующих на языке Java. Его точность составила 91%.

В статье [2] предлагается усовершенствовать тривиальную для задач определения авторства методику, которая основана на абстрактных синтаксических деревьях (АСД), добавив ансамбль с глубокой НС. С этой целью авторами были опробованы рекуррентные архитектуры НС: обычная (LSTM) и двунаправленная (BiLSTM) модели с долгой краткосрочной памятью. Точность такой методики для выборки из 25 python-программистов составила 92% для LSTM и 96% для BiLSTM; для выборки из 10 авторов, программирующих на языке C++, 80% и 85% соответственно.

В статье [3] демонстрируется совокупное применение n -грамм, структурных метрик, полученных из АСД, статистических метрик, а также популярного метода SCAP (авторского профиля исходных кодов). Извлеченные признаки представляются в виде вектора объектов в многомерном пространстве. Классификация производилась посредством машины опорных векторов (SVM) с линейным ядром. Оценка точности классификации проводилась с помощью 5-фолдовой кросс-валидации. Результатом применения методики стала точность 80% для 34 авторов, программирующих на JavaScript.

Суть работы [4] заключается в применении метода стилометрии, нечетких АСД и «запахов кода», указывающих на авторские недочеты в программе. Полученные признаки использовались авторами для обучения SVM, алгоритма J48, наивного байесовского классификатора, KNN (k ближайших соседей) классификатора. Точность, полученная SVM, составила 75% на выборке из 9 авторов, программирующих на Java.

Методика [5] основывается на алгоритмах классификации случайных деревьев и нечетких АСД. Такая методика позволила авторам получить точность 90% для программистов, пишущих на Python. В дальнейшем методика была усовершенствована калибровочными кривыми для анализа неполных и некомпilierуемых образцов кода, что позволило авторам получить точность 73% при наличии лишь одного образца исходного кода автора, программирующего на C++ [6].

Статья [7] посвящена методу, объединяющему статический (ключевые слова, структурные элементы и др.) и динамический (вызовы функций, выделяемая память и др.) анализы стилометрии. Преимущества такого метода состоят в применении небольшого количества созданных вручную функций, возможности расширения исследуемой выборки без переобучения и устойчивости результата к изменению количества авторов, участвующих в эксперименте. Точность, демонстрируемая методом, достигает 94% на корпусе из 23 авторов.

В статье [8] предлагается система идентификации автора исходного кода на основе глубокого обучения (DL-CAIS), позволяющая осуществлять идентификацию независимо от языка программирования и обфускации. Алгоритм глубокого обучения включает в себя многослойную рекуррентную НС (RNN) и полносвязные слои. Затем полученное с помощью НС представление подается на классификатор *random forest* (случайный лес) с целью масштабирования. Эксперименты показали точность идентификации 95,2%.

В статье [9] используется глубокое обучение для извлечения признаков исходных кодов, представленных в виде n -грамм. Полученные признаки преобразуются с помощью стекового автоэнкодера, позволяющего скрытым слоям выявлять наиболее сильные взаимосвязи. Далее они подаются на вход SVM для классификации. Результатом кросс-валидации стала точность 95%.

Рассмотренные научные труды позволяют сделать вывод о безусловной эффективности различных методов машинного обучения (МО) при решении задачи идентификации автора исходного кода. Более того, традиционные и статистические методы демонстрируют точность, сопоставимую популярным алгоритмам глубокого обучения.

Однако традиционные алгоритмы МО, не подразумевающие использование глубоких архитектур, не позволяют системе работать с данными без предобработки и требуют экспертных знаний по программированию у исследователя.

Данная статья посвящена анализу отличительных особенностей, достоинств и недостатков двух наиболее популярных среди исследователей подходов: SVM как классификатора, проверенного временем и демонстрирующего в случае верного выбора информативных признаков хороший результат в различных задачах [10]; и глубокой НС, способной выделять информативные признаки самостоятельно, как современное метода принятия решения. На их основе разработаны две новые методики идентификации автора исходного кода:

1. Машины опорных векторов, фильтра быстрой корреляции и информативных признаков.
2. Гибридной нейронной сети HNN.

Рассмотрим описание разработанных методик и полученные результаты.

2. Методика на основе SVM, фильтра быстрой корреляции и информативных признаков. Многообразие методов МО обусловлено большим количеством средств, на основе которых они функционируют: математическая статистика, методы оптимизации, теория вероятностей и другие. Эти методы различны в своей реализации, однако

наиболее распространенными являются методы обучения с учителем и без учителя. К первому типу относится SVM.

Модели SVM подобны классическому перцептрон. Применение их ядерных преобразований позволяет обучать сети радиальных базисных функций и перцептроны с сигмоидальной функцией активации, веса НС которых определяются путем решения задачи квадратичного программирования с линейными ограничениями. Тогда как обучение стандартной искусственной НС подразумевает решение задачи невыпуклой минимизации без ограничений. Также SVM дает возможность прямой работы с векторным пространством высокой размерности и избавляет от необходимости предварительного анализа и снижения количества измерений.

Обобщенная методика идентификации автора исходного кода на основе рассмотренной модели SVM представлена на рисунке 1.

В отличие от моделей глубокого обучения, SVM не способна распознавать информативные признаки самостоятельно. Поэтому возникает необходимость их выделения из исходных кодов обучающей выборки. Метрики, используемые в методике, были определены на основе работы [4] и включали в себя: лексические (таблица 1) и структурные (таблица 2) признаки с высокой разделяющей способностью, а также признаки «плохого кода» (таблица 3) как способа повышения разделяющей способности классификатора.

Таблица 1. Набор лексических признаков

Признак	Описание
keywordToLength	Отношение числа ключевых слов к длине кода
ternaryToLength	Отношение числа вхождений тернарного оператора к длине кода
TokensToLength	Отношение числа токенов к длине кода
CommentsToLength	Отношение числа комментариев к длине кода
LiteralsToLength	Отношение числа литералов к длине кода
MacrosToLength	Отношение числа директив препроцессора к длине кода
FunctionsToLength	Отношение числа функций к длине кода
avgLineLength	Средняя длина строки
avgParams	Среднее число параметров среди всех функций
nestingDepth	Наивысшая степень вложенности операторов и циклов

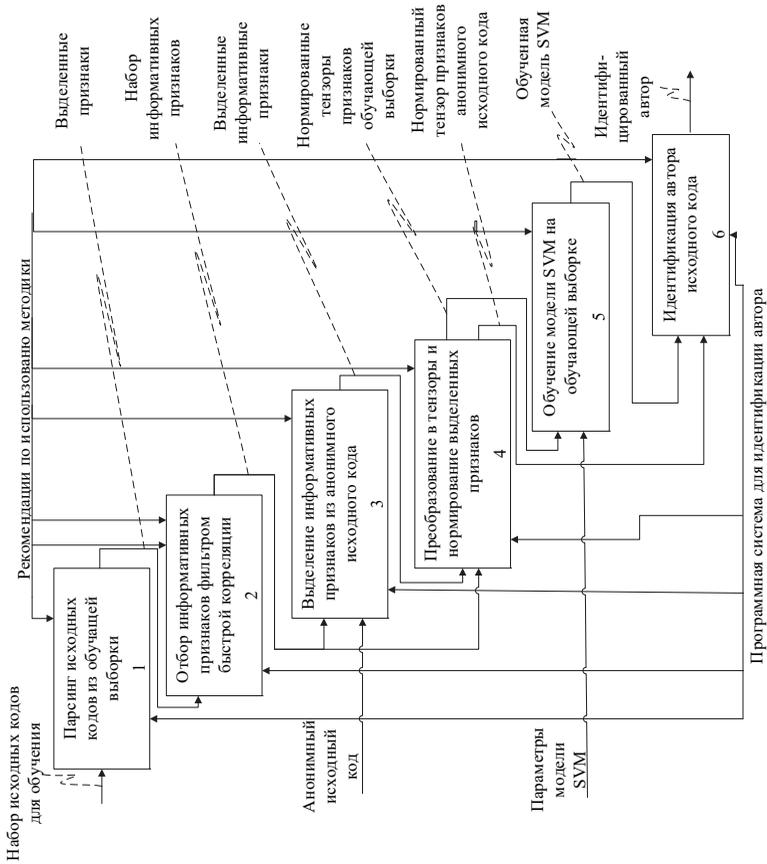


Рис. 1. Обобщенная методика идентификации автора исходного кода на основе SVM

Лексические признаки выражают степень приверженности автора к определенным конструкциям, а также демонстрируют статистику использования функций и глубину вложенности циклов. Кроме того, в данный набор включен такой признак, как отношение числа ключевых слов к длине исходного кода, что дает представление о предпочтениях автора в синтаксических конструкциях, а также об уровне его профессиональной квалификации.

Набор структурных признаков отражает склонность автора кода к применению определенного типа пробельных символов — табуляций или пробелов. В некоторых языках программирования отступы обязательны, так как они помогают компилятору понять, где начинаются и заканчиваются блоки команд. Пример такого языка — Python. В языке C++, напротив, отступы применяются по усмотрению автора кода.

Таблица 2. Набор структурных признаков

Признак	Описание
TabsToLength	Отношение числа символов табуляции к длине кода
SpacesToLength	Отношение числа символов пробела к длине кода
EmptyLinesToLength	Отношение числа пустых строк к длине кода
whiteSpaceRatio	Соотношение между числом пробельных символов и числом не пробельных символов
newLineBeforeOpenBrace	Бинарное значение, определяющее предшествуют ли большинству фигурных скобок символы новой строки
tabsLeadLines	Бинарное значение, определяющее начинается ли большинство строк кода с отступов

Таблица 3. Набор «запахов кода»

Признак	Описание
longParamList	Среднее число параметров в методах классов
longMethod	Среднее количество строк в методах
longMethodShare	Отношение числа длинных методов к общему числу методов
switchLeadStat	Отношение числа операторов Switch к общему числу условных операторов
featureEnvy	Отношение числа методов, обращающихся к данным другого класса чаще, чем к собственным, к общему числу методов
classMediator	Отношение числа классов, делегирующих большую часть методов другому классу, к общему числу классов
dataClass	Отношение числа классов, содержащих исключительно атрибуты и методы get и set, к общему числу классов

Признаки проблем кода являются показателями несоответствия кода парадигмам программирования и описывают совокупность отступлений авторов от стандартных принципов разработки ПО. Сюда же следует относить и комментирование кода в том случае, если число комментариев превышает определенный порог.

Особенность используемых наборов признаков состоит в том, что они могут быть вычислены в ходе анализа исходного кода. Код может быть некомпilierуемым, неполным, содержащим синтаксические или программные ошибки. Недостатком является подверженность части лексических и структурных признаков сознательному контролю программиста.

Определенные признаки из представленных наборов могут оказаться малоинформативными для конкретной задачи идентификации автора исходного кода и негативно сказаться на разделяющей способности модели SVM. Этим обусловлена необходимость отбора информативных признаков до начала процесса обучения классификатора.

Фильтр быстрой корреляции начинает работу с полным множеством доступных для анализа признаков и использует меру симметричной неопределенности для определения зависимостей между признаками:

$$SU(X, Y) = 2 \left[\frac{H(X) - H(X|Y)}{H(X) + H(Y)} \right] = SU(Y, X), \quad (1)$$

где $H(X)$, $H(Y)$ — энтропии случайных величин, имеющих i и j состояний, $H(X|Y)$ — условная энтропия:

$$H(X|Y) = - \sum_j P(y_j) \sum_i P(x_i | y_j) \log_2(P(x_i | y_j)), \quad (2)$$

где $P(x_i)$, $P(y_j)$ — априорные вероятности для всех значений X и Y , $P(x_i | y_j)$ — апостериорная вероятность X при известной Y .

Чем ближе значение SU к нулю, тем ниже зависимость признаков друг от друга. Путем исключения малоинформативных признаков производится поиск подмножества, лучше всего описывающего предметную область.

Перед подачей на вход классификатора SVM тензоры, сформированные на основе выделенных из обучающей выборки и анонимного исходного кода информативных признаков, были нормализованы.

Принцип работы SVM состоит в построении гиперплоскости в пространстве признаков высокой размерности таким образом, чтобы зазор между опорными векторами, крайними точками двух классов, был максимальным. Отображение исходных данных в пространство,

где разделяющая их поверхность будет линейной, осуществляется с помощью ядрового преобразования:

$$(\Phi(x), \Phi(x')) = k(x, x'), \quad (3)$$

где $(\Phi(x), \Phi(x'))$ — скалярное произведение между распознаваемым образцом и тренировочными образцами, k — некоторое отображение исходного пространства в пространство со скалярным произведением (пространство достаточной для линейной разделимости размерности).

Тогда функция, выполняющая классификацию, выглядит следующим образом:

$$f(x) = \left\{ \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i k(x_i, x) \right\} + b, \quad (4)$$

где α — оптимальный коэффициент, k — ядро, y — метка принадлежности некоторому классу, b — параметр, обеспечивающий выполнение второго условия Каруша — Куна — Такера для всех входных образцов, которые соответствуют множителям Лагранжа, лежащим не на границах.

Оптимальный коэффициент α определяется максимизацией целевой функции:

$$W(\alpha) = \sum_{i=1}^l \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l y_i y_j \alpha_i \alpha_j k(x_i, x_j), \quad (5)$$

где условие максимизации:

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0, \quad (6)$$

в положительном квадранте $0 \leq \alpha_i \leq C, i = \overline{1, l}$.

Параметр регуляризации C определяет соотношение между количеством ошибок обучающего множества и величиной зазора.

Реализация описанной модели осуществлялась с помощью библиотеки LIBSVM [11], позволяющей обучать, проводить классификацию и оценивать эффективность SVM-модели.

Параметры для обучения классификатора SVM выбирались исходя из рекомендаций [12]:

- тип SVM — многоклассовая классификация;
- алгоритм обучения — метод последовательной оптимизации;

- ядро — сигмоидальное;
- параметр регуляризации $C = 1$;
- допустимый уровень ошибки — 0,00001.

Обучение модели производилось методом последовательной оптимизации (SMO). На каждом шаге данного алгоритма решается минимально возможная задача — SMO выбирает два множителя Лагранжа для совместной оптимизации, находит оптимальные значения и обновляет SVM для получения новых оптимальных значений на входе. Преимущество выбранного алгоритма состоит в возможности аналитической оптимизации двух множителей Лагранжа без помощи численных методов квадратичного программирования.

Для многоклассовой классификации применялась стратегия выбора решения «каждый против каждого». Такая стратегия строит классификаторы для каждой пары классов, а к полученному в итоге множеству ответов применяет мажоритарное голосование — класс, выбранный большинством классификаторов, является конечным решением.

Обученная на основе информативных признаков модель SVM использовалась в дальнейшем для решения практических задач идентификации автора исходного кода. Результатом работы модели являлось принятое множество бинарных классификаторов решение относительно принадлежности анонимного исходного кода к одному из классов обучающей выборки.

3. Методика на основе гибридной нейронной сети. Глубокое обучение [13-17] моделирует абстрактное мышление человека с целью принятия решений относительно поставленных задач. Понятие «глубины» определяется как наличие в архитектуре более чем одного скрытого слоя. Современные архитектуры глубоких НС значительно превосходят традиционные методы МО во многих областях:

1. Обученные глубокие модели НС на практике оказываются проще, чем традиционные, что избавляет исследователей от необходимости выделения информативных признаков.

2. Гибкость глубоких моделей НС заключается в возможности их многократного применения, а также в беспрепятственном их дообучении без необходимости перезапуска.

3. Обучение глубоких моделей НС может происходить циклично по небольшим наборам данных — преимуществом является масштабируемость.

4. Процесс низкоуровневых вычислений, осуществляемый при обучении глубоких моделей НС, может быть распараллелен с помощью графических ускорителей (GPU) или тензорных процессоров (TPU), что позволяет уменьшить временные затраты.

Наиболее популярными архитектурами глубоких НС являются RNN, сверточные НС (CNN), а также гибридные НС (HNN), представляющие собой комбинации различных архитектур [14].

Обобщенная методика идентификации автора исходного кода на основе HNN представлена на рисунке 2.



Рис. 2. Обобщенная методика идентификации автора исходного кода на основе HNN

Так как НС способны принимать на входе исключительно числовые тензоры различных рангов, возникла необходимость решения вопроса преобразования данных в тензорный вид.

С этой целью применялся метод прямого кодирования (one-hot encoding). Принцип его работы, представленный на рисунке 3, заключается в создании для каждого символа тензора первого ранга (вектора) из 256 нулей и единицы на позиции элемента с индексом, равным коду символа.

Данный метод использовался для преобразования в тензорный вид обучающей и тестовой выборок, а также анонимного исходного кода. Преобразование производилось на символьном уровне. Подлежащие преобразованию выборки были сформированы по следующим

параметрам: максимальная длина исходного кода — 500, максимальное количество исходных кодов одного автора — 20.

Символ	One-hot вектор
i	$0,0,0,\dots,0,0,1,0,\dots,0,0,0,0$ [105]
n	$0,0,0,\dots,1,0,0,0,\dots,0,0,0,0$ [110]
t	$0,0,0,\dots,0,1,0,0,\dots,0,0,0,0$ [116]
[space]	$0,0,0,\dots,0,0,0,1,\dots,0,0,0,0$ [32]
m	$0,0,0,\dots,0,0,1,0,\dots,0,0,0,0$ [109]
a	$0,0,0,\dots,1,0,0,0,\dots,0,0,0,0$ [97]
i	$0,0,0,\dots,0,1,0,0,\dots,0,0,0,0$ [105]
n	$0,0,0,\dots,0,0,0,1,\dots,0,0,0,0$ [110]

Рис. 3. Принцип работы one-hot кодирования

На полученных методом one-hot кодирования данных обучающей выборки было произведено обучение модели HNN.

В качестве инструмента для реализации архитектуры HNN выбрана библиотека для глубокого анализа данных Keras [18], предназначенная для создания и обучения практически любых архитектур нейросетей.

Выполнение низкоуровневых операций с тензорами и дифференцирования происходило с помощью наиболее распространенного бэкенда TensorFlow, обладающего высоким качеством и способностью к масштабированию.

При выборе архитектуры НС учитывались особенности исходных кодов как объекта исследования: лексические, синтаксические и семантические правила, парадигмы различных языков, которые могут так или иначе влиять на процесс идентификации программиста.

Исходный код представляет собой последовательность символов, что обуславливает необходимость применения рекуррентной архитектуры. Такие сети способны запоминать состояния, получаемые от обработки предыдущих элементов.

Авторские признаки исходных кодов, выявляемые НС при обучении, различны по размеру. Сверточные НС предназначены для распознавания локальных и глобальных признаков.

В общем случае выходное значение $h^{(t)} \in R^n$ скрытого слоя RNN на шаге обучения t можно представить как:

$$h^{(t)} = f(Wx^{(t)} + Uh^{(t-1)} + b^h), \quad (7)$$

где $x^{(t)} \in R^m$ — входной вектор в момент t , $W \in R^{m \times n}$, $U \in R^{n \times n}$, $b^h \in R^n$ — обучаемые параметры НС, f — функция активации.

Скрытый слой классической CNN формирует выходное значение (карту признаков) слоя l следующим образом:

$$h_j^l = f(\sum_i x_i^{l-1} * k_j^l + b_j^l), \quad (8)$$

где f — функция активации, b_j — коэффициент сдвига для карты признаков, k_j — ядро свертки номер j , x_i^{l-1} — карта признаков предыдущего слоя, $*$ — операция свертки.

На рисунке 4 представлены следующие слои HNN:

- conv1D — одномерный сверточный слой. Может иметь различный масштаб для учета всех размерностей признакового пространства;
- concatenate — объединяющий слой. Применяется во избежание проблем с обработкой и обучением на новых данных;
- bidirectional(gru) — слой, объединяющий две независимые RNN: входная последовательность подается в обычном порядке для одной сети и в обратном для другой. Выходы обеих сетей объединяются на каждом шаге;
- dropout — слой, противодействующий переобучению. При поступлении нового объекта входные сигналы отключаются с заданной вероятностью;
- dense — полносвязный слой для классификации данных.

В качестве рекуррентной составляющей HNN применялись двунаправленные управляемые рекуррентные нейроны (BiGRU) [19] — вариация RNN, учитывающие состояния как предыдущих шагов во времени, так и будущих.

Сверточная составляющая HNN реализована сетью GoogleNet, также известной как Inception-v1 [20]. Особенность данной архитектуры заключается в параллельной работе слоев со свертками разных размерностей для дальнейшей их конкатенации в конечный результат.

Архитектура HNN, представленная на рисунке 1, не нуждается в предварительном определении набора авторских признаков. Более того, сверточно-рекуррентная НС способна находить информативные признаки самостоятельно.

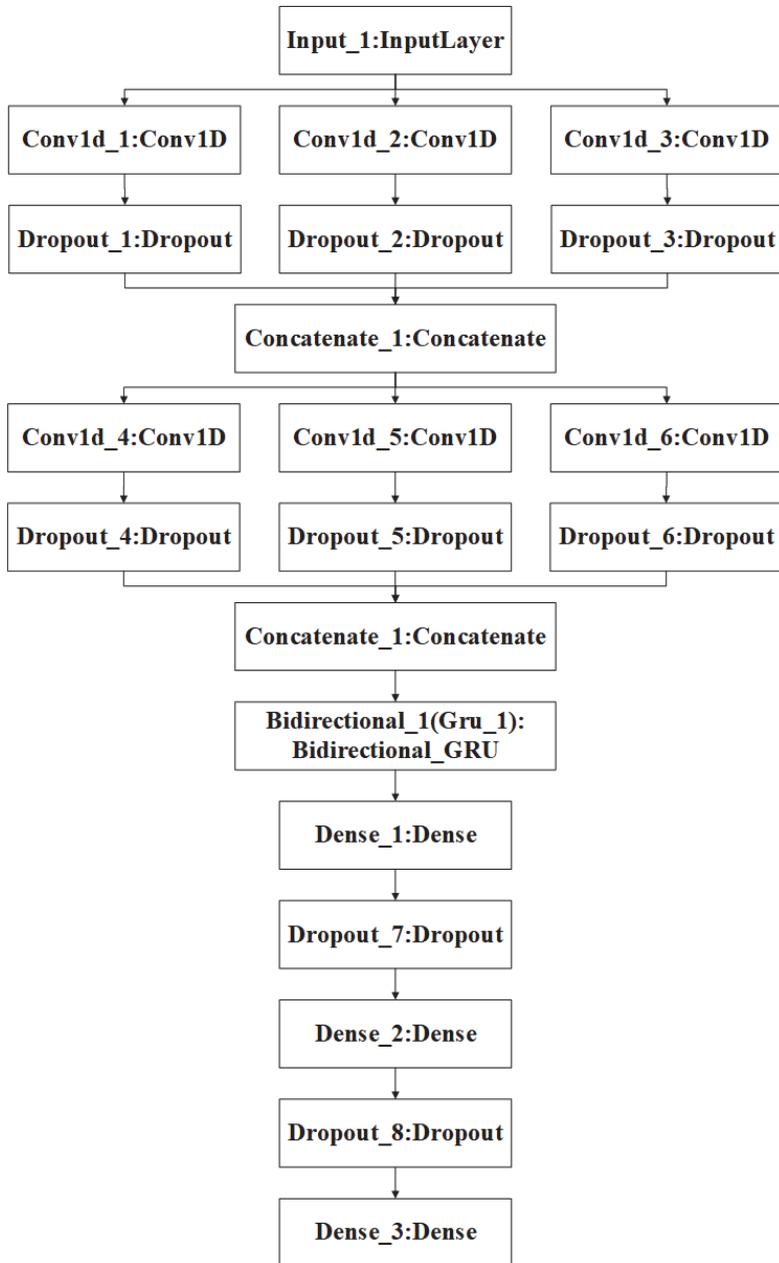


Рис. 4. Модель гибридной нейронной сети

Подбор характеристик и параметров НС является важнейшей процедурой, определяющей дальнейший ход обучения и конечный результат.

Минимизация ошибки, получаемой при обучении модели НС, происходит в процессе оптимизации смещений внутренних параметров и синаптических весов. Для этого использовался метод адаптивного шага обучения (Adadelta) [21], учитывающий историю значений градиента и изменения весов следующим образом:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{RMS[\Delta\theta]_{t-1}}{RMS[g]_t} g_t, \quad (9)$$

где $RMS[\Delta\theta]_t$ — среднеквадратичная ошибка обновления параметров, g_t — градиент на момент t , θ_t — параметры сети на момент t , а среднеквадратичная ошибка обновления параметров определяется как:

$$RMS[\Delta\theta]_t = \sqrt{E[\Delta\theta^2]_t + \varepsilon}, \quad (10)$$

где $E[\Delta\theta^2]_t$ — скользящее среднее на момент t , ε — сглаживающий параметр.

Преимущество выбранного оптимизатора заключается в автоматической настройке скорости обучения без ее уменьшения. Результат работы НС должен иметь эффективное ограничение, то есть соответствующее вероятностное распределение на выходе последнего слоя.

Такое распределение было определено функцией активации Softmax [22] — обобщенной логистической функцией для многомерного случая, позволяющей трактовать выходные значения нейронов как вероятность принадлежности целевому классу.

Активатор Softmax позволяет избежать проблему затухания градиентов, свойственную алгоритму обратного распространения ошибки при его использовании в глубоком обучении:

$$\sigma(z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^K e^{z_k}}, \quad (11)$$

где σ — стандартная экспоненциальная функция, z_i — элемент входного вектора z , k — количество целевых классов.

По формуле (11) вычисляется экспонента входного значения и сумма экспоненциальных значений всех значений на входах. Данное отношение определяет выход функции Softmax. Координаты сформированного вектора являются вероятностями принадлежности объекта классу i . Вектор-столбец z при этом рассчитывается как:

$$z = \omega^T x - \theta, \quad (12)$$

где x — вектор-столбец признаков объекта размерности $M \times 1$, ω^T — транспонированная матрица весовых коэффициентов признаков, имеющая размерность $K \times M$ — вектор-столбец с пороговыми значениями размерности $K \times 1$, где K — количество классов объектов, а M — количество признаков объектов.

Согласно поставленной задаче и выбранной функции активации, была подобрана функция потерь. В данном случае использована categorical crossentropy, характеризующая потери при неправильном принятии решений на основании полученных данных.

Процедура регуляризации i -го нейрона происходила с помощью прореживания (dropout):

$$O_i = X_i a \left(\sum_{k=1}^{d_i} \omega_k x_k + b \right), \quad (13)$$

где X_i — случайная величина, k — всевозможные выходные значения, a — функция активации.

Таким образом, прореживание обнуляет часть элементов вектора и позволяет предотвратить процесс переобучения.

Обученная на основе рассмотренных характеристик и параметров модель НС применялась для решения практических задач идентификации автора исходного кода. Результатом работы модели являлось принятое на основе распределения вероятностей решение относительно принадлежности анонимного исходного кода к одному из классов обучающей выборки.

4. Результаты экспериментов. Процесс обучения любой модели и дальнейшая ее оценка подразумевают использование репрезентативных данных. Их сбор был произведен с крупнейшего веб-сервиса для хостинга IT-проектов GitHub [23]. Были отобраны языки, входящие в десятку наиболее популярных языков программирования.

Информация о корпусе представлена в таблице 4.

Таблица 4. Наборы данных для эксперимента

Язык	Количество кодов в наборе	Количество авторов в наборе	Средняя длина кода, символов
C++	12366	72	988
Java	39708	73	2409
JS	18735	69	397
Python	16783	57	532
C	17274	62	1162
C#	19378	71	638
Ruby	19150	58	304
PHP	17158	80	374

В исследовании был проведен эксперимент, направленный на выявление наиболее эффективной в рамках поставленной задачи архитектуры рекуррентной части НС. Выбор осуществлялся между современными моделями: GRU (управляемые рекуррентные блоки) и BiGRU. Популярные архитектуры LSTM и BiLSTM не были рассмотрены, так как они включают в себя больше фильтров и операций, чем GRU и BiGRU, а следовательно, требуют больше вычислительных ресурсов. Эксперимент был проведен на корпусе авторов, пишущих на языке C++. Его результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5. Оценка точности GRU и BiGRU архитектур

Архитектура	5 авторов	10 авторов	20 авторов
GRU	83,4%	81%	79,8%
BiGRU	92%	91,5%	90%

Архитектура GRU решает проблему потери информации. Входной фильтр такой сети определяет, сколько информации из предыдущего слоя будет храниться в нейроне. Выходной фильтр определяет, сколько информации получают следующие слои. Полученный результат свидетельствует о недостаточности хранящихся в ячейках памяти GRU предыдущих шагов для эффективной идентификации.

Наибольшая точность идентификации была достигнута на модели HNN совместно с ViGRU. Такой результат обусловлен способностью ViGRU сети маркировать каждый элемент последовательности на основе не только прошлого, но также будущего контекста.

Предложенные архитектуры HNN и SVM были экспериментально оценены на наборе данных (таблица 4). Результаты экспериментов для модели SVM — таблица 6, для HNN — таблица 7.

Таблица 6. Оценка точности SVM-классификатора

Язык	5 авторов	10 авторов	20 авторов
C++	88,1%	87,6%	87%
Java	90,5%	90%	86,2%
JS	89%	87,4%	80%
Python	96%	90,1%	85,2%
C	91,2%	86,6%	85%
C#	90%	87%	82,5%
Ruby	88,5%	82,7%	76%
PHP	91%	86%	84,3%

Таблица 7. Оценка точности HNN-классификатора

Язык	5 авторов	10 авторов	20 авторов
C++	92%	91,5%	90%
Java	97,2%	93%	88,7%
JS	91,5%	82,1%	76%
Python	95,2%	92%	91,6%
C	96,1%	95,3%	94%
C#	95,5%	87,6%	83,4%
Ruby	94,7%	81,7%	77%
PHP	92%	89%	85,9%

Для наиболее популярного языка программирования Java эксперимент был расширен — получены оценки для корпусов из 30, 40 и 50 авторов. На их основе были построены графики зависимости точности от количества авторов для HNN (рисунок 5) и для SVM (рисунок 6).

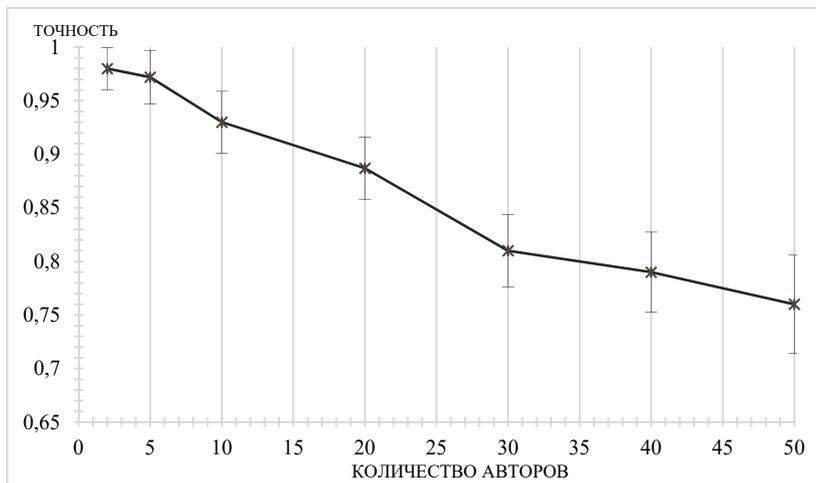


Рис. 5. График зависимости точности кросс-валидации HNN от количества авторов (для языка Java)

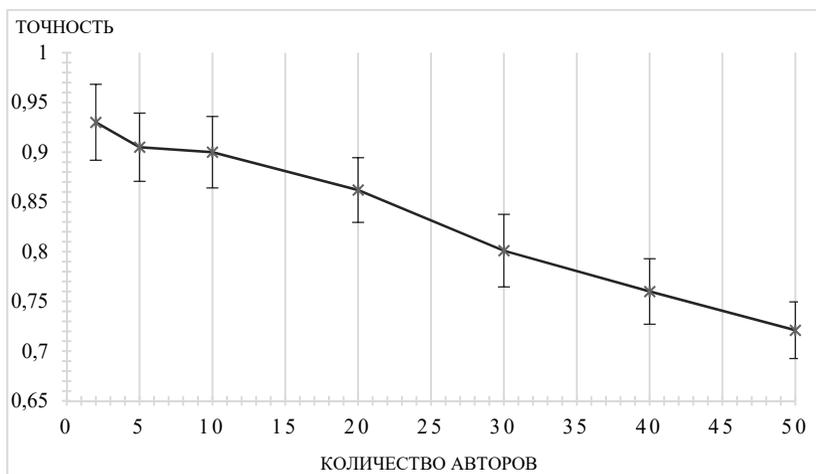


Рис. 6. График зависимости точности кросс-валидации SVM от количества авторов (для языка Java)

Графики демонстрируют постепенное падение точности при увеличении количества авторов, участвующих в эксперименте. Данная проблема может быть решена путем увеличения размера корпуса для каждого автора.

Можно сделать вывод, что обе методики продемонстрировали высокую точность для всех языков программирования. Особенности языка, на котором пишет программист влияют на результативность, но в целом обе методики являются универсальными. Лучшей точностью обладает глубокая HNN. Однако следует отметить, что среднее время обучения такой НС составляет ~900 с., что в десятки раз превышает время обучения SVM-классификатора.

Разработанные методики были также протестированы на корпусе исходных кодов программ по дисциплинам «Основы программирования», «Языки программирования», «Методы и технологии программирования» студентов Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. В корпус вошли работы 75 студентов 2-3 курса факультета безопасности. Написанные ими программы реализуют решения однотипных задач на языке программирования C++, что исключает повышение разделяющей способности из-за специфичности функционального назначения программ. Выборка была ограничена 15 исходными кодами объемом не более 500 строк. Полученные в ходе эксперимента оценки точности приведены в таблице 8.

Таблица 8. Оценка точности на корпусе студентов ТУСУРа

Классификатор	5 авторов	10 авторов	20 авторов
HNN	93%	91%	86,1%
SVM	88,9%	84,2%	81%

Представленные результаты свидетельствуют о том, что предложенные подходы являются эффективными для идентификации авторства кода не только опытных профессиональных программистов, но и начинающих — квалификация не оказывает влияния на точность классификации. Это говорит о перспективности применения методик в образовательном процессе для оценки работ по программированию.

В таблице 9 приведен обзор результатов разработанных методик и других современных работ, посвященных идентификации автора исходного кода.

Таблица 9. Сравнение подходов

Автор	Метод	Корпус	Точность	Язык
Yang X., Li Q., Guo Y. [1]	МРЧ, НС	40 авторов	91%	Java
Alsulami B., Dauber E. [2]	АСД, LSTM/BiLSTM	25 авторов	92/96%	Python
		10 авторов	80/85%	C++
Wisse W., Veenman C.J. [3]	АСД, SCAP, <i>n</i> - граммы, SVM	34 автора	80%	JS
Zia T., Ilyas M. [4]	АСД, «запахи кода», SVM	10 авторов	75%	Java
Caliskan-Islam A., Harang R. [5]	Нечеткие АСД, случайные деревья	50 авторов	90%	Python
Caliskan-Islam A., Dauber E. [6]	Нечеткие АСД, калибровочные кривые	106 авторов	73%	C++
Wang T., Ji S. [7]	Статические и динамические метрики	23 автора	94%	Python
Abuhamad M., AbuHmed T. [8]	RNN, random forest	50 авторов	95,2%	C++
Mohsen A.M., El- Makky N.M., [9]	SVM, <i>n</i> -граммы, автоэнкодер	50 авторов	95%	-
Куртукова А.В., Романов А.С.	SVM, фильтр быстрой корреляции, информативные признаки	5 авторов	96%	Python
		10 авторов	87,4%	JS
		20 авторов	85%	C
Куртукова А.В., Романов А.С.	Глубокая рекуррентно- сверточная НС (HNN)	5 авторов	97,2%	Java
		10 авторов	89%	PHP
		20 авторов	90%	C++

Сравнительный анализ демонстрирует, что предложенные методики позволили получить наилучшие результаты. Кроме того, они оказались высокоэффективными для языков программирования, не рассмотренных в научных трудах зарубежных исследователей — C, C#, Ruby, PHP.

Заключение. В данной статье были предложены две новых методики для идентификации автора исходного кода: на основе SVM, фильтра быстрой корреляции и информативных признаков и на основе гибридной нейронной сети HNN.

Предложенные методики показали лучшие результаты в сравнении с современными подходами, опробованными зарубежными исследователями.

Анализ результатов экспериментов продемонстрировал, что подход на основе HNN способен достигать точности 97%, что является наилучшим результатом на сегодняшний день. Традиционный метод классификации, реализованный на основе SVM, позволил добиться точности 96%. В среднем точность классификации HNN превосходит SVM на 5%.

Кроме того, следует учитывать тот факт, что на вход HNN подавались необработанные исходные коды, в то время как SVM обучалась на признаковом пространстве, сформированном экспертами вручную и преобразованном с помощью фильтра быстрой корреляции, однако часть из них может сознательно контролироваться программистом. Модель HNN оказалась способна находить новые закономерности и зависимости в данных, являющиеся неявными для исследователя, а также косвенно учитывать интеллектуальное содержание и особенности реализации программного кода.

Таким образом, HNN является устойчивой к намеренным изменениям исходного кода, а признаки, используемые для обучения SVM, напротив, вариативны для одного программиста, что делает возможным принятие контрмер для анонимизации исходных кодов.

Особенности языка программирования не оказали влияния на точность классификации — обе методики универсальны и могут применяться для идентификации авторов-программистов, независимо от предпочитаемого ими языка. Кроме того, методика на основе HNN продемонстрировала высокую точность идентификации на различных наборах исходных кодов и независимость от квалификации программиста.

В дальнейшем планируется продолжить исследования. В частности, извлечение решающих правил из обученной НС и их применение совместно с SVM, а также использование ансамбля классификаторов позволят повысить точность классификации и снизить временные затраты на обучение моделей.

Литература

1. *Yang X., Li Q., Guo Y., Zhang M.* Authorship attribution of source code by using backpropagation neural network based on particle swarm optimization // PLoS ONE. 2017. vol. 12. no. 11. pp. e0187204.
2. *Alsulami B. et al.* Source Code Authorship Attribution using Long Short-Term Memory Based Networks // Proceedings of the 22nd European Symposium on Research in Computer Security. 2017. pp. 65–82.
3. *Wisse W., Veenman C.J.* Scripting DNA: Identifying the JavaScript Programmer // Digital Investigation. 2015. vol. 15. pp. 61–71.
4. *Gull M., Zia T., Ilyas M.* Source Code Author Attribution Using Author's Programming Style and Code Smells // International Journal of Intelligent Systems and Applications. 2017. vol. 9. no. 5. pp. 27–33.
5. *Caliskan-Islam A. et al.* De-anonymizing programmers via code stylometry // Proceedings of the 24th USENIX Security Symposium. 2015. pp. 255–270.

6. *Dauber E. et al.* Poster: Git Blame Who?: Stylistic Authorship Attribution of Small, Incomplete Source Code Fragments // 2018 IEEE/ACM 40th International Conference on Software Engineering: Companion (ICSE-Companion). 2018. pp. 356–357.
7. *Wang N., Ji S., Wang T.* Integration of Static and Dynamic Code Stylometry Analysis for Programmer De-anonymization // Proceedings of the 11th ACM Workshop on Artificial Intelligence and Security. 2018. pp. 74–84.
8. *Abuhamad M., AbuHmed T., Mohaisen A., Nyang D.* Large-Scale and Language-Oblivious Code Authorship Identification // Proceedings of the 2018 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security. 2018. pp. 101–114.
9. *Mohsen A.M., El-Makky N.M., Ghanem N.* Author Identification using Deep Learning // 2016 15th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA). 2016. pp. 898–903.
10. *Созинова И.С., Романов А.С., Мецзяков П.В.* Определение поискового спама с использованием метода опорных векторов // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 5(36). С. 78–91.
11. *Wu T.F., Lin C.J., Weng R.C.* Probability estimates for multi-class classification by pairwise coupling // Journal of Machine Learning Research. 2004. vol. 5. pp. 975–1005.
12. *Романов А.С., Шелуцанов А.А., Мецзяков П.В.* Разработка и исследование математических моделей, методик и программных средств информационных процессов при идентификации автора текста // Томск: В-Спектр. 2011. 188 с.
13. *LeCun Y., Bengio Y., Hinton G.* Deep learning // Nature. 2015. vol. 521. no. 7553. pp. 436–444.
14. *Schmidhuber J.* Deep Learning in Neural Networks: An Overview // Neural Networks. 2015. vol. 61. pp. 85–117.
15. *Zhang X., Zhao J., LeCun Y.* Character-level Convolutional Networks for Text Classification // Advances in neural information processing systems. 2015. pp. 649–657.
16. *Najafabadi M.M. et al.* Deep learning applications and challenges in big data analytics // Journal of Big Data. 2015. vol. 2. no. 1. pp. 21.
17. *Chen X.W., Lin X.* Big Data Deep Learning: Challenges and Perspectives // IEEE Access. 2014. vol. 2. pp. 514–525.
18. *Gulli A., Pal S.* Deep learning with Keras // Packt Publishing Ltd. 2017. 490 p.
19. *Fei H., Tan F.* Bidirectional Grid Long Short-Term Memory (BiGridLSTM): A Method to Address Context-Sensitivity and Vanishing Gradient // Algorithms. 2018. vol. 11. no. 11. pp. 172.
20. *Szegedy C. et al.* Going Deeper with Convolutions // Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2015. pp. 1–9.
21. *Zeiler M.D.* Adadelta: an adaptive learning rate // arXiv preprint arXiv:1212.5701. 2012.
22. *Nwankpa C., Ijomah W., Gachagan A., Marshall S.* Activation Functions: Comparison of trends in Practice and Research for Deep Learning // arXiv preprint arXiv:1811.03378. 2018.
23. Github. URL: <https://github.com/> (дата обращения: 20.02.2019).

Куртукова Анна Владимировна — студентка, кафедра безопасности информационных систем, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). Область научных интересов: информационная безопасность, интеллектуальный анализ данных, искусственный интеллект, обработка текста. Число научных публикаций — 8. av.kurtukova@gmail.com; ул. Красноармейская, 146, 634034, Томск, Российская Федерация; р.т.: +7(905)9916713.

Романов Александр Сергеевич — канд. техн. наук, доцент, кафедры безопасности информационных систем, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). Область научных интересов: информационная безопасность, интеллектуальный анализ данных, искусственный интеллект, обработка текста. Число научных публикаций — 50. alexh.romanov@gmail.com; ул. Красноармейская, 146, 634034, Томск, Российская Федерация; р.т.: +7 (382) 241-34-26.

A.V. KURTUKOVA, A.S. ROMANOV
**IDENTIFICATION AUTHOR OF SOURCE CODE BY
MACHINE LEARNING METHODS**

Kurtukova A.V., Romanov A.S. Identification Author of Source Code by Machine Learning Methods.

Abstract. The paper is devoted to the analysis of the problem of determining the source code author, which is of interest to researchers in the field of information security, computer forensics, assessment of the quality of the educational process, protection of intellectual property.

The paper presents a detailed analysis of modern solutions to the problem. The authors suggest two new identification techniques based on machine learning algorithms: support vector machine, fast correlation filter and informative features; the technique based on hybrid convolutional recurrent neural network.

The experimental database includes samples of source codes written in Java, C ++, Python, PHP, JavaScript, C, C # and Ruby. The data was obtained using a web service for hosting IT-projects – Github. The total number of source codes exceeds 150 thousand samples. The average length of each of them is 850 characters. The case size is 542 authors.

The experiments were conducted with source codes written in the most popular programming languages. Accuracy of the developed techniques for different numbers of authors was assessed using 10-fold cross-validation. An additional series of experiments was conducted with the number of authors from 2 to 50 for the most popular Java programming language. The graphs of the relationship between identification accuracy and case size are plotted. The analysis of result showed that the method based on hybrid neural network gives 97% accuracy, and it's at the present time the best-known result. The technique based on the support vector machine made it possible to achieve 96% accuracy. The difference between the results of the hybrid neural network and the support vector machine was approximately 5%.

Keywords: Source Code Writer, Deep Learning, Neural Network, SVM, HNN.

Kurtukova Anna Vladimirovna — Student, Information System Security of Security Department, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR). Research interests: information security, machine learning, text mining. The number of publications — 8. av.kurtukova@gmail.com; 146, Krasnoarmejskaja, 634034, Tomsk, Russian Federation; office phone: +7(905)9916713.

Romanov Alexander Sergeevich — Ph.D., Associate Professor, Information System Security Department, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR). Research interests: : information security, data mining, artificial intelligence, word processing. The number of publications — 50. alexx.romanov@gmail.com; 146, Krasnoarmejskaja, 634034, Tomsk, Russian Federation; office phone: +7 (382) 241-34-26.

References

1. Yang X., Li Q., Guo Y., Zhang M. Authorship attribution of source code by using backpropagation neural network based on particle swarm optimization. *PLoS ONE*. 2017. vol. 12. no. 11. pp. e0187204.
2. Alsulami B. et al. Source Code Authorship Attribution using Long Short-Term Memory Based Networks. Proceedings of the 22nd European Symposium on Research in Computer Security. 2017. pp. 65–82.
3. Wisse W., Veenman C.J. Scripting DNA: Identifying the JavaScript Programmer. *Digital Investigation*. 2015. vol. 15. pp. 61–71.

4. Gull M., Zia T., Ilyas M. Source Code Author Attribution Using Author's Programming Style and Code Smells. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*. 2017. vol. 9. no. 5. pp. 27–33.
5. Caliskan-Islam A. et al. De-anonymizing programmers via code stylometry. Proceedings of the 24th USENIX Security Symposium. 2015. pp. 255–270.
6. Dauber E. et al. Poster: Git Blame Who?: Stylistic Authorship Attribution of Small, Incomplete Source Code Fragments. 2018 IEEE/ACM 40th International Conference on Software Engineering: Companion (ICSE-Companion). 2018. pp. 356–357.
7. Wang N., Ji S., Wang T. Integration of Static and Dynamic Code Stylometry Analysis for Programmer De-anonymization. Proceedings of the 11th ACM Workshop on Artificial Intelligence and Security. 2018. pp. 74–84.
8. Abuhamad M., AbuHmed T., Mohaisen A., Nyang D. Large-Scale and Language-Oblivious Code Authorship Identification. Proceedings of the 2018 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security. 2018. pp. 101–114.
9. Mohsen A.M., El-Makky N.M., Ghanem N. Author Identification using Deep Learning. 2016 15th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA). 2016. pp. 898–903.
10. Sozinova I.S., Romanov A.S., Meshcheryakov R.V. [Search Spam Identification Using Support Vector Machine]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 5(36). pp. 78–91. (In Russ.).
11. Wu T.F., Lin C.J., Weng R.C. Probability estimates for multi-class classification by pairwise coupling. *Journal of Machine Learning Research*. 2004. vol. 5. pp. 975–1005.
12. Romanov A.S., Shelupanov A.A., Meshcheryakov R.V. *Razrabotka i issledovanie matematicheskikh modelej, metodik i programmyh sredstv informacionnyh processov pri identifikacii avtora teksta* [Development and research of mathematical models, methods and software tools of information processes in the identification of the author of the text]. Tomsk: V-Spektr. 2011. 188 p. (In Russ.).
13. LeCun Y., Bengio Y., Hinton G. Deep learning. *Nature*. 2015. vol. 521. no. 7553. pp. 436–444.
14. Schmidhuber J. Deep Learning in Neural Networks: An Overview. *Neural Networks*. 2015. vol. 61. pp. 85–117.
15. Zhang X., Zhao J., LeCun Y. Character-level Convolutional Networks for Text Classification. *Advances in neural information processing systems*. 2015. pp. 649–657.
16. Najafabadi M.M. et al. Deep learning applications and challenges in big data analytics. *Journal of Big Data*. 2015. vol. 2. no. 1. pp. 21.
17. Chen X.W., Lin X. Big Data Deep Learning: Challenges and Perspectives. *IEEE Access*. 2014. vol. 2. pp. 514–525.
18. Gulli A., Pal S. Deep learning with Keras. Packt Publishing Ltd. 2017. 490 p.
19. Fei H., Tan F. Bidirectional Grid Long Short-Term Memory (BiGridLSTM): A Method to Address Context-Sensitivity and Vanishing Gradient. *Algorithms*. 2018. vol. 11. no. 11. pp. 172.
20. Szegedy C. et al. Going Deeper with Convolutions. Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2015. pp. 1–9.
21. Zeiler M.D. Adadelta: an adaptive learning rate. arXiv preprint arXiv:1212.5701. 2012.
22. Nwankpa C., Ijomah W., Gachagan A., Marshall S. Activation Functions: Comparison of trends in Practice and Research for Deep Learning. arXiv preprint arXiv:1811.03378. 2018.
23. Github. Available at: <https://github.com/> (accessed: 20.02.2019).

Ф.В. КРАСНОВ, А.В. ДИМЕНТОВ, М.Е. ШВАРЦМАН
**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОЛЛЕКЦИЙ НАУЧНЫХ
ЖУРНАЛОВ**

Краснов Ф.В., Диментов А.В., Шварцман М.Е. Сравнительный анализ коллекций научных журналов.

Аннотация. Разработан подход для сравнительного анализа коллекций научных журналов на основе анализа графа соавторств и модели текста. Использование временных рядов метрик графа соавторства позволило провести анализ тенденций в развитии коллабораций авторов журнала. Модель текста была построена с помощью методов машинного обучения. При помощи модели текста была произведена классификация контента журналов для выявления степени аутентичности различных журналов и различных выпусков одного журнала. Разработана метрика Коэффициент контентной аутентичности, позволяющая количественно оценивать аутентичность коллекций журналов в сравнении. Сравнительный тематический анализ коллекций журналов выполнен с использованием тематической модели с аддитивной регуляризацией. На основании созданной тематической модели авторами построены тематические профили архивов журналов в едином тематическом базисе. Разработанный подход был применен к архивам двух журналов по тематике *Ревматология* за период 2000 – 2018 гг. В качестве эталона для сравнения метрик соавторств были взяты публичные наборы данных научной лаборатории SNAP Стендфордского университета. Проведено сравнение коллабораций соавторов журналов по тематике *Ревматология* с эталонными коллаборациями авторов. Произведено количественное сопоставление больших объемов текстов и метаданных научных статей. В результате проведенного авторами эксперимента с использованием разработанных методик показано, что контентная аутентичность выбранных журналов составляет 89%, соавторства в одном из журналов имеют ярко выраженную центральность, что является отличительной чертой редакционной политики. Наглядность и непротиворечивость полученных результатов подтверждает эффективность предложенного подхода. Разработанный в ходе эксперимента код на языке программирования Python может быть применен для сравнительного анализа других коллекций журналов на русском языке.

Ключевые слова: сравнительный тематический анализ, сравнительная модель текста, глубокий анализ текста, анализ социальных сетей, метрики графов.

1. Введение. Сама возможность исследования соавторств связана с появлением электронных научных библиотек. В 1994 году цифровые библиотеки стали видимыми благодаря совместной инвестиционной программе Национального научного фонда (NSF, USA) и Управления перспективными исследовательскими проектами Министерства обороны США (DARPA) [1]. В 2005 году создана Российская Ассоциация электронных библиотек. Инициаторами стали Российская государственная библиотека, Библиотека по естественным наукам РАН и другие организации.

Значительное количество исследований сетей соавторов [2–6] направлено на улучшение понимания структуры научного сотрудничества.

Соавторские сети являются важным классом социальных сетей и широко используются для определения структуры научного сотрудничества и статуса отдельных исследователей. Хотя соавторство несколько похоже на изученные сети цитирования в научной литературе [7], оно подразумевает гораздо более сильную социальную связь. Цитирование может происходить без ведома авторов, и могут изменяться во времени. Соавторство подразумевает временные и коллегиальные отношения, которые ставят его более прямо в область анализа социальных сетей.

Цифровые издательские платформы хранят архивы журналов и могут выполнять роль аналитического инструмента для редакций и для новых авторов. Новые авторы заинтересованы в том, чтобы найти наилучший журнал для публикации своей статьи. Например, у Elsevier есть Fingerprint Engine, помогающая автору определиться с журналом для публикации. Престиж журнала определяется метрикам цитируемости. Существуют различные метрики качества журналов. Например, метрика CiteScore, в которую включено около 40 тысяч журналов. CiteScore, по сути, показывает среднее цитирование публикаций издания за трехлетний период. Конечно, получить для журнала высокие значения метрики CiteScore является целью любой редакции. Например, журнал «Progress in Materials Science» обладает значением CiteScore 30.87 – это очень высокое значение. Но чем принципиально отличается журнал «Progress in Materials Science» от журнала «Materials Science and Engineering» со значением CiteScore 0.46? CiteScore – максимально прозрачная метрика, для ее подсчета не используются никакие специальные алгоритмы, но расчет производится по определенному списку журналов. Редакция журнала, стремящегося попасть в этот список, встает перед задачей приведения терминологии к мировым стандартам. Что тоже обязывает анализировать контент автоматизированными средствами и проводить сравнение с другими журналами.

В первом приближении можно представить журнал как набор статей – текст и мета информация. Для простоты дальнейшего изложения обозначим набор рассматриваемых архивов журналов как множество J , тогда один архив журнала будем обозначать как j . Каждый архив журнала состоит из множества статей p . В свою очередь, статья p состоит из текста (d), информации об авторах (a), дате выпуска (y) и других метаданных. Математическая модель для нескольких архивов журналов может быть записана в следующем виде:

$$J = (j_0, \dots, j_N), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{где } j_i &= [D_{j_i}(Y_{j_i}), A_{j_i}(Y_{j_i})]; \\ D_{j_i}(Y_{j_i}) &= (d_0, \dots, d_K); \\ A_{j_i}(Y_{j_i}) &= (a_0, \dots, a_L); \\ Y_{j_i} &= (y_0, \dots, y_k). \end{aligned}$$

В выражении (1) $D_{j_i}(\circ)$ обозначает множество текстов научных статей из архива журнала j_i , $A_{j_i}(\circ)$ обозначает множество авторов статей из архива журнала j_i , а Y_{j_i} обозначает множество дат выпусков из архива журнала j_i . Для данного исследования важно подчеркнуть, что рассмотрение $D_{j_i}(\circ)$ и $A_{j_i}(\circ)$ производится в контексте определенного множества Y_{j_i} , что также может быть истолковано как зависимость $D_{j_i}(\circ)$ и $A_{j_i}(\circ)$ от времени.

Для сравнения двух коллекций журналов в самом общем случае нам необходимо определить метрику близости этих коллекций $Sim(\circ)$. Имея на входе модель коллекций J , метрику близости $Sim(J)$ должна выдавать количественную характеристику обратного расстояния между коллекциями в пространстве, определяемом моделью J . Значения $Sim(J)$ после нормировки находятся в интервале от 0 до 1. Значения $Sim(J) \leq 0.5$ называют неточными, так как отличить сравниваемые в такой модели коллекции не представляется возможным. Значения $Sim(J) > 0.5$ называют точными. Так как $Sim(\circ)$ определена, а изменяются только рассматриваемые модели J , то будем далее говорить о точности модели.

Сформулируем исследовательский вопрос BI :

BI : Какова будет точность модели

$$J = (j_{ProgressInMaterialsScience}, j_{MaterialsScienceAndEngineering})$$

при определении различий журналов? В частности, с какой точностью по произвольной статье (\hat{d}) мы сможем определить, к какому из двух журналов эта статья относится?

Ответ на вопрос BI важен для определения контентной аутентичности журнала: насколько содержания двух журналов похожи. В настоящее время вопросы сравнительного анализа текстов получили развитие во многих исследованиях [8–10] и добились высокой точности в сравнении текстов на разных языках и сравнения эмоциональной окраски текстов. А в современном исследовании [11] рассматривается вопрос идентифика-

ции текстов, сгенерированных автоматически (искусственно) с помощью программных алгоритмов. Данная задача является актуальной в связи с распространением таких текстов в Интернете и даже в научных электронных библиотеках.

Кроме различий между журналами представляет ценность и понимание того, как контент одного журнала эволюционирует во времени. Отсюда следует вопрос *B2*:

B2 : Пусть даны два непересекающихся временных промежутка $Y_{j_0}^1$ и $Y_{j_0}^2$ такие, что $Y_{j_0}^1 \in Y_{j_0}$ и $Y_{j_0}^2 \in Y_{j_0}$. С какой точностью модель на основе J сможет отличить, к какому из временных промежутков относится статья (\hat{d}) ?

Ответы на исследовательские вопросы *B1-2* дают количественные оценки и могут служить для редакций журналов побуждением к действиям. Но способы улучшения контентной аутентичности журнала остаются на усмотрение редакции журнала. Нет универсальных рекомендаций по продвижению журнального контента. Поэтому точность ответов на вопросы *B1-2* не всегда должна быть высокой. Возможно, что существуют определенные временные циклы, когда с точки зрения редакции целесообразно возвращаться к определенным тематикам. И тогда точность ответов на вопрос *B2* будет невысокой, то есть, например, невозможно будет определить год выпуска журнала по произвольной статье. Или другой случай, если редакция журнала j_0 определила, что хочет быть похожа по тематикам на какой-то определеннный журнал j_1 , то тогда точность в ответе на вопрос *B1* для этих журналов будет невысокой: $Sim(J(j_0, j_1) < 0.5)$. Все эти нюансы определяются редакционной стратегией и ответы на вопросы *B1-2* полезны как для определения стратегии, так и для мониторинга ее выполнения.

Авторов A_{j_i} статей, входящих в архив журнала j_i , принято рассматривать как профессиональное сообщество $G(A)$. К такому представлению сообщества $G(A)$ применимы методы анализа социальных сетей (SNA – Social network analysis). Обозначим множество этих методов как M_i , к таким методам относятся: выявление сообществ, определение метрик графов, определение лидеров мнений, кластеризация сетей соавторов. Понимание структурных особенностей коллаборации своих авторов также представляется важным для редакции журнала, сосредоточенной на развитии. Очевидно, что высокоцитируемые авторы делают журналы высокоцитируемыми. Но для журнала, стремящегося к увеличению цитируемости, целесообразно «создавать» новых высокоцитируемых авторов.

С другой стороны, высокоцитируемые журналы должны обладать особенностями в структуре авторского сообщества, которые необходимо изучать. И соавторские сообщества важно изучать не только сами по себе, но и в сравнении друг с другом. Таким образом, третий исследовательский вопрос (*B3*) будет следующим:

B3 : Пусть даны два сообщества соавторов: $G(A_{j_0})$ и $G(A_{j_1})$. Какие методы M_i из набора средств для анализа социальных сетей являются наиболее полезными для редакций при сравнении $G(A_{j_0})$ и $G(A_{j_1})$?

Ответы на вопросы *B1-3* сами по себе являются информативными, но не дают конкретных рекомендаций по достижению целей редакции, направленных на развитие журнала. Постановка задачи по выработке рекомендаций может быть сделана в виде определения целевого состояния журнала, генерации стратегий трансформации, симуляции развития и решения оптимизационной задачи по приближению настоящего состояния журнала к целевому. Решение задачи по выработке рекомендаций выходит за рамки данного исследования.

Последующие разделы исследования содержат описание методики построения модели на основе J в сравнении с уже сделанными исследованиями в этом направлении; описание набора данных; результаты проведения цифрового эксперимента и заключение.

2. Методика исследования. Простая и широко используемая сетевая модель соавторства основана на ненаправленном двоичном графе G , в котором каждое ребро представляет отношение соавторства.

В данном исследовании авторы использовали более сложную сетевую модель соавторства, основанную на ориентированном взвешенном мультиграфе [12] с весами.

Двоичное представление графа сети соавторства опускает ряд факторов, которые формируют паттерны сотрудничества между авторами. Есть много случаев, когда двоичная сеть не соответствует здравому смыслу. Например, если два автора совместно публикуют много статей, следует ли считать связь между ними более важной, чем связь между случайными соавторами? Кроме того, если в одной статье два автора, а в другой – сто авторов, следует ли считать авторов первой статьи более связанными, чем авторов второй статьи? Чтобы разрешить эти противоречия, сеть соавторов представляют в виде ориентированного взвешенного мультиграфа. Граф соавторства G обозначается $G = (A, C, W)$, где A – множество узлов (авторов), C – множество ребер (отношения соавторов между авторами), а W – множество весов w_{ik} , которые связаны с каждым

ребром, соединяющим пару авторов (a_i, a_k) . Тогда связи между двумя авторами будут определять следующие факторы:

1. Частота соавторства: авторы, которые часто являются соавторами, должны иметь более высокий вес соавтора.

2. Общее количество соавторов статей: если в статье много авторов, каждая отдельная связь соавтора должна иметь меньший вес.

Теперь мы можем определить вес соавторских связей. Для этого рассмотрим множество статей с двумя и более соавторами. Пусть множество из L авторов, как и ранее, будет обозначено как $A = (a_0, \dots, a_L)$. Пусть множество из N статей обозначено как $P = (p_0, \dots, p_n, \dots, p_N)$, а $f(p_n)$ – число авторов статьи p_n . Тогда в пространстве (a_i, a_k, p_n) для каждой точки можно определить метрику E по следующей формуле:

$$E(a_i, a_k, p_n) = \frac{1}{f(p_n) - 1}. \quad (2)$$

Метрика $E(a_i, a_k, p_n)$ будет отражать степень, в которой авторы a_i и a_k имеют исключительное право на соавторство для конкретной статьи. Определение (2) для метрики $E(a_i, a_k, p_n)$ придает больший вес отношениям соавторов в статьях с меньшим количеством соавторов, чем статьям с большим числом соавторов. Другими словами, метрика $E(a_i, a_k, p_n)$ взвешивает отношение соавтора с точки зрения того, насколько оно исключительно. Поэтому метрику E принято называть *Исключительностью*.

Введем понятие *Частоты соавторства* $F(a_i, a_k)$ как суммы всех значений $E(a_i, a_k, p_n)$ для всех статей, созданных в соавторстве авторами a_i и a_k (3).

$$F(a_i, a_k) = \sum_{n=1}^N E(a_i, a_k, p_n). \quad (3)$$

Определение метрики *Частоты соавторства* (3) придает больший вес авторам, которые совместно публикуют больше статей и делают это только вдвоём. Более универсальной величиной является *Нормированная частота соавторства (НЧС)* (4), определенная на пространстве пар соавторов.

$$\mathcal{F}(a_i, a_k) = \frac{F(a_i, a_k)}{\sum_{k=1}^L F(a_i, a_k)}. \quad (4)$$

Отметим, что согласно определению (4), *НЧС* не является симметричной метрикой. Нормировочный член $\sum_{k=1}^L F(a_i, a_k)$ для автора a_i с большим количеством соавторов будет больше, чем для автора a_i с одним соавтором. Таким образом, *НЧС* делает сумму всех весов исходящих соавторств для одного автора равной единице.

Важными характеристиками структуры графа соавторства являются метрики, основанные на центральности: *degree centrality* (DC), *closeness centrality* (CC) и *betweenness centrality* (BC) [13]. Чтобы использовать эти метрики для сравнительного анализа коллекций научных журналов, мы провели их адаптацию. Основное содержание проведенной адаптации состоит в нормировке вышеперечисленных метрик для ориентированного взвешенных мультиграфов.

Метрика *degree centrality* для узла определяется как общее количество ребер, которые примыкают к этому узлу. Метрика *degree centrality* представляет собой простейшее воплощение понятия центральности, поскольку оно измеряет только то, сколько связей связывают авторов с их непосредственными соседями в сети. Тем не менее авторы могут быть хорошо связаны с их непосредственными соседями, но быть частью относительно изолированной группы. В таком случае получается, что хотя локально авторы хорошо связаны, но средняя величина метрики *degree centrality* будет не высока. Поэтому метрика *closeness centrality* расширяет определение метрики *degree centrality*, фокусируясь на том, насколько близок автор ко всем остальным авторам. Чтобы вычислить *closeness centrality* для узла, необходимо определить расстояния по кратчайшему пути до всех авторов в сети и инвертировать эти значения в метрику близости. Таким образом, автор, обладающий большим значением метрики *closeness centrality*, характеризуется множеством коротких связей с другими авторами в сетях.

Метрика *betweenness centrality* характеризует другой смысл центральности. Он основан на определении того, как часто конкретный узел находится на кратчайшем пути между любой парой узлов в сети. Узлы, которые часто находятся на кратчайшем пути между другими узлами, учитываются с большим весом, поскольку они контролируют поток информации в сети. Метрика *betweenness centrality* может использоваться в автономных сетях, однако высока вероятность что она будет генерировать

большое количество узлов с нулевой центральностью, поскольку многие узлы могут не действовать в качестве соединительных узлов в сети. Хотя обсуждаемые метрики центральности могут быть распространены на направленные и взвешенные сети, этому уделяется меньше внимания [13, 14]. В этой статье мы сосредоточимся на их использовании в ориентированных взвешенных сетях.

Для анализа контента архивов научных журналов необходимо проанализировать текст.

Задачи по обработке текста были поставлены в 60-70 годах XX века при обработке естественного языка [15, 16]. Нужно было приводить текст к более удобной для последующего анализа форме. Эту процедуру общепринято называть *нормализацией текста*. Для нормализации текста использовались регулярные выражения (regular expressions), концепцию которых разработал С. К. Клини [17]. Одним из первых, кто использовал регулярные выражения в работе с тестом был К. Томсон [18].

Важным этапом в нормализации текста является лексический анализ. Задача лексического анализа состоит в разделении текста на части: предложения, слова, буквы. Иногда лексический анализ называют токенизацией от английского слова (*tokenizing*) [19].

Другая задача нормализации текста состоит в определении слов с единой основой и называется лемматизацией. Основа слова не обязательно совпадает с морфологическим корнем слова. Лемматизация для русского языка отличается от лемматизации для английского [20–22]. Поэтому для английского языка используют процедуру лемматизации на основе частотных алгоритмов [23, 24], также называемую стемминг (от английского слова *stemming*). Но для других языков лемматизация использует еще более сложные алгоритмы. Например, есть стемминг для Древнегреческого языка [25].

Таким образом, нормализация текста состоит из трех этапов:

1. Выделения слов из текста.
2. Приведения слов к более общим формам.
3. Выделении предложений.

Для автоматизации задач нормализации текста используют библиотеки на языке программирования Python. Например, библиотеку NLTK [26], содержащую огромное количество различных алгоритмов обработки текста для построения моделей текста.

Модели, которые присваивают вероятности словам в последовательностях слов называются вероятностными моделями текста. Математически это определение можно записать в виде уравнения. Допустим, у нас есть вероятность последовательности из n слов $P(w_1, \dots, w_n)$, такая, что

вероятность третьего слова $P(w_3)$ равна $P(w_3|w_1, w_2)$. Тогда следующее выражение определяет вероятностную модель текста.

$$P(w) = P(w_1, w_2, \dots, w_n) = \prod_{i^n} P(w_i|w_1, w_2, \dots, w_{i-1}). \quad (5)$$

Так как вычисление $P(w)$ представляет сложность O^n , то современные исследования текста используют представление $P(w)$ как однородной Цепи Маркова и строят приближенные модели [27]:

1. Униграммная модель $P(w_1, w_2, \dots, w_n) \approx \prod_i P(w_i)$.
2. Биграммная модель $P(w_i|w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) \approx \prod_i P(w_i|w_{i-1})$.

Можно так же рассматривать n -граммные модели для большого охвата контекста, как в работах [28, 29].

В последние годы бурно развиваются методики тематического моделирования. Недавние исследования привели к развитию нескольких основных направлений: вероятностного [30] на основе SVD [31] и генеративного [32]. Тематическое моделирование определяет каждую тему как распределение некоторого количества слов с определенными вероятностями. Большинство современных тематических моделей строятся на основе распределения Дирихле (LDA, Latent Dirichlet Allocation) [33]. Трудно представить, что настолько универсальное распределение, как LDA будет одинаково хорошо работать для любых текстов. Необходимы тонкие настройки алгоритма на конкретный проблемный домен.

Формальная постановка задачи тематического моделирования следующая. Пусть зафиксирован словарь терминов W , из элементов которого складываются документы, и дана коллекция D документов $d \in D$. Для каждого документа d известна его длина n_d и количество n_{dw} использований каждого термина w . Пусть $\Phi = (\varphi_{wt})$ – матрица распределений терминов (w) в темах (t), а $\Theta = (\theta_{td})$ – матрица распределений тем (t) в документах (d). Тогда задача тематического моделирования состоит в том, чтобы найти такие матрицы Φ и Θ для выполнения равенства (6).

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} \varphi_{wt} \theta_{td}, \quad (6)$$

где φ_{wt} – вероятности терминов w в каждой теме t , θ_{td} – вероятности тем t в каждом документе d , а $p(w|d)$ – вероятность появления термина w в документе d .

Уравнение (6) можно представить в матричном виде $\Phi \cdot \Theta$. При этом легко показать, что данная задача имеет много решений (7).

$$\Phi \cdot \Theta = \Phi \cdot \Lambda \cdot \Lambda^{-1} \cdot \Theta = \hat{\Phi} \cdot \hat{\Theta}, \quad (7)$$

где $\hat{\Phi} = \Phi \cdot \Lambda$, а $\hat{\Theta} = \Lambda^{-1} \cdot \Theta$.

Из уравнения (7) следует, что матрицы $\hat{\Phi}$ и $\hat{\Theta}$ также будут являться решениями уравнения (6). Но не все матрицы Φ и Θ будут содержать хорошо интерпретируемые тематики. Таким образом, в задачу (6) необходимо ввести условия, способствующие получению адекватных и интересных тематик. Образно можно сказать, что необходимо оцифровать специфику предметной области текста для встраивания в алгоритм поиска оптимальных матриц Φ и Θ . Отметим, что при использовании LDA для создания тематической модели такой настройки на предметную область не производится. Для решения подзадачи настройки тематической модели на предметную область авторами использован механизм регуляризаторов; последовательность применения регуляризаторов в процессе обучения тематической модели называется стратегией регуляризации. Разработка стратегии регуляризации для построения информативной тематической модели текста является трудоемкой оптимизационной задачей.

Для решения задач классификации текста широко применяются методы машинного обучения с учителем. Разметка коллекции текстов для обучения классификатора означает отнесение текста к определенному классу; например, классом для научной статьи может быть год ее выпуска или журнал, в котором она вышла. Разметка коллекции не обязательно должна производиться вручную. Для научных статей метainформация может быть источником для выбора класса. Процесс обучения в задачах машинного обучения страдает от двух явлений: недообученности и переобученности. К сожалению, появление классификаторов на основе искусственных нейронных сетей не избавило нас от необходимости уделять внимания этим явлениям: даже нейронные сети глубокого обучения переобучаются. Поэтому коллекцию текстов в процессе обучения разбивают на несколько случайных выборок: обучающую и проверочную. Комбинируя обучение на одной из выборок и проверку классификатора на другой, подбирают параметры классификатора и количество итераций обучения так, чтобы максимизировать обученность и минимизировать эффект от переобучения.

Основываясь на изложенных выше подходах по анализу сетей соавторства и текстов статей, проведен цифровой эксперимент сравнения двух коллекций научных журналов.

3. Эксперимент. В исследовании участвуют архивы двух журналов: j_0 и j_1 . На рисунке (Рисунок 1) изображено распределение количества статей для каждого журнала по годам, а на гистограмме (Рисунок 2) распределение статей по авторам. По оси x на гистограмме (Рисунок 2) отложены количества статей на одного автора, а по оси y количества ученых с таким количеством соавторств.

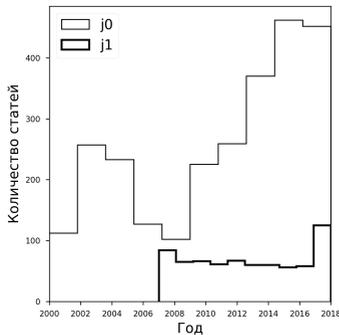


Рис. 1. Распределение статей по годам

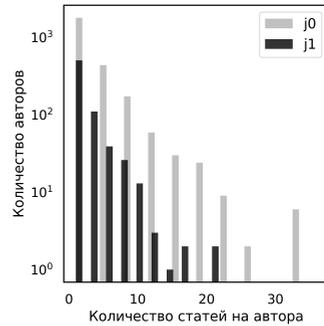


Рис. 2. Распределение статей по авторам

Общее количество статей для каждого журнала различается: j_0 издается дольше, чем j_1 , имеет больше авторов и статей. В дальнейшем исследовании нужно учитывать, что эти журналы находятся на разных этапах жизненного цикла. В подтверждение этого, на рисунке 2 приведено распределение количества статей по авторам для обоих журналов. Мы видим, что в обоих журналах есть авторы с количеством статей больше 10, что составляет больше одной статьи в год.

Для каждого журнала были построены ориентированные взвешенные графы соавторств. Для сравнения мерик *Betweenness Centrality* и *Degree Centrality* кроме распределений для журналов j_0 и j_1 были использованы метрики для сообществ Arxiv GR¹ и HepTh². На рисунках 3, 4 отображены распределения метрик *Betweenness Centrality* и *Degree Centrality* для построенных графов соавторств.

Arxiv GR и HepTh – это соавторства сообществ по тематикам «Общая теория относительности и квантовая космология» и «Теоретическая физика высоких энергий», построенные в лаборатории SNAP [34]

¹<https://snap.stanford.edu/data/ca-GrQc.html>

²<https://snap.stanford.edu/data/ca-HepTh.html>

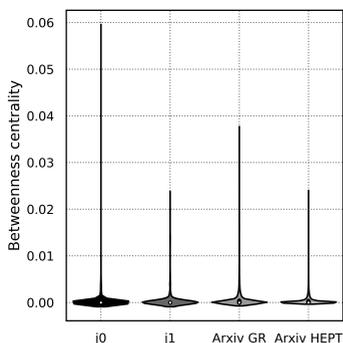


Рис. 3. Распределение метрики Betweenness Centrality

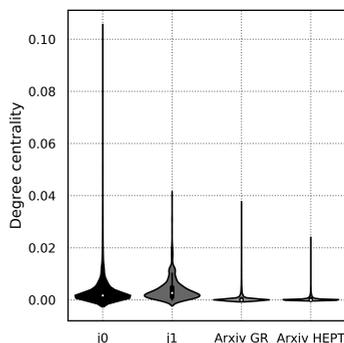


Рис. 4. Распределение метрики Degree Centrality

на данных из электронной цифровой библиотеки arXiv. Описательные данные по всем графам приведены в таблице 1.

Таблица 1. Описательные данные графов соавторств

Название	Узлы	Рёбра
ca-GrQc	5 242	14 496
ca-HeprTh	9 877	25 998
j_0	2 940	13 380
j_1	1 858	2 956

В таблице 1 приведены описательные данные графов соавторств, построенных по следующему алгоритму: если автор a_i является соавтором статьи с автором p_k , то граф содержит ненаправленное ребро от i до k . Если статья написана в соавторстве с L авторами, то создается полностью связанный подграф на L узлах.

Журнал j_0 обладает наибольшим значением метрики *Betweenness Centrality* из рассматриваемых журналов. Этот факт говорит о том, что в j_0 присутствуют авторы, участвующие в большем количестве публикаций.

Проведем кластеризацию авторов на основании значений метрик центральности и Нормированной Частоты Соавторства (НЧС) (4). Для кластеризации будем использовать метод *KMeans++* из библиотеки *sklearn* [35]. Поскольку мы не знаем априори, сколько классов авторов следует ожидать (неконтролируемая классификация), нам нужно найти способ получить оценку количества кластеров. Для этого мы использовали

«метод локтя» [36] для зависимости параметра «инерции» (*inertia*) от количества кластеров.

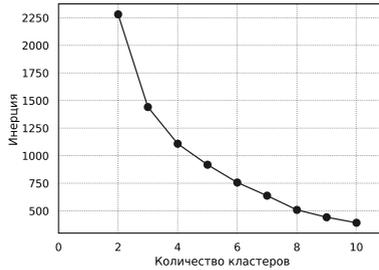


Рис. 5. Зависимость количества кластеров от параметра «инерции» алгоритма *KMeans++*

Из зависимости (рисунок 5) мы определили, что количество кластеров равно 4. Для наглядности мы присвоили кластерам интуитивно-понятные имена: студенты, аспиранты, научные сотрудники, руководители. И провели кластеризацию построенных графов соавторства.

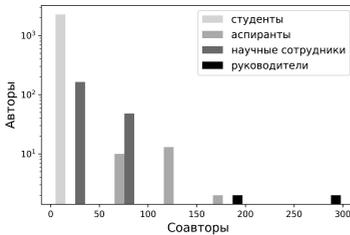


Рис. 6. Кластеры авторов для журнала j_0 .

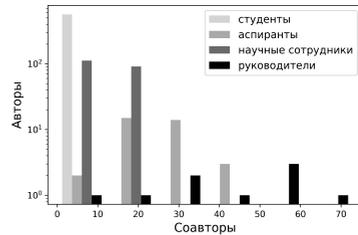


Рис. 7. Кластеры авторов для журнала j_1 .

Результаты проведенной кластеризации отображены на гистограммах (рисунки 6 и 7). Мы видим, что в кластер «руководители» попали авторы с самым большим количеством соавторов. Но в журнале j_0 среднее значение в распределении по количеству соавторов для кластера «руководители» еще не настолько велико, как в журнале j_1 . Это свидетельствует о том, что есть авторы, проводящие исследования с большим количеством разных соавторов. Такие авторы являются идеологами, лидерами мнений данного сообщества. Другой полюс – кластер «студенты» представлен одинаково для обоих журналов это соавторы с небольшим количеством статей, написанных в одиночку.

Перейдем к рассмотрению эволюции журналов во времени. Наглядной метрикой для для рассмотрения в виде временного ряда может служить плотность графа (*Density*) [37], вычисляемая как число узлов L к количеству всех комбинаций из N ребер (8).

$$Density = \frac{2L}{N(N-1)}. \quad (8)$$

Для эволюции журнала увеличение плотности графа соавторства означает, что новые авторы пишут в соавторстве с уже опубликовавшими свои статьи авторами. И наоборот, уменьшение плотности означает, что новые авторы пишут самостоятельно, без привлечения в соавторы ранее публиковавшихся авторов данного журнала. Для интуитивного понимания плотности графа на диаграммах (рисунки 8 и 9) приведены графы соавторов одного автора с большим значением метрики *Degree*.

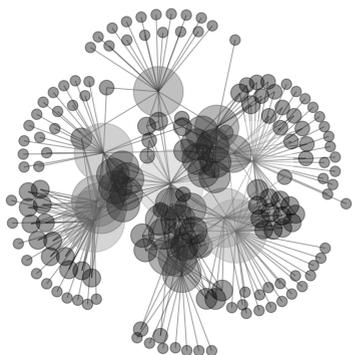


Рис. 8. Соавторы для узла $a12 (j_0)$

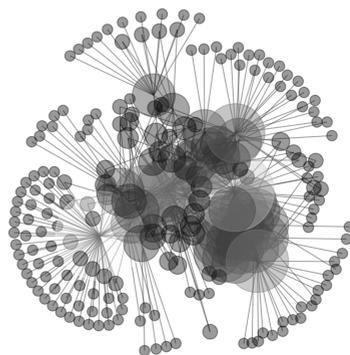


Рис. 9. Соавторы для узла $a16 (j_1)$

Более точное распределение изменения плотности графов для каждого журнала отображено на рисунке 10. Для получения этой зависимости на основании мета информации о статьях были построены графы соавторства для каждого года. Граф соавторства для определенного года строится на основании всех статей, опубликованных до этого года включительно.

Из зависимостей, отображенных на рисунке 10 можно сделать вывод о том, что журнал j_0 более сосредоточен на повторных статьях от сформировавшегося круга авторов. А журнал j_1 активнее привлекает новых авторов.

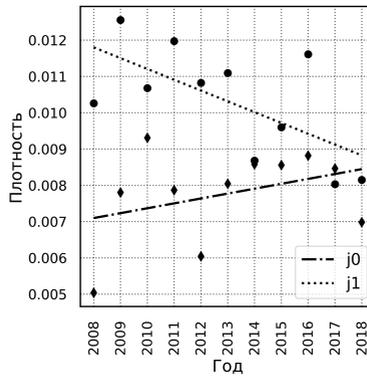


Рис. 10. Распределение плотности графов соавторств по годам

Рассмотрим контентное наполнение журналов. Контент журнала – это набор статей. Каждая статья представляет из себя текст на русском языке. Для работы с текстом мы используем вероятностную модель текста.

В исходном виде, архивы журналов были представлены в формате «Дублинского ядра» (Dublin Core). В ходе предварительной обработки архивов была извлечена мета-информация о статьях, текст приведен к нормальному виду, удалены высокочастотные и редкие слова, создан словарь для биграммной модели, емкость которого составила 22.7 тысяч терминов. Для анализа текста мы выбрали инструмент на основе тематической модели текста с аддитивной регуляризацией, описанный в [38]. Настройка тематической модели текста на данную коллекцию научных статей состоит из подбора оптимальных параметров тематической модели и выбора стратегии регуляризации. Одним из наиболее важных параметров тематической модели является количество тематик. Так как тематическая модель сама не может определить количество тематик, то воспользовались методикой, разработанной в исследовании [39]. Суть этой методики состоит в поиске максимума метрики *cDBI*, характеризующей качество модели в зависимости от количества кластеров (Рисунок 11).

На рисунке 11 нам важно, что максимум качества тематическая модель достигает при 22 темах. Для выбора стратегии регуляризации была использована методика, разработанная в исследовании [40]. В основе этой методики лежит принцип кластеризации тематик на базе плотности. В результате получены два кластера тематик: основные (sbj_i) и шумовые (nz_i). Основные тематики статьи отражают ее главные темы, отличающие эту статью от других статей. Таких тематик в статье может быть одна или

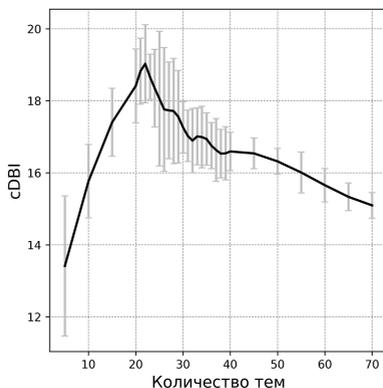


Рис. 11. Распределение метрики качества тематической модели (*cDBI*) в зависимости от количества тематик

несколько. Шумовые тематики отражают общие для всех статей тематики. Например, цитирование основных исследований, сделанных в данном направлении.

Из определения (5) следует способ для проверки качества вероятностной модели текста. Для этого пользуются метрикой Перплексия (*Perplexity*): $P \approx \sqrt{\frac{1}{P(w)}}$, где $P(w)$ – это полная вероятность из выражения (6). На графике (рисунок 12) показано, как метрика *Perplexity* уменьшается с обучением модели. На интуитивном уровне уменьшение *Perplexity* тематической модели означает, что растет упорядоченность модели.

Метрика *Perplexity* не имеет интерпретируемых абсолютных значений. Из наблюдений известно, что в моделях на русском языке она выше, чем в моделях на английском. Поэтому при обучении тематической модели этап уменьшения *Perplexity* обычно предшествует регуляризации. На рисунке 13 отображены зависимости матриц Θ и Φ из выражения (7) от итераций обучения модели. После достижения *Perplexity* полого уменьшения на 10 итерации включается стратегия разреживания основных тематик до 20 итерации и уплотнения значений шумовых тематик до 30 итерации обучения. Количество итераций было подобрано так, чтобы разреженность значений обеих матриц для основных тематик превысила 60%. Такова была стратегия последовательной регуляризации тематической модели. Получившаяся при такой стратегии матрица Θ для каждого журнала отображена на рисунках 14 и 15.

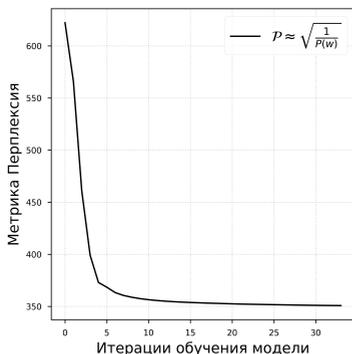


Рис. 12. Зависимость Перплексии тематической модели от итераций обучения модели

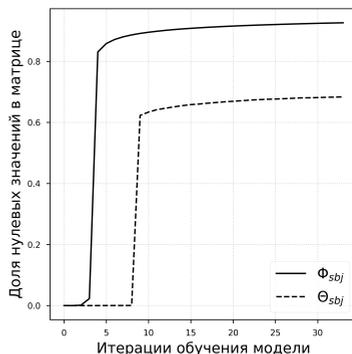


Рис. 13. Доля нулевых значений в тематической модели в зависимости от итераций обучения

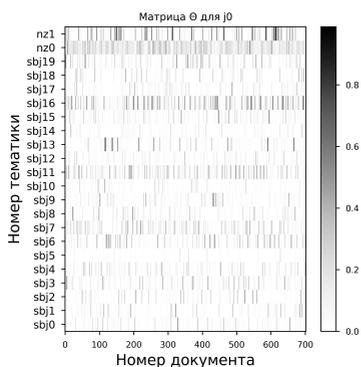


Рис. 14. Матрица Θ для j_0

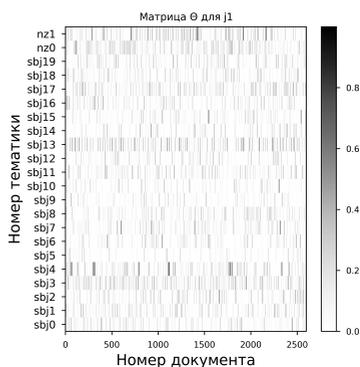


Рис. 15. Матрица Θ для j_1

Значения матрицы Θ для каждого журнала соответствуют вероятностям появления тематик в данном документе. Значение матрицы Φ представляют распределения вероятностей для терминов всего словаря. Матричное произведение Φ и Θ дает, согласно уравнению (7), векторное представление текста коллекции. Приведем пример тематики для одного документа №601 с названием «Распространенность и клинические особенности подагры и болезни депонирования пирофосфата кальция у пациентов с острым артритом». Этот документ полностью (0.998) посвящен тематике sbj6. Наибольшими вероятностями у тематики sbj6

обладают следующие термины: *подагра, большой подагра, нлпв, кристалл, мужчина, аллопуринол, тофус*.

Из рисунков 14 и 15 видно, что тематики в коллекциях j_0 и j_1 представлены по разному. Для количественной оценки этого соотношения был построен профиль тематик каждой коллекции. Так как коллекции содержат разное количество выпусков, то профили были нормированы (Рисунок 16). Теперь стало более наглядно, что, например, тематике sbj_5 в обоих журналах уделено достаточно мало внимания. Возможно, эта тематика содержит потенциал для научных исследований.

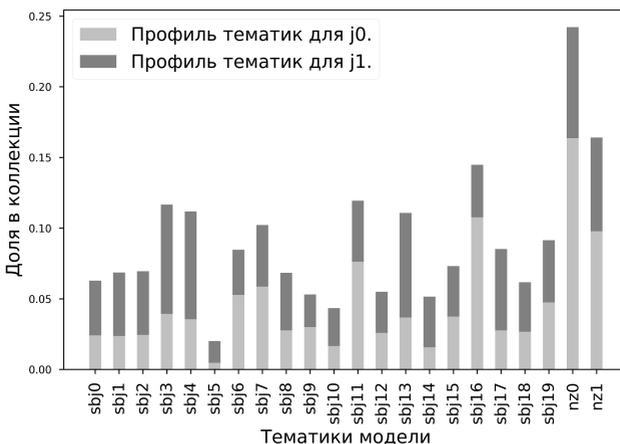


Рис. 16. Профили тематик.

В таблице 2 приведена расшифровка кодов тематик: sbj_i и nz_i . Для краткости по каждому коду тематики приведены топ-5 терминов с наибольшими значениями вероятностей.

Отметим, что термины в описании тематик в таблице 2 приведены в простых словоформах. Как мы видим, среди терминов встречаются униграммы и биграммы. Корректность терминов в тематиках точнее может оценить только эксперт в данной предметной области.

Перейдем к рассмотрению эволюционного развития контента журналов. Для этого выберем за один шаг развития один год. Выбор меньшего шага не будет информативным, так как, например, при выборе в качестве шага одного выпуска мы не сможем оценить изменения из-за небольшого объема выпусков. Рассмотрим более подробно задачу определения контентной аутентичности (B2). Для выявления контентной аутентичности журналов использовался метод прямого измерения. Постановка задачи

Таблица 2. Таблица терминов тематик

sbj0	ребенок	ювенильный	взрослый	орло	вариант	детский	юна
sbj1	атеросклероз	артерия	артериальный	кардио-сосудистый	сосудистый	исб	ссл
sbj2	ссл	легкое	легочный	инл	больной ссл	склеродермия	поражение легкое
sbj3	балл	шкала	опросник	здоровье	соз	активность заболевания	ваш
sbj4	тромбоз	афс	сердце	мутация	клапан	них	ной
sbj5	ирс	сердце	память	инвалидность	ритм	инвалид	интервал
sbj6	подагра	больной подагра	нипп	кристалл	мужчина	анкилозировать	спондилит
sbj7	гибн	ремиссия	бипп	монотерапия	ада	иниф	неделя
sbj8	пес	псориаз	увелт	заболеваемость	псориагический	население	псориагический артрит
sbj9	инфекция	депрессия	расстройство	антибиотик	соз	реа	сутки
sbj10	операция	эндопротезирование	коленный	хирургический	тазобедренный	коленный сустав	тлз
sbj11	коленный	коленный сустав	остеоартроз	неделя	ваш	хрящ	гонартроз
sbj12	экспрессия	хрящ	ген	хондронит	синовальный	коллаген	рост
sbj13	научный	ревматологический	профессор	центр	здоровоохранение	страна	наука
sbj14	рпм	гибн	ремиссия	достижение	курс	ритуксимаба	бипп
sbj15	позвоночник	кость	сла	мрт	отдел	костный	спондилит
sbj16	нипп	жет	дискофенак	нимеслид	средство	безопасность	псориагический
sbj17	цитокины	концентрация	активация	рецептор	иммунный	аутоиммунный	провоспалительный
sbj18	скв	больной скв	волчанка	красный	системный красный	красный волчанка	беременность
sbj19	инфекция	вакулит	кожа	вирус	лихорадка	узел	гепатит
nz0	должный	фно	ревматол	например	побочный	часть	появление
nz1	перелом	костный	мик	остеонороз	бедро	кость	отдел

выглядит следующим образом: найти точность классификации фрагмента текста достаточной длины из архива журнала относительно двух классов – j_0 или j_1 ? В результате такого измерения мы выясним, насколько массив текста j_0 отличается от j_1 . Данная задача может быть решена с помощью методов машинного обучения с учителем. Мы разделяем весь массив текста на три части: обучающая выборка, проверочная выборка, отложенная выборка. На обучающей и проверочной выборке мы производим настройку классификатора, а на отложенной выборке проверяем насколько хорошо классификатор справляется с новыми данными. Отложенная выборка необходима для контроля за переобученностью (overfitting) классификатора. В качестве векторной модели текста авторы использовали модель TF-IDF. Моделью классификатора был выбран RandomForest с 300 эстиматорами. Метрикой качества для модели была выбрана Accurasy (точность). На проверочной выборке была получено значение 0.90, а на отложенной выборке 0.89. Также был проведен анализ классификации по «кривой ошибок» – ROC-анализ. На рисунке 17 представлена ROC-кривая («кривая ошибок») для рассматриваемой модели классификации.

По оси x отложена *Специфичность алгоритма* классификации, также называемая false positive rate (FPR). А по оси y отложена *Чувствительность алгоритма* классификации, также называемая true positive rate (TPR). Количественную интерпретацию ROC дает показатель AUC (англ. area under ROC curve, площадь под ROC-кривой) — площадь, ограниченная ROC-кривой и осью доли ложных положительных классификаций. Чем выше показатель AUC, тем качественнее классификатор, при этом значение 0,5 демонстрирует непригодность выбранного метода классификации (соответствует случайному гаданию). Значение менее 0,5 говорит, что классификатор действует с точностью до наоборот: если положительные назвать отрицательными и наоборот, классификатор будет

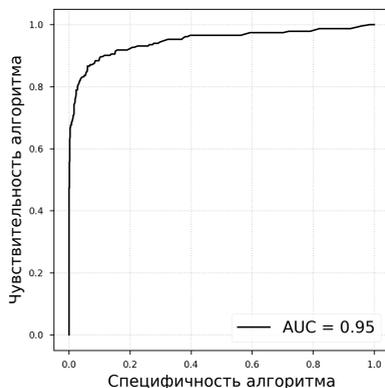


Рис. 17. ROC-кривая для классификации контента журналов

работать лучше. В рассматриваемом результате эксперимента оба журнала легко (95%) отличить друг от друга по содержанию с помощью алгоритмов машинного обучения.

Далее разобьем архивы журналов по годам. Проверка будет состоять в том, чтобы измерить точность отнесения тестового контента к определенному году выпуска. Такая постановка относится к задачам машинного обучения с учителем и решается с помощью классификации. Классами будут являться пара из двух лет. Например, пара 2005 и 2017. Таким образом, у нас будет определена размеченная выборка для обучения классификатора. Процесс обучения будет состоять в выборе коэффициентов классификатора, которые, получив на вход текст, будут выдавать год, к которому этот текст относится. Если точность такой классификации для определенной пары лет меньше 0.5, то это означает, что отличить тексты разных лет не представляется возможным. Далее будем называть значение точности классификации, выраженное в процентах коэффициентом аутентичности контента (КАуК).

На рисунках 18 и 19 представлены матрицы аутентичности контента для каждого журнала. Для каждой пары лет вычислен коэффициент аутентичности при помощи изложенного выше подхода. Видно, что в среднем контент журнала имеет высокую аутентичность для j_0 — 92%, j_1 — 97%. Но есть пары лет в которых контент повторялся. Например, для j_0 в паре 2009 – 2010 КАуК = 50%, а для j_1 в паре 2010 – 2011 КАуК = 67%.

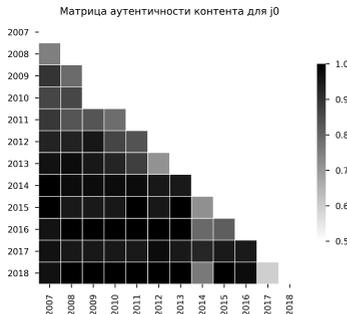


Рис. 18. Матрица аутентичности контента для j_0

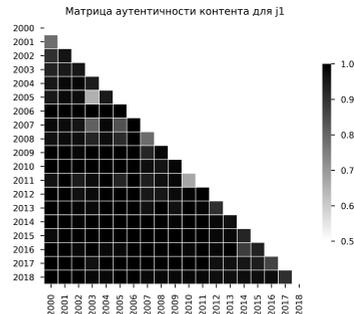


Рис. 19. Матрица аутентичности контента для j_1

4. Заключение. В данном исследовании разработана новая методика анализа архивов журналов при помощи комбинированного подхода на основании Теории графов и Компьютерной лингвистики. Основной акцент в исследовании авторы поставили на сравнительном анализе архивов журналов, что потребовало создания единого аналитического пространства и разработки метрик этого пространства. Сложность данной задачи обусловлена большим объемом информации и невозможна без автоматизированных процедур. В исследовании авторами задействованы не только текст научных статей, но и метainформация из научных статей. Авторы не ограничились описательным сравнением, а исследовали глубинные структурные различия двух коллекций журналов. Научная новизна данного исследования состоит во взаимосвязке нескольких теоретических разработок с целью выработки новой методики прикладного анализа. Практическая ценность настоящей статьи состоит в разработке и экспериментальной проверке нового подхода к редакционному анализу контента научных периодических журналов. В исследовании сформулированы вопросы (*В1–3*), имеющие практическую ценность для стратегии управления контентом научного журнала, и найдены экспериментальные ответы. А именно:

- проведено сравнение количественных метрик журналов на основании графов соавторств. Показаны различия в структуре соавторств журналов. Выявлены стратегические принципы выбора авторов редакциями журналов

- выполнена кластеризация авторов журналов. Предложено единое кластерной пространство и интуитивно-понятные названия кластеров. На

основании выделенных кластеров построен инструмент для влияния на определенные группы соавторов для усиления их позиций на общем фоне авторов

- проведен анализ эволюции контента журналов во времени на основе предложенной авторами метрики «плотности». Показаны тенденции в развитии профессионального сообщества авторов для каждого журнала во времени. Сделано заключение о последствиях такой редакционной политики

- проведен контентный сравнительный анализ на основе тематической модели. Разработана стратегия регулизации тематической модели для получения информативных и хорошо интерпретируемых тематик. Показаны потенциалы развития тематик. Проведен сравнительный анализ профилей тематик для двух журналов тематики

- выполнен анализ контентной аутентичности на основании предложенной авторами новой метрики: коэффициента аутентичности контента (КАУК).

Полученные результаты выполнены с использованием высоконагруженного вычислительного кластера с привлечением современных свободно распространяемых библиотек на языке программирования Python. Доработки существующих алгоритмов выполнены также на языке программирования Python, что позволяет говорить о возможности независимой воспроизводимости результатов и возможности проведения экспериментов с другими коллекциями научных журналов.

Результаты данного исследования создают основу для выработки изменений в редакционной политике рассматриваемых журналов и позволяют ранжировать эффективность мер по совершенствованию контента.

Литература

1. *Wiederhold G.* Intelligent integration of information// ACM SIGMOD Record. 1993. vol. 22. no. 2. pp. 434-437.
2. *Newman M.E.J.* Scientific collaboration networks. II. Shortest paths, weighted networks, and centrality// Physical review E. 2001. Vol. 64. no. 1. pp. 016131.
3. *Smeaton A.F. et al.* Analysis of papers from twenty-five years of SIGIR conferences: what have we been doing for the last quarter of a century?// ACM SIGIR Forum. 2002. vol. 36. pp. 39-43.
4. *Farkas I. et al.* Networks in life: Scaling properties and eigenvaluespectra// Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2002. vol. 314. no. 1-4. pp. 25-34.
5. *Cunningham S.J., Dillon S.M.* Authorship patterns in information systems// Scientometrics. 1997. Vol. 39, no. 1. pp. 19.
6. *Egghe L., Rousseau R., Van Hooydonk G.* Methods for accrediting publications to authors or countries: Consequences for evaluation studies// Journal of the American Society for Information Science. 2000. vol. 51, no. 2. pp. 145-157.
7. *Garfield E.* Is citation analysis a legitimate evaluation tool?//Scientometrics. 1979. vol. 1, no. 4. pp. 359-375.

8. *Witten I.H., Frank E., Hall M.A., Pal C.J.* Data Mining: Practical machine learning tools and techniques// Morgan Kaufmann. 2016. 558 p.
9. *Lucas C. et al.* Computer-assisted text analysis for comparative politics//Political Analysis. 2015. vol. 23, no. 2. pp. 254-277.
10. *Zhao W.X. et al.* Comparing twitter and traditional media using topic models // European conference on information retrieval. 2011. pp. 338-349.
11. *Шумская А.О.* Метод определения искусственных текстов на основе расчета меры принадлежности к инвариантам//Труды СПИИРАН. 2016. Вып 6(49). С.104-121.
12. *Bondy J.A., Murty U.S.R. et al.* Graph theory with applications // London: Macmillan. 1976. vol. 290. 270 p.
13. *Wasserman S., Faust K.* Social network analysis: Methods and applications // Cambridge university press. 1994. vol. 8. 857 p.
14. *Newman M.E.J.* Analysis of weighted networks // Physical review E. 2004. vol. 70. no. 5. pp. 056131.
15. *Weizenbaum J.* ELIZA — a computer program for the study of natural language communication between man and machine // Communications of the ACM. 1966. vol. 9. no. 1. pp. 36-45.
16. *Kucera H., Francis W.N.* Computational analysis of present-day American English // Dartmouth Publishing Group. 1967. 424 p.
17. *Kleene S.C.* Representation of events in nerve nets and finite automata // RAND PROJECT AIR FORCE SANTA MONICA CA. 1951. 101 p.
18. *Thompson K.* Programming techniques: Regular expression search algorithm // Communications of the ACM. 1968. vol. 11. no. 6. pp. 419-422.
19. *Lovins J.B.* Development of a stemming algorithm // Mech. Translat. & Comp. Linguistics. 1968. vol. 11. no. 1-2. pp. 22-31.
20. *Segalovich I.* A fast morphological algorithm with unknown word guessing induced by a dictionary for a web search engine // International Conference on Machine Learning; Models, Nechnologies and Applications (MLMTA). 2003. pp. 273-280.
21. *Sharoff S., Nivre J.* The proper place of men and machines in language technology: Processing Russian without any linguistic knowledge // 2011 Russian Conference on Computational Linguistics. 2011. 14 p.
22. *Korobov M.* Morphological analyzer and generator for Russian and Ukrainian languages // International Conference on Analysis of Images, Social Networks and Texts. 2015. pp. 320-332.
23. *Willett P.* The Porter stemming algorithm: then and now // Program: electronic library and information systems. 2006. vol. 40. no. 3. pp. 219-223.
24. *Porter M.F.* Snowball: A language for stemming algorithms. 2001. URL: <http://snowball.tartarus.org/texts/introduction.html> (дата обращения: 15.02.2019).
25. *Packard D.* Computer-assisted morphological analysis of ancient Greek // Proceedings of the International Conference on Computational Linguistics (COLING-1973). 1973. vol. 2. 14 p.
26. *Bird S., Klein E., Loper E.* Natural language processing with Python: analyzing text with the natural language toolkit // O'Reilly Media, Inc. 2009. 504 p.
27. *Schwenk H., Gauvain J.L.* Connectionist language modeling for large vocabulary continuous speech recognition // 2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP). 2002. vol. 1. pp. 1-765-1-768.
28. *Teahan W.J., Cleary J.G.* The entropy of English using PPM-based models // Proceedings of Data Compression Conference-DCC'96. 1996. pp. 53-62.

29. *Teahan W.J., Cleary J.G.* Models of English text // Proceedings DCC'97. Data Compression Conference. 1997. pp. 12–21.
30. *Hofmann T.* Probabilistic latent semantic indexing // ACM SIGIR Forum. 2017. vol. 15. no. 2. pp. 211–218.
31. *Lu X., Zheng X., Li X.* Latent semantic minimal hashing for image retrieval // IEEE Transactions on Image Processing. 2016. vol. 26. no. 1. pp. 355–368.
32. *Law J.* Latent Topical Skip-Gram for mutually learning topic model and vector representations // arXiv preprint arXiv:1702.07117. 2017.
33. *Blei D.M., Ng A.Y., Jordan M.I.* Latent dirichlet allocation // Journal of machine Learning research. 2003. vol. 3. pp. 993–1022.
34. *Leskovec J., Kleinberg J., Faloutsos C.* Graph evolution: Densification and shrinking diameters // ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD). 2007. vol. 1. no. 1. pp. 2.
35. *Arthur D., Vassilvitskii S.* k-means++: The advantages of careful seeding // Proceedings of the eighteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms. 2007. pp. 1027–1035.
36. *Bholowalia P., Kumar A.* EBK-means: A clustering technique based on elbow method and k-means in WSN // International Journal of Computer Applications. 2014. vol. 105. no. 9. pp. 17–24.
37. *Alba R.D.* A graph-theoretic definition of a sociometric clique // Journal of Mathematical Sociology. 1973. vol. 3. no. 1. pp. 113–126.
38. *Воронцов К.В., Потапенко А.А.* Тематические модели с аддитивной регуляризацией // Machine Learning. vol. 101. no. 3. pp. 303–323.
39. *Krasnov F., Sen A.* The Number of Topics Optimization: Clustering Approach // Machine Learning and Knowledge Extraction. 2019. vol. 1. no. 1. pp. 416–426.
40. *Краснов Ф.В., Уймаев О.С.* Разведка скрытых направлений исследований в нефтегазовой отрасли с помощью анализа библиотеки OnePetro // International Journal of Open Information Technologies. 2018. vol. 6. no.5. pp. 7–14.

Краснов Федор Владимирович – канд. техн. наук, эксперт, блок Научного Инжиниринга, ГазпромНефть Научно-Технический Центр. Область научных интересов: интеллектуальная аналитика текстов. Число научных публикаций — 58. krasnov.fv@gazpromneft-ntc.ru; наб. реки Мойки, 75–79, литер Д, 190000, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7 (812)313-6924; факс: +7 (812)313-6924.

Шварцман Михаил Ефремович – заместитель директора, дирекция, Национальный электронно-информационный консорциум; начальник отдела, Отдел исследования компьютерных систем, ФГБУ Российская государственная библиотека. Область научных интересов: электронные библиотеки, анализ текста. Число научных публикаций — 91. shvarc@neicon.ru; Летниковская, 5, 115114, Москва, Российская Федерация; р.т.: +79031995708; факс: +7(499)754-99-94.

Диментов Александр Владимирович – начальник ИТ отдела, ИТ отдел, Национальный электронно-информационный консорциум. Область научных интересов: информатика, наукометрия и библиометрия. Число научных публикаций — 9. dimentov@neicon.ru; Летниковская, 5, 115114, Москва, Российская Федерация; р.т.: 7(499)754-99-94; факс: +7(499)754-99-94.

F.V. KRASNOV, A.V. DIMENTOV, M.E. SHVARTSMAN
**COMPARATIVE ANALYSIS OF SCIENTIFIC JOURNALS
COLLECTIONS**

Krasnov F.V., Dimentov A.V., Shvartsman M.E. **Comparative analysis of scientific journals collections.**

Abstract. The authors developed an approach to comparative analysis of scientific journals collections based on the analysis of co-authors graph and the text model. The use of time series of co-authorship graphs metrics allowed analysis of trends in the development of journal's authors. The text model was built using machine learning techniques. The journals content was classified to determine the authenticity degree of various journals and different issues of a single journal via a text model. A developed metric of Content Authenticity Ratio allows quantifying the authenticity of journal collections in comparison. Comparative thematic analysis of journals collections was carried out using the thematic model with additive regularization. Based on the created thematic model, thematic profiles of the journals archives in a single thematic basis were constructed. The approach developed by the authors was applied to archives of two journals on the Rheumatology for the period from 2000 to 2018. As a benchmark for comparing the co-author's metrics, public data sets from the SNAP research laboratory at Stanford University were used. As a result, the existing examples of the effective functioning of the authors collaborations in order to improve the work of journals' editorial staff were adapted. Quantitative comparison of large volumes of texts and metadata of scientific articles was carried out. As a result of the experiment conducted using the developed methods, it was shown that the content authenticity of the selected journals is 89%, co-authorships in one of the journals have a pronounced centrality, which is a distinctive feature of the editors' policy. The clarity and consistency of the results confirm the effectiveness of the approach proposed by the authors. The code developed in the course of the experiment in the Python programming language can be used for comparative analysis of other collections of journals in the Russian language.

Keywords: Comparative Thematic Analysis, Comparative Text Model, Deep Text Analysis, Social Network Analysis, Graph Metrics.

Krasnov Fedor Vladimirovich – Ph.D., Expert, Science Engineering Department, Gazprom Neft Science and Technology Center. Research interests: text mining. The number of publications — 58. krasnov.fv@gazpromneft-ntc.ru; 75–79, литер Д, Моика River emb., 190000, St Petersburg, Russian Federation; office phone: +7 (812)313-6924; fax: +7 (812)313-6924.

Shvartsman Mikhail Efremovich – deputy director, Directorate, National Electronic Information Consortium; head of department, R&D Department, Russian State Library. Research interests: Digital Library, text mining. The number of publications — 91. shvar@neicon.ru; 5, Letnikovskaya, 115114, Moscow, Russian Federation; office phone: +79031995708; fax: +7(499)754-99-94.

Dimentov Alexander Vladimirovich – head of the information department, IT Department, National Electronic Information Consortium. Research interests: Quantitative Science of Science: informetrics, scientometrics, bibliometrics. The number of publications — 9. dimentov@neicon.ru; 5, Letnikovskaya, 115114, Moscow, Russian Federation; office phone: 7(499)754-99-94; fax: +7(499)754-99-94.

References

1. Wiederhold G. Intelligent integration of information. *ACM SIGMOD Record*. 1993. vol. 22. no. 2. pp. 434–437.
2. Newman M.E.J. Scientific collaboration networks. II. Shortest paths, weighted networks, and centrality. *Physical review E*. 2001. vol. 64. no. 1. pp. 016131.
3. Smeaton A.F. et al. Analysis of papers from twenty-five years of SIGIR conferences: what have we been doing for the last quarter of a century?. *ACM SIGIR Forum*. 2002. vol. 36. pp. 39–43.
4. Farkas I. et al. Networks in life: Scaling properties and eigenvalue spectra. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2002. Vol. 314, no. 1-4. pp. 25-34.
5. Cunningham S.J., Dillon S.M. Authorship patterns in information systems. *Scientometrics*. 1997. vol. 39, no. 1. pp. 19.
6. Egghe L., Rousseau R., Van Hooydonk G. Methods for accrediting publications to authors or countries: Consequences for evaluation studie. *Journal of the American Society for Information Science*. 2000. vol. 51. no. 2. pp. 145–157.
7. Garfield E. Is citation analysis a legitimate evaluation tool? *Scientometrics*. 1979. vol. 1, no. 4. pp. 359-375.
8. Witten I.H., Frank E., Hall M.A., Pal C.J. *Data Mining: Practical machine learning tools and techniques*. Morgan Kaufmann. 2016. 558 p.
9. Lucas C. et al. Computer-assisted text analysis for comparative politics. *Political Analysis*. 2015. vol. 23, no. 2. pp. 254-277.
10. Zhao W.X. et al. Comparing twitter and traditional media using topic models. *European conference on information retrieval*. 2011. pp. 338–349.
11. Shumskaya A.O. [Method of the Artificial Text Identification based on the Calculation of the Belonging Measure to the Invariants]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 6(49). pp. 104–121. (In Russ.).
12. Bondy J.A., Murty U.S.R. *Graph theory with applications*. London: Macmillan. 1976. vol. 290. 270 p.
13. Wasserman S., Faust K. *Social network analysis: Methods and applications*. Cambridge university press. 1994. vol. 8. 857 p.
14. Newman M.E.J. Analysis of weighted networks. *Physical review E*. 2004. vol. 70. no. 5. pp. 056131.
15. Weizenbaum J. ELIZA — a computer program for the study of natural language communication between man and machine. *Communications of the ACM*. 1966. vol. 9. no. 1. pp. 36–45.
16. Kucera H., Francis W.N. *Computational analysis of present-day American English*. Dartmouth Publishing Group. 1967. 424 p.
17. Kleene S.C. Representation of events in nerve nets and finite automata. RAND PROJECT AIR FORCE SANTA MONICA CA. 1951. 101 p.
18. Thompson K. Programming techniques: Regular expression search algorithm. *Communications of the ACM*. 1968. vol. 11. no. 6. pp. 419-422.
19. Lovins J.B. Development of a stemming algorithm. *Mech. Translat. & Comp. Linguistics*. 1968. vol. 11. no. 2. pp. 22-31.
20. Segalovich I. A fast morphological algorithm with unknown word guessing induced by a dictionary for a web search engine. International Conference on Machine Learning; Models, Nechnologies and Applications (MLMTA). 2003. pp. 273–280.
21. Sharoff S., Nivre J. The proper place of men and machines in language technology: Processing Russian without any linguistic knowledge. 2011 Russian Conference on Computational Linguistics. 2011. 14 p.

22. Korobov M. Morphological analyzer and generator for Russian and Ukrainian languages. *International Conference on Analysis of Images, Social Networks and Texts*. 2015. pp. 320–332.
23. Willett P. The Porter stemming algorithm: then and now. *Program: electronic library and information systems*. 2006. vol. 40. no. 3. pp. 219–223.
24. Porter M.F. Snowball: A language for stemming algorithms. 2001. Available at: <http://snowball.tartarus.org/texts/introduction.html> (accessed: 15.02.2019).
25. Packard D. Computer-assisted morphological analysis of ancient Greek. *Proceedings of the International Conference on Computational Linguistics (COLING-1973)*. 1973. vol. 2. 14 p.
26. Bird S., Klein E., Loper E. *Natural language processing with Python: analyzing text with the natural language toolkit*. O'Reilly Media, Inc. 2009. 504 p.
27. Schwenk H., Gauvain J.L. Connectionist language modeling for large vocabulary continuous speech recognition. *2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*. 2002. vol. 1. pp. 1-765–1-768.
28. Teahan W.J., Cleary J.G. Models of English text. *Proceedings DCC'97. Data Compression Conference*. 1997. pp. 12–21.
29. Teahan W.J., Cleary J.G. Models of English text. *Proceedings DCC'97. Data Compression Conference*. 1997. pp. 12–21.
30. Hofmann T. Probabilistic latent semantic indexing. *ACM SIGIR Forum*. 2017. vol. 15. no. 2. pp. 211–218.
31. Lu X., Zheng X., Li X. Latent semantic minimal hashing for image retrieval. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2016. vol. 26, no. 1. pp. 355–368.
32. Law J. Latent Topical Skip-Gram for mutually learning topic model and vector representations. *arXiv preprint arXiv:1702.07117*. 2017.
33. Blei D.M., Ng A.Y., Jordan M.I. Latent dirichlet allocation. *Journal of machine Learning research*. 2003. vol. 3. pp. 993–1022.
34. Leskovec J., Kleinberg J., Faloutsos C. Graph evolution: Densification and shrinking diameters. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD)*. 2007. vol. 1. no. 1. pp. 2.
35. Arthur D., Vassilvitskii S. k-means++: The advantages of careful seeding. *Proceedings of the eighteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms*. 2007. pp. 1027–1035.
36. Bholowalia P., Kumar A. EBK-means: A clustering technique based on elbow method and k-means in WSN. *International Journal of Computer Applications*. 2014. vol. 105. no. 9. pp. 17–24.
37. Alba R.D. A graph-theoretic definition of a sociometric clique. *Journal of Mathematical Sociology*. 1973. vol. 3. no. 1. pp. 113–126.
38. Vorontsov K.V., Potapenko A.A. [Additive regularization of topic models]. *Machine Learning*. vol. 101. no. 3. pp. 303–323. (In Russ.).
39. Krasnov F., Sen A. The Number of Topics Optimization: Clustering Approach. *Machine Learning and Knowledge Extraction*. 2019. vol. 1. no. 1. pp. 416–426.
40. Krasnov F.V., Ushmaev O.S. [Exploration of Hidden Research Directions in Oil and Gas Industry via Full Text Analysis of OnePetro Digital Library]. *International Journal of Open Information Technologies*. 2018. vol. 6. no. 5. pp. 7–14. (In Russ.).

Signed to print 28.05.2019

Printed in Publishing center GUAP, 67, B. Morskaya, St. Petersburg, 190000, Russia

The journal is registered in Russian Federal Agency for Communications
and Mass-Media Supervision, certificate ПИ № ФС77-41695 dated August 19, 2010 г.
Subscription Index П5513, Russian Post Catalog

Подписано к печати 28.05.2019. Формат 60×90 1/16. Усл. печ. л. 15,4 Заказ № 253.

Тираж 150 экз., цена свободная.

Отпечатано в Редакционно-издательском центре ГУАП, 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская, д. 67

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи
и массовых коммуникаций,
свидетельство ПИ № ФС77-41695 от 19 августа 2010 г.

Подписной индекс П5513 по каталогу «Почта России»

РУКОВОДСТВО ДЛЯ АВТОРОВ

Взаимодействие автора с редакцией осуществляется через личный кабинет на сайте журнала «Труды СПИИРАН» <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. При регистрации авторам рекомендуется заполнить все предложенные поля данных.

Подготовка статьи ведется с помощью текстовых редакторов MS Word 2007 и выше. Объем основного текста – от 20 до 30 страниц включительно. Формат страницы документа – А5 (148 мм ширина, 210 мм высота); ориентация – портретная; все поля – 20 мм. Верхний и нижний колонтитулы страницы – пустые. Основной шрифт документа – Times New Roman, основной кегль (размер) шрифта – 10 pt. Переносы разрешены. Абзацный отступ устанавливается размером в 10 мм. Межстрочный интервал – одинарный. Номера страниц не проставляются.

В основную часть допускается помещать рисунки, таблицы, листинги и формулы. Правила их оформления подробно рассмотрены на нашем сайте в разделе «Руководство для авторов».

AUTHOR GUIDELINES

Interaction between each potential author and the Editorial board is realized through the personal account on the website of the journal "Proceedings of SPIIRAS" <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. At the registration the authors are requested to fill out all data fields in the proposed form.

The submissions should be prepared using MS Word 2007 text editor or higher versions, at that, only manuscripts in *.docx format will be considered. The text of the paper in the main part of it should be from 20 – 30 pages of A5 size that is 210 X 148 mm; orientation – portrait; all margins – 20 mm. The font of the main paper text is Times New Roman of 10 pt font size. The pages' headers and footers should be empty; indentation – 10 mm; line spacing – single; pages are not numbered; hyphenations are allowed.

Certain figures, tables, listings and formulas are allowed in the main section, and their typography is considered by the paper template in more detail in journal web.

