

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Отделение нанотехнологий и информационных технологий

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН

# ТРУДЫ СПИИРАН

[proceedings.spiiras.nw.ru](http://proceedings.spiiras.nw.ru)



**ВЫПУСК 3(34)**



Санкт-Петербург  
2014

18+

# Труды СПИИРАН

Выпуск № 3(34), 2014

Научный, научно-образовательный, междисциплинарный журнал с базовой специализацией в области информатики, автоматизации и прикладной математики

Журнал основан в 2002 году

## Учредитель и издатель

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук  
(СПИИРАН)

## Главный редактор

Р.М. Юсупов, чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С-Петербург, РФ

## Редакционная коллегия

**А.А. Ашимов**, академик национальной академии наук Республики Казахстан д-р техн. наук, проф., Алматы, Казахстан

**С.Н. Баранов**, д-р физ.-мат. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Н.П. Веселкин**, академик РАН, д-р мед. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.И. Городецкий**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**О.Ю. Гусихин**, Ph.D., Диаборн, США

**В. Делич**, д-р техн. наук, проф., Нови-Сад, Сербия

**А.Б. Долгий**, Dr. Habil., проф., Сент-Этьен, Франция

**М. Железны**, Ph.D., доцент, Пльзень, Чешская республика

**Д.А. Иванов**, д-р экон. наук, проф., Берлин, Германия

**О.С. Ипатов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.П. Леонов**, д-р пед. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Г.А. Леонов**, член-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**К.П. Марков**, Ph.D., доцент, Аизу, Япония

**Ю.А. Меркурьев**, член-корр. Латвийской академии наук, Dr. Habil., проф., Рига, Латвия

**Н.А. Молдовян**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**А.А. Петровский**, д-р техн. наук, проф., Минск, Беларусь

**В.В. Попович**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.А. Путилов**, д-р техн. наук, проф., Апатиты, Россия

**А.Л. Ронжин** (зам. главного редактора), д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**А.И. Рудской**, член-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.А. Сарычев**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В. Сгурев**, академик Болгарской академии наук, д-р техн. наук, проф., София, Болгария

**В.А. Скормин**, Ph.D., проф., Бингемптон, США

**А.В. Смирнов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Б.Я. Советов**, академик РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**В.А. Сойфер**, член-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., Самара, РФ

**Б.В. Соколов**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Л.В. Уткин**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**А.Л. Фрадков**, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Н.В. Хованов**, д-р физ.-мат. наук, проф., С.-Петербург, РФ

**Д.С. Черешкин**, д-р техн. наук, проф., Москва, РФ

**Л.Б. Шереметов**, д-р техн. наук, Мехико, Мексика

**А.В. Язенин**, д-р техн. наук, профессор, Тверь, РФ

## Адрес редакции

199178, Санкт-Петербург, 14-я линия, д. 39,  
email: [publ@iias.spb.su](mailto:publ@iias.spb.su), сайт: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

Подписано к печати 17.06.2014. Формат 60×90 1/16. Усл. печ. л. 15,11. Заказ № 351. Тираж 200 экз., цена свободная  
Отпечатано в Редакционно-издательском центре ГУАП, 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская, д. 67

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи и массовых коммуникаций, свидетельство ПИ № ФС77-41695 от 19 августа 2010 г.  
Подписной индекс 29393 по каталогу «Почта России»

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук»

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, 2014

Разрешается воспроизведение в прессе, а также сообщение в эфир или по кабелю опубликованных в составе печатного периодического издания-журнала «Труды СПИИРАН» статей по текущим экономическим, политическим, социальным и религиозным вопросам с обязательным указанием имени автора статьи и печатного периодического издания-журнала «Труды СПИИРАН»

# SPIIRAS Proceedings

Issue № 3(34), 2014

Scientific, educational, and interdisciplinary journal primarily specialized  
in computer science, automation, and applied mathematics

Trudy SPIIRAN ♦ Founded in 2002 ♦ Труды СПИИРАН

---

## Founder and Publisher

Federal State Budget Institution of Science

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences  
(SPIIRAS)

---

## Editor-in-Chief

R.M. Yusupov, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS, St. Petersburg, Russia

---

## Editorial Board Members

**A.A. Ashimov**, Prof., Dr. Sci., Academician  
of the National Academy of Sciences of the  
Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan  
**S.N. Baranov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**N.P. Veselkin**, Prof., Dr. Sci., Academician of RAS,  
St. Petersburg, Russia  
**V.I. Gorodetski**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**O.Yu. Gusikhin**, Ph. D., Dearborn, USA  
**V. Delic**, Prof., Dr. Sci., Novi Sad, Serbia  
**A. Dolgui**, Prof., Dr. Habil., St. Etienne, France  
**M. Zelezny**, Assoc. Prof., Ph.D., Plzen, Czech  
Republic  
**D.A. Ivanov**, Prof., Dr. Habil., Berlin, Germany  
**O.S. Ipatov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**V.P. Leonov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**G.A. Leonov**, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS,  
St. Petersburg, Russia  
**K.P. Markov**, Assoc. Prof., Ph.D., Aizu, Japan  
**Yu.A. Merkurjev**, Prof., Dr. Habil., Corr. Member  
of the Latvian Academy of Sciences, Riga, Latvia  
**N.A. Moldovian**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**A.A. Petrovsky**, Prof., Dr. Sci., Minsk, Belarus  
**V.V. Popovich**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**V.A. Putilov**, Prof., Dr. Sci., Apatity, Russia

**A.L. Ronzhin** (Deputy Editor-in-Chief),  
Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**A.I. Rudskoi**, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS,  
St. Petersburg, Russia  
**V.A. Saruchev**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg,  
Russia  
**V. Sgurev**, Prof., Dr. Sci., Academician  
of the Bulgarian academy of sciences, Sofia,  
Bulgaria  
**V. Skormin**, Prof., Ph.D., Binghamton, USA  
**A.V. Smirnov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**B.Ya. Sovetov**, Prof., Dr. Sci., Academician of RAE,  
St. Petersburg, Russia  
**V.A. Soyfer**, Prof., Dr. Sci., Corr. Member of RAS,  
Samara, Russia  
**B.V. Sokolov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**L.V. Utkin**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**A.L. Fradkov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg, Russia  
**N.V. Hovanov**, Prof., Dr. Sci., St. Petersburg,  
Russia  
**D.S. Chereskhin**, Prof., Dr. Sci., Moscow, Russia  
**L.B. Sheremetov**, Assoc. Prof., Dr. Sci., Mexico,  
Mexico  
**A.V. Yazenin**, Prof., Dr. Sci. Tver, Russia

---

## Editorial Board's address

14-th line VO, 39, SPIIRAS, St. Petersburg, 199178, Russia,  
email: [publ@iiias.spb.su](mailto:publ@iiias.spb.su), web: <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru/>

Signed to print 17.06.2014

Printed in Publishing center GUAP, 67, B. Morskaya, St. Petersburg, 190000, Russia

---

The journal is registered in Russian Federal Agency for Communications and Mass-Media Supervision,  
certificate ПИ № ФС77-41695 dated August 19, 2010 r.

Subscription Index 29393, Russian Post Catalog

© Federal State Budget Institution of Science

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, 2014

## СОДЕРЖАНИЕ

К 80-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ ЮСУПОВА РАФАЭЛЯ МИДХАТОВИЧА	5
Фрадков А.Л., Шалымов Д.С. ЗАКОНЫ ЭВОЛЮЦИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ ПРИНЦИПУ МАКСИМУМА ЭНТРОПИИ	14
Калинин В.Н. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ	33
Смоктей О.И. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СРЕД НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ	57
Рябинин И.А., Струков А.В. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ С ТРЕМЯ НЕСОВМЕСТНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ	89
Басов О.О., Хахамов П.Ю., Носов М.В. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЕНИЯ ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПЕРСОНАЛА	112
Мещеряков Р.В., Шелупанов А.А. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ РЕГИОНА И ПОДГОТОВКИ КАДРОВ	136
Лившиц И.И., Молдовян А.А., Танатарова А.Т. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СЕРТИФИКАЦИИ ПО МЕЖДУНАРОДНЫМ СТАНДАРТАМ ISO ОТ ТИПОВ ОРГАНИЗАЦИИ ДЛЯ ВЕДУЩИХ ОТРАСЛЕЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ	160
Ананченко И.В., Мусаев А.А. ТОРГОВЫЕ РОБОТЫ И УПРАВЛЕНИЕ В ХАОТИЧЕСКИХ СРЕДАХ: ОБЗОР И КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	178
Косовская Т.М. ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОУРОВНЕВОГО ОПИСАНИЯ КЛАССОВ НА ЯЗЫКЕ ИСЧИСЛЕНИЯ ПРЕДИКАТОВ	204
Воевода А.А., Марков А.В., Романников Д.О. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ: ПРОЕКТИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ UML ДИАГРАММ И СЕТЕЙ ПЕТРИ НА ПРИМЕРЕ АСУ ТП ВОДОНАПОРНОЙ СТАНЦИИ	218
Бураков М.В., Брунов М.С. СТРУКТУРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ	232
Свиньин С.Ф., Андрианов И.А. ПРИМЕНЕНИЕ РАВНОМЕРНО РАЗРЕЖЕННЫХ СУФФИКСНЫХ ДЕРЕВЬЕВ ДЛЯ ЗАДАЧ ОБРАБОТКИ СТРОК	247

## CONTENTS

TO THE 80-TH ANNIVERSARY OF YUSUPOV RAFAEL MIDHATOVICH Fradkov A.L., Shalymov D.S.	5
EVOLUTION LAWS FOR NON-STATIONARY PROCESSES THAT FOLLOW THE MAXENT PRINCIPLE Kalinin V.N.	14
MATHEMATICAL MODEL OF INFORMATIONAL INTERACTION OF THE SPACECRAFT WITH A SURFACE OF THE EARTH Smokty O.I.	33
IMPROVEMENTS OF THE ENVIRONMENT RADIATION FIELDS MODELING NUMERICAL METHODS ON THE BASIS OF MIRROR SYMMETRY PRINCIPLE Ryabinin I.A., Strukov A.V.	57
AUTOMATED MODELING OF RELIABILITY OF STRUCTURALLY COMPLEX SYSTEMS CONSISTING OF ELEMENTS WITH THREE DISJOINT STATES Basov O.O., Hahamov P.Ju., Nosov M.V.	89
IMPROVING THE EFFICIENCY OF MANAGEMENT UNDER THE CONDITIONS OF STAFF'S PSYCHOPHYSIOLOGICAL STATE CHANGING Meshcheryakov R.V., Shelupanov A.A.	112
CONCEPTUAL ISSUES OF INFORMATION SECURITY OF THE REGION AND TRAINING Livshitz I.I., Moldovyan A.A., Tanatarova A.T.	136
ANALYSIS OF CERTIFICATION DEPENDENCY OF INTERNATIONAL STANDARDS ISO FOR LEADING INDUSTRIES Anantchenko I.V., Musaev A.A.	160
TRADING ROBOTS AND MANAGEMENT IN CHAOTIC ENVIRONMENTS: A REVIEW AND CRITIQUE ANALYSIS Kosovskaya T.M.	178
AN APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF A LEVEL DESCRIPTION OF CLASSES BY MEANS OF A PREDICATE CALCULUS LANGUAGE Voevoda A.A., Markov A.V., Romannikov D.O.	204
SOFTWARE DEVELOPMENT: SOFTWARE DESIGN USING UML DIAGRAMS AND PETRI NETS FOR EXAMPLE AUTOMATED PROCESS CONTROL SYSTEM OF PUMPING STATION Burakov M.V., Brunov M.S.	218
STRUCTURAL IDENTIFICATION OF FUZZY MODEL Svinyin S.F., Andrianov I.A.	232
APPLICATION OF EVENLY SPARSE SUFFIX TREE FOR STRING PROCESSING TASKS	247

## К 80-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ ЮСУПОВА РАФАЭЛЯ МИДХАТОВИЧА



17 июля 2014 года исполнилось 80 лет со дня рождения Юсупова Рафаэля Мидхатовича, доктора технических наук, профессора, члена-корреспондента РАН, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, директора Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук.

Юсупов Рафаэль Мидхатович родился 17 июля 1934 года в г. Казани. После окончания в 1952 году с золотой медалью Казанской спецшколы ВВС Р.М. Юсупов был направлен в Ленинградскую военно-воздушную инженерную академию (ныне Военно-космическая академия (ВКА) имени А.Ф. Можайского), которую окончил с отличием в 1958 году по специальности инженер-электрик. В 1964 году он окончил Ленинградский государственный университет по специальности математик.

В 1958-1985 годах Р.М. Юсупов проходил службу в Военной академии имени А.Ф. Можайского (ВА имени А.Ф. Можайского), где занимал должности инженера (1958—1959), старшего инженера (1959), научного сотрудника (1959—1960), адъюнкта (1960—1962), старшего научного сотрудника (1962—1967), начальника научно-исследовательской лаборатории систем управления летательных аппаратов (1967—1970), заместителя начальника кафедры систем управления ракет и космических аппаратов (1970—1971), начальника кафедры боевой эффективности применения ракетно-космической техники (1971—1976), начальника созданного с его участием, уникального в системе высшего военного образования, факультета сбора и обработки информации (1976-1985). В 1985 году Р.М. Юсупов назначается на должность начальника Направления моделирования стратегических операций Центра оперативно-стратегических исследований Генерального Штаба Вооруженных Сил СССР. В 1986 году с целью улучшения оперативно-тактической подготовки выпускников ВА имени А.Ф.Можайского для службы в космических войсках, учитывая опыт служебной деятельности Р.М. Юсупова в ГШ ВС, он был назначен начальником кафедры оперативно-тактической подготовки ВА имени А.Ф. Можайского.

В 1989 году Р.М. Юсупов назначен с оставлением в кадрах Вооруженных Сил заместителем директора по научной работе Ленинградского института информатики и автоматизации АН СССР (с 1991 г. Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации), а в 1991 году избран директором этого института и является им по настоящее время.

Научно-педагогическая деятельность Р.М. Юсупова началась (с 1960 г.) с должности научного сотрудника ВКА, а впоследствии включала должности начальника военных кафедр и факультета и заведующего кафедрами и декана факультетов гражданских ВУЗов до директора Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), одного из ведущих институтов РАН в области информатики.

Р.М. Юсупов является организатором, руководителем и участником крупнейших фундаментальных и прикладных исследований в области кибернетики и информатики, результаты которых явились важным вкладом в отечественную и мировую науку, образование и экономику страны, ее безопасность и развитие международных научных связей.

В 1958—1976 годах Р.М. Юсупов проводил исследования в области теории управления полетом летательных аппаратов, теории самонастраивающихся (адаптивных) систем, теории идентификации и теории чувствительности динамических систем. Он является одним из основоположников отечественной научной школы по теории чувствительности. Благодаря работам Р.М. Юсупова, его коллег и учеников теория чувствительности вошла в число основных разделов общего курса теории автоматического управления. Анализ чувствительности стал обязательным этапом создания систем управления и их элементов. Научные результаты Р.М. Юсупова в указанных областях используются при проектировании, настройке и испытаниях высокоточных приборов и систем.

Существенное влияние на становление Р.М. Юсупова как ученого в этот период оказал выдающийся ученый в области систем управления академик Евгений Павлович Попов. В то время член-корреспондент АН СССР Е.П. Попов был начальником кафедры систем управления полетом ракет и космических аппаратов ВА имени А.Ф. Можайского, а Р.М. Юсупов был старшим научным сотрудником этой кафедры. Именно по совету и при поддержке Е.П. Попова Р.М. Юсупов стал заниматься теорией и практикой самонастраивающихся систем управления. По этой тематике им в 1963 году была успешно защищена кандидатская диссертация и подготовлен совместно с Е.П. Поповым доклад для Второго

конгресса ИФАК в Швейцарии. Развивая работу по данной тематике, Р.М. Юсупов получил пионерские мирового уровня результаты в теории чувствительности применительно к анализу и синтезу систем управления ракет и космических аппаратов. Уровень и прикладное значение результатов позволили ему успешно защитить в 1968 году докторскую диссертацию.

В 1981 году в издательстве «Наука» по теме диссертации опубликована монография «Чувствительность систем управления», ее актуальность подтверждается публикацией в США английского перевода этой монографии.

С 1976 года научные интересы Р.М. Юсупова связаны с проблемами сбора и обработки информации, геофизической кибернетики, математического моделирования, информатизации, телемедицины, конфликтологии, информационной безопасности.

Термин геофизическая кибернетика был предложен Р.М. Юсуповым в 1977 г. применительно к новому междисциплинарному научному направлению – теории и практике управления природными (геофизическими) процессами.

Под его руководством и с его участием в ВКА им. А.Ф. Можайского и в СПИИРАН выполнено, в том числе по постановлениям Правительства и Федеральным целевым научно-техническим программам, более 90 научно-исследовательских работ и проектов по вопросам повышения точности, эффективности, испытаний военно-технических систем (ВТС), планирования их развития, создания математического обеспечения систем обработки информации в ВТС, разработки информационно-расчетных систем оценки состояния природной среды и ее влияния на применение ВТС, создания новых информационных технологий и их использования в различных сферах развития общества

В области теории моделирования Р.М. Юсупов развивает новое научное направление — методы оценивания качества моделей (адекватность, чувствительность, сложность и т.д.), названное им квалиметрией моделей (моделеметрией). Им сформулированы концептуальные основы квалиметрии моделей, разработаны методы и алгоритмы оценивания адекватности и чувствительности моделей.

Избрание Р.М. Юсупова в 1991 году директором СПИИРАН совпало с массовым переходом во всем мире и в нашей стране на новое поколение вычислительной техники – персональные компьютеры. Персональные компьютеры приблизили мощные вычислительные ресурсы к непосредственному потребителю и проникли во все сферы человеческой деятельности.

При этом стало ясно, что простая компьютеризация не может обеспечить обществу прорыва на новый технологический уровень. Решением этой проблемы стал переход от простой компьютеризации к более широкой и глубокой информатизации общества.

Р.М. Юсупов является одним из инициаторов развития в России взамен исчерпавшего себя направления — компьютеризация нового весьма актуального научно-практического направления – информатизация общества. Важным вкладом Р.М. Юсупова в развитие этого направления является разработанная им универсальная структура концепции информатизации. Эта концепция по существу стала в России основой всех работ в области информатизации, чему, в частности, способствовали опубликованные им совместно с В.П. Заболотским монографии «Научно-методологические основы информатизации, СПб, Наука, 2001 г.» и «Концептуальные и научно-методологические основы информатизации. СПб, Наука, 2009 г.».

Впервые эти концептуальные и научно-методологические основы информатизации были реализованы на практике в 1991 году, когда под руководством Р.М. Юсупова и с его непосредственным участием были созданы концепция информатизации Ленинградского экономического региона (1991 г.) и типовая концепция информатизации городского района (1992 г.). Р.М.Юсупов является соавтором Концепции информатизации Санкт-Петербурга. С его участием разработана стратегия перехода Санкт-Петербурга в информационное общество, он является руководителем и разработчиком ряда проектов для города в области телекоммуникаций и телемедицины, в том числе Целевой программы «Электронный Санкт-Петербург». Р.М.Юсупов является бессменным соруководителем проводимых в городе при поддержке Администрации Санкт-Петербурга регулярных конференций: «Региональная информатика» и «Информационная безопасность регионов России», которые способствуют формированию единого информационного пространства города. Им организован постоянно действующий семинар по разработке компьютерных моделей развития города. Благодаря усилиям Р.М. Юсупова, руководимый им институт стал научно-методическим центром информатизации Санкт-Петербурга.

Значительные результаты, полученные Р.М. Юсуповым при разработке концептуальных и научно-методологических основ информатизации и информационного общества, оказали существенное влияние на эти процессы в Санкт-Петербурге и стране.

В развитие этого направления Р.М. Юсуповым разработаны структурная и экономико-математическая модели информационного

общества в предположении, что в последнем функционируют секторы материального и информационного (знания) производства.

С использованием этих моделей им получена новая параметрическая информационная модель развития науки, позволяющая исследовать влияние ряда параметров (объем финансирования, численность научных работников, старение знаний, «утечка умов» и технологий и т.д.) на эволюцию науки.

Дальнейшим развитием исследований в этом направлении являются работы Р.М. Юсупова в области влияния процесса информатизации общества на информационную и национальную безопасность такого общества, влияния информационных технологий на обеспечение национальной безопасности, создание и применение интегрированных информационных технологий и систем поддержки принятия решений. Результаты исследований Р.М. Юсупова внесли существенный вклад в работу соответствующих организаций, за что он удостоен ряда наград и премий.

Так только за последние три года под руководством Юсупова Р.М. и его непосредственном участии выполнены 17 научно-исследовательских и 25 опытно-конструкторских работ, заказчиками которых являлись Министерство обороны России и другие министерства и ведомства. По результатам этих работ институтом осуществляется серийное изготовление и поставка ряда изделий, в том числе двух типов образцов вооружения и военной техники. Объем работ, осуществляемый институтом по государственному заказу, составляет 71% от общего объема выполняемых работ. Основные научные результаты этих исследований отражены в монографиях: «Наука и национальная безопасность. СПб. Наука, 2006 г.», «Наука и национальная безопасность. 2-е издание, переработанное и дополненное. СПб. Наука, 2011 г.», «Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов. Москва. Наука, 2006 г.».

Свою высокоэффективную научную деятельность Р.М. Юсупов успешно сочетает с работой по подготовке высококвалифицированных инженерных и научных кадров. В течение 20 лет в ВКА имени А.Ф. Можайского на должностях начальника кафедры и начальника факультета он готовил высококвалифицированные инженерные кадры для Вооруженных Сил, многие из которых в настоящее время с успехом трудятся в различных структурах, в том числе и в РАН.

С 1991 года он является заведующим базовой кафедрой «Автоматизация научных исследований» Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета, а с 2003 года и

базовой кафедрой «Прикладная информатика» Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В 1996-1999 годах Р.М. Юсупов был профессором Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ), где при его непосредственном участии в 1998 году был создан факультет «Безопасность». Деканом этого факультета Р.М. Юсупов был с 1998 по 2001 год. В 2009 г. он избран заведующим базовой кафедрой «Распределённые интеллектуальные системы автоматизации», в 2013 г. назначен научным руководителем Института «Информационных технологий и управления» СПбГПУ, и избран заведующим базовой кафедрой «Интеллектуальные системы управления» этого института.

По инициативе и непосредственном участии Р.М.Юсупова в институте созданы и успешно функционируют шесть базовых кафедр:

- Информационных технологий и компьютерной безопасности, ведущий ВУЗ – СПбГЭТУ (год создания 1979);

- Прикладная информатика, ведущий ВУЗ – СПбГУАП (2002г.);

- Нейроинформатика и робототехника, ведущий ВУЗ – СПбГУАП (2004г.);

- Распределённые интеллектуальные системы автоматизации, ведущий ВУЗ – СПбГПУ (2009г.);

- Информационная безопасность, ведущий ВУЗ – ПГУПС (2010г.);

- Филиал кафедры механики и управляемого движения, ведущий ВУЗ – СПбГУ (1981г.).

С целью привития студентам и аспирантам навыков научной и прикладной деятельности в институте функционируют четыре научно-образовательных центра. Компьютерный научно-образовательный центр (с 1998 г.). Научно-образовательный центр «Технологии интеллектуального пространства» (с 2010 г.). Инновационно-образовательный Центр космических услуг (с 2011 г.). Учебный центр для подготовки сертифицированных специалистов в области обработки данных дистанционного зондирования Земли (с 2012 г.).

С этой же целью в институте созданы три базовые научно-исследовательские лаборатории при ряде университетов страны.

По инициативе Р.М. Юсупова в здании института в 1995 году организован и работает Музей СПИИРАН и бывшей всемирно известной школы-гимназии Карла Мая (основана в 1856 г.), в здании которой в настоящее время располагается СПИИРАН. Среди выпускников этой школы более 35 членов Российской академии наук и Академии художеств, много выдающихся государственных и

общественных деятелей России, космонавты дважды Герой Советского Союза Г.М. Гречко и Герой России А.И. Борисенко.

Ученые института на основе этого музея ведут просветительскую и воспитательную работу со школьниками и студентами Санкт-Петербурга, пропагандируя лучшие научные, педагогические и культурно-нравственные традиции российской школы и науки. В разделе музея, посвященном СПИИРАН, выставлены образцы вычислительной техники прошлых времен.

Р.М. Юсупов выдающийся ученый в области информатики и теории управления, основатель и руководитель научных школ по теории чувствительности информационно-управляющих систем, квалиметрии моделей, геофизической кибернетике и научной школы «информатизация и формирование информационного общества». Среди учеников Р.М. Юсупова 12 докторов наук и более 40 кандидатов наук. Р.М. Юсупов является автором более 400 научных трудов, 20 монографий и учебников.

За свою педагогическую деятельность и работы в области интеграции науки и образования и информатизации системы непрерывного образования Р.М. Юсупов удостоен ряда премий, в том числе, Премия Правительства РФ (2009 г.) и Международная премия им. Н. Рериха за достижения в области педагогики и просветительства.

Р.М. Юсупов ведет большую научно-организационную и общественную работу как член Президиума Санкт-Петербургского научного центра РАН (с 1992), председатель Объединенного научного совета этого центра по информатике, телекоммуникациям и управлению (с 1992), член Научного совета при Совете Безопасности РФ (с 1999), заместитель председателя Научного совета по информатизации Санкт-Петербурга (с 1994), член Научного совета РАН по теории управляемых процессов и автоматизации (с 2007), член Научного совета по государственной НТП "Информатизация России" (с 1994), член Северо-Западной секции содействия развитию экономической науки РАН (с 1998), член Российского национального комитета по автоматическому управлению (с 1998), член правления Санкт-Петербургского отделения Ломоносовского фонда (с 2004), сопредседатель Координационного совета Партнерства для развития информационного общества на Северо-Западе России (ПРИОР СЗ) (с 2002), президент Национального общества имитационного моделирования (с 2011).

Являясь членом Научного совета при Совете Безопасности Российской Федерации, Р.М. Юсупов принимал участие в разработке более десяти проектов государственных документов по обеспечению

информационной безопасности, в которые вошли его предложения. В одном из последних документов совета “Основные направления государственной политики в области формирования культуры информационной безопасности личности до 2020 года“ учтены два его предложения. Являясь заместителем председателя Научного совета по информатизации Санкт-Петербурга, Р.М. Юсупов, опираясь на разработанные им концептуальные и методологические основы информатизации и развития информационного общества, внес важный вклад в разработку документов, оказавших существенное положительное влияние на эти процессы в Санкт-Петербурге и в стране.

Р.М. Юсупов является членом редакционных советов журналов: «Информатика и ее применения», «Научно технические ведомости СПбГПУ» (председатель редакционного совета серии «Информатика. Телекоммуникации. Управление»), «Информация и космос», «Известия Петербургского университета путей сообщения», «Экономика и управление», «Прикаспийский журнал. Управление и высокие технологии», «Проблемы управления и информатики» (Украина), «Мехатроника, автоматизация и управление», «Информатизация и связь», «Телекоммуникации», "Journal of Intelligent Control" (США), председателем докторского диссертационного совета при СПИИРАН, член докторских диссертационных советов при ВКА имени А.Ф. Можайского и СПбГПУ.

Благодаря усилиям Р.М. Юсупова издаваемый институтом с 2001 г. журнал «Труды СПИИРАН» с 2011 г. включен в список ВАК.

Международным признанием научных достижений Р.М. Юсупова являются присуждение ему ряда международных премий, его многочисленные научные публикации (в том числе монографии) в зарубежных издательствах, приглашение в состав программных и организационных комитетов международных конференций (в том числе и в качестве докладчика), выступления с приглашенными докладами на международных конференциях, чтение лекций в зарубежных университетах. Р.М. Юсупов избран членом ряда международных академий, входит в состав редколлегий ряда зарубежных журналов. Он является руководителем многих заказных зарубежных проектов и грантов. За работы в области обеспечения международной информационной безопасности он награжден орденом “Содружество” Межпарламентской ассамблеи государств-участников Содружества независимых государств (2013г). В 2005 г. ему присуждена Международная премия им. Н.Периха за достижения в области педагогики и просветительства

За заслуги в период военной службы Р.М. Юсупов награжден орденом «Красной звезды» (1978) и тринадцатью медалями, ему присвоено воинское звание генерал-майор (1980). За заслуги в развитии военной науки, вооружения и техники он избран действительным членом Академии военных наук России (1996), награжден грамотой Военно-научного комитета Вооруженных Сил РФ «За большой вклад в развитие отечественной науки, вооружения, и военной техники» (2012).

За научные достижения и педагогические заслуги Р.М. Юсупов награжден орденом «За заслуги перед Отечеством» IV степени (2005), орденом «Почета» (1999), ему присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки и техники РФ» (1984), «Почетный радист СССР» (1974), присуждена ученая степень доктора технических наук (1968), присвоено ученое звание профессора (1974), награжден Министерством высшего и среднего специального образования СССР Первой премией и медалью за лучшую научную работу (1983), избран членом-корреспондентом Российской академии наук (2006).

Он удостоен премий Правительства РФ и Правительства Санкт-Петербурга в области образования (2009), премии Правительства Санкт-Петербурга им. А.С. Попова в области электро- и радиотехники и информационных технологий.

Р.М. Юсупов избран членом Санкт-Петербургской инженерной академии (1992), Российской академии естественных наук (1999), которая присвоила ему за научные, педагогические и общественные заслуги почетное звание «Рыцарь науки и искусств» и наградила одноименным знаком (2004).

Благодаря высокому научному кругозору Р.М. Юсупова, его научной прозорливости, а также выдающимся организаторским способностям, в сложных условиях социально-экономических реформ удалось не только сохранить, но и развить и увеличить интеллектуальный потенциал СПИИРАН, которым он руководит уже более 25 лет, а также закрепить за институтом роль одного из ведущих научных учреждений в области информатики и автоматизации не только в Российской академии наук и в Санкт-Петербурге, но и в целом в России и за ее пределами.

Сотрудники института, ученики и коллеги, редакционная коллегия журнала Труды СПИИРАН от души поздравляют Рафаэля Мидхатовича Юсупова с юбилеем и желают ему крепкого здоровья и дальнейших творческих успехов!

А.Л. ФРАДКОВ, Д.С. ШАЛЫМОВ

## ЗАКОНЫ ЭВОЛЮЦИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ ПРИНЦИПУ МАКСИМУМА ЭНТРОПИИ

---

*Фрадков А.Л., Шалымов Д.С. Законы эволюции нестационарных процессов, подчиняющихся принципу максимума энтропии.*

**Аннотация.** В статье предложен новый способ обоснования принципа максимального производства энтропии. На основе экстремального принципа скоростного градиента рассматривается динамика системы при условии, что система подчиняется принципу максимума информационной энтропии. Получена система уравнений, описывающих динамику функции распределения и ее выход на стационарное состояние, совпадающее с распределением Гиббса. Доказана асимптотическая сходимости и единственность предельного распределения. В качестве ограничений рассмотрены закон сохранения масс и закон сохранения энергии.

**Ключевые слова:** максимизация энтропии, принцип максимального производства энтропии, скоростной градиент, распределение Гиббса.

---

*Fradkov A.L., Shalymov D.S. Evolution laws for non-stationary processes that follow the MaxEnt principle.*

**Abstract.** In this paper a new justification of maximum entropy production principle (MEPP) is proposed. The dynamics of systems with continuous distribution of parameters are reviewed on the basis of the extreme principle of the speed gradient and on the condition that the system follows the principle of maximum entropy. A set of equations is derived to describe the dynamics of the probability distribution function (pdf). It is shown that for pdfs with compact carrier the limit pdf is unique and can be obtained from Jaynes's MaxEnt principle. The asymptotic convergence is proved. The constraints imposed are the mass conservation law and the energy conservation law.

**Keywords:** MaxEnt, MEPP, speed gradient principle, Gibbs distribution.

---

**1. Введение.** Вопросы эволюции в природе и обществе порождают множество различных дискуссий, в центре которых оказывается понятие энтропии, составляющее основу современной статистической физики и термодинамики.

Для описания эволюции нестационарных процессов, подчиняющихся принципу максимума энтропии, нередко используют принцип максимума производства энтропии (MEPP - Maximum Entropy Production Principle) [1], который состоит в том, что неравновесная система в "естественных" условиях развивается так, чтобы максимизировать свою скорость производства энтропии при заданных внешних ограничениях. Под "естественными" условиями будем понимать отсутствие целенаправленного внешнего воздействия.

Таким образом, если принцип максимума энтропии говорит о том, что система стремится к состоянию, соответствующему максимальному значению энтропии, то принцип MEPP говорит о том, что

делает это система с максимально возможной скоростью. Эти принципы позволяют в ряде случаев при изучении эволюции систем получить недостающую информацию и определить выбор режима развития.

В статистической физике при изучении сложных неравновесных систем МЕРР используется для нахождения распределений микроскопических характеристик, которые рассматриваются как случайные величины. Что касается термодинамики, то применительно к неравновесным процессам в изолированной системе второе начало термодинамики утверждает о невозможности уменьшения энтропии. Если использовать статистическую интерпретацию, следующую из работ Больцмана и Гиббса, принцип максимума производства энтропии может рассматриваться как естественное обобщение формулировки Клаузиуса-Больцмана-Гиббса второго начала [2,3].

Для обоснования МЕРР в настоящее время широко используется подход на основе информационной энтропии, предложенный Э.Т. Джейнсом (1957) [3-6]. Этот подход является простым и удобным способом построения статистической термодинамики (классической и квантовой), который лишен некоторых сложностей, таких как, например, эргодическая гипотеза [3-7]. Существенным достоинством формализма Джейнса является возможность его обобщения при изучении неравновесных систем. В литературе имеются различные направления этого его использования, включающие описания релаксационных процессов (связанных с термодинамикой необратимых процессов, формулами Грина-Кубо и т.п.) [3,6,8,9] и неравновесных фазовых переходов [10].

Принцип максимума производства энтропии находит широкое применение в различных исследованиях сложных систем физической, химической и биологической природы [1]. Однако вопрос вывода этого принципа, который определяет динамику нестационарных (переходных) режимов, говорит, как и по какой траектории стремится состояние системы к состоянию с максимальной энтропией, остается актуальным до сих пор.

Метод наиболее вероятного пути эволюции для описания неравновесных стационарных систем предложили А. Филюков и В. Карпов (в 1967-1968 гг.) [11]. Предложенный и развитый ими аппарат во многом перекликается с появившимся гораздо позже подходом Девара (2003) [12,13], в котором представлен вывод принципа максимума производства энтропии с помощью формализма Джейнса. Девар исследует неравновесную стационарную открытую систему (объемом  $V$  и с границей  $\Omega$ ) и использует понятие "микроскопический путь" - изменение микросостояния со временем.

Однако, согласно критическим замечаниям в [1], проблема связи максимума информационной энтропии траекторий и принципа максимума производства энтропии, а, соответственно, и определения эволюции энтропии системы, осталась открытой.

Известно, что методы оптимального управления, такие как динамическое программирование Беллмана, принцип максимума Понтрягина и др., могут быть эффективно использованы для построения моделей динамики механических [14], термодинамических [15] и других сложных систем. Так, например, согласно работам Г. Розенброка [16,17], на основе принципов оптимального управления может быть получен вывод основных уравнений квантовой механики, поскольку уравнение Шредингера оказывается непосредственным следствием принципа оптимальности Гамильтона-Якоби-Беллмана.

В контексте принципа МЕРР использование методов оптимального управления также кажется перспективным. Уравнения динамики физических систем могут быть построены на основе экстремальных принципов в случае, когда удастся ввести понятие цели как достижение экстремума целевого функционала. В качестве такой цели можем рассмотреть максимизацию энтропии системы и использовать принцип скоростного градиента (СГ) [18-22], предназначенный для решения задач управления непрерывными по времени системами, в которых задана вышеупомянутая цель.

При таком использовании СГ-принцип может дать обоснование принципу МЕРР, определив уравнения динамики системы, обеспечивающие максимальный прирост энтропии. Например, известен факт, что принцип скоростного градиента согласуется с одним из принципов биологии, по которому организмы и популяции развиваются так, чтобы обеспечить максимальный прирост своей биомассы [23].

В работах [18, 24] экстремальный принцип скоростного градиента уже был успешно применен для построения уравнений статистической динамики конечных систем частиц, подчиняющихся принципу максимума энтропии. В [21] проведена экспериментальная проверка применимости принципа скоростного градиента на примере системы частиц, моделируемой методом молекулярной динамики на основе уравнений классической механики. Однако вопрос о распространении полученных результатов на системы с непрерывными распределениями состояний остается открытым.

Основным результатом настоящей работы является распространение результатов [18,21] на системы с непрерывным распределением множества значений параметров. Из принципа скоростного градиента

выводятся уравнения динамики переходных режимов систем, подчиняющихся в установившемся режиме принципу максимума энтропии.

В следующем разделе приводится формулировка принципа скоростного градиента. В разделе 3 вводится формализм Джейнса. Иллюстрирующий пример динамической системы с непрерывным распределением параметров, подчиняющейся принципу максимума энтропии, приведен в разделе 4. Рассмотрены случаи с одним и двумя ограничениями. Делается вывод уравнений переходного режима и анализ их свойств. Доказывается асимптотическая устойчивость. В разделе 5 представлен краткий обзор случаев использования принципа МЕРР.

**2. Принцип скоростного градиента.** Рассмотрим класс открытых физических систем, модели динамики которых, описываются системами дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (1)$$

где  $x \in \mathbb{C}^n$  - вектор состояния системы,  $u$  - вектор входных (свободных) переменных,  $t \geq 0$ .

Задача моделирования (построения модели) системы может быть поставлена как нахождение закона изменения (эволюции)  $u(t)$ , удовлетворяющего некоторому критерию естественности ее поведения и придающего создаваемой модели свойства, наблюдаемые у реальной физической системы.

Построение такого критерия на основе экстремальных и вариационных принципов обычно предполагает задание некоторого интегрального функционала (например, функционал действия в принципе наименьшего действия [25], характеризующего поведение системы.

Минимизация функционала определяет реально возможные траектории системы  $\{x(t), u(t)\}$  как точки в соответствующем функциональном пространстве. Для явного определения закона динамики системы используется развитый аппарат вариационного исчисления.

Кроме интегральных, были предложены и дифференциальные (локальные по времени) принципы, такие, как принцип наименьшего принуждения Гаусса, принцип минимальной диссипации энергии и др. Как отмечал М. Планк [26], локальные принципы имеют некоторое преимущество перед интегральными, поскольку они не ставят в зависимость текущее состояние и движение системы от ее позднейших состояний и движений. Следуя [19,24], сформулируем еще один локальный вариационный принцип, основанный на методе скоростного градиента, предложенном ранее для синтеза законов нелинейного и адаптивного управления.

*Принцип скоростного градиента: среди всех возможных движений в системе реализуются лишь те, для которых входные переменные изменяются пропорционально скоростному градиенту от некоторого "целевого" функционала  $Q_t$ .*

Если на движение системы наложены связи, то направление движения есть проекция вектора скоростного градиента на множество допустимых (совместимых со связями) направлений.

Принцип скоростного градиента (СГ-принцип) предлагает исследователю на выбор два типа моделей динамики систем:

1. Модели, следующие из алгоритмов скоростного градиента в дифференциальной форме:

$$\dot{u} = -\Gamma \nabla_u \dot{Q}_t. \quad (2)$$

2. Модели, следующие из алгоритмов скоростного градиента в конечной форме:

$$u = -\Gamma \nabla_u \dot{Q}_t. \quad (3)$$

Здесь  $\dot{Q}_t$  - скорость изменения целевого функционала вдоль траектории системы (1).

Опишем схему применения СГ-принципа в простейшем (но и важнейшем) случае, когда класс моделей динамики (1) задан соотношением:

$$\dot{x} = u. \quad (4)$$

Соотношение (4) означает всего лишь, что мы ищем закон изменения скоростей переменных состояния системы. В соответствии с СГ-принципом прежде всего нужно ввести целевой функционал (функцию)  $Q(x)$ . Выбор  $Q(x)$  должен быть основан на физике реальной системы и отражать наличие в ней тенденции к уменьшению текущего значения  $Q(x(t))$ . После этого закон динамики может быть выписан в виде (2) или (3).

При этом задание закона динамики в виде (1) порождает дифференциальные уравнения движения второго порядка, которые инвариантны относительно замены времени  $t$  на  $-t$ , т. е. соответствуют обратимым процессам. Напротив, выбор конечной формы (2) соответствует, как правило, необратимым процессам.

СГ-принцип применим и к построению моделей динамики распределенных систем, описываемых в бесконечномерных пространствах состояний. В частности,  $x$  может быть вектором гильбертова про-

странства  $X$ , а  $f(x,u,t)$  - нелинейным оператором, определенным на плотном множестве  $D_F \subset X$ , (при этом решения уравнения (1) понимаются как обобщенные решения).

Подчеркнем, что принцип скоростного градиента порождает уравнения для переходных (нестационарных) режимов функционирования систем, т.е. дает ответ на вопрос: *как* система будет эволюционировать? Этим он отличается от принципов максимума энтропии, максимума Фишеровской информации и др., характеризующих установившиеся процессы и дающих ответ на вопросы: *куда?* и *как далеко?* СГ-принцип можно использовать для анализа устойчивости и скорости затухания переходных процессов, оценки максимального отклонения от предельных режимов и т.д.

**3. Принцип максимума энтропии по Джейнсу.** Подход, предложенный Джейнсом [3-6], стал основой построения фундамента статистической физики на основе информационной энтропии. Изложим основные его идеи.

Пусть  $p(x)$  - функция распределения многомерной случайной величины  $x$ . Эта функция неизвестна и требуется ее определить на основе имеющейся информации о данной системе. Допустим, что мы располагаем информацией о некоторых средних значениях  $\bar{H}_m$ :

$$\bar{H}_m = \int H_m(x)p(x)dx, m = 1, \dots, M. \quad (5)$$

Также для функции плотности распределения верно:

$$\int p(x)dx = 1. \quad (6)$$

Условий (5) и (6) в общем случае может не хватить для нахождения  $p(x)$ . В этом случае, согласно Джейнсу, наиболее объективный способ определить функцию распределения с помощью максимизации информационной энтропии  $S_I$ :

$$S_I = - \int p(x) \log(p(x)) dx.$$

Поиск максимума  $S_I$  с использованием дополнительных условий (5) и (6) выполняется при помощи множителей Лагранжа  $\lambda_m$  и приводит к следующим результатам:

$$p(x) = \frac{1}{Z} \exp(\sum_{m=1}^M \lambda_m H_m), \quad (7)$$

$$Z = \int \exp(-\sum_{m=1}^M \lambda_m H_m) dx, \quad (8)$$

где параметры  $\lambda_m$  могут быть определены из условий (5).

Полученные формулы позволяют находить функции распределения для микроканонического, канонического и других ансамблей,

используя в качестве (5) условия, характеризующие каждый из перечисленных равновесных ансамблей (см., например [4,7]).

Также показывается, что в равновесном случае при соответствующем выборе случайных величин  $x$  максимум информационной энтропии совпадает с энтропией Гиббса и может быть отождествлен с термодинамической энтропией.

Джейнс показал глубокую связь и преемственность своего подхода как к классическим работам Бернулли, Лапласа по теории вероятности и статистике, так и к трудам по физике и теории информации (в особенности Дж. Гиббса и К. Шеннона) [6].

Хотя изначально теория информации создавалась с помощью некоторых понятий статистической физики, в настоящее время, следуя Джейнсу, можно принять информационный подход за основу при построении статистической физики. При этом формализм статистической механики, согласно [1], оказывается некой последовательностью действий, следуя которой, мы имеем возможность получить наилучшую, объективную оценку при наличии существенной ограниченности наших знаний о микромире (это статистическая методика предупреждения возможных ошибок).

#### **4. Максимизация энтропии методом скоростного градиента.**

Принцип скоростного градиента определяет закон, по которому будет эволюционировать система. Получаемые уравнения для переходных (нестационарных) состояний характеризуют динамику функционирования системы.

В соответствии со вторым законом термодинамики и принципом максимума энтропии Гиббса-Джейнса [4,5] энтропия любой физической системы стремится возрасти до тех пор, пока она не достигнет своего максимального значения при ограничениях, накладываемых другими физическими законами.

Это утверждение определяет асимптотическое поведение системы при  $t \rightarrow \infty$ , однако ничего не говорит о том, как происходит движение к асимптотике. Для ответа на этот вопрос используем принцип скоростного градиента.

*4.1. Система с непрерывным распределением состояний.* Рассмотрим систему с непрерывным распределением множества возможных состояний. Распределение вероятности по состояниям характеризуется непрерывной везде, за исключением множества меры ноль, неотрицательной функцией плотности вероятности  $p(t,r)$ , удовлетворяющей условию:

$$\int_{\Omega} p(t,r) dr = 1, \quad (9)$$

где  $\Omega$  - компакт.

Состояние системы эволюционирует во времени. Нас интересует поведение системы как в установившемся, так и в переходном режиме. Установившееся состояние определяется из принципа максимума энтропии: если ничего более о системе неизвестно, ее предельное поведение будет максимизировать ее меру неопределенности (энтропию).

В качестве меры неопределенности выберем дифференциальную энтропию. Для рассматриваемой системы она определяется как:

$$S = - \int_{\Omega} p(t,r) \log(p(t,r)) dr. \quad (10)$$

Закон динамики системы будем искать в виде:

$$\dot{x} = u(t,r), x = p(t,r). \quad (11)$$

Необходимо определить функцию  $u(t,r)$ .

В соответствии с СГ-принципом требуется вычислить скорость изменения энтропии (10) в силу системы (11), затем вычислить градиент этой скорости по отношению к функции  $u$  и, наконец, определить действительные управления пропорционально проекции градиента на поверхность ограничений (9). Вычисление  $\dot{S}$  дает:

$$\dot{S} = - \int_{\Omega} (u \log(p) + u \frac{p}{p}) dr = - \int_{\Omega} u \log(p) dr - \int_{\Omega} u dr.$$

Из (9) следует, что:

$$\int_{\Omega} u(t,r) dr = 0. \quad (12)$$

Откуда  $\dot{S} = - \int_{\Omega} u \log(p) dr$ . Градиент  $\dot{S}$  по  $u$  есть  $\nabla_u \dot{S} = -\nabla_u \langle \log(p), u \rangle$ . Согласно скалярному произведению получается  $\nabla_u \dot{S} = -\log(p)$ .

СГ-закон движения принимает вид  $u = -\Gamma \log(p(t,r)) + \lambda$ , где  $\Gamma$  можно взять скаляром, а множитель Лагранжа  $\lambda$  выбирается из условия удовлетворения ограничению (12).

$$\int_{\Omega} (-\Gamma \log(p(t,r)) + \lambda) dr = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{\int_{\Omega} \log(p(t,r)) dr}{mes(\Omega)}, \quad (13)$$

где  $mes(\Omega) = \int_{\Omega} 1 d\Omega$ .

Окончательно уравнение динамики системы имеет вид:

$$\dot{p} = -\Gamma \log(p(t, r)) + \frac{\Gamma \int_{\Omega} \log(p(t, r)) dr}{mes(\Omega)} = -\Gamma \left( \log(p(t, r)) - \frac{\int_{\Omega} \log(p(t, r)) dr}{mes(\Omega)} \right) \quad (14)$$

Физический смысл закона (14) состоит в движении в направлении максимальной скорости производства (скорости роста) энтропии, что соответствует принципу МЕРР.

*Устойчивость равновесия.* Далее исследуем устойчивость равновесия полученного уравнения (14). Для этого рассмотрим функцию Ляпунова:

$$V(p) = S_{max} - S(p) \geq 0. \quad (15)$$

Вычислим производную функции (15):

$$\dot{V}(p) = -\dot{S}(p) = \int_{\Omega} u \log(p) dr. \quad (16)$$

Подставляя выражение для  $u$  из (14) в (16), получаем

$$\dot{V}(p) = \int_{\Omega} -\Gamma \left( \log^2 p(t, r) - \frac{\int_{\Omega} \log(p(t, r)) dr}{mes(\Omega)} \log(p(t, r)) \right) dr.$$

После преобразований получаем, что:

$$\dot{V}(p) = -\frac{\Gamma}{mes(\Omega)} \left( \int_{\Omega} mes(\Omega) \log^2(p(t, r)) dr - \left( \int_{\Omega} \log(p(t, r)) dr \right)^2 \right).$$

Применим неравенство Коши-Буняковского вида:

$$\left| \int_{\Omega} f(x)g(x) dx \right|^2 \leq \left( \int_{\Omega} |f(x)|^2 dx \right) \left( \int_{\Omega} |g(x)|^2 dx \right), \quad (17)$$

для функций  $f = \log(p)$  и  $g = 1$ .

Учитывая неотрицательность скаляра  $\Gamma$ , получаем, что  $\dot{V}(p) \leq 0$ . Обозначим множество функций, на которых  $\dot{V}(p)$  принимает нулевые значения, как  $D = \{p(t, r): \dot{V}(p) = 0\}$ . Известно, что равенство в неравенстве Коши-Буняковского достигается при  $f(x) = \alpha g(x)$ , то есть при кратности. В нашем случае  $\dot{V}(p) = 0$ , когда  $\log(p(t, r)) = \alpha$ , что возможно только при  $p(t, r) = const$ . Используя ограничение (9) получаем, что  $const = mes^{-1}(\Omega)$  и что множество  $D$  состоит из единственного решения  $D = p^*$ .

*Асимптотическая сходимость.* Покажем асимптотическую сходимость решений к  $p^*$ . Для простоты записи введем обозначения  $v(t) = V(p(t))$ . Покажем, что  $\dot{v}(t) \rightarrow 0$ . Для этого используем лемму Барбалата.

*Лемма Барбалата.* Если дифференцируемая функция  $f(t)$  имеет конечный предел при  $t \rightarrow \infty$  и ее производная  $\dot{f}(t)$  равномерно непрерывна, то  $\dot{f}(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Возьмем в качестве  $f(t)$  функцию  $v(t)$ . В силу того, что функция  $v(t) \geq 0$  и  $\dot{v} \leq 0$ , функция  $v(t)$  имеет конечный предел при  $t \rightarrow \infty$ .

Покажем, при каких условиях ограничена функция  $|\dot{v}(t)|$ . Из этого следует, что  $\dot{v}$  равномерно непрерывна:

$$\dot{v} = -\frac{2\Gamma}{\text{mes}(\Omega)} \left( \text{mes}(\Omega) - 2 \int_{\Omega} \log^2 p dr \right) \int_{\Omega} \log(p) \frac{\dot{p}}{p} dr = \frac{2\Gamma^2}{\text{mes}(\Omega)} \left( \text{mes}(\Omega) - 2 \int_{\Omega} \log^2 p dr \right) \left( \int_{\Omega} \frac{\log^2 p}{p} dr - \int_{\Omega} \frac{\log(p)}{p} dr \frac{\int_{\Omega} \log(p) dr}{\text{mes}(\Omega)} \right)$$

Функция  $\int_{\Omega} \log^2 p dr < \infty$  в случае, когда:

$$\text{mes}(\{r: p(r) = 0 \cup p(r) = \infty\}) = 0. \quad (18)$$

Аналогичный вывод можно сделать также для функции  $\dot{v}(t)$ . Таким образом, функция  $\dot{v}$  равномерно непрерывна, если выполнено условие (18). Тогда, согласно лемме Барбалата,  $\dot{v}(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Пусть  $f_t = \log(p(t))$ . Тогда, учитывая что  $\int_{\Omega} f^2 dr = \|f\|^2$ , выражение для  $\dot{v}$  можно переписать как:

$$\dot{v} = -\frac{\Gamma}{\text{mes}(\Omega)} \left( \text{mes}(\Omega) \|f_t\|^2 - (1, f_t)^2 \right) = -\Gamma \|f_t\|^2 \left( 1 - \frac{(1, f_t)^2}{\text{mes}(\Omega) \|f_t\|^2} \right) = -\Gamma \|f_t\|^2 (1 - \cos^2(\alpha(t))), \quad (19)$$

где  $\alpha(t) = \cos(\langle 1, f_t \rangle)$ .

Если  $\|f_t\|^2 \rightarrow 0$ , то  $\int_{\Omega} \log^2 p_t dr \rightarrow 0$ . Это означает, что  $\text{mes}_t \{r: p_t(r) \neq 1\} \rightarrow 0$ . А это равносильно  $\int_{\Omega} p_t dr \rightarrow \text{mes}(\Omega)$ . При этом, согласно ограничению на плотность распределения, для  $\forall t$  верно  $\int_{\Omega} p_t dr = 1$ . Таким образом, если только  $\text{mes}(\Omega) \neq 1$ , утверждение  $\|f_t\|^2 \rightarrow 0$  неверно. Случай  $\text{mes}(\Omega) = 1$  будем считать вырожденным.

На основе (19) получаем, что  $\alpha(t) \rightarrow 0$ . А значит  $\widehat{f}_t \rightarrow \widehat{1}$ , где  $\widehat{f}_t$  и  $\widehat{1}$  - нормированные величины для  $f_t$  и  $1$  соответственно. Отсюда следует, что  $p_t$  стремится к стационарному распределению, которое, как было выяснено ранее, единственное. Таким образом,  $p_t \rightarrow p^*$ .

4.2. *Ограничение на общую энергию системы.* Аналогично рассматриваются задачи с несколькими ограничениями. Ограничение (9) можно интерпретировать как закон сохранения массы системы на пространстве  $\Omega$ . Рассмотрим систему, в которой помимо этого ограничения вводится также закон сохранения энергии. Будем рассматривать консервативный случай, когда энергия не зависит от времени. Тогда новое ограничение можно описать как:

$$\int_{\Omega} p(t, r)h(r)dr = E, \quad (20)$$

где  $E$  - общая энергия системы, а  $h(r)$  есть плотность энергии.

Рассмотрим систему:

$$\dot{p} = u. \quad (21)$$

Задача заключается в том, чтобы найти оператор  $u$  такой, что в любой момент времени  $t$  выполняются оба ограничения и верно целевое условие  $S(p(t, r))_{t \rightarrow \infty} \rightarrow S_{max}$ .

Для решения этой задачи воспользуемся методом скоростного градиента. В качестве целевой функции возьмем:

$$Q(p) = S_{max} - S + \lambda_1 \left( \int_{\Omega} p(t, r)h(r)dr - E \right) + \lambda_2 \left( \int_{\Omega} p(t, r)dr - 1 \right),$$

где  $S$  - дифференциальная энтропия,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  - множители Лагранжа.

Согласно принципу скоростного градиента оператор  $u$  необходимо брать в виде  $u = -\Gamma \nabla_u \dot{Q}(p, u, t)$ . Для этого вычислим производную целевой функции по времени:

$$\dot{Q} = \int_{\Omega} u(t, r) \log p(t, r) dr + \lambda_1 \int_{\Omega} u(t, r) h(r) dr + (\lambda_2 + 1) \int_{\Omega} u(t, r) dr.$$

Взяв градиент по  $u$ , получим:

$$\nabla_u \dot{Q} = \log p(t, r) + \lambda_1 h(r) + (\lambda_2 + 1).$$

Итак:

$$u = -\Gamma \log p(t, r) + \lambda_1 h(r) + \lambda_2, \quad (22)$$

где  $\lambda_1 = -\Gamma \lambda_1$ ,  $\lambda_{12} = -\Gamma(\lambda_2 + 1)$ .

Теперь из условий ограничений найдем множители Лагранжа  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Для упрощения записи опустим аргументы у функций. Так, например, вместо  $\log p(t, r)$  будем использовать запись  $\log p$ .

Из условия (12) следует:

$$-\Gamma \int_{\Omega} \log p dr + \lambda_1 \int_{\Omega} h(r) dr + \lambda_2 \text{mes}(\Omega) = 0. \quad (23)$$

Из условия (20), равносильного выражению  $\int_{\Omega} uh dr$ , следует:

$$-\Gamma \int_{\Omega} \log(p) h dr + \lambda_1 \int_{\Omega} h^2(r) dr + \lambda_2 \int_{\Omega} h dr = 0. \quad (24)$$

Решая систему уравнений (23), (24) получаем:

$$\lambda_1 = \Gamma \frac{\text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} \log(p) h dr - \int_{\Omega} \log(p) dr \int_{\Omega} h dr}{\text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} h^2 dr - (\int_{\Omega} h dr)^2}, \quad (25)$$

$$\lambda_2 = \Gamma \frac{\int_{\Omega} \log(p) dr \int_{\Omega} h^2 dr - \int_{\Omega} \log(p) h dr \int_{\Omega} h dr}{\text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} h^2 dr - (\int_{\Omega} h dr)^2}, \quad (26)$$

Уравнения (25) и (26) определены, когда знаменатель в обоих дробях не обращается в ноль. Если в неравенстве Коши-Буняковского (17) принять в качестве  $f=h$ , а  $g=1$ , то будет верно неравенство:

$$\left| \int_{\Omega} h dr \right|^2 \leq \text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} h^2 dr, \quad (27)$$

которое становится равенством в случае, когда  $h=const$ . То есть, когда все уровни энергии совпадают. Такой случай будем считать вырожденным и здесь рассматривать не будем. Таким образом, выражение:

$$\left| \int_{\Omega} h dr \right|^2 \neq \text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} h^2 dr, \quad (28)$$

в нашем случае верно всегда.

Подставляя выражение (22) в уравнение (21), с учетом (25) и (26) получаем уравнение динамики системы в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{p}(t, r) = & -\Gamma \log p(t, r) + \Gamma \frac{\text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} \log(p) h dr - \int_{\Omega} \log(p) dr \int_{\Omega} h dr}{\text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} h^2 dr - (\int_{\Omega} h dr)^2} h(r) + \\ & \Gamma \frac{\int_{\Omega} \log(p) dr \int_{\Omega} h^2 dr - \int_{\Omega} \log(p) h dr \int_{\Omega} h dr}{\text{mes}(\Omega) \int_{\Omega} h^2 dr - (\int_{\Omega} h dr)^2} \end{aligned} \quad (29)$$

Общая форма закона эволюции (29) может быть представлена в сокращенном виде:

$$\dot{p} = \Gamma \Psi \log p,$$

где  $\Psi$  - линейный интегральный оператор, который не зависит от  $p$ ,

$$\Psi = -I + \frac{(1, \cdot)}{\text{mes}(\Omega)} + \frac{\tilde{h}(\tilde{h}, \cdot)}{\|h\|^2 - \frac{1}{\text{mes}(\Omega)}(1, h)^2},$$

где  $I$  - тождественный оператор,  $\tilde{h} = h - \frac{1}{\text{mes}(\Omega)} \int_{\Omega} h dr$ .

**5. Использование принципа максимального производства энтропии.** Принцип максимального производства энтропии (МЕРП) подтверждается при исследовании различных систем физического, химического и биологического происхождения, как при микроскопическом, так и при макроскопическом масштабе наблюдения.

Принцип находит применение в задачах гидродинамической/морфологической неустойчивости, в выборе направления химической реакции, в биологической эволюции и т.п. В случае слабо неравновесных систем принцип имеет достаточно надежный теоретический фундамент.

В 1975 г. Г. Палтридж [27,28] применил МЕРП в климатических моделях и связал стремление к состоянию с максимумом энтропии с наличием флуктуаций в системе.

В [29] предложен переход от динамического описания сплошной среды к статистическому, при этом возникающую турбулентную структуру рассматривают как состояние с максимальной энтропией. В этой связи получающуюся структуру можно условно назвать равновесной. Данный подход достаточно близок к идеям Джейнса, на что указывают и сами его авторы. Изучение турбулентных течений крайне важно, особенно для физики атмосферы и океана.

Используя МЕРП в [30] П. Зупановичем выведен закон Кирхгофа для электрической цепи. В ряде работ [12,31] обращается внимание на тесную связь МЕРП с такими часто встречающимися проявлениями неравновесного развития системы, как самоорганизованная критичность, дендритный/фрактальный рост, сигмовидные кинетические кривые роста, а также с законами релаксации.

Особенно перспективным является использование МЕРП в биологии (в теории эволюции, экологии и т.д.) и астрофизике (вопросы возникновения вселенной, эволюции галактик и т.п.) [9].

А. Клейдон (2004) [32] применил МЕРР для исследования роли биоты в обмене углекислого газа и распределении энергии у земной поверхности. Согласно Клейдону, биота добавляет степени свободы для рассматриваемых процессов и благодаря этому можно ожидать эволюцию системы к состоянию с максимальным производством энтропии.

Использование МЕРР для описания эволюции звездных систем представлено в работах П. Чаваниса [33,34]. Более подробный обзор применения МЕРР в различных областях науки можно найти в [1].

**6. Заключение.** Принцип максимума производства энтропии МЕРР находит многочисленные подтверждения в физике, химии, биологии, астрофизике, климатологии и др. Чаще всего в данном принципе используется информационная энтропия Шеннона. Вопрос обоснования принципа долгое время оставался открытым. Такое обоснование может быть представлено с точки зрения теории управления.

Если в качестве целевой функции выступает информационная энтропия системы, то экстремальный принцип скоростного градиента дополняет принцип максимума энтропии Гиббса-Джейнса и позволяет установить направление эволюции системы при приближении к состоянию максимальной энтропии. Это направление соответствует максимальной скорости производства (скорости роста) энтропии, что согласуется с принципом МЕРР. Другими словами, если классические результаты позволяют ответить на вопрос "Куда идет система?", то СГ-принцип отвечает на вопросы "Как она движется и как она достигает установившегося состояния?", позволяя определить траекторию эволюции системы.

Полученные на основе СГ-принципа уравнения позволяют прогнозировать динамику неравновесных систем с непрерывным распределением параметров. Такие уравнения могут оказаться полезными при изучении как эволюции, так и релаксации неравновесных систем макроскопического и микроскопического мира.

## Литература

1. *Martyushev L., Seleznev V.* Maximum entropy production principle in physics, chemistry and biology // Phys. Reports. 2006. vol. 426(1). pp. 1-45.
2. *Циглер Г.* Экстремальные принципы термодинамики необратимых процессов и механика сплошной среды // М.: Мир. 1966. 134 с.
3. *Jaynes E.T.* The minimum entropy production principle // Ann. Rev. Phys. Chem. 1980. vol. 31. pp. 579-601.
4. *Jaynes E.T.* Information theory and statistical mechanics // Phys. Rev. 1957. vol. 106. pp. 620-630.
5. *Jaynes E.T.* Information theory and statistical mechanics.2 // Phys. Rev. 1957. vol. 108. pp. 171-190.
6. *Jaynes E.T.* The Maximum Entropy Formalism // MIT: Cambridge. 1979.
7. *Зубарев Д.Н.* Статистическая механика неравновесных процессов // М.: Физматлит, 2002. 432 с.

8. *Dougherty J.P.* Foundations of Non-Equilibrium Statistical Mechanics // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* 1994. vol. 346. 259p.
9. *Grandy W.T.* Principle of maximum entropy and irreversible processes // *Phys. Report.* 1980. vol. 62(3). 175p.
10. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам // М.: Мир. 1991. 346 с.
11. *Филлюков А.А.* Свойство совместимости стационарных систем // *ИФЖ.* 1968. Т. 14. № 5. С. 814-819.
12. *Dewar R.* Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production and self-organized criticality in non-equilibrium stationary states // *J. Phys. A: Math. Gen.* 2003. vol. 36. pp. 631-641.
13. *Dewar R.* Maximum entropy production and the fluctuation theorem // *J. Phys. A: Math. Gen.* 2005. vol. 38. pp. 371-381.
14. *Беллман Р., Дейфус С.* Прикладные методы динамического программирования // М.: Физматлит. 1965. 460 с.
15. *Миронова В.А., Амеликин С.А., Цилин А.М.* Математические методы термодинамики при конечном времени // М.: Химия. 2000. 384 с.
16. *Rosenbrock H.H.* A stochastic variational principle for quantum mechanics // *Phys. Lett. A.* 1986. vol. 110. pp. 343-346.
17. *Rosenbrock H.H.* Doing quantum mechanics with control theory // *IEEE Trans. Aut. Contr.* 2000. vol. AC-45. no. 1. pp. 73-77.
18. *Fradkov A.L.* Speed-gradient entropy principle for nonstationary processes // *Entropy.* 2008. vol. 10(4). pp. 757-764.
19. *Фрадкин А.Л.* Адаптивное управление в сложных системах // М.: Наука. 1990. 296 с.
20. *Фрадкин А.Л.* О применении кибернетических методов в физике // *УФН.* 2005. vol. 175(2). С. 113-138.
21. *Фрадкин А.Л., Крицков А.М.* Принцип скоростного градиента в описании динамики систем, подчиняющихся принципу максимума энтропии // В кн.: Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления. Вибрационная механика. СПб.: Наука, 2009.
22. *Фрадкин А.Л.* Схема скоростного градиента и ее применения в задачах адаптивного управления // *Автоматика и телемеханика.* 1979. vol. 9. С. 90-101.
23. *Свирежев М., Лозофет Д.О.* Устойчивость биологических сообществ // М.: Наука. 1978. 352 с.
24. *Fradkov A. L.* Cybernetical physics: from control of chaos to quantum control // Berlin: Springer-Verlag. 2007.
25. *Ланцош К.* Вариационные принципы механики // М.: Физматлит. 1965.
26. *Планк М.* Принцип наименьшего действия. Единство физической картины мира // М.: Наука, 1966.
27. *Paltridge G.W.* Global dynamics and climate - a system of minimum entropy exchange // *Quart.J.R.Met.Soc.* 1975. vol. 101. pp. 475-484.
28. *Paltridge G.W.* A physical basis for a maximum of thermodynamics dissipation of the climate system // *Quart.J.R.Met.Soc.* 2001. vol. 127. pp. 305-313.
29. *Robert R., Sommeria J.* Relaxation towards a statistical equilibrium state in 2-dimensional perfect fluid-dynamics // *Phys. Rev. Lett.* 1992. vol. 69(19). pp. 2776-2779.
30. *Zupanovic P., Juretic D., Botric S.* Kirchhoff's loop law and the maximum entropy production principle // *Phys. Rev. E.* 2004. vol. 70. pp. 56-108.
31. *Kaufman J.H., Melroy O.R., Dimino G.M.* Information-theoretic study of pattern-formation - fate of entropy production of random fractals // *Phys. Rev. A.* 1989. vol. 39(3). pp. 1420-1428.
32. *Kleidon A.* Beyond Gaia: Thermodynamics of life and earth system functioning // *Climatic Change.* 2004. vol. 66. pp. 271-319.
33. *Chavanis P.H., Sommeria J., Robert R.* Statistical mechanics of two-dimensional vortices and collisionless stellar systems // *Astrophys. J.* 1996. vol. 471. pp. 385-399.

34. Chavanis P.H. Systematic drift experienced by a point vortex in two-dimensional turbulence // Phys. Rev. E. 1998. vol. 58(2). pp. R1199-R1202.

## References

1. Martyushev L., Seleznev V. Maximum entropy production principle in physics, chemistry and biology. Phys. Reports. 2006. vol. 426(1). pp. 1-45.
2. Cigler G. *Jekstremal'nye principy termodinamiki neobratimyh pro-cessov i mehanika sploshnoj srede* [Extreme principles of irreversible thermodynamics and continuum mechanics]. M.: Mir. 1966. 134 p. (In Russ.).
3. Jaynes E.T. The minimum entropy production principle. Ann. Rev. Phys. Chem. 1980.vol. 31. pp. 579-601.
4. Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics. Phys. Rev. 1957. vol. 106. pp. 620-630.
5. Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics.2. Phys. Rev. 1957. vol. 108. pp. 171-190.
6. Jaynes E.T. The Maximum Entropy Formalism. MIT: Cambridge. 1979.
7. Zubarev D.N. *Statisticheskaja mehanika neravnovesnyh processov* [Statistical mechanics of nonequilibrium processes]. M.: Fizmatlit. 2002. 432 p. (In Russ.).
8. Dougherty J.P. Foundations of Non-Equilibrium Statistical Mechanics. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 1994. vol. 346. 259p.
9. Grandy W.T. Principle of maximum entropy and irreversible processes. Phys. Report. 1980. vol. 62(3). 175p.
10. Haken G. *Informacija i samoorganizacija: Makroskopicheskij podhod k slozhnym sistemam* [Information and self-organization: a macroscopic approach to complex systems]. M.: Mir. 1991. 346 p. (In Russ.).
11. Filjukov A.A. [Compatibility property of stationary systems]. *Inzhenerno-fizicheskij zhurnal – Journal of Engineering Physics*. 1968. vol. 14. no. 5. pp. 814-819. (In Russ.).
12. Dewar R. Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production and self-organized criticality in non-equilibrium stationary states. J. Phys. A: Math. Gen. 2003. vol. 36. pp. 631-641.
13. Dewar R. Maximum entropy production and the fluctuation theorem. J. Phys. A: Math. Gen. 2005. vol. 38. pp. 371-381.
14. Bellman R., Dejfus C. *Prikladnye metody dinamicheskogo programmi-rovaniya* [Applied methods of dynamic programming]. M.: Fizmatlit. 1965. 460 p. (In Russ.).
15. Mironova V.A., Amel'kin S.A., Cilin A.M. *Matematicheskie metody termodinamiki pri konechnom vremeni* [Mathematical methods in finite time thermodynamics]. M.: Himija. 2000. 384 p. (In Russ.).
16. Rosenbrock H.H. A stochastic variational principle for quantum mechanics. Phys. Lett. A. 1986. vol. 110. pp. 343-346.
17. Rosenbrock H.H. Doing quantum mechanics with control theory. IEEE Trans. Aut.Contr. 2000. vol. AC-45. no. 1. pp. 73-77.
18. Fradkov A.L. Speed-gradient entropy principle for nonstationary processes. Entropy. 2008. vol. 10(4). pp. 757-764.
19. Fradkov A.L. *Adaptivnoe upravlenie v slozhnyh sistemah* [Adaptive management in complex systems]. M.: Nauka. 1990. 296 p. (In Russ.).
20. Fradkov A.L. [Application of cybernetic methods in physics]. *Uspehi fizicheskikh nauk – Physics-Uspekhi*. 2005. vol. 175(2). pp. 113-138. (In Russ.).
21. Fradkov A.L., Krivcov A.M. [Speed-gradient principle to describe the dynamics of systems subject to the principle of maximum entropy]. *Nelinejnye problemy teorii kolebanij i teorii upravlenija. Vibracionnaja mehanika – Nonlinear problems of oscillation theory and control theory. vibrational mechanics*. SPb.: Nauka, 2009. (In Russ.).
22. Fradkov A.L. [Speed-gradient scheme and its application in adaptive control]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 1979. vol. 9. pp. 90-101. (In Russ.).

23. Svirezhev M., Logofet D.O. *Ustojchivost' biologicheskikh soobshhestv* [Stability of biological communities]. M.: Nauka. 1978. 352 p. (In Russ.).
24. Fradkov A. L. *Cybernetical physics: from control of chaos to quantum control*. Berlin: Springer-Verlag. 2007.
25. Lancosh K. *Variacionnyye principy mehaniki* [Variational principles of mechanics]. M.: Fizmatlit. 1965. (In Russ.).
26. Plank M. *Princip naimen'shego dejstviya. Edinstvo fizicheskoy kartiny mira* [Principle of least action. Unity of the physical picture of the world]. M.: Nauka, 1966. (In Russ.).
27. Paltridge G.W. Global dynamics and climate - a system of minimum entropy exchange. *Quart.J.R.Met.Soc.* 1975. vol. 101. pp. 475-484.
28. Paltridge G.W. A physical basis for a maximum of thermodynamics dissipation of the climate system. *Quart.J.R.Met.Soc.* 2001. vol. 127. pp. 305-313.
29. Robert R., Sommeria J. Relaxation towards a statistical equilibrium state in 2-dimensional perfect fluid-dynamics. *Phys. Rev. Lett.* 1992. vol. 69(19). pp. 2776-2779.
30. Zupanovic P., Juretic D., Botric S. Kirchhoff's loop law and the maximum entropy production principle. *Phys. Rev. E.* 2004. vol. 70. pp. 56-108.
31. Kaufman J.H., Melroy O.R., Dimino G.M. Information-theoretic study of pattern-formation - fate of entropy production of random fractals. *Phys. Rev. A.* 1989. vol. 39(3). pp. 1420-1428.
32. Kleidon A. Beyond Gaia: Thermodynamics of life and earth system functioning. *Climatic Change.* 2004. vol. 66. pp. 271-319.
33. Chavanis P.H., Sommeria J., Robert R. Statistical mechanics of two-dimensional vortices and collisionless stellar systems. *Astrophys. J.* 1996. vol. 471. pp. 385-399.
34. Chavanis P.H. Systematic drift experienced by a point vortex in two-dimensional turbulence. *Phys. Rev. E.* 1998. vol. 58(2). pp. R1199-R1202.

**Фрадков Александр Львович** — д-р техн. наук, профессор, возглавляет лабораторию управления сложными системами Института проблем машиноведения РАН. Является профессором кафедры теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета (по совместительству). Область научных интересов: нелинейное и адаптивное управление в физико-технических системах, управление колебательными и хаотическими системами, математическое моделирование с приложениями к механическим системам, кибернетическая физика (область на стыке физики и теории управления). Число научных публикаций — 400. fradkov@mail.ru, <http://www.math.spbu.ru/user/fradkov>; ИПМаш РАН; Васильевский остров, Большой проспект, 61, Санкт Петербург, Россия, 199178; Тел.: +7-812-3214778, Факс: +7-812-3214771

**Fradkov Alexander Lvovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of Laboratory Control of Complex Systems, IPME RAS, professor, Theoretical Cybernetics Department, Faculty of Mathematics and Mechanics, SPbSU. Research interests: nonlinear and adaptive control, control of oscillatory and chaotic systems and computer-aided control systems design with applications to mechanical systems. The number of publications — 400. fradkov@mail.ru, <http://www.math.spbu.ru/user/fradkov>; IPME RAS, V.O., Bolshoj pr., 61, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7-812-3214778, fax +7-812-3214771.

**Шалымов Дмитрий Сергеевич** — к-т физ.-мат. наук, стажер-исследователь, кафедра теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета. Область научных интересов: кластерный анализ данных, оптимизация, рандомизированные алгоритмы, энтропия, распознавание образов. Число научных публикаций — 25. shalydim@mail.ru, СПбГУ; Университетский пр. 28, Санкт Петербург, Россия, 198504; Тел. : +7-812-4284210, Факс : +7-812-4286944

**Shalymov Dmitry Sergeevich** — Ph. D., trainee researcher, Theoretical Cybernetics Department, Faculty of Mathematics and Mechanics, SPbSU. Research interests: clustering, optimization, randomized algorithms, entropy, pattern recognition. The number of publications — 25. shalydim@mail.ru, Universitetsky prospekt, 28, Peterhof, St. Petersburg, 198504, Russia; office phone: +7-812-4284210, fax: +7-812-4286944.

## РЕФЕРАТ

### *Фрадков А.Л., Шалымов Д.С. Законы эволюции нестационарных процессов, подчиняющихся принципу максимума энтропии.*

Понятие информационной энтропии часто оказывается в центре различных дискуссий как в области статистической физики, так и в термодинамике. С помощью энтропии строятся экстремальные принципы, определяющие поведение систем и процессов. В данной работе предложен новый экстремальный принцип для построения моделей динамики нестационарных процессов, подчиняющихся принципу максимума энтропии и принципу максимального производства энтропии. Предложенный подход основан на методе скоростного градиента, используемом в теории управления,

Принцип максимума энтропии, предложенный Джейнсом в 1957 году заключается в том, что система в “естественных” условиях стремится к состоянию, соответствующему максимальному значению энтропии при выполнении ограничений, наложенных другими физическими законами. Под “естественными” условиями понимается отсутствие целенаправленного внешнего воздействия. Принцип максимального производства энтропии заключается в стремлении к состоянию с максимальной энтропией с наибольшей возможной скоростью. В ряде случаев эти принципы позволяют при изучении эволюции систем получить недостающую информацию и определить выбор направления дальнейшего развития. Они находят многочисленные применения в физике, химии, астрономии, климатологии и других областях.

В статье представлено краткое описание принципа скоростного градиента, а также принципа максимума энтропии Джейнса.

Основным результатом статьи является уравнение динамики функции плотности распределения для ограничений в виде закона сохранения массы и закона сохранения энергии в следующей общей форме:

$$\dot{p}(t, r) = -\Gamma(I - \Psi) \log p(t, r),$$

где  $I$  - тождественный оператор,  $\Psi$  - линейный интегральный оператор, не зависящий от  $p$ , и  $\Gamma > 0$  - константа.

С использованием энтропии в качестве функционала Ляпунова для распределения, заданного на компактном множестве доказано, что предельное распределение единственно и совпадает с распределением, определяемым из формализма Джейнса. Это можно интерпретировать как обоснование принципа максимального производства энтропии, поскольку метод скоростного градиента определяет движение к предельному значению целевого функционала (в данном случае энтропии) с максимальной скоростью. Полученные результаты позволяют прогнозировать динамику нестационарных систем и определить траекторию их эволюции.

## SUMMARY

### *Fradkov A.L., Shalymov D.S.* **Evolution laws for non-stationary processes that follow the MaxEnt principle.**

The notion of information entropy often becomes the center of discussions both in statistical physics and in thermodynamics.

In this paper a new approach to derive dynamics of non-stationary processes that follow the maximum entropy principle (MaxEnt) and maximum entropy production principle (MEPP) is proposed. The proposed approach is based on the Speed-Gradient (SG) principle originated in control theory.

The MaxEnt principle proposed by Jaynes in 1957 says that a system tends to its state of maximum entropy and the MEPP says that the system tends to it at the highest possible rate. In some cases of system evolution analysis, these principles allow one to obtain missing information required in order to determine the direction of further evolution. The MEPP is widely used in different studies of complex systems of physical, chemical or biological origin.

In the paper the SG principle and Jaynes' formalism are briefly described. It is known that methods of the optimal control can be effectively used to develop models of mechanical, thermodynamic and other complex systems.

A set of equations describing the dynamics of pdf under mass conservation and energy conservation constraints is derived in the following form:

$$\dot{p}(t, r) = -\Gamma(I - \Psi) \log p(t, r),$$

where  $I$  is identity operator,  $\Psi$  is a linear integral operator that is invariant for  $p$  and  $\Gamma > 0$  is a constant gain.

Based on speed-gradient (SG) method the asymptotic convergence of probability density function (pdf) with compact carrier is examined. It is shown that the limit pdf is unique and can be obtained from MaxEnt principle. These results can be interpreted as a new justification of MEPP as the SG principle defines a movement to the extreme value of a goal function (entropy) with a maximum rate. By means of this approach the distribution corresponding to the maximum value of entropy can be found.

В.Н. КАЛИНИН  
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С  
ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ**

---

*Калинин В.Н. Математическая модель информационного взаимодействия космического аппарата с поверхностью Земли.*

**Аннотация.** В статье рассматривается математическая модель информационного взаимодействия космического аппарата с поверхностью Земли. В основе построения модели лежит предложенная автором концепция активного подвижного объекта как сложной подвижной системы, предназначенной для информационного, энергетического или вещественного взаимодействия с окружающей физической средой или с другими подобными системами. Показано, что соответствующая модель может быть представлена в виде интегрального оператора Фредгольма, отображающего множество элементов гильбертова пространства управлений (класса допустимых управляющих воздействий) в гильбертово пространство информационных состояний. Исследованы свойства этого оператора и соответствующего множества достижимости в пространстве информационных состояний. Рассмотрен упрощенный вариант предложенной математической модели для взаимодействия с дискретной средой (изолированными источниками информации).

**Ключевые слова:** космическая кибернетика, космический аппарат, информационное взаимодействие, активный подвижный объект, пространство информационных состояний, множество информационной достижимости, гильбертово пространство, интегральный оператор Фредгольма, выпуклость, слабая компактность, управляемость, оптимальное терминальное управление.

*Kalinin V.N. Mathematical model of informational interaction of the spacecraft with a surface of the Earth.*

**Abstract.** In the article the mathematical model of informational interaction of the spacecraft with a surface of the Earth is considered. In a basis of construction of model lies proposed of the author the concept of active movable object as the complicated movable system intended for informational, energy or material interaction with an ambient physical environment or with other similar systems. It is shown that the corresponding model can be presented in the form of Fredholm integral operator mapping set of elements of a Hilbert space of controls (a class of admissible control actions) in a Hilbert space of information states. Investigated the properties of this operator and the corresponding reachability sets in space of information states. Considered a simplified variant of the proposed mathematical model for interaction with the discrete environment (the isolated sources of information).

**Keywords:** space cybernetics, spacecraft, informational interaction, active movable object, space of information states, set of information approachability, Hilbert space, Fredholm integral operator, convexity, weak compactness, controllability, optimal terminal control.

---

**1. Введение.** Одной из центральных проблем в современной космической кибернетике [10] является *проблема управления космическим аппаратом* (в дальнейшем сокращенно КА). В основе постановки этой проблемы и ее многочисленных вариантов лежит разработка *математической модели* КА, отражающей целевые и системные аспекты его функционирования и причинно-следственные связи между внеш-

ними воздействиями, приложенными к аппарату, и процессами изменения его состояния во времени.

Космический аппарат представляет собой *динамическую систему*, выполняющую различные и взаимосвязанные функции и относящуюся к классу *активных подвижных объектов* (АПО), теория управления которыми была предложена в работах [7–9,12,14,16–20]. Исходя из концепции АПО, функционирование КА можно представить совокупностью *четырёх составляющих*, включающей в свой состав: перемещение основания КА в пространстве (механическое движение), изменение состояния бортового ресурса, изменение состояния размещённых на его борту приборов и, наконец, самое главное – осуществление *информационного взаимодействия* (далее сокращенно ИВ) КА с окружающей физической средой (КА как АПО 1-го рода) или другими АПО (КА как АПО 2-го рода) – это *целевая задача* и *основной атрибут* КА. Подобная трактовка КА позволяет отнести его к классу так называемых сложных систем (т. е. систем, элементы которых сами являются системами).

В соответствии с *концепцией активного подвижного объекта* структурная модель КА как АПО и как объекта управления может быть представлена схемой, изображенной на рисунке 1. Здесь показан основной компонент этой модели – *подсистема информационного взаимодействия* и три вспомогательных компонента – *подсистема механического движения* КА, *подсистема бортовой аппаратуры* КА и *подсистема бортового ресурса* КА, необходимого для функционирования всех остальных подсистем.

На схеме также отображены взаимосвязи между подсистемами и соответствующие входные (управляющие и возмущающие) воздействия и состояния подсистем.

Из этой схемы следует, что общая математическая модель информационного взаимодействия в данном случае должна включать в свой состав модели всех *четырёх* указанных составляющих, так как выполнение целевой задачи КА – задачи осуществления информационного взаимодействия с окружающей физической средой и другими АПО (наземными или космическими) возможно только при согласованном функционировании всех рассмотренных четырех подсистем. Поэтому любая математическая модель процесса информационного взаимодействия КА с окружающей физической средой будет представлять собой некоторую комбинацию *четырёх* взаимосвязанных частных моделей указанных подсистем [13].

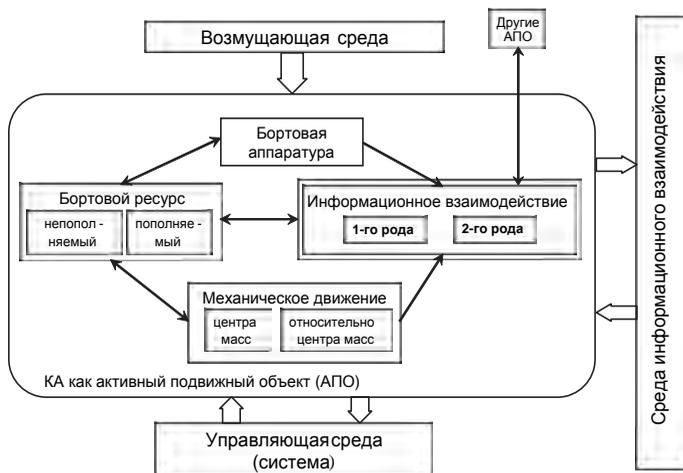


Рис. 1. Общая структурная схема КА как активного подвижного объекта

Кроме того, в соответствии с *системным подходом* исследование системы должно предполагать расширенное понимание *среды*, в которую “погружена” исследуемая система, т. е. других систем, влияющих на функционирование системы или подверженных влиянию с ее стороны. В общем случае понятие *среды* применительно к КА как информационному АПО предполагает рассмотрение трех *составляющих*. Это:

- *управляющая среда* (управляющая система), вырабатывающая целенаправленное воздействие на все подсистемы КА с целью обеспечения его желательного функционирования;
- *среда информационного взаимодействия* (окружающая физическая среда или другие активные подвижные объекты);
- *возмущающая среда*, формирующая воздействие на систему, не зависящее от управляющей среды.

Для строгой постановки и конструктивного решения задач управления КА в первую очередь следует построить формальные, математические модели КА как объекта управления, т. е., в соответствии с вышеизложенным представлением его в виде информационного АПО, построить математические модели его подсистем: математическую модель движения, математическую модель бортовой аппаратуры, математическую модель бортового ресурса и математическую модель информационного взаимодействия с учетом существующей между ними взаимосвязи.

Отметим, что в настоящее время наиболее разработаны модели механического движения КА. Значительно меньшее внимание в со-

временных космических исследованиях уделяется моделированию процессов информационного взаимодействия КА с окружающей физической средой и соответствующим задачам управления. Анализ отечественных и зарубежных публикаций (например, [1, 5, 25, 26] и др.) показывает, что математические модели указанных информационных процессов, к сожалению, до настоящего времени остаются за пределами внимания исследователей. Поэтому рассматриваемая в настоящей статье задача построения и исследования свойств математической модели информационной подсистемы КА как объекта управления представляется весьма актуальной как в теоретическом, так и в прикладном отношении.

Оставляя в стороне морфологический анализ разнообразия возможных вариантов математических моделей указанных составляющих общей модели КА как субъекта информационного взаимодействия с окружающей физической средой и их комбинаций и предполагая, что *возмущающие воздействия* на рассматриваемые информационные процессы *отсутствуют*, перейдем к построению математической модели основной составляющей КА как информационного АПО – подсистемы информационного взаимодействия, приняв относительно других компонентов ряд упрощающих предположений.

2. Общая двухмерная математическая модель информационного взаимодействия КА с областью на поверхности Земли. Примем следующие упрощающие предположения, сохраняющие, тем не менее, характерные математические черты и особенности функционирования КА как информационного АПО.

а) КА совершает *неуправляемый орбитальный полет* вокруг Земли. При этом будем предполагать, что гравитационное поле Земли является центральным и другие (возмущающие) силовые воздействия на КА отсутствуют.

б) *Информационное взаимодействие* с поверхностью Земли осуществляется с помощью одного прибора, жестко закрепленного в корпусе КА, так что соответствующая диаграмма направленности ИВ относительно корпуса КА *неподвижна*.

с) Ось диаграммы направленности в каждый рассматриваемый момент времени ориентирована строго по *местной вертикали* (направлена точно в подспутниковую точку), ошибка ориентации равна нулю (вариант *идеальной ориентации*).

д) Множество информационного взаимодействия представляет собой заданную *ограниченную замкнутую область* на поверхности Земли.

е) Запаздыванием информационных сигналов вследствие конечной скорости их распространения можно пренебречь.

Будем рассматривать исследуемые процессы информационного взаимодействия на некотором заданном интервале времени:

$$\sigma = [t_0, t_f] \subset [0, \infty), t_f > t_0, \quad (1)$$

где  $t_0$  – начальный,  $t_f$  – конечный моменты времени.

При указанных выше допущениях центр масс КА в соответствии с законами Кеплера будет совершать плоское движение по эллиптической орбите, один из фокусов которой совпадает с центром Земли. Будем считать это движение заданным и представленным *кинематической моделью* вида:

$$\vec{r} = \vec{r}(t), t \in \sigma, \quad (2)$$

в которой  $\vec{r}$  – радиус-вектор, соединяющий центр Земли с центром масс КА, а  $\vec{r}(\cdot)$  – соответствующее заданное инъективное отображение:  $\sigma \rightarrow R^3$  (рисунок 2). Будем рассматривать этот радиус-вектор в *относительной экваториальной геоцентрической декартовой системе координат*, которая жестко связана с Землей [13], представив его в координатном виде как:

$$\vec{r} = \|\|x_r \ y_r \ z_r\|\|^T, \quad (3)$$

где соответствующие координаты представляют собой непрерывно дифференцируемые функции времени, являющиеся по условиям рассматриваемой задачи заданными для всех значений  $t \in \sigma$ . При этом центр масс КА, которому на рисунке 2 соответствует точка А, перемещается из некоторого начального положения  $A_0$  в конечное  $A_f$ . На рисунке 2 показана также траектория полета КА (геометрическое место подспутниковых точек  $A'$  пересечения радиус-вектора центра масс КА с поверхностью Земли) и ее отрезок  $A'_0 A'_f$ , который отвечает рассматриваемому интервалу времени  $\sigma = [t_0, t_f]$ .

Перейдем теперь к рассмотрению множества информационного взаимодействия, которое представляет собой *ограниченную замкнутую область* на поверхности Земли, обозначенную на рисунке 2 через  $S$ . Отметим, что в выбранной системе координат эта область является

неподвижной. Далее, обозначим суммарное количество информации, полученное от всех точек этого множества к моменту времени  $t \in \sigma$ , через  $q(t)$ . Изменение этого объема во времени определим дифференциальным уравнением:

$$\frac{dq}{dt} = u^{(B)}, \quad q(t_0) = 0, \quad (4)$$

где  $u^{(B)} = u^{(B)}(t)$  - интенсивность (скорость) информационного взаимодействия, рассматриваемая в дальнейшем как соответствующее управляющее воздействие.

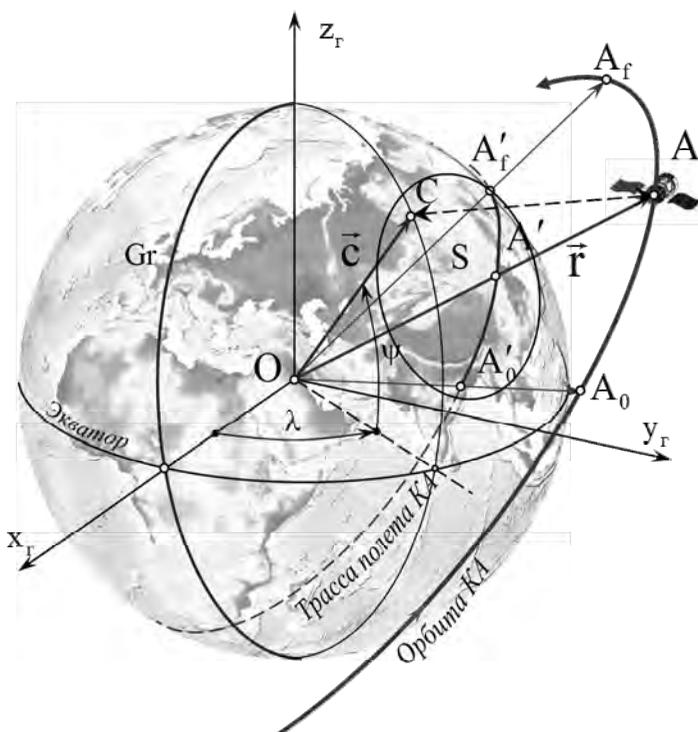


Рис. 2. Геометрическая иллюстрация информационного взаимодействия

Это уравнение описывает поступление информации от множества  $S$  в целом. Однако в прикладных задачах важно знать не столько

общий объем полученной информации, сколько ее распределение по множеству  $S$ . Для характеристики этого распределения будем характеризовать положение каждой точки множества  $C \in S$  радиус-вектором  $\vec{c}$ , соединяющим центр Земли с этой точкой. Рассмотрим бесконечно малый отрезок времени  $[t, t + dt]$ . Отвечающее этому отрезку времени количество информации  $u^{(b)}(t)dt$  определенным образом распределяется по множеству  $S$ . Для характеристики этого распределения введем *ограниченную кусочно-непрерывную неотрицательную функцию распределения*  $\mu_0(\vec{c}, \vec{r}, t)$ , определенную для всех  $C \in S$ ,  $t \in \sigma$  и рассматриваемых значений вектора  $\vec{r}$  и удовлетворяющую следующему условию нормировки: при любых допустимых значениях  $\vec{r}, t$ :

$$\iint_S \mu_0(\vec{c}, \vec{r}, t) dS_C = 1, \quad (5)$$

где

$$\vec{c} = \|\|x_{Cr} \ y_{Cr} \ z_{Cr}\|\|^T, \quad (6)$$

$x_{Cr}, y_{Cr}, z_{Cr}$  – декартовы координаты точки  $C$ , а  $dS_C$  – элемент площади поверхности  $S$  в этой точке. Следует заметить, что именно эта функция определяет *диаграмму направленности информационного взаимодействия*.

С учетом функции распределения  $\mu_0(\vec{c}, \vec{r}, t)$  на единицу площади  $dS_C$  за время  $dt$  придется количество информации, равное  $\mu_0(\vec{c}, \vec{r}, t) dS_C \cdot u^{(b)} dt$ , а в течение интервала времени  $[t_0, t]$  это количество составит величину:

$$dq(C, t) = dS_C \int_{t_0}^t \mu_0[\vec{c}, \vec{r}(\tau), \tau] u^{(b)}(\tau) d\tau, \quad (7)$$

так что *поверхностная плотность* накопленной к моменту времени  $t$  информации, отнесенная к точке  $C$ , будет равна:

$$\frac{dq(C, t)}{dS_C} = \int_{t_0}^t \mu_0[\vec{c}, \vec{r}(\tau), \tau] u^{(b)}(\tau) d\tau. \quad (8)$$

Так как множество информационного взаимодействия в данном случае представляет собой область, лежащую на сферической поверхности Земли, то для характеристики положения точки  $C$  в пространстве удобно вместо декартовых координат  $x_{Cr}, y_{Cr}, z_{Cr}$  использовать сферические координаты – географические долготу  $\lambda$  и широту  $\psi$  этой точки, в совокупности образующие двухмерный вектор:

$$\vec{p} = \|\lambda \ \psi\|^T. \quad (9)$$

В этом случае вектор  $\vec{c}$  для любой точки  $C \in S$  может быть представлен биекцией:

$$\vec{c} = \vec{k}_2(\vec{p}), \quad (10)$$

$$x_{Cr} = R_3 \cos \psi \cos \lambda, \quad y_{Cr} = R_3 \cos \psi \sin \lambda, \quad z_{Cr} = R_3 \sin \psi, \quad (11)$$

$R_3$  – радиус Земли. При этом область  $S$  взаимно однозначно отображается в область  $Q$ , расположенную в прямоугольнике  $[0, 2\pi] \times [-\pi/2, \pi/2]$  плоскости  $R^2$  переменных  $\lambda$  и  $\psi$ . С учетом этого представим поверхностную плотность информации (8), отвечающую данным значениям  $\vec{p}$  и  $t$ , в виде:

$$\gamma(\vec{p}, t) = \int_{t_0}^t M(\vec{p}, \tau) u^{(b)}(\tau) d\tau, \quad (12)$$

где  $\vec{p} \in Q$ ,  $t \in \sigma$ ,  $\gamma(\vec{p}, t) = \frac{dq(C, t)}{dS_C}$ , а

$$M(\vec{p}, \tau) = \mu_0 [\vec{k}_2(\vec{p}), \vec{r}(\tau), \tau], \quad (13)$$

$\vec{k}_2(\vec{p})$  и  $\vec{r}(\tau)$  – заданные функции своих аргументов.

Отметим, что из условия нормировки (5) следует, что для любого  $t \in \sigma$ :

$$\iint_Q \gamma(\vec{p}, t) b(\vec{p}) d\lambda d\psi = \int_{t_0}^t u^{(b)}(\tau) d\tau = q(t),$$

$$b(\vec{p}) = \sqrt{\det \left[ \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{k}_2}{\partial \vec{p}} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{k}_2}{\partial \vec{p}} \end{pmatrix} \right]} = R_3^2 \cos \psi. \quad (14)$$

Функция  $\gamma(\bullet, t): Q \rightarrow R^1$  для любого  $t \in \sigma$  характеризует соответствующее текущее *состояние информационного взаимодействия*, или, более кратко, *информационное состояние*, эволюция которого (*движение*) под влиянием управляющего воздействия  $u^{(b)}(t)$  полностью определяется соотношением (12), которое представляет собой динамическую модель подсистемы информационного взаимодействия.

Уравнение (12) является соответствующим *уравнением информационного состояния* в рассматриваемой задаче информационного взаимодействия КА с поверхностью Земли. С математической точки зрения оно представляет собой *линейный интегральный оператор* с ядром  $M(\bar{\rho}, \tau)$ , которое определяется формулой (13). Аналитическое представление этого ядра имеет весьма сложный вид, однако, всегда можно указать алгоритм вычислений его значений, который может быть легко реализован на современных ЭВМ. Примеры таких алгоритмов приведены в работе [13].

Определенное таким образом *информационное состояние* является элементом функционального пространства вещественных функций, определенных на множестве  $Q$ . Обозначим это пространство через  $X^{(b)}(Q)$  и будем называть его *пространством информационных состояний*. Движение рассматриваемой динамической системы (12) в этом пространстве можно представить в виде абстрактной функции:

$$x^{(b)}(t) = \gamma(\bullet, t). \quad (15)$$

Очевидно, что интегральное соотношение (12) эквивалентно дифференциальному уравнению в функциональном пространстве  $X^{(b)}(Q)$  следующего вида:

$$\frac{dx^{(b)}}{dt} = \frac{\partial \gamma(\bullet, t)}{\partial t} = M(\bullet, t)u^{(b)}, \quad (16)$$

при начальном условии

$$x^{(b)}(t_0) = \gamma(\bullet, t_0) = 0. \quad (17)$$

Чтобы завершить построение рассматриваемой математической модели, определим соответствующий класс допустимых управляющих воздействий следующим соотношением:

$$U_{\sigma}^{(b)} = \left\{ u_{\sigma}^{(b)} = u^{(b)}(\bullet) : \sigma \rightarrow R^1 \mid (\forall \tau \in \sigma)(0 \leq u^{(b)} \leq a); S_u^{(b)} \right\}, \quad (18)$$

где  $a$  – заданное положительное число (максимальная интенсивность взаимодействия),  $S_u^{(B)}$  – теоретико-функциональные условия, накладываемые на управляющее воздействие (непрерывность, кусочная непрерывность, измеримость по Лебегу и т. п.)

Будем называть построенную математическую модель процесса информационного взаимодействия (12)–(18) *общей двухмерной моделью информационного взаимодействия КА с областью на поверхности Земли*. Основная особенность этой модели заключается в том, что, как уже отмечалось, пространство состояний  $X^{(B)}(Q)$ , в котором рассматривается исследуемый информационный процесс, является функциональным, бесконечномерным. Это обстоятельство требует для анализа соответствующих процессов целевого функционирования КА привлечения соответствующих понятий и методов функционального анализа. Рассмотрим кратко основные результаты подобного исследования (более подробно см. в [13]).

**3. Основные свойства двухмерной динамической модели информационного взаимодействия КА с областью на поверхности Земли (качественный анализ).** Исследуем основные свойства построенной выше двухмерной математической модели процесса информационного взаимодействия. Рассмотрим *два аспекта* соответствующего качественного анализа.

**3.1. Множество информационной достижимости и его топологическая характеристика.** Рассмотрим множество элементов пространства информационных состояний, отвечающее классу допустимых управлений (18) и определяемое выражением:

$$G(U_\sigma^{(B)}, t_1) = \left\{ x^{(B)}(t_1) \mid x^{(B)}(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} M(\bullet, \tau) u^{(B)}(\tau) d\tau; u^{(B)}(\bullet) \in U_\sigma^{(B)} \right\}, \quad (19)$$

т. е. множество, которое образовано *всеми* состояниями в пространстве информационных состояний  $X^{(B)}(Q)$ , которые могут быть достигнуты из нулевого начального состояния к моменту времени  $t_1 \in \sigma$  при использовании *всех* допустимых управлений из класса  $U_\sigma^{(B)}$ . Будем называть это множество *множеством достижимости в пространстве информационных состояний* или, более кратко, *множеством информационной достижимости*. Исследуем основные свойства этого множества, рассмотрев следующие *три* вопроса.

*а) Топологическая структура класса допустимых управлений.*

Рассмотрим класс допустимых управлений (18), полагая, что теоретико-функциональное условие  $S_u^{(b)}$  есть условие измеримости по Лебегу. Введем в этом классе метрическую топологию путем погружения его в гильбертово функциональное пространство  $L^2(\sigma)$  всех измеримых вещественных функций, определенных и суммируемых с квадратом модуля на интервале  $\sigma$ . Из определения класса допустимых управлений  $U_\sigma^{(b)}$  следует, что этот класс в соответствующей  $L^2(\sigma)$ -топологии, т. е. в метрике, порожденной нормой:

$$\|u_\sigma\|_{L^2} = \left\{ \int_{t_0}^{t_1} |u(\tau)|^2 d\tau \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (20)$$

(далее все интегралы понимаются в смысле Лебега) является *ограниченным* и *замкнутым*. Так как множество  $[0, a]$  выпукло, то класс  $U_\sigma^{(b)}$  также является *выпуклым*, а это, в силу теоремы Мазура (стр. 59 [2], стр.113 [22]), влечет за собой *замкнутость*  $U_\sigma^{(b)}$  и в слабой  $L^2(\sigma)$ -топологии. Далее, так как класс  $U_\sigma^{(b)}$  ограничен в метрической топологии, то вследствие рефлексивности  $L^2(\sigma)$  он *относительно слабо компактен* ([4], стр. 81), а, следовательно, является *компактом в слабой  $L^2(\sigma)$ -топологии* ([4], стр. 461).

Таким образом, рассматриваемый класс допустимых управлений представляет собой *выпуклый слабый компакт* в функциональном пространстве  $L^2(\sigma)$ .

*b) Свойства интегрального оператора в уравнении информационного состояния.*

Из уравнения информационного взаимодействия (12) следует, что информационное состояние, достигнутое в момент времени  $t_1$  является результатом преобразования соответствующего допустимого управляющего воздействия с помощью *линейного интегрального оператора Фредгольма*:

$$\gamma(\bar{\rho}, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} M(\bar{\rho}, \tau) u^{(b)}(\tau) d\tau, \quad (21)$$

с ядром  $M(\bar{\rho}, \tau)$ , а множество информационной достижимости (19) является образом класса допустимых управлений при соответствующем отображении:  $U_{\sigma}^{(b)} \rightarrow X^{(b)}(Q)$ . Рассмотрим основные свойства этого оператора.

С этой целью уточним математическую структуру пространства состояний  $X^{(b)}(Q)$ , а именно, будем рассматривать его как функциональное пространство, образованное всеми измеримыми по Лебегу вещественными функциями векторного аргумента  $f(\bar{\rho})$ , определенными на  $Q$  (напомним, что  $Q$  ограниченное и замкнутое множество в  $R^2$ , т. е. компакт), суммируемыми с квадратом модуля. В этом случае  $X^{(b)}(Q)$  становится гильбертовым пространством  $L^2(Q)$ , метрика в котором порождена соответствующей квадратичной нормой (здесь  $m(\cdot)$  – мера Лебега на плоскости):

$$\|f(\cdot)\|_{L^2(Q)} = \left\{ \iint_Q |f(\bar{\rho})|^2 dm(\bar{\rho}) \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

При принятых выше предположениях относительно функции  $\mu_0(\bar{c}, \bar{t}, t)$  ядро интегрального оператора  $M(\bar{\rho}, \tau)$  является ограниченным и кусочно-непрерывным на  $Q \times \sigma \subset R^3$ . Последнее означает, что существует такое конечное разбиение  $Q \times \sigma$  на  $k$  дизъюнктивных односвязных подмножеств  $B_i \subset Q \times \sigma$ , т.е. удовлетворяющих условиям:

$$\bigcup_{i=1}^k B_i = Q \times \sigma, B_i \cap B_j = \emptyset \text{ при } i \neq j, i, j=1, \dots, k, \quad (23)$$

что при этом функция  $M(\bar{\rho}, \tau)$  непрерывна во всех внутренних точках множеств  $B_i$ . При этом функция  $M(\bar{\rho}, \tau)$  измерима на  $Q \times \sigma$  по Лебегу (как функция, непрерывная почти всюду на этом множестве), а так как она ограничена, то и интегрируема с квадратом модуля.

Отсюда следует ([22], стр. 324, 419), что рассматриваемый интегральный оператор Фредгольма (21), действующий из  $L^2(\sigma)$  в  $L^2(Q)$ , является *воплне непрерывным*, а, следовательно, вследствие линейности и *усиленно непрерывным* ([2], стр. 61) (т. е. преобразующим всякую

слабо сходящуюся последовательность из  $L^p(\sigma)$  в сильно сходящуюся в  $L^2(Q)$ .

с) Топологическая структура множества информационной достижимости.

Из вышеизложенного следует, что, так как класс допустимых управлений  $U_\sigma^{(b)}$  является *выпуклым и компактным* в слабой  $L^2(\sigma)$  - топологии, то *множество информационной достижимости*  $G(U_\sigma^{(b)}, t_1)$  как его *усиленно непрерывный линейный образ* выпуклого слабого компакта является *выпуклым компактом в гильбертовом пространстве*  $L^2(Q)$ . При этом с ростом  $t_1$  это множество расширяется (можно показать, что это происходит непрерывно по  $t_1$ ). Отсюда, в частности, следует, что в указанной топологии оно является *ограниченным и замкнутым*.

**3.2. Проблема управляемости динамической системы информационного взаимодействия.** Рассмотрим теперь вопрос об *управляемости* (в смысле Калмана [21]) динамической системы информационного взаимодействия, движение которой в пространстве информационных состояний  $X^{(b)}(Q)$  задано интегральным оператором (12). С этой целью, следуя Калману, несколько ослабим ограничения на допустимые управляющие воздействия, а именно, вместо класса  $U_\sigma^{(b)}$  рассмотрим более широкий класс:

$$\tilde{U}_\sigma^{(b)} = \left\{ u_\sigma^{(b)} = u^{(b)}(\bullet) : \sigma \rightarrow \mathbb{R}^1 \mid (\forall \tau \in \sigma)(u^{(b)} \geq 0); S_u^{(b)} \right\}, \quad (24)$$

который включает измеримые по Лебегу неотрицательные и ограниченные почти всюду на  $\sigma$  функции  $u_\sigma^{(b)} : \sigma \rightarrow \mathbb{R}^1$ . Рассмотрим некоторое заданное принадлежащее конусу неотрицательных элементов  $L^2(Q)$  информационное состояние:

$$x_3^{(b)} = f_3(\bullet) \in X^{(b)}(Q), \quad (25)$$

где  $f_3(\bullet)$  – некоторая заданная функция  $Q \rightarrow \mathbb{R}^1$  и будем говорить, что система (12) *управляема относительно этого состояния*, если в указанном расширенном классе допустимых управлений  $\tilde{U}_\sigma^{(b)}$  существует управление, удовлетворяющее уравнению:

$$\int_{t_0}^{t_f} M(\bar{\rho}, \tau) u^{(b)}(\tau) d\tau = f_3(\bar{\rho}), \quad \bar{\rho} \in Q \subset R^2, \quad (26)$$

которое является *линейным интегральным уравнением Фредгольма первого рода* относительно  $u^{(b)}(\tau)$ . Если такое управление существует для *любого* неотрицательного  $x_3^{(b)} = f_3(\cdot)$ , то будем называть систему (12) *полностью управляемой*.

Таким образом, исследование управляемости в данном случае тесно связано с анализом разрешимости интегрального уравнения (26) относительно функции  $u^{(b)}(\cdot) \in \tilde{U}_\sigma^{(b)}$ . К сожалению, оператор (12) не является сюръективным и поэтому интегральное уравнение (26) при некоторых функциях  $f_3(\bar{\rho})$  оказывается неразрешимым [3]. Это означает, что в общем случае ответ на вопрос о *полной управляемости* для рассматриваемого процесса управления информационным взаимодействием оказывается *отрицательным*. Для некоторых финальных функций  $f_3(\bar{\rho})$  решение может существовать, т. е. имеет место *частичная управляемость* – соответствующая краевая задача для некоторых финальных состояний может быть разрешимой. Однако выяснение вопроса о том, для каких  $f_3(\bar{\rho})$  решение существует, а для каких нет, а также практическое нахождение в последнем случае соответствующего управляющего воздействия представляет собой весьма сложную математическую задачу. Один из возможных методов ее исследования и нахождения соответствующего управления методом Пикара в виде бесконечного ряда приведен в работе [13].

Следует отметить, что даже в тех случаях, когда решение уравнения (26) существует и единственно, сколь угодно малое изменение функции  $f_3(\bar{\rho})$  может привести к существенным изменениям решения, и даже сделать его несуществующим. В подобных случаях говорят, что исследуемая задача является некорректно поставленной [3]. Таким нежелательным свойством обладает и рассматриваемое интегральное уравнение Фредгольма первого рода. В настоящее время разработан ряд методов решения некорректных задач, которые позволяют при определенных условиях преодолеть трудности, свойственные некорректно поставленным задачам, в том числе и задаче нахождения решения интегрального уравнения (26).

Вместе с тем, отметим, что проведенный выше качественный анализ топологической структуры множеств информационной дости-

жимости (19) позволяет сделать крайне важный в прикладном отношении вывод о существовании *приближенного решения уравнения* (26). Так как множество информационной достижимости *выпукло* и *компактно* в  $L^2(Q)$ , то в нем для любого заданного элемента  $f_3(\bullet) \in L^2(Q)$  существует *единственное* достижимое информационное состояние, определяемое оператором (12), которое либо совпадает с  $f_3(\bullet)$ , либо является “ближайшим” к нему в метрике  $L^2(Q)$ . Отсюда следует, что в классе  $U_\sigma^{(b)}$  *существует* и соответствующее управление (возможно, не единственное), *оптимальное в смысле абсолютного минимума функционала*, характеризующего «расстояние» в метрике  $L^2(Q)$  между заданным и достижимыми состояниями:

$$J(u_\sigma^{(b)}) = \left\| \int_{t_0}^{t_f} M(\bullet, \tau) u^{(b)}(\tau) d\tau - f_3(\bullet) \right\|_{L^2(Q)}. \quad (27)$$

Таким образом, доказано, что решение задачи наилучшей в метрической топологии  $L^2(Q)$  аппроксимации решения уравнения (26), т. е. задачи нахождения наилучшего среднеекватричного приближения достигаемого информационного состояния к заданному (решения соответствующей задачи оптимального терминального управления) при указанных выше предположениях *существует*. Достигаемый при этом минимум функционала (27), очевидно, будет монотонно невосрастающей функцией от значения максимальной интенсивности взаимодействия – константы  $a$  в определении класса допустимых управлений (18).

**4. Математическая модель информационного взаимодействия КА с дискретной средой на поверхности Земли.** В ряде прикладных задач множество информационного взаимодействия  $S$  можно считать конечным, представив его в виде совокупности (может быть, весьма большой, но конечной) заданных точек на поверхности Земли. В этом случае рассматриваемая модель информационного взаимодействия (12) существенно упрощается. В самом деле, если множество  $S$  конечно, то множество  $Q$  в плоскости переменных  $\lambda$  и  $\psi$  можно представить в виде  $Q = \{\bar{a}_i\}$ , где  $\bar{a}_i, i = 1, \dots, p$  — заданные векторы, принимающие значения из прямоугольника  $[0, 2\pi] \times [-\pi/2, \pi/2]$ . В этом случае указанная модель приобретает следующий более простой вид:

$$\gamma(\bar{a}_i, t) = \int_{t_0}^t M(\bar{a}_i, \tau) u^{(b)}(\tau) d\tau, \quad i = 1, \dots, n, \quad (28)$$

или, в дифференциальной форме:

$$\frac{\partial \gamma(\bar{a}_i, t)}{\partial t} = M(\bar{a}_i, t) u^{(b)}, \quad \gamma(\bar{a}_i, t_0) = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (29)$$

так что текущее информационное состояние здесь характеризуется не функцией координат, а конечным набором  $n$  вещественных чисел. Это означает, что пространство состояний  $X^{(b)}(Q)$  при этом оказывается не функциональным, а конечномерным ( $X^{(b)}(Q) = \mathbb{R}^n$ ), что приводит к значительному упрощению модели (вследствие перехода к конечномерной топологии) и позволяет применить для ее исследования хорошо разработанные методы теории конечномерных дифференциальных динамических систем. Вместе с тем, следует отметить, что модель вида (28) может быть полезна и при исследовании континуальной модели вида (12), если рассматривать ее как конечномерную аппроксимацию последней. В этом случае в качестве конечного множества  $\{\bar{a}_i\}$  можно выбрать так называемую  $\varepsilon$ -сеть континуального множества  $Q$ , которая для любого заданного  $\varepsilon > 0$  определяется как конечное подмножество  $Q_\varepsilon \subset Q$ , удовлетворяющее условию:

$$(\forall \bar{\rho} \in Q)(\exists \bar{a} \in Q_\varepsilon)(\|\bar{\rho} - \bar{a}\| < \varepsilon). \quad (30)$$

Так как множество  $Q$  компактно, то такая аппроксимирующая сеть всегда может быть построена. Конечно, полученное таким образом решение исходной континуальной задачи будет приближенным, и вопрос о его точности требует специального исследования (особенно с учетом того, что континуальная модель (12) приводит к некорректно поставленным задачам, что уже отмечалось выше).

Класс допустимых управлений будем по-прежнему определять формулой (18). Построенную таким образом математическую модель (28), (29), (18) будем называть *моделью информационного взаимодействия КА с дискретной средой на поверхности Земли*.

Рассмотрим соответствующие конечномерные уравнения более подробно. Будем считать начальное состояние нулевым и зададим требуемое финальное информационное состояние (краевые условия на правом конце траектории в пространстве состояний) в виде:

$$\gamma(\bar{a}_i, t_f) = f_{3i} = f_3(\bar{a}_i), \quad i=1, \dots, n, \quad (31)$$

где  $\bar{a}_i$  – заданные точки множества  $Q$ , а  $f_{3i}$  – заданные положительные числа, характеризующие финальное состояние взаимодействия. Введем обозначения:

$$z_i = \gamma(\bar{a}_i, t), \quad z_{3i} = f_3(\bar{a}_i), \quad i=1, \dots, n, \quad (32)$$

и рассмотрим соответствующие  $n$ -мерные вектор-столбцы:

$$\bar{z} = \|z_1 \dots z_n\|^T, \quad \bar{z}_3 = \|z_{31} \dots z_{3n}\|^T. \quad (33)$$

В этом случае уравнение состояния информационного взаимодействия приобретает следующий вид:

– в интегральной форме (исходя из (28)):

$$\bar{z}(t) = \int_{t_0}^t \bar{b}(\tau) u^{(B)}(\tau) d\tau. \quad (34)$$

– в дифференциальной форме (исходя из (29)):

$$\dot{\bar{z}} = \bar{b}(t) u^{(B)}, \quad \bar{z}(t_0) = \vec{0}, \quad (35)$$

где  $\bar{b}(t)$  – заданная неотрицательная  $n$ -мерная векторная функция, определенная на интервале времени  $\sigma = [t_0, t_f]$ . соотношениями:

$$\bar{b}(t) = \|b_1(t) \dots b_n(t)\|^T, \quad b_i(t) = M(\bar{a}_i, t), \quad i=1, \dots, n. \quad (36)$$

В этом случае исследование *множества информационной достижимости*:

$$G(U_\sigma^{(B)}, t_1) = \left\{ \bar{z}(t_1) \left| \bar{z}(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \bar{b}(\tau) u^{(B)}(\tau) d\tau; u^{(B)}(\bullet) \in U_\sigma^{(B)} \right. \right\} \subset R^n, \quad (37)$$

существенно упрощается. Известно, что, если элементы вектора  $\bar{b}(t)$  суть ограниченные кусочно-непрерывные функции, определенные на  $\sigma$ , то (см., напр., [24], стр. 78) множество достижимости  $G(U_\sigma^{(B)}, t_1)$  является *ограниченным, замкнутым и выпуклым* и при этом непрерывно зависит от  $t_1$ .

Конечномерный характер уравнений (35) позволяет дать исчерпывающий ответ и на вопрос об управляемости соответствующей модели информационного взаимодействия с дискретной средой, т. е. о существовании в расширенном классе управлений  $\tilde{U}_\sigma^{(B)}$  (24) управляющего воздействия, удовлетворяющего уравнению:

$$\int_{t_0}^{t_f} \vec{b}(\tau) u^{(B)}(\tau) d\tau = \vec{z}_3, \quad (38)$$

являющемуся дискретным аналогом интегрального уравнения (26). Сформулируем соответствующие критерии полной управляемости (как известно, линейная дифференциальная система может быть либо полностью управляемой, либо полностью неуправляемой): для того, чтобы для любого конечного  $t_f$  и любого ограниченного неотрицательно-го вектора  $\vec{z}_3 \in \mathbb{R}^n$  существовало управление  $u_\sigma \in \tilde{U}_\sigma^{(B)}$ , переводящее систему (35) из нулевого начального состояния в состояние  $\vec{z}_3$ , необходимо и достаточно выполнение следующих условий [21]:

*Интегральный критерий полной управляемости:*

$$\det K(t_0, t_f) \neq 0, \quad K(t_0, t_f) = \int_{t_0}^{t_f} \vec{b}(\tau) \vec{b}^T(\tau) d\tau, \quad (39)$$

(указанный определитель называется определителем Грама для функций  $b_1(t), \dots, b_n(t)$ , он отличен от нуля тогда и только тогда, когда эти функции линейно независимы (т. е. не существует такого ненулевого вектора  $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$ , что  $\vec{a}^T \vec{b}(t) \equiv 0$ ), при этом квадратная матрица  $K(t_0, t_f)$  является симметричной и положительно-определенной);

*Дифференциальный критерий полной управляемости:*

существует такое  $\tau \geq t_0$ , что:

$$\text{rang} \|S_1(\tau) \dots S_n(\tau)\| = n, \quad (40)$$

где

$$S_i(t) = \vec{b}(t), S_{i+1} = -\dot{S}_i, i = 1, \dots, n-1, \quad (41)$$

(здесь предполагается, что векторная функция  $\vec{b}(t)$  имеет, по крайней мере,  $n-1$  непрерывную производную).

Отметим, что если система (35) полностью управляема, то соответствующее управление, переводящее ее из нулевого начального состояния в заданное состояние  $\bar{z}_3$  на интервале времени  $\sigma$ , имеет следующий вид:

$$u^{(b)}(\tau) = \bar{b}^T(\tau) K^{-1}(t_0, t_f) \bar{z}_3. \quad (42)$$

В справедливости соотношения (42) легко убедиться прямой подстановкой (42) в (38) с учетом условия полной управляемости (39).

Соответствующий (42) алгоритм вычисления программного управления, обеспечивающего выполнение заданных краевых условий, весьма прост. Для определения  $u^{(b)}(\tau)$  в данном случае необходимо вычислить  $(n \times n)$ - матрицу  $K(t_0, t_f)$ , найти ее детерминант (определитель Грама) и, если он не равен нулю, вычислить обратную к ней матрицу  $K^{-1}(t_0, t_f)$ , и, наконец, получить искомое управление как скалярное произведение векторной функции  $\bar{b}(t)$  на постоянный вектор, равный  $K^{-1}(t_0, t_f) \bar{z}_3$ . Полученное таким образом решение краевой задачи (38), очевидно, не является единственным, однако, оно обладает замечательным свойством – в сравнении со всеми другими решениями уравнения (38) оно имеет наименьшую норму в пространстве функций, интегрируемых с квадратом [23], т. е. одновременно с выполнением условия (39) доставляет минимум функционалу:

$$\|u_{\sigma}^{(b)}\|^2 = \int_{t_0}^{t_f} [u^{(b)}(\tau)]^2 d\tau. \quad (43)$$

**5. Заключение.** Построение адекватных и корректных математических моделей КА как активного подвижного объекта является основой успешного исследования процессов целевого функционирования КА с точки зрения *четырёх фундаментальных проблем системных исследований* – проблем моделирования, анализа свойств, наблюдения (по Калману) и проблемы выбора (параметров или управляющего воздействия) в условиях различных возмущений [6,11,15]. Концептуальная системно-кибернетическая трактовка КА как активного подвижного объекта отражает наиболее существенные стороны его функционирования в космическом полете, а соответствующие математические модели КА характеризуют его как сложную неоднородную динамическую систему, в составе которой центральное место занимает подсистема информационного взаимодействия с окружающей физиче-

ской средой. В настоящей статье предложены два варианта математического описания этой подсистемы, которые могут быть использованы при постановке и решении соответствующих задач оптимального управления космическими аппаратами, лежащих в основе современной космической кибернетики.

## Литература

1. Всероссийская открытая конференция “Современные проблемы дистанционного зондирования Земли” (10-12.11.2012) // ИКИ РАН. 2013. 80 с.
2. *Вайнберг М.М.* Функциональный анализ // М.: Просвещение, 1979. 128 с.
3. *Васильева А.Б., Тихонов А.Н.* Интегральные уравнения // М.: Физматлит, 2002. 160 с.
4. *Данфорд Н., Шварц Дж.* Линейные операторы. Общая теория // М.: Изд. иностр. лит. 1962. Ч. 1. 895 с.
5. Журнал “Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса”. 2004-2014. URL: <http://jr.rse.cosmos.ru>.
6. *Калинин В.Н.* Морфологический анализ проблематики системных исследований // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 1(24). С. 89–107.
7. *Калинин В.Н.* О задачах оптимального управления активным подвижным объектом // Динамика систем: сб. Горький, 1975. Вып.8. С.99–108.
8. *Калинин В.Н.* О задаче оптимального управления активными подвижными объектами // Дифференциальные уравнения. 1981. № 12. С.2136–2143.
9. *Калинин В.Н.* О теории управления активными подвижными объектами // Известия вузов. Приборостроение. 1981. № 6. С.26–31.
10. *Калинин В.Н.* Современная космическая кибернетика – методологические основы и направления исследований // Информатика и космос. 2007. № 3. С.7–16.
11. *Калинин В.Н.* Теоретические основы системных исследований: авторский курс // СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского. 2011. 2013. 280 с.
12. *Калинин В.Н.* Теоретические основы управления активными подвижными объектами // Министерство обороны СССР. 1974. 130 с.
13. *Калинин В.Н.* Теоретические основы управления космическим аппаратом на основе концепции активного подвижного объекта // СПб.: ВКУ им. А.Ф. Можайского. 1999. 190 с.
14. *Калинин В.Н.* Теоретические основы управления подвижными объектами и операциями их обслуживания // Л.: ВИКИ им. А.Ф. Можайского. 1989. 224 с.
15. *Калинин В.Н.* Четыре фундаментальные проблемы системных исследований // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2012. Вып. 633. С.62–73.
16. *Калинин В.Н., Култашев С.Б.* Состояние информационного взаимодействия первого рода активного подвижного объекта // Известия вузов. Приборостроение. 1987. № 2. С.12–16.
17. *Калинин В.Н., Охтилев М.Ю., Соколов Б.В.* Мультиагентная интерпретация концепции активного подвижного объекта // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2011. № 1. С.122–126.
18. *Калинин В.Н., Соколов Б.В.* Динамическая модель процесса переналадки приборов активного подвижного объекта // Дифференциальные уравнения. 1987. №9. С. 1626–1629.
19. *Калинин В.Н., Соколов Б.В.* Многомодельное описание процессов управления космическими средствами // Теория и системы управления. 1995. №1. С.149–156.
20. *Калинин В.Н., Соколов Б.В.* Оптимальное планирование процесса взаимодействия активных подвижных объектов // Дифференциальные уравнения. 1985. №5. С. 752–757.

21. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем // М.: Мир, 1971. 300 с.
22. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ // М.: Наука, 1977. 764 с.
23. Красовский Н.Н. Теория управления движением // М.: Наука, 1971. 476 с.
24. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления // М.: Наука, 1972. 574 с.
25. Тезисы докладов Второй международной научно-технической конференции “Актуальные проблемы создания космических систем дистанционного зондирования Земли” (15.05.2014) // М.:ОАО “Корпорация ”ВНИИЭМ”. 2014. 143 с.
26. 19<sup>th</sup> IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. September 2–6, 2013. Wurzburg, Germany. URL: <http://www.ifac-papersonline.net/Automatic Control in Aerospace/19<sup>th</sup> IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace 2013 /rss.html>.

## References

1. Vserossijskaja otkrytaja konferencija “Sovremennye problem distantsionnogo zondirovaniya Zemli” [The All-Russia open conference “Modern problems of remote sounding of the Earth”] (10-12.11.2012), Space Research Institute the RAS. 2013. 80 p. (In Russ.).
2. Vajnberg M.M. *Funktional'nyj analiz* [Functional analysis]. M.: Prosveshhenie, 1979. 128 p. (In Russ.).
3. Vasilyeva A.B. Tikhonov A.N. *Integral'nye uravnenija* [Integrated equations]. M.: Fizmatlit, 2002. 160 p. (In Russ.).
4. Danford N., Shvarc Dzh. *Linejnye operatory. Obshhaja teorija* [Linear operators. Generaltheory]. M.: Izd. inostr. lit., 1962. Part 1. 895 p. (In Russ.).
5. Zhurnal “Sovremennye problem distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa” [Journal “Current problems in remote sensing of the earth from space”]. 2004–2014. Space Research Institute RAS. (In Russ). Available at: <http://jr.rse.cosmos.ru>. (In Russ.).
6. Kalinin V.N. [Morphological analysis of a perspective of system researches]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2013. vol. 1(24). pp. 89–107. (In Russ.).
7. Kalinin V.N. [About problems of optimum control of active mobile object]. *Dinamika system – Dynamics of systems*. Gor'kij. 1975. Issue 8. pp. 99–108. (In Russ.).
8. Kalinin V.N. [About a problem of optimum control of active mobile objects]. *Differencial'nye uravnenija – Differential equations*. 1981. no. 12. pp. 2136–2143. (In Russ.).
9. Kalinin V.N. [About the theory of management of active mobile objects]. *Izv. vyssh. uchebn. zavedenij: Priborostroenie – Proceedings of the higher educational institution: Instrumentation*. 1981. no. 6. pp. 26–31. (In Russ.).
10. Kalinin V.N. [Modern space cybernetics – methodological bases and the directions of researches]. *Informacija i kosmos – Information and space*. 2007. no 3. pp. 7–16. (In Russ.).
11. Kalinin V.N. *Teoreticheskie osnovy sistemnyh issledovanij: avtorskij kurs* [Theoretical bases of system researches: author's course]. SPb.: VKA im. A.F. Mozhajskogo, 2011, 2013. 280 p. (In Russ.).
12. Kalinin V.N. *Teoreticheskie osnovy upravlenija aktivnymi podvizhnymi ob'ektami* [Theoretical bases of management of active mobile objects]. Ministerstvo oborony USSR. 1974. 130 p. (In Russ.).
13. Kalinin V.N. *Teoreticheskie osnovy upravlenija kosmicheskim apparatom na osnove koncepcii aktivnogo podvizhnogo ob'ekta* [Theoretical bases of management of the spacecraft on the basis of the active mobile object concept]. SPb.:VIKUim. A.F. Mozhajskogo, 1999. 190 p. (In Russ.).
14. Kalinin V.N. *Teoreticheskie osnovy upravlenija podvizhnymi ob'ektami i operacijami ih obsluzhivanija* [Theoretical bases of management of mobile objects and operations of their service]. L.: VIKI im. A.F. Mozhajskogo, 1989. 224 p. (In Russ.).

15. Kalinin V.N. [Four fundamental problems of system researches]. *Trudy Voennokosmicheskoy akademii imeni A.F. Mozhajskogo – Proceedings of the Military-space academy named after A.F. Mozhajskiy*. SPb.: VKAim. A.F. Mozhajskogo. 2012. vol. 633. pp.62–73. (In Russ.).
16. Kalinin V.N., Kultashjov S.B. [Condition of information exchange of the first sort of active mobile object]. *Izv. vyssh. uchebn. zavedenij: Priborostroenie – Proceedings of the higher educational institution: Instrumentation*. 1987. no. 2. pp. 12–16. (In Russ.).
17. Kalinin V.N., Okhtilev M.Ju., Sokolov B.V. [Multiagentnaya interpretation of the concept of active mobile object]. *Izvestija Kabardino-Balkarskogo nauchnogo centra RAS – News of the Kabardino-Balkarian Russian Academy of Sciences scientific center*. 2011. no. 1. pp. 122–126. (In Russ.).
18. Kalinin V.N., Sokolov B.V. [Dynamic model of process of readjustment of devices of active mobile object] *Differencial'nye uravnenija – Differential equations*. 1987. no. 9. pp. 1626–1629. (In Russ.).
19. Kalinin V.N., Sokolov B.V. [Multimodel description of management of space means]. *Teorija I sistemy upravlenija – Theory and control systems*. 1995. no. 1. pp. 149–156. (In Russ.).
20. Kalinin V.N., Sokolov B.V. [Optimum planning of process of interaction of active mobile objects]. *Differencial'nye uravnenija – Differential equations*. 1985. no.5. pp. 752–757. (In Russ.).
21. Kalman R., Falb P., Arbib M. *Očerki po matematicheskoj teorii sistem* [Book about the mathematical theory of systems]. M.: Mir. 1971. 300 p. (In Russ.).
22. Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funkcional'nyj analiz* [Functional analysis]. M.: Nauka. 1977. 764 p. (In Russ.).
23. Krasovskij N.N. *Teorija upravlenija dvizheniem* [The theory of traffic control]. M.: Nauka. 1971. 476 p. (In Russ.).
24. Li E.B., Markus L. *Osnovy teorii optimal'nogo upravlenija* [The basis of the theory of optimum control]. M.: Nauka. 1972. 574 p. (In Russ.).
25. *Tesisy dokladov Vtoroj mezhdunarodnoj nauchno-technicheskoy konferencii "Aktualnye problem sozdanij kosmicheskich system distantsionnogo zondirovaniya Zemli"* [Theses of reports of the Second international technological conference "Actual problems of creation of space systems of remote sounding of the Earth"] (15.05.2014). M.: Corporation "VNIIEJem". 2014. 143 p. (In Russ.).
26. 19<sup>th</sup> IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, September 2–6, 2013. Wurzburg, Germany. Available at: <http://www.ifac-paperonline.net/Automatic Control in Aerospace/19<sup>th</sup> IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace 2013 /rss.html>.

**Калинин Владимир Николаевич** — д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ; профессор Военно-космической академии им. А.Ф.Можайского. Область научных интересов: теория системных исследований, космическая кибернетика и информатика, теория оптимального управления динамическими системами, автоматизированные системы управления, подготовка инженерных кадров и новые информационно-дидактические технологии в высшем образовании. Число научных публикаций — 170, kvn.112@mail.ru, ВКА им. А.Ф.Можайского, Ждановская ул., д.13, Санкт-Петербург, 197198; п. т. +7 (812) 347-9508.

**Kalinin Vladimir Nikolaevich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, Honored Scientists of the Russian Federation; Professor of Military-space academy. Research interests: the theory of system researches, space cybernetics and computer science, the theory of optimum control of the dynamic systems, the automated control systems, preparation of the engineering staff and new information-didactic technologies in higher education. Number of scientific publications — 170, kvn.112@mail.ru, Military-space academy, Gdanovskaya str., 13, St. Petersburg, 197198; office phone +7 (812) 347-9508.

## РЕФЕРАТ

### **Калинин В.Н. Математическая модель информационного взаимодействия космического аппарата с поверхностью Земли.**

В статье рассматривается математическая модель информационного взаимодействия космического аппарата с ограниченной замкнутой областью на поверхности Земли. В основе построения модели лежит предложенная автором концепция активного подвижного объекта как сложной подвижной системы, предназначенной для информационного, энергетического или вещественного взаимодействия с окружающей физической средой или с другими подобными системами. При этом предполагается, что космический аппарат совершает неуправляемый полет по орбите вокруг Земли, информационное взаимодействие с областью на поверхности Земли осуществляется с помощью одного прибора, жестко закрепленного в корпусе космического аппарата, а ось соответствующей диаграммы направленности информационного взаимодействия ориентирована строго по местной вертикали.

Показано, что в этом случае модель информационного взаимодействия может быть представлена в виде интегрального оператора Фредгольма, отображающего класс допустимых управляющих воздействий в пространство информационных состояний. Под управляющим воздействием здесь понимается интенсивность (скорость) поступления информации, под информационным состоянием – распределение поверхностной плотности полученной информации по множеству информационного взаимодействия.

В классе допустимых управлений и пространстве информационных состояний вводится соответствующая топология гильбертова пространства измеримых по Лебегу и суммируемых с квадратом модуля вещественных функций. Сформулированы математические условия, при выполнении которых класс допустимых управлений представляет собой слабый выпуклый компакт, а оператор является вполне непрерывным, показано, что соответствующее множество информационной достижимости при этом выпукло и компактно в соответствующей метрической топологии.

Рассмотрен вопрос об управляемости построенной модели информационного взаимодействия, т. е. о возможности достижения заданного финального информационного состояния. Показано, что в общем случае ответ на этот вопрос связан с разрешимостью соответствующего интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода и является отрицательным. В связи с этим рассмотрена задача терминального управления, оптимального в смысле наименьшего отклонения достигнутого информационного состояния от заданного в соответствующей метрике, и доказано существование ее решения.

В статье приведен упрощенный вариант предложенной математической модели для случая информационного взаимодействия с дискретной средой (изолированными источниками информации). Исследована топологическая структура множеств достижимости и вопросы управляемости. Для класса допустимых управляющих воздействий, ограниченных почти всюду, предложен аналитический алгоритм соответствующего финитного управления.

## SUMMARY

### ***Kalinin V.N. Mathematical model of informational interaction of the spacecraft with a surface of the Earth.***

In article the mathematical model of informational interaction of the spacecraft with the limited closed area on Earth surface is considered. In a basis of construction of the model is proposed by the author of the conception of active movable object as a complex movable system designed for the informational, energy or material interaction with the physical environment or with other similar systems. This assumes that the spacecraft makes unmanaged flight in the Earth orbit, informational interaction with the region on the surface of the Earth by using one device, rigidly fixed in the body of the spacecraft, and the axis corresponding to the pattern of informational interaction is focused strictly on the local vertical.

It is shown that in this case the model of informational interaction can be represented as the integral Fredholm operator, which displays a class of admissible control actions in the space informational states. Under the control action is understood here intensity (speed) of receipt of information, under informational state — distribution of superficial density of received information on a set of informational interaction.

In the class of admissible controls and space informational states is introduced corresponding topology of the Hilbert space of Lebesgue-measurable and summable with square module of real functions. Formulated mathematical conditions under which the class of admissible controls is a weak convex compact and the operator is completely continuous, it is proved that the corresponding lot of informational reachabilities convex compact in the corresponding metric topology.

Considered the question about the controllability built models of information interaction, i.e. the possibility of achieving a given final informational status. It is shown that in the general case, the answer to this question is connected with resolvability integral Fredholm equation of the 1-st kind and is negative. In this regard, considered appropriate terminal control problem, optimal in the sense of least deviation in the appropriate metrics, and prove the existence of its solution.

The article provides a simplified version of the proposed mathematical model for the case of information interaction with discrete environment (isolated sources of information). Investigated the topological structure of the relevant sets of reachability and controllability questions. For the class of admissible control actions bounded almost everywhere, an analytical algorithm corresponding finite control.

О.И. СМОКТИЙ

## УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СРЕД НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

*Смоктий О.И. Усовершенствование методов численного моделирования полей излучения природных сред на основе принципа зеркальной симметрии.*

**Аннотация.** Фундаментальное свойство пространственно-угловой симметрии полей излучения плоского однородного слоя конечной оптической толщины используется для усовершенствования численно-аналитических методов и упрощения соответствующих алгоритмов классической теории переноса излучения. Вводится новое понятие этой теории (фотометрические инварианты), с помощью которого формулируется принцип зеркального отображения (симметрии) полей излучения природных сред. Для применения этого принципа модифицируется основная краевая задача теории переноса излучения для плоских однородных сред в терминах введенных величин. Упрощения алгоритмов численного моделирования скалярных полей излучения таких сред проведено для хорошо известных методов сферических гармоник, дискретных ординат, а также методов Гаусса-Зайделя, Кейза и Ханта-Гранта. Показано, что использование фотометрических инвариантов скалярных полей излучения существенно повышает эффективность их численного моделирования.

**Ключевые слова:** теория переноса излучения, принцип зеркального отображения, пространственно-угловая симметрия, фотометрические инварианты, краевая задача, ранг системы алгебраических уравнений, численно-аналитические методы, модификация алгоритмов.

*Smokty O. I. Improvements of the Environment Radiation Fields Modeling Numerical Methods on the Basis of Mirror Symmetry Principle.*

**Abstract:** Fundamental properties of the angular-spatial symmetry of radiation fields in the uniform slab of a finite optical thickness are used for improvement of the numerical methods and algorithms of the classical radiative transfer theory. A new notion of so called photometrical invariants is introduced. The basic boundary-value problem of the radiative transfer theory is reformulated in new terms for the subsequent simplification of algorithms of numerical modeling methods such as spherical harmonics, discrete ordinates, Gauss-Seidel, Case and Hunt-Grant methods. This simplification leads to two-fold decrease of the ranks of linear algebraic equations with simultaneous reduction of numerical modeling intervals connected with angular and spatial variables.

**Keywords:** mirror reflection principle, photometrical invariants, boundary-value problem, numerical algorithms, rank of linear equations system, iteration, spherical harmonics, discrete ordinates, Gauss-Seidel, Case and Hunt-Grant methods.

**1. Введение.** До недавнего времени численное моделирование пространственно-углового распределения скалярных полей излучения на границах и внутри плоского однородного слоя конечной оптической толщины  $\tau_0$  проводились в рамках традиционных представлений об их симметрии, используемых в классической теории многократного рассеяния фотонов [1–4]. При этом строгое разделение угловых переменных для интенсивностей восходящего и нисходящего

излучения, а также исследование их пространственно-углового распределения проводилось на уровне только одной произвольно выбранной, но фиксированной текущей оптической глубины  $\tau$  [3]. В этом случае пространственно-угловая симметрия внутренних полей излучения протяженного однородного плоского слоя не рассматривалась вообще [1–4]. Это обусловлено тем, что для внутренних полей излучения известны только локальные свойства угловой симметрии, определяемые в элементарном объеме среды для такого важного оптического параметра, как индикатриса рассеяния  $P(\cos\gamma)$ , где  $\gamma$  - угол рассеяния. Поэтому суть нерешенной проблемы в этой области состоит в том, каким образом и на основе каких новых структурных элементов теории многократного рассеяния света распространить указанное выше локальное свойство угловой симметрии на всю протяженную среду. При традиционном подходе исключения составляют внешние границы плоского однородного слоя ( $\tau=0$  и  $\tau=\tau_0$ ), где угловая симметрия коэффициентов диффузного отражения  $\rho$  и пропускания  $\sigma$  определяется известной теоремой оптической обратимости (симметрии) радиационных полей при взаимной замене положений источника и приемника излучения [5]. Однако, как было впервые показано в [6], проблема пространственно-угловой симметрии внешних и внутренних полей излучения не ограничивается ее традиционным классическим рассмотрением [3]. Оказалось, что внутренние поля излучения в силу оптической однородности рассматриваемого плоского слоя обладают скрытым фундаментальным свойством пространственно-угловой (зеркальной) симметрии относительно его геометрической (оптической) оси симметрии ( $\frac{1}{2}\tau_0$ ). В соответствии с принципом зеркального отображения (симметрии) полей скалярного и поляризованного излучения, сформулированным в [7–9], для выявления их латентных свойств необходимо ввести новые объекты теории переноса излучения – фотометрические инварианты – и исследовать в соответствии с этим принципом их пространственно-угловую структуру на симметричных уровнях  $\tau$  и  $(\tau_0 - \tau)$  в зеркальных направлениях визирования  $\eta$  и  $-\eta$ . При этом с математической точки зрения наличие введенных структур определяется только пространственной оптической однородностью плоского слоя и свойствами их зеркальной пространственно-угловой симметрии при линейных групповых преобразованиях типа сдвига по оптической глубине ( $\tau \Rightarrow \tau_0 - \tau$ ) и вращения линии визирования ( $\theta \Rightarrow \pi - \theta$ ). С физической точки зрения преимущество введения фотометрических инвариантов становится очевидным при симметризации внешних и внутренних первичных энергетических источников однородного слоя относительно его середины ( $\frac{1}{2}\tau_0$ ). В частном случае внешних границ рассматриваемого слоя ( $\tau=0$  и  $\tau=\tau_0$ ) значение пространственной симметризации положений первичных

энергетических источников, например Солнца, продемонстрировано в [10].

Настоящая работа посвящена применению принципа зеркального отображения и использованию свойств пространственно-угловой (зеркальной) симметрии фотометрических инвариантов для усовершенствования алгоритмов и повышения эффективности методов численного моделирования скалярных полей излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины. В качестве примеров рассмотрены известные методы классической теории переноса излучения: методы сферических гармоник, дискретных ординат, Гаусса-Зайделя, Кейза и Ханта-Гранта [11].

**2. Принцип зеркального отображения в теории переноса скалярного излучения.** В качестве модели природной среды рассмотрим протяженный плоский однородный слой конечной оптической толщины  $\tau_0$ , в котором происходят процессы многократного рассеяния и истинного поглощения излучения (рисунок 1-А). Распределение и мощность первичных внешних и внутренних энергетических источников в среде будем считать произвольными. Обозначим через  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0, \tau_0)$  интенсивность излучения на оптической глубине  $\tau$  в направлении визирования  $\theta = \arccos \eta$  при азимуте  $\varphi$  и угле  $\theta_0 = \arccos \zeta$ , отсчитываемом в направлении от первичного энергетического источника, например Солнца, к внешней нормали слоя в сторону его нижней границы ( $\tau = \tau_0$ ). Азимут этого направления  $\varphi_0$  будем считать равным нулю. Требуется найти на произвольной оптической глубине  $\tau$  пространственно-угловое распределение интенсивности излучения  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  в слое, включая его верхнюю  $\tau = 0$  и нижнюю  $\tau = \tau_0$  границы. Для простоты последующего рассмотрения будем считать, что на уровне нижней границы ( $\tau = \tau_0$ ) отсутствует отражающее дно. Данное ограничение не имеет принципиального значения, поскольку наличие отражающего дна можно учесть, если известно поле излучения при его отсутствии [3].

При традиционном рассмотрении поставленной выше задачи [1-3], как правило, фиксируется только один текущий оптический уровень  $\tau$  с последующим определением функции источника  $B(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  и интенсивности излучения  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  в восходящих ( $\eta < 0$ ) и нисходящих ( $\eta > 0$ ) направлениях визирования. При таком подходе структура пространственного и углового распределения внутренних полей излучения не позволяет непосредственно выявить скрытые свойства их зеркальной симметрии и установить соответствующие неявные соотношения инвариантности на произвольных оптических

глубинах  $\tau$ . Для того, чтобы выявить наличие таких свойств и инвариантных соотношений, необходимо в соответствии с принципом зеркального отображения [7] "расщепить" в исходном поле излучения (рисунок 1-А) произвольно выбранный оптический уровень  $\tau$  на два уровня, симметричных относительно середины однородного слоя ( $\frac{1}{2}\tau_0$ ) и аналогичную операцию провести для поля излучения, зеркального по отношению к исходному (рисунок 1-В). Затем на каждом из полученных зеркально симметричных уровней  $[\tau, (\tau_0 - \tau)]$  и  $[\tau_*, (\tau_0 - \tau)_*]$  следует рассмотреть интенсивности восходящего и нисходящего излучения в зеркальных направлениях визуирования  $(\eta, -\eta)$  и  $(\eta_*, -\eta_*)$ .

Объединяя далее исходное (А) и зеркальное (В) поля излучения в одно симметризованное поле излучения (рисунок 2), приходим к инвариантной трактовке проблемы пространственно-углового распределения исходного поля скалярного излучения в системе координат рисунку 1-А.

В результате указанного объединения вводятся новые базовые конструкции теории многократного рассеяния света – фотометрические инварианты  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$ , имеющие смысл псевдоинтенсивностей для исходного поля излучения [6]:

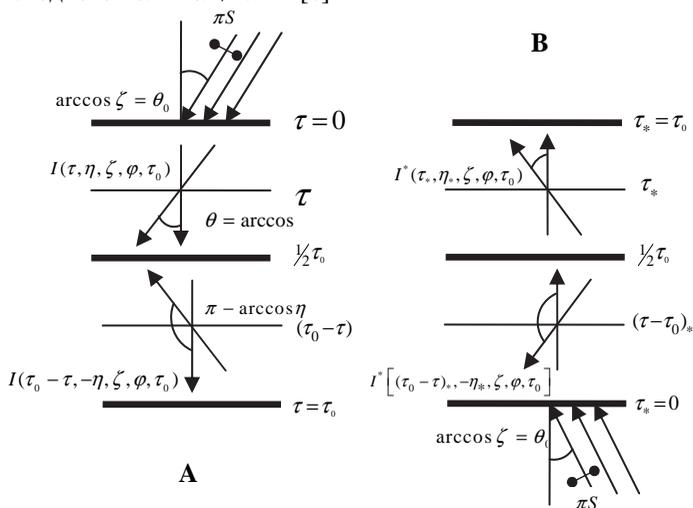


Рис.1. Исходное (А) и зеркальное (В) поля излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины  $\tau_0$ .

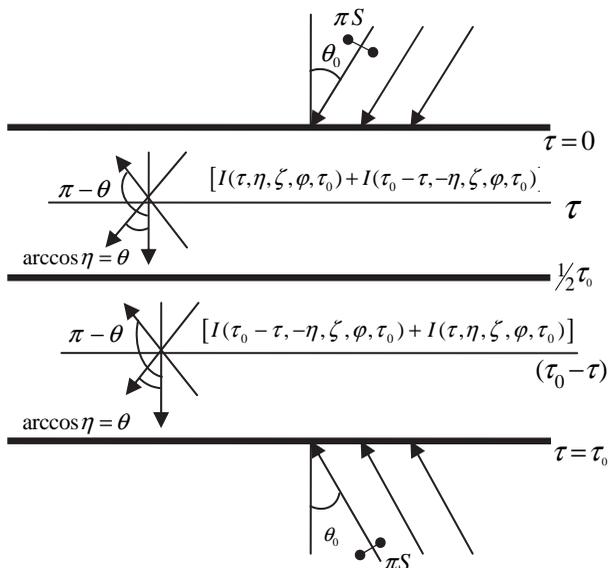


Рис. 2. Объединенное исходное (А) и зеркальное (В) поля скалярного излучения плоского однородного слоя конечной оптической толщины в системе координат рис.1-А.

В результате указанного объединения вводятся новые базовые конструкции теории многократного рассеяния света – фотометрические инварианты  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$ , имеющие смысл псевдоинтенсивностей для исходного поля излучения [6]:

$$I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) \pm I(\tau_0 - \tau, -\eta, \zeta, \varphi, \tau_0). \quad (1)$$

Построенные таким образом фотометрические величины (1) позволяют в явной математической форме выразить скрытое фундаментальное свойство пространственно-угловой симметрии внутренних полей излучения плоского однородного слоя конечной оптической толщины  $\tau_0$ . Именно, величина фотометрических инвариантов (1) не меняется, если два произвольных оптических уровня  $\tau$  и  $\tau = \tau_0$ , зеркально-симметричных относительно середины слоя ( $\frac{1}{2}\tau_0$ ), взаимно заменяются в них при одновременной замене исходного направления визирования  $\eta$  на зеркально-симметричное  $-\eta$ . Это основное содержание принципа зеркального отображения (симметрии) в теории переноса скалярного излучения, которое в математической форме выражается в виде следующего инвариантного соотношения:

$$I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = \pm I^\pm(\tau_0 - \tau, -\eta, \zeta, \varphi, \tau_0). \quad (2)$$

Таким образом, соотношение инвариантности (2) показывает, что симметризация оптических уровней, направлений визирования и положений первичных энергетических источников исходного поля излучения относительно оптического уровня ( $\frac{1}{2}\tau_0$ ) эквивалентна группе линейных преобразований фотометрических инвариантов  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  при пространственного сдвига по оптической глубине ( $\tau \Rightarrow \tau_0 - \tau$ ) и угловом вращении направлений визирования ( $\eta \Rightarrow -\eta$ ). Что касается формального физического содержания принципа зеркального отображения, то оно выражается в равенстве псевдоинтенсивностей  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  в симметризованном поле излучения (рисунок 2) на одинаковых оптических расстояниях от середины слоя  $\frac{1}{2}\tau_0$  в зеркальных направлениях визирования  $\eta$  и  $-\eta$ . В этом случае, на каждом фиксированном оптическом уровне  $\tau$  псевдоинтенсивности  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  равны соответственно сумме или разности интенсивностей исходного поля излучения  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  и его зеркального отображения  $I^*(\tau_*, \eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0*})$ :

$$I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) \pm I^*(\tau_*, \eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0*}) = I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0), \quad (3)$$

где  $\tau_* = \tau_0 - \tau$ ,  $\eta_* = -\eta$ ,  $\zeta_* = \zeta$ ,  $\varphi_* = \varphi$ ,  $\tau_{0*} = \tau_0$ . Таким образом, в случае пространственной оптической однородности рассматриваемого слоя величина интенсивности  $I^*$  зеркального поля излучения может быть непосредственно выражена через соответствующую величину интенсивности исходного поля излучения с помощью следующего соотношения эквивалентности:

$$I^*(\tau_*, \eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0*}) = I(\tau_0 - \tau, -\eta, \zeta, \varphi, \tau_0). \quad (4)$$

При этом, если известны фотометрические инварианты  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$ , то соотношения (3)–(4) позволяют посредством находить интенсивности исходного поля излучения  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  в восходящих ( $-\eta$ ) и нисходящих ( $\eta$ ) направлениях визирования по формулам:

$$I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = \frac{I^+(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) + I^-(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)}{2}. \quad (5)$$

$$I(\tau_0 - \tau, -\eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = \frac{I^+(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) - I^-(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)}{2}. \quad (6)$$

Покажем теперь, как проведение линейных трансформаций ( $\tau \Rightarrow \tau_0 - \tau$ ) и ( $\eta \Rightarrow -\eta$ ) для фотометрических

инвариантов  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  позволяет модифицировать основную краевую задачу теории переноса скалярного излучения и затем усовершенствовать ее численно-аналитические методы.

**3. Симметризация основной краевой задачи теории переноса скалярного излучения.** Традиционная форма основной краевой задачи для нахождения интенсивностей скалярного излучения  $I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  имеет вид [3]:

$$\eta \frac{dI(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)}{d\tau} = -I(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) + \frac{\Lambda}{4\pi} + \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 I(\tau, \eta', \zeta, \varphi - \varphi' \tau_0) P(\eta, \eta', \varphi') d\eta' + g(\tau, \eta, \varphi) \quad (7)$$

$$\tau \in [0, \tau_0], \quad \eta \in [-1, +1], \quad \zeta \in [0, 1], \quad \varphi \in [0, 2\pi],$$

при граничных условиях:

$$I(0, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = I(\tau_0, -\eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = 0, \quad \eta > 0. \quad (8)$$

Рассмотрим далее зеркально-симметричные уровни  $(\tau, \tau_*)$  и соответствующие направления визирования  $(\eta, \eta_*)$ , адекватные рис. 1 – В и принципу зеркального отображения (рисунок 2). Проводя указанные выше линейные преобразования  $\tau \Rightarrow \tau_0 - \tau = \tau_*$  и  $\eta \Rightarrow -\eta = \eta_*$ , получаем для интенсивностей  $I^*(\tau_*, \eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0,*})$  зеркального поля излучения вместо (7)-(8) следующую краевую задачу:

$$\eta_* \frac{dI^*(\tau_*, \eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0,*})}{d\tau_*} = -I^*(\tau_*, \eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0,*}) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 I^*(\tau_*, \eta'_*, \varphi'_*, \zeta_*, \tau_{0,*}) P(\eta_*, \eta'_*, \varphi_* - \varphi'_*) d\eta'_* + g^*(\tau_*, \eta_*, \varphi_*), \quad \tau_* \in [0, \tau_0], \quad \eta_* \in [-1, +1], \quad \zeta_* \in [0, 1], \quad \varphi_* \in [0, 2\pi], \quad (9)$$

при граничных условиях:

$$I^*(0, -\eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0,*}) = I^*(\tau_{0,*}, \eta_*, \zeta_*, \varphi_*, \tau_{0,*}) = 0, \quad \eta_* > 0. \quad (10)$$

Отметим, что при получении уравнения переноса (9) ключевое значение имеет свойство зеркальной угловой симметрии для индикатрис рассеяния  $P(\cos \gamma) = P(\eta, \eta', \varphi - \varphi')$  и  $P_*(\cos \gamma_*) = P(\eta_*, \eta'_*, \varphi_* - \varphi'_*)$ . В нашем случае указанное локальное свойство имеет вид:

$$P(\eta, \eta', \varphi - \varphi') = P(-\eta, -\eta', \varphi - \varphi') = P(\eta_*, \eta'_*, \varphi_* - \varphi'_*) = P(-\eta_*, -\eta'_*, \varphi_* - \varphi'_*). \quad (11)$$

Фундаментальное свойство (11) является следствием теоремы обратимости оптических процессов в природных средах [5]. Принимая во внимание указанную выше корреляционную связь исходного и зеркального полей излучения, на основе объединения (7)-(8) и (9)-(10), получаем в результате симметризованную краевую задачу для нахождения фотометрических инвариантов  $I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$ :

$$\begin{aligned} \eta \frac{dI^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)}{d\tau} = & -I^\pm(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) + \\ & + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 I^\pm(\tau, \eta', \zeta, \varphi', \tau_0) P(\eta, \eta', \varphi - \varphi') d\eta' + \\ & + g^\pm(\tau, \eta, \varphi), \quad \tau \in [0, \tau_0], \quad \eta \in [-1, +1], \quad \zeta \in [0, 1], \quad \varphi \in [0, 2\pi], \end{aligned} \quad (12)$$

при граничных условиях:

$$I^\pm(0, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = I^\pm(\tau_0, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) = 0. \quad (13)$$

Для первичных энергетических источников  $g(\tau, \eta, \varphi)$  их инварианты  $g^\pm(\tau, \eta, \varphi)$  имеют вид:

$$g^\pm(\tau, \eta, \varphi) = g(\tau, \eta, \varphi) \pm g(\tau_0 - \tau, -\eta, \varphi). \quad (14)$$

Важно подчеркнуть, что в результате проведенной модификации основной краевой задачи (7)-(8) мы получили две эквивалентные симметризованные краевые задачи (12)-(13) для независимого нахождения фотометрических инвариантов  $I^+(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  и  $I^-(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$ . При этом в каждой из них текущие переменные  $\tau$  и  $\eta$  изменяются в более узких областях определения, именно в  $D_1 = \{\tau \in [0, \frac{1}{2}\tau_0] \cap \eta \in [-1, 1]\}$  или альтернативно в  $D_2 = \{\tau \in [0, \tau_0] \cap \eta \in [0, 1]\}$ . Для сравнения, в классическом симметризованном варианте исходной краевой задачи (7) - (8) имеем  $D = \{\tau \in [0, \tau_0] \cap \eta \in [-1, 1]\}$ .

Таким образом, на основе симметризованных регулярных решений модифицированной краевой задачи (12)-(13) с помощью индикатрисы рассеяния  $P(\eta, \eta', \varphi - \varphi')$ , играющий для поля восходящего и нисходящего излучения роль своеобразного «зеркала» в элементарном объеме среды на каждом из его оптических уровнях  $\tau$ , удастся распространить локальное свойство угловой симметрии (11) на весь протяженный однородный слой конечной оптической толщины  $\tau_0$ . В результате такого расширения обеспечивается бóльшая эффективность используемым на практике методов и алгоритмов теории переноса

излучения с точки зрения сокращения объемов расчетного времени и оперативной памяти ЭВМ, необходимых для численного моделирования полей излучения природных сред. Дополнительным преимуществом при этом является наличие более узких интервалов для текущих переменных и возможность их более высокой пространственно-угловой дискретизации. Кроме того, как будет показано ниже, ранг соответствующих систем линейных алгебраических уравнений, а также общее число неизвестных функций и коэффициентов, необходимых для решения симметризованной краевой задачи (12)-(13), оказывается в два раза меньше, чем при классической трактовке исходной краевой задачи (7)-(8).

**4. Усовершенствование численно-аналитических методов теории переноса излучения.** Как следует из предыдущего рассмотрения, значение принципа зеркального отображения с прикладной точки зрения состоит в том, что его применение в теории переноса излучения позволяет провести модификацию методов и алгоритмов численного моделирования полей излучения природных сред. Ниже это базовое положение будет рассмотрено на примерах модификации методов сферических гармоник, дискретных ординат, а также методов Гаусса-Зайделя, Кейза и Ханта-Гранта [11].

Метод сферических гармоник. С целью упрощения дальнейшего анализа проведем модификацию этого метода [12] при использовании азимутальных гармоник  $P^m(\eta, \zeta)$  заданной индикатрисы рассеяния  $P(\eta, \zeta, \varphi)$ :

$$\begin{aligned} P(\eta, \zeta, \varphi) &= \sum_{n=0}^N x_n P_n(\cos \gamma) = \\ &= P^0(\eta, \zeta) + 2 \sum_{m=1}^M P^m(\eta, \zeta) \cos m\varphi, \end{aligned} \quad (15)$$

и соответствующих азимутальных гармоник  $I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  для фотометрических инвариантов  $I^+(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$ :

$$\begin{aligned} I^+(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0) &= I_*^0(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) + \\ &+ 2 \sum_{m=1}^M I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) \cos m\varphi. \end{aligned} \quad (16)$$

Аналогичное разложение в виде отрезка ряда Фурье используем для первичных энергетических источников  $g(\tau, \eta, \varphi)$ , в качестве которых в дальнейшем будем рассматривать Солнце:

$$\begin{aligned} g_{\pm}^m(\tau, \eta, \tau_0) &\equiv g_{\pm}^0(\tau, \eta, \tau_0) + 2 \sum_{m=1}^L g_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) \cos m\varphi = \\ &= \frac{\Delta S}{4} \{ P^m(\eta, \zeta) \exp(-\tau / \zeta) + P^m(-\eta, \zeta) \exp[-(\tau_0 - \tau) / \zeta] \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Используя классическую схему метода сферических гармоник для фотометрических инвариантов (16), получаем:

$$I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = \sum_{n=m}^N (2n+1) A_{n,\pm}^m(\tau) P_n^m(\eta), \quad (18)$$

$$A_{n,\pm}^m(\tau) = A_n^m(\tau) \pm (-1)^{n+m} A_n^m(\tau_0 - \tau), \quad m=0,1,\dots, M; \quad n=m, m+1,\dots, N, \quad (19)$$

где  $N = 2p + m - 1 \geq M$  - общее число неизвестных функций,  $p$  - целые числа,  $M$  - число азимутальных гармоник искомого фотометрических инвариантов,  $P_n^m(\eta)$  - присоединенные полиномы Лежандра. Отметим, что в противоположность классическому алгоритму рассматриваемого метода, неизвестные функциональные коэффициенты  $A_{n,\pm}^m(\tau)$  находятся не из  $2p$  граничных условий (13), а только из  $p$  условий следующего вида:

$$\int_0^1 I_{\pm}^m(0, \eta) P_{m+2j-1}^m(\eta) d\eta = 0, \quad \int_0^1 I_{\pm}^m(\tau_0, -\eta) P_{m+2j-1}^m(\eta) d\eta = 0, \quad (20)$$

$$j = 1, \dots, p, \quad m = 0, 1, \dots, M.$$

Далее согласно стандартному алгоритму рассматриваемого метода для функций  $A_{n,\pm}^m(\tau)$  имеем следующее базовое представление:

$$A_{n,\pm}^m(\tau) = \sum_{i=1}^p \left[ k_{i,\pm}^m g_n^m(v_i^m) e^{v_i^m \tau} \pm k_{i,\pm}^m g_n^m(-v_i^m) e^{-v_i^m \tau} \right] +$$

$$+ h_n^m e^{-\tau/\zeta} \pm f_n^m e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\zeta}}, \quad m = 0, 1, \dots, M; \quad n = m, m+1, \dots, N,$$

где  $h_n^m$  и  $f_n^m$  - неизвестные коэффициенты,  $v_i^m$  - характеристические корни, а коэффициенты  $k_{n,\pm}^m$  определяются из граничных условий (20) в форме Маршака [12]. Отметим, что в данном методе в соответствии с его классической схемой для каждого множества  $2p$  величин с индексом  $i$  нахождение неизвестных функций  $g_n^m$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$ ,  $n = m, m+1, \dots, N$  сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений ранга  $2p$ :

$$(n-m)g_{n-1}^m(v_i^m)v_i^m + z_n g_n^m(v_i^m) + (n+m+1)g_{n+1}^m(v_i^m)v_i^m = 0, \quad (22)$$

$$i = \pm 1, \dots, \pm p, \quad n = m, \dots, N, \quad m = 0, 1, \dots, M,$$

где  $g_{m-1}^m(v_i^m) = g_{N+1}^m(v_i^m) = 0$  и используются следующие обозначения:

$$z_n = 2n+1 - \Lambda x_n, \quad n \leq M, \quad z_n = 2n+1, \quad n > M. \quad (23)$$

Далее из условия разрешимости  $\Delta(v_i^m) = 0$  систем линейных алгебраических уравнений (22):

$$\Delta(v_i^m) = \begin{vmatrix} z_n, & (2n+1)v_i^m, & 0, & 0, \dots & \dots, 0 \\ v_i^m, & z_{n+1}, & (2n+2)v_i^m, & 0, \dots & \dots, 0 \\ 0, & 2v_i^m, & z_{n+2}, & (2n+3)v_i^m, \dots & \dots, 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & 0, & 0, & (N-n)v_i^m, & z_N \end{vmatrix} = 0, \quad (24)$$

находятся характеристические корни  $v_i^m$ . При этом для определителей Якоби  $\Delta(v_i^m)$  и характеристических корней  $v_i^m$  выполняются следующие соотношения эквивалентности:  $\Delta(-v_i^m) = \Delta(v_i^m)$ ,  $v_{-i}^m = -v_i^m$ ,  $i=1, \dots, p$ . После нахождения величин  $g_n^m$  и  $v_i^m$  определяются значения  $2p$  неизвестных коэффициентов  $k_{i,\pm}^m$  из системы линейных алгебраических уравнений ранга  $2p$ :

$$\sum_{n=m}^N (2n+1) \left[ h_n^m + \sum_{i=-p}^p k_{i,\pm}^m g_n^m(v_i^m) \right] \int_0^1 P_n^m(\eta) P_{m+2j-1}^m(\eta) d\eta = 0, \quad (25)$$

$$\sum_{n=m}^N (2n+1) \left[ h_n^m e^{-\frac{\tau_0}{\xi}} + \sum_{i=-p}^p k_{i,\pm}^m g_n^m(v_i^m) e^{v_i^m \tau_0} \right] (-1)^{n+m-1} \times \int_0^1 P_n^m(\eta) P_{m+2j-1}^m(\eta) d\eta = 0, \quad (26)$$

$j = 1, 2, \dots, p.$

Теперь воспользуемся для упрощения рассмотренных выше представлений свойством инвариантности (2), вытекающим из принципа зеркального отображения (рисунок 2). Их применение позволяет упростить в целом метод сферических гармоник на базе следующих соотношений эквивалентности:

$$A_n^m(\tau) = (-1)^{n+m} A_n^m(\tau_0 - \tau), \quad (27)$$

$$k_{i,\pm}^m g_n^m(v_i^m) = (-1)^{n+m} k_{-i,\pm}^m g_n^m(-v_i^m) e^{-v_i^m \tau_0}, \quad (28)$$

$$h_n^m = (-1)^{n+m} f_n^m, \quad (29)$$

$m=0, 1, \dots, M, \quad n=m, m+1, \dots, N, \quad i=1, 2, \dots, p.$

Подставляя затем соотношения (27)-(29) в (20), окончательно получаем для функциональных коэффициентов  $A_{n,\pm}^m(\tau)$  представление:

$$A_{n,\pm}^m(\tau) = \sum_{i=1}^p k_{i,\pm}^m g_n^m(v_i^m) \left[ e^{v_i^m \tau} \pm (-1)^{n+m} e^{-v_i^m(\tau_0 - \tau)} \right] + h_n^m \left[ e^{-\tau/\zeta} \pm (-1)^{n+m} e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\zeta}} \right], \quad (30)$$

$$m = 0, 1, \dots, M, \quad n = m, m+1, \dots, N, \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

Таким образом, система уравнений (30) для  $A_{n,\pm}^m(\tau)$  в модифицированном виде содержит уже не  $2p$ , а только  $p$  неизвестных величин  $k_{i,\pm}^m$  и  $g_n^m(v_i^m)$ . Кроме того, если в соответствии с классическим алгоритмом рассматриваемого метода коэффициенты  $g_n^m(v_i^m)$  находятся из решений алгебраических систем ранга  $2p$  для каждого из  $2p$  значений характеристического корня  $v_i^m$ , то в случае инвариантной трактовки и проведенной выше модификации (12) - (13), это делается лишь  $p$  раз и только для положительных значений  $v_i^m > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ . При этом неизвестные коэффициенты  $h_n^m$  и  $f_n^m$  в (21) находятся при выполнении условия (29) по классической схеме метода сферических гармоник с использованием рекуррентных соотношений:

$$\zeta z_n h_n - (n-m)h_{n-1} - (n+m-1)h_{n+1} = \zeta c_{nm}, \quad (31)$$

$$n = m, m+1, \dots, N, \quad m = 0, 1, \dots, M,$$

где  $h_{m-1} = h_{N+1} = 0$ . Для коэффициентов  $z_n$  используются выражения (23),

а  $c_{nm}$  определяются следующим образом:

$$c_{nm} = \begin{cases} \frac{\Lambda}{4} x_n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} e^{\tau/\zeta}, & n \leq M, \\ 0, & n > M, \end{cases}, \quad (32)$$

$$n = m, m+1, \dots, N, \quad m = 0, 1, \dots, M.$$

Таким образом, применение принципа зеркального отображения в методе сферических гармоник оставляет число неизвестных функций  $A_{n,\pm}^m(\tau)$  и коэффициентов  $h_n$  для решений системы уравнений (31) таким же, как и при использовании классического алгоритма этого метода [10]. Однако общее число неизвестных коэффициентов  $k_i^m$  и  $g_n^m$  в модифицированном представлении (30) в 2 раза меньше по сравнению с классической формулой (21).

Метод дискретных ординат. Для простоты дальнейшего рассмотрения и при этом, не уменьшая его общности, предположим, что индикатриса рассеяния  $P(\cos \gamma)$  сферическая  $P(\cos \gamma) = 1$  и  $S = 1$ . В этом случае в соответствии с методом дискретных ординат [2] представим аппроксимацию интегрального члена в уравнении переноса излучения (12) с помощью квадратур Гаусса в следующей дискретной форме:

$$\int_{-1}^{+1} I^{\pm}(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) d\eta \approx \sum_{j=-n}^n a_j^{\pm} I^{\pm}(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0) = \sum_{j=-n}^n a_j^{\pm} I_j^{\pm}, \quad (33)$$

где узлы – дискретные угловые величины  $\eta_j, j = \pm 1, \dots, \pm n$  являются корнями полиномов Лежандра  $P_{2n}(\eta_j) = 0$ . При этом для весовых множителей  $a_j^{\pm}$  и узлов  $\eta_j$  выполняются следующие соотношения эквивалентности:  $a_{-j}^{\pm} = a_j^{\pm}, \eta_{-j} = -\eta_j, j = 1, \dots, n$ . Применяя классический алгоритм рассматриваемого метода, представим решение симметризованной краевой задачи (12)-(13) в виде:

$$I^{\pm}(\tau, \eta_i, \zeta, \tau_0) = \sum_{s=1}^n \left[ \frac{\beta_s^{\pm}}{1 + k_{\pm, s} \eta_i} e^{-k_{\pm, s} \tau} \pm \frac{\beta_{-s}^{\pm}}{1 - k_{\pm, s} \eta_i} e^{k_{\pm, s} \tau} \right] + \\ + \alpha_i(\eta_i) e^{-\tau/\zeta} \pm \gamma_i(\eta_i) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\zeta}}, \quad i = \pm 1, \dots, \pm n, \quad s = 1, \dots, L, \quad (34)$$

где число различных и не равных нулю характеристических корней  $\pm k_{\pm, s}, s = 1, 2, \dots, L$ , определяемых из решений характеристического уравнения:

$$\frac{\Lambda}{2} \sum_{j=1}^n \frac{a_j^{\pm}}{1 - k_{\pm, s}^2 \eta_j^2} = 1, \quad (35)$$

равно  $2L$ . В (34) неизвестные коэффициенты  $\beta_s^{\pm}$ , общее число которых равно  $2L$ , находятся из системы линейных алгебраических уравнений ранга  $2L$ , получаемых из граничных условий симметризованной краевой задачи (12)-(13) при их представлении в дискретной форме для  $n$  угловых направлений визирования  $0 \leq \eta_j \leq 1$ . Последующее использование свойств инвариантности (2) в их дискретной форме:

$$I^{\pm}(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0) = \pm I^{\pm}(\tau_0 - \tau, -\eta_j, \zeta, \tau_0), \quad j = \pm 1, \dots, \pm n, \quad (36)$$

позволяет уменьшить вдвое ранг упомянутой выше системы уравнений и сократить в два раза число искоемых коэффициентов  $\beta_s^{\pm}, s = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L$ .

Действительно, на основе свойства инвариантности (36) получаем следующие базовые соотношения эквивалентности:

$$\alpha_i(-\eta) = \gamma_{-i}, \quad \beta_s^{\pm} = \beta_{-s}^{\pm} e^{k_s \tau_0}. \quad (37)$$

Если соотношения эквивалентности (37) использовать в (34) для определения фотометрических инвариантов  $I^{\pm}(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$ , то для этого необходимы уже не  $2L$  неизвестных коэффициентов  $\beta_s^{\pm}$ ,  $s = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L$  и угловая дискретизация  $2n$  направлений визирования  $\eta_j$ ,  $j = \pm 1, \dots, \pm n$ , как это следует из классического алгоритма рассматриваемого метода, а только  $L$  коэффициентов  $\beta_s^{\pm}$ ,  $s = 1, 2, \dots, L$  и  $n$  направлений визирования  $\eta_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Это позволяет представить (34) в более простом виде:

$$I^{\pm}(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0) = \sum_{s=1}^L \beta_s^{\pm} \left[ \frac{e^{-k_{\pm,s}\tau}}{1+k_{\pm,s}\eta_j} + \frac{e^{-k_{\pm,s}(\tau_0-\tau)}}{1-k_{\pm,s}\eta_j} \right] + \alpha_j e^{-\tau/\zeta} \pm \gamma_j e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\zeta}}. \quad (38)$$

Таким образом, применение принципа зеркального отображения уменьшает ранг линейных алгебраических систем, необходимых для нахождения коэффициентов  $\beta_s^{\pm}$ , в два раза по сравнению с классической схемой рассматриваемого метода. При этом вместо двух граничных условий  $I(0, \eta_j, \zeta, \tau_0) = 0$  и  $I(\tau_0, -\eta_j, \zeta, \tau_0) = 0$ ,  $\eta_j \in [0, 1]$  для исходной краевой задачи (7)-(8) имеем в силу инвариантных соотношений (37) только одно, например,  $I^{\pm}(0, \eta_j, \zeta, \tau_0) = 0$ ,  $\eta_j \in [0, 1]$ . Расписывая его для  $n$  угловых направлений визирования  $\eta_j \in [0, 1]$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , окончательно получаем искомую линейную систему алгебраических уравнений ранга  $n$  для нахождения неизвестных величин  $\beta_s^{\pm}$ :

$$\sum_{s=1}^L \beta_s^{\pm} \left[ \frac{1}{1+k_s\eta_j} + \frac{e^{-k_{\pm,s}\tau_0}}{1-k_{\pm,s}\eta_j} \right] + \alpha_j(\eta_j) + \gamma_j(\eta_j) e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}} = 0, \quad (39)$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

Отметим, что в этом случае коэффициенты  $\alpha_j$  и  $\gamma_j$  находятся согласно классической схеме метода дискретных ординат, но при обязательном использовании соотношений эквивалентности (37). Заметим также, что при численном моделировании полей излучения совместное использование принципа зеркального отображения [5] и метода дискретных ординат [2] для решений известных интегральных аналогов уравнения переноса излучения (7), таких, как линейные сингулярные интегральные уравнения [3], [5], приводит аналогичным образом к уменьшению два раза ранга адекватных им систем алгебраических уравнений и сужению интервалов изменения текущих переменных.

Действительно, используя [13], получаем после несложных преобразований линейные сингулярные интегральные уравнения для нахождения азимутальных гармоник  $I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  фотометрических инвариантов  $I^{\pm}(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$ [6]:

$$T^m(\zeta)I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = \frac{\Lambda}{2}\zeta \int_0^1 \frac{A^m(\zeta, \eta')}{\eta' - \zeta} I_{\pm}^m(\tau, \eta, \eta', \tau_0) d\eta' \mp$$

$$\mp \frac{\Lambda}{2}\zeta e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}} \int_0^1 \frac{A^m(\zeta, -\eta')}{\eta' + \zeta} I_{\pm}^m(\tau, \eta, \eta', \tau_0) d\eta' + f_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0), \quad (40)$$

$$\tau \in [0, \tau_0], \eta \in [0, 1], \zeta \in [0, 1], m = 0, 1, \dots, M,$$

где ядерные функции  $A^m(\eta, \zeta)$  определены в [3].

Вклад однократного рассеяния в уравнениях (40) определяется функциями  $f_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  согласно формулам:

$$f_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = f^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) \pm f^m(\tau_0 - \tau, -\eta, \zeta, \tau_0), \quad \eta > 0, \quad (41)$$

где:

$$f^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = \begin{cases} \frac{\Lambda S}{4} A^m(\zeta, \eta) \frac{\zeta}{\zeta - \eta} \left[ e^{-\frac{\tau}{\zeta}} - e^{-\frac{\tau}{\eta}} \right], \eta > 0, \\ \frac{\Lambda S}{4} A^m(\zeta, \eta) \frac{\zeta}{\zeta - \eta} e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \left[ 1 - e^{-\left(\frac{1}{\zeta} - \frac{1}{\eta}\right)(\tau_0 - \tau)} \right], \eta < 0. \end{cases} \quad (42)$$

Функции  $T^m(\zeta)$  имеют следующий вид [3]:

$$T^m(\zeta) = 1 + \frac{\Lambda}{2}\zeta \int_0^1 \frac{A^m(\eta', \eta')}{\eta' - \zeta} d\eta', \quad m = 0, 1, \dots, M. \quad (43)$$

Главное преимущество линейных интегральных уравнений (40) по сравнению с другими уравнениями классической теории переноса излучения состоит в том, что они дают возможность непосредственно находить азимутальные гармоники фотометрических инвариантов  $I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  для величин  $I^m(\tau^m, \eta, \zeta, \tau_0)$ , минуя сложную процедуру предварительного нахождения аналогичных величин  $B_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  для функций  $B^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  при решении основной модифицированной краевой задачи (12) - (13). При этом наиболее важный аспект численного моделирования полей излучения на основе (40) состоит в следующем: искомые величины фотометрических инвариантов

$I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  зависят только от одной текущей переменной – угла визирования  $\arccos \eta'$ ,  $\in [0, 1]$  тогда как другие переменные – оптическая глубина  $\tau$  и зенитное расстояние Солнца  $\arccos \zeta$ , наряду с вероятностью выживания фотона  $\Lambda$  и оптической толщиной слоя  $\tau_0$ , образуют группу независимых параметров численного моделирования.

Применяя к интегральным членам уравнения (40) процедуру дискретизации (33) по угловой переменной  $\eta$  и полагая затем в них последовательно  $\eta' = \eta'_j \in [0, 1]$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , получаем вместо (40) две независимые системы линейных алгебраических уравнений ранга  $N$  для отдельного нахождения азимутальных гармоник  $I_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0)$  и  $I_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0)$ :

$$\begin{aligned} T^m(\zeta) I_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0) &= \frac{\Lambda}{2} \zeta \sum_{j=1}^N \frac{a_j A^m(\zeta, \eta_j)}{\eta'_j - \zeta} I_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \eta_j, \tau_0) \mp \\ &\mp \frac{\Lambda}{2} \zeta e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}} \sum_j^N a_j \frac{A^m(\zeta, -\eta'_j)}{\eta'_j + \zeta} I_{\pm}^m(\eta_j, \eta'_j, \tau_0) + f_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0), \end{aligned} \quad (44)$$

$$m = 0, 1, \dots, M, \quad j = 1 \dots, N, (\eta_j, \eta'_j) \in [0, 1],$$

где функции  $f_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0)$  имеют следующий симметризованный дискретный вид:

$$f_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0) = f^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0) \pm f^m(\tau_0 - \tau, -\eta_j, \zeta, \tau_0). \quad (45)$$

Необходимо подчеркнуть, что использование процедуры дискретизации (33) для численного определения азимутальных гармоник  $I^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0)$  и  $I^m(\tau_0 - \tau, -\eta_j, \zeta, \tau_0)$ ,  $\eta_j > 0$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$  из первоначально сформулированных для них систем линейных интегральных уравнений [3] приводит к системам линейных алгебраических уравнений рангом в 2 раза большим  $(2N)$ , чем дают уравнения (44) для фотометрических инвариантов  $I_{\pm}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0)$ . Кроме того, использование последних позволяет автоматически учитывать важные дополнительные соотношения, которым должны удовлетворять регулярные решения в (44) для устранения их возможной неединственности [3].

Метод Гаусса-Зайделя. В этом методе [11] на основе указанной выше инвариантной трактовки основной краевой задачи (7)-(8) и

использования свойства инвариантности (2) имеем для азимутальных гармоник  $I_{\pm}^m$  следующее исходное представление:

$$I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = \int_0^{\tau} B_{\pm}^m(\tau', \eta, \zeta, \tau_0) e^{-\frac{\tau-\tau'}{\eta}} \frac{d\tau'}{\eta}, \quad (46)$$

$$m = 0, 1, \dots, M, \quad \tau \in [0, \tau_0], \quad \eta \in [0, 1],$$

где величины  $B_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  являются азимутальными гармониками инвариантов  $B_{\pm}(\tau, \eta, \zeta, \varphi, \tau_0)$  для функции источников  $B(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0)$  исходного поля излучения:

$$B_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = B^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) \pm B^m(\tau_0 - \tau, -\eta, \zeta, \tau_0) = \pm B^m(\tau_0 - \tau, -\eta, \zeta, \tau_0), \quad \tau \in [0, \tau_0], \eta \in [0, 1], \quad m = 0, 1, \dots, M. \quad (47)$$

Следует подчеркнуть, что при классической трактовке рассматриваемого метода текущие переменные  $\tau$  и  $\eta$ , в противоположность симметризованным представлениям (40)-(41), изменяются в более широкой области их определения, именно,  $\tau \in [0, \tau_0]$  и  $\eta \in [-1, 1]$ . Используя (40), выражаем после очевидных преобразований величины  $B_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  через  $I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  согласно точному интегральному соотношению:

$$B_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = \frac{\Lambda}{2} \left[ \int_0^1 P^m(\eta, \eta') I_{\pm}^m(\tau, \eta', \zeta, \tau_0) d\eta' \pm \int_0^1 P^m(-\eta, \eta') I_{\pm}^m(\tau_0 - \tau, \eta', \zeta, \tau_0) d\eta' \right] + \frac{\Lambda}{4} \left[ P^m(\eta, \zeta) e^{-\frac{\tau}{\zeta}} \pm P^m(-\eta, \zeta) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\zeta}} \right], \quad m = 0, 1, \dots, M. \quad (48)$$

Комбинируя затем алгоритм метода Гаусса-Зайделя в его классическом варианте с инвариантной трактовкой (40) решений симметризованной краевой задачи (12)-(13), получаем в случае произвольного, но фиксированного опорного оптического уровня  $0 \leq \tau_1 < \tau$  базовое интегральное представление:

$$I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = I_{\pm}^m(\tau_1, \eta, \zeta, \tau_0) e^{-\frac{(\tau-\tau_1)}{\eta}} + \int_{\tau_1}^{\tau} B_{\pm}^m(\tau', \eta, \zeta, \tau_0) e^{-\frac{(\tau-\tau')}{\eta}} \frac{d\tau'}{\eta}, \quad (49)$$

$$m = 0, 1, \dots, M.$$

Используя соотношение (49) и трёхточечную модель дискретизации интегрального члена в нём по  $\tau$ , строим для нахождения инвариантов  $I_{\pm}^m$  основную релаксационно-итерационную схему, адекватную классическому алгоритму рассматриваемого метода [11]:

$$I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = I_{\pm}^m(\tau_1, \eta, \zeta, \tau_0) e^{-\frac{(\tau-\tau_1)}{\eta}} + \int_{\tau_1}^{\tau} B_{\pm}^m(\tau', \eta, \zeta, \tau_0) e^{-\frac{(\tau-\tau')}{\eta}} \frac{d\tau'}{\eta}, m=0,1,\dots,M. \quad (50)$$

В итерационном процессе (50) дискретные величины  $\tau_{i+1}$  вычисляются последовательно, начиная с  $\tau=0$  и до  $\tau=\tau_0$  при выполнении следующих соотношений:

$$I_{\pm,(n)}^m(\tau_1, \eta, \zeta, \tau_0) = 0, \quad \forall n \geq 0, \tau \in [0, \tau_0] \cap \eta \in [0, 1],$$

$$B_{\pm,(n)}^m(\tau_{i+1}, \eta, \zeta, \tau_0) = \frac{\Lambda}{2} \left[ \int_0^1 P^m(\eta, \eta') I_{\pm,(n)}^m(\tau, \eta', \zeta, \tau_0) \pm \int_0^1 P^m(-\eta, \eta') I_{\pm,(n)}^m(\tau_0 - \tau, \eta', \zeta, \tau_0) d\eta' \right] + \frac{\Lambda}{4} \left[ P^m(\eta, \zeta) e^{-\tau/\zeta} \pm P^m(-\eta, \zeta) e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\eta}} \right], \quad i=1,\dots,N-2, \quad m=0,1,\dots,M. \quad (51)$$

Пространственная и угловая дискретизации интегральных членов (48) проводятся согласно квадратурным формулам Гаусса с использованием весовых функций  $W_k$ :

$$B_{\pm,(n)}^m(\tau, \eta_j, \zeta, \tau_0) = \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L w_k [P^m(\eta_j, \eta_k) I_{\pm,(n)}^m(\tau, \eta_k, \zeta, \tau_0) \pm P^m(-\eta_j, \eta_k) I_{\pm,(n)}^m(\tau_0 - \tau, \eta_k, \zeta, \tau_0)] + \frac{\Lambda}{4} \left[ P^m(\eta_j, \zeta) e^{-\tau/\zeta} \pm P^m(-\eta_j, \zeta) e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\zeta}} \right], \quad m=0,1,\dots,M. \quad (52)$$

Для дальнейшего рассмотрения введем следующие обозначения:

$$I_{ij}^{\pm} = I^{\pm}(\tau_i, \eta_j), \quad i = 0, 1, \dots, N, \quad j = \pm 1, \dots, \pm L, \quad (53)$$

при использовании  $\Delta\eta_k = \Delta\eta_{-k} = \Delta\eta$ . Проводя затем дискретизацию интервалов текущих переменных  $\Delta\tau = \tau_{i+1} - \tau_i$  и  $\Delta\eta = \eta_{j+1} - \eta_j$  в

соответствии с классическим итерационным алгоритмом метода Гаусса-Зайделя и используя ее для соответствующей аппроксимации интегральных членов в (48), получаем после несложных преобразований формулы (44) для восходящего ( $\eta_j < 0$ ) и нисходящего излучения ( $\eta_j > 0$ ) необходимые представления:

$$I_{i+2,j}^m = I_{i,j}^{\pm,m} e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} + \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L (P_{k,j}^m I_{i+1,k}^m + P_{k,-j}^m I_{i+1,-k}^m) \Delta\eta \left( 1 - e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} \right) + f_{i+1,j}^m, \quad (54)$$

$$I_{i,-j}^m = I_{i+2,-j}^m e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} + \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L (P_{k,-j}^m I_{i+1,k}^m + P_{k,j}^m I_{i+1,-k}^m) \Delta\eta \left( 1 - e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} \right) + f_{i+1,-j}^m, \quad (55)$$

$$i = 0, 1, \dots, N, j = 1, 2, \dots, L,$$

где дискретные значения функций  $f_{i+1,j}^m$  и  $f_{i+1,-j}^m$  определяются согласно формулам:

$$f_{i+1,j}^m = \frac{\Lambda}{4} P^m(\eta_j, \zeta) e^{-\frac{\tau_j+1}{\zeta}}, f_{i+1,-j}^m = \frac{\Lambda}{4} P^m(-\eta_j, \zeta) e^{-\frac{\tau_j+1}{\zeta}}. \quad (56)$$

Таким образом, при использовании классической релаксационно-итерационной схемы [14] уравнения (54)-(55) образуют систему линейных алгебраических уравнений ранга  $2(N \times M)$  относительно  $2(N \times M)$  неизвестных величин  $I_{i,j}^m$  и  $I_{N-i,j}^m$ . К этой системе следует добавить граничные условия:  $I_{i,j}^m = 0$  и  $I_{N-i,-j}^m = 0$ .

Отметим, что в приведённой выше итерационной схеме оптические уровни с индексами  $i$  и  $N-i$  являются симметричными относительно середины рассматриваемого слоя. Полагая в (55)  $i = N-i-2$ , находим для симметричного уровня  $(i+2)$  представление итерационного алгоритма, основанного на формуле (52):

$$I_{N-i-2,-j}^m = I_{N-i,-j}^m e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} + \quad (57)$$

$$+ \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L (P_{k,-j}^m I_{N-i-1,k}^m + P_{k,j}^m I_{N-i-1,-k}^m) \Delta \eta \left( 1 - e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} \right) + f_{N-i-1,-j}^m,$$

где:

$$P_{-k,-j}^m = P_{k,j}^m = \frac{1}{\Delta \eta_k} \int_{\Delta \eta_k} P^m(\eta_j, \eta) d\eta'. \quad (58)$$

Введем теперь вместо зеркально симметричных функций  $I_i^{\pm,j}$  и  $I_{N-i}^{\pm,j}$  адекватные им величины на основе их линейных комбинаций:

$$V_{i,j,\pm}^m = I_{i,j}^m \pm I_{N-i;j}^m, \quad (59)$$

$$W_{i,j,\pm}^m = I_{i,-j}^m \pm I_{N-i;j}^m. \quad (60)$$

Тогда из (54)-(56) получаем для них следующие дискретные итерационные представления:

$$V_{i+2,j,\pm}^m = V_{i,j,\pm}^m e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} + \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L (P_{k,j}^m V_{i+1,k,\pm}^m \pm P_{k,-j}^m W_{i+1,k,\pm}^m) \Delta \eta \left( 1 - e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} \right) +$$

$$+ f_{i+1,j}^m \pm f_{N-i-1}^m,$$

$$W_{i,j,\pm}^m = W_{i+2,j,\pm}^m e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} +$$

$$+ \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L (P_{k,j}^m W_{i+1,k}^{\pm} \pm P_{k,-j}^m V_{i+1,k}^{\pm}) \Delta \eta \left( 1 - e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} \right) + \quad (62)$$

$$+ f_{i+1,j}^m \pm f_{N-i-1,j}^m.$$

Для дальнейшего усовершенствования метода Гаусса–Зайделя принципиальное значение имеют инвариантные свойства введенных величин (59)-(60) в виде соотношений эквивалентности:

$$V_{i,j,\pm}^m = \pm W_{N-i,j,\pm}^m, \quad (63)$$

при соответствующих граничных условиях:

$$V_{0,j}^{\pm} = 0, W_{N,j}^{\pm} = 0. \quad (64)$$

Отметим, что в силу (58)-(60) величины  $V_{N,j,\pm}^m$  и  $W_{0,j,\pm}^m$  считаются известными. Подставляя далее соотношение (57) в (55), находим модифицированную итерационную схему для нахождения величин  $V_{i,j,\pm}^m$  и  $W_{i,j,\pm}^m$ :

$$V_{i+2,j,\pm}^m = V_{i,j,\pm}^m e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} + f_{i+1,j}^m \pm f_{N-i-1,-j}^m + \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L (P_{k,j}^m V_{i+1,k,\pm}^m \pm P_{k,-j}^m V_{N-i-1,k,\pm}^m) \Delta\eta \left( 1 - e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} \right), \quad (65)$$

$$W_{i+2,j,\pm}^m = W_{i,j,\pm}^m e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} + f_{i+1,-j}^m \pm f_{N-i-1,j,\pm}^m + \frac{\Lambda}{2} \sum_{k=1}^L (P_{k,j}^m W_{i+1,k,\pm}^m \pm P_{k,-j}^m W_{N-i-1,k,\pm}^m) \Delta\eta \left( 1 - e^{-\frac{2\Delta\tau}{\eta_j}} \right), \quad (66)$$

при выполнении граничных условий (64). Таким образом, мы получили системы линейных алгебраических уравнений (65)-(66) ранга  $(N \times M)$  для нахождения  $(N \times M)$  новых искомым величин  $W_{i,j,\pm}^m$  и  $V_{i+2,j,\pm}^m$ , число которых в 2 раза меньше, чем при использовании классического аналога рассматриваемого метода. При этом базовый релаксационно-итерационный алгоритм численного решения симметризованной краевой задачи (12) - (13) остается без изменений: на каждом текущем  $n$ -ом итерационном шаге величины  $I_{i+2,j}^m$  находится при использовании значений  $I_{i,j}^m$  и  $I_{i+1,j}^m$  в этой же итерации, а величина  $I_{i+1,-k}^m$  находится из предыдущей  $(n-1)$ -ой итерации. Аналогичным образом, на каждом текущем  $n$ -ом итерационном шаге величины  $I_{i,-j}^m$  находится из значений  $I_{i+2,-j}^m$  и  $I_{i+1,-j}^m$  в той же итерации, а величина  $I_{i+1,k}^m$  находится из предыдущей  $(n-1)$ -ой итерации.

Отметим, что модификация указанного базового алгоритма, улучшающая в целом сходимость итерационного процесса при получении численных решений основных краевых задач теории

переноса излучения, проведена в [14]. Заметим также, что отсутствие анизотропного отражающего дна на уровне нижней границы слоя ( $\tau = \tau_0$ ) не является принципиальным, поскольку учитывается согласно методике [3]. Кроме того дополнительным преимуществом, повышающим общую эффективность проведенной выше модификации, является возможность использования в процессе численного моделирования полей излучения более узких интервалов текущих пространственных и угловых переменных  $\tau_i$  и  $\eta_j$ , именно:  $\eta_j \in [0, 1]$  при  $\tau_i \in [0, \tau_0]$  или альтернативно  $\tau_i \in [0, \frac{1}{2}\tau_0]$  при  $\eta_j \in [1, -1]$ .

Метод Кейза. Согласно данному методу [15] представим регулярные решения исходной несимметризованной краевой задачи (7-8) в виде разложения азимутальных гармоник  $I^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$  по полной и ортонормированной системе сингулярных собственных функций  $\varphi_v^m$  однородного уравнения переноса излучения (7):

$$I^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = \frac{\Lambda}{2} \left( \alpha_m \frac{e^{-k_m \tau}}{1 - k_m \eta} + \beta_m \frac{e^{k_m \tau}}{1 + k_m \eta} \right) + \int_0^1 A^m(\nu) \varphi_\nu^m(\eta) e^{-\tau/\nu} d\eta + \int_0^1 A^m(-\nu) \varphi_{-\nu}^m(\eta) e^{\tau/\nu} d\eta, \quad (67)$$

при этом выполняются следующие граничные условия:

$$I^m(0, \eta) = \delta(\eta - \zeta), \quad I^m(\tau_0, -\eta) = 0, \quad \eta > 0, \quad \zeta > 0, \quad (68)$$

$$m = 0, 1, \dots, M.$$

Величины  $\pm k_m \in [0, 1]$  являются корнями соответствующего характеристического уравнения [14], а искомые коэффициенты  $\alpha_m, \beta_m$  и функции  $A^m(\pm\nu)$  подлежат определению. Согласно классической схеме рассматриваемого метода неизвестные коэффициенты  $\alpha_m, \beta_m$  и функции  $A^m(\pm\nu)$  находятся из граничных условий (68) и соотношений ортогональности для полной ортонормированной системы собственных функций  $\{\varphi_\nu^m(\eta), \varphi_k^m(\eta)\}$  на отрезке  $\eta \in [0, 1]$  при выполнении следующих равенств эквивалентности:  $\varphi_{-\nu}^m(\eta) = \varphi_\nu^m(-\eta)$  и  $\varphi_{-\nu}^m(-\eta) = \varphi_\nu^m(\eta)$ .

Используя принцип зеркального отображения [5] и соответствующие фотометрические инварианты (1), имеем для них вместо (65) следующее представление:

$$\begin{aligned}
I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = & \\
= \frac{\Lambda}{2} & \left[ \left( \alpha_m \pm \beta_m e^{k_m \tau_0} \right) \frac{e^{-k_m \tau}}{1 - k_m \tau} + \left( \alpha_m e^{-k_m \tau_0} \pm \beta_m \right) \frac{e^{k_m \tau_0}}{1 + k_m \eta} \right] + \\
& + \int_0^1 \left[ A^m(\nu) + A^m(-\nu) e^{\tau_0/\nu} \right] \varphi_{\nu}(\eta) d\eta \pm \\
& \pm \int_0^1 \left[ A^m(\nu) e^{-\frac{\tau_0}{\nu}} + A^m(-\nu) \right] \varphi_{-\nu}(\eta) e^{\frac{\tau}{\nu}} d\nu.
\end{aligned} \tag{69}$$

Введем теперь новые величины  $\gamma_{\pm}^m$  и  $A_{\pm}^m(\nu)$ , использование которых приводит в целом к усовершенствованию метода Кейза и алгоритма его применения:

$$\gamma_{\pm}^m = \alpha_m \pm \beta_m e^{k_m \tau_0}, \tag{70}$$

$$A_{\pm}^m(\nu) = A^m(\nu) \pm A^m(-\nu) e^{\frac{\tau_0}{\nu}}. \tag{71}$$

Используя затем (68)-(69) вместо (67), окончательно получаем модифицированное представление для азимутальных гармоник  $\hat{I}_{\pm}^m(\tau_n, \eta_k, \zeta_l, \tau_0)$ :

$$\begin{aligned}
I_{\pm}^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0) = \gamma_{\pm}^m & \frac{\Lambda}{2} \left( \frac{e^{-k_m \tau_0}}{1 - k_m \eta} \pm \frac{e^{-k_m(\tau_0 - \tau)}}{1 + k_m \eta} \right) + \\
& + \int_0^1 A_{\pm}^m(\nu) \left[ \varphi_{\nu}^m(\eta) e^{-\frac{\tau}{\nu}} \pm \varphi_{-\nu}^m(\eta) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\nu}} \right] d\nu,
\end{aligned} \tag{72}$$

только при одном граничном условии  $\hat{I}_{\pm}^m(\tau_n, \eta_k, \zeta_l, \tau_0) = \delta(\eta - \zeta)$ ,  $\eta > 0$ .

Таким образом, использование симметризованной версии основной краевой задачи (12)-(13) вместо исходной (7)-(8) позволяет находить в рамках рассматриваемого метода две неизвестные величины  $\gamma_{\pm}^m$  и  $A_{\pm}^m(\nu)$  вместо четырех  $\alpha^m, \beta^m, A^m(\nu)$  и  $A^m(-\nu)$ , как это следует из применения классической схемы метода Кейза [11].

Метод Ханта-Гранта. Проведем теперь модификацию матричного метода Ханта-Гранта [16] на основе принципа зеркального отображения [7] и фотометрических инвариантов поля скалярного излучения (1)-(2). Рассмотрим согласно данному методу определение

азимутальных гармоник  $I^m(\tau, \eta, \zeta, \tau_0)$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$  на произвольной оптической глубине  $\tau \{ \tau_1, \tau_2 \dots \tau_{m+1} \} \in [0, \tau_0]$  плоского однородного слоя конечной оптической толщины  $\tau_0$  в направлении визирования  $\arccos \eta \{ \eta_1, \eta_2, \dots \eta_\kappa \} \in [-1, 1]$  при зенитном расстоянии Солнца  $\arccos \zeta \{ \zeta_1, \zeta_2 \dots \zeta_l \} \in [0, 1]$  и при отсутствии отражающего дна на уровне его нижней границы  $\tau = \tau_0$ .

Введём далее матрицы интенсивностей нисходящего  $\hat{I}_{(+)}^m(\eta > 0)$  и восходящего  $\hat{I}_{(-)}^m(\eta < 0)$  излучений для текущих независимых переменных следующим образом (рисунок 3):

$$\hat{I}_{(+)}^m(\tau_n, \eta_k, \zeta_l, \tau_0) \begin{bmatrix} I^m(\tau_n, \eta_1, \zeta_l, \tau_0) \\ I^m(\tau_n, \eta_2, \zeta_l, \tau_0) \\ \vdots \\ I^m(\tau_n, \eta_k, \zeta_l, \tau_0) \end{bmatrix}, \quad (73)$$

$$\hat{I}_{(-)}^m(\tau_n, -\eta_k, \zeta_l, \tau_0) \begin{bmatrix} I^m(\tau_n, -\eta_1, \zeta_l, \tau_0) \\ I^m(\tau_n, -\eta_2, \zeta_l, \tau_0) \\ \vdots \\ I^m(\tau_n, -\eta_k, \zeta_l, \tau_0) \end{bmatrix}, \quad (74)$$

где  $\tau_n \in \overline{[0, \tau_0]}$ ,  $n = \overline{(1, N+1)}$ ,  $\eta_\kappa \in [0, 1]$ ,  $\kappa = \overline{(1, K)}$ ,  $\zeta_l \in [0, 1]$ ,  $l = \overline{(1, L)}$ ,  $m = \overline{(0, M)}$ .

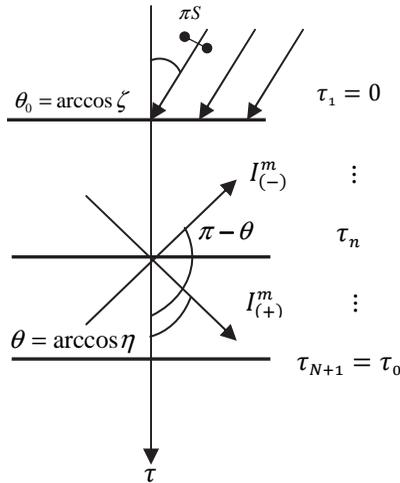


Рис. 3. Геометрия поля скалярного излучения в методе Ханта-Гранта для восходящих (-) и нисходящих (+) направлений визирования.

Опуская для простоты дальнейшего рассмотрения в используемых выше обозначениях зависимость матриц  $\hat{I}_{(\pm)}^m(\tau_n, \eta_k, \zeta_l, \tau_0)$  от угловых переменных  $(\eta_k, \zeta_l)$  и параметра  $\tau_0$  и указывая в них только зависимость от текущей оптической глубины  $\tau_n$ , введём следующие обозначения:

$$\hat{I}_{(+)}^m(\tau_n, \eta_k, \zeta_l, \tau_0) = \hat{I}_{(+),n}^m, \hat{I}_{(-)}^m(\tau_n, -\eta_k, \zeta_l, \tau_0) = \hat{I}_{(-),n}^m, \quad (75)$$

$$\tau_n \in [\tau_1, \tau_2 \dots \tau_{N+1}], m = 0, 1, \dots, M.$$

При этом на внешних границах слоя  $\tau_1 = 0$  и  $\tau_{N+1} = \tau_0$  выполняются граничные условия:

$$\hat{I}_{(+),1}^m = 0, \hat{I}_{(-),N+1}^m = 0, m = 0, 1, \dots, M, \quad (76)$$

а матричные функции  $\hat{I}_{(-),1}^m$  и  $\hat{I}_{(+),N+1}^m$  считаются заданными.

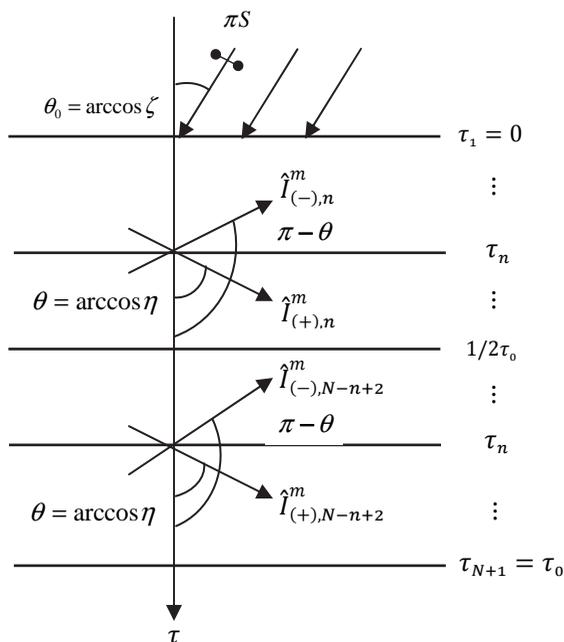


Рис. 4. Пространственно-угловая симметризация восходящих (-) и нисходящих (+) интенсивностей излучения в методе Ханта-Гранта на зеркально-симметричных оптических уровнях  $\tau_n$  и  $\tau_{N-n+2}$  в зеркальных направлениях визирования  $\eta_k$  и  $-\eta_k$ .

Вводя затем согласно [16] матричные линейные интегральные операторы  $\hat{S}^m(\tau_n, \tau_{n+1}) = \hat{S}^m(n, n+1)$  и  $\hat{\Sigma}^m(\tau_n, \tau_{n+1}) = \hat{\Sigma}^m(n, n+1)$ ,  $m = \overline{(0, M)}$ ,  $n = \overline{(1, N+1)}$ , получаем, что в рассматриваемом методе решение исходной несимметрированной краевой задачи (7)-(8) сводится к нахождению матричных величин  $\hat{I}_{(+),n}^m$  и  $\hat{I}_{(-),n}^m$  из системы линейных интегральных уравнений:

$$\begin{pmatrix} \hat{I}_{(+),n+1}^m \\ \hat{I}_{(-),n}^m \end{pmatrix} = \hat{S}_{(\pm)}^m(n, n+1) \begin{pmatrix} \hat{I}_{(+),n}^m \\ \hat{I}_{(-),n+1}^m \end{pmatrix} + \hat{\Sigma}_{(\pm)}^m(n, n+1), \quad (77)$$

$$m = 0, 1, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, N+1.$$

При этом факторизация матричных линейных операторов  $\hat{S}_{(\pm)}^m(n, n+1)$  трансформирует (77) в систему следующих уравнений:

$$\hat{I}_{(+),n+1}^m = \hat{t}^m(n+1, n) \hat{I}_{(+),n}^m + \hat{f}^m(n, n+1) \hat{I}_{(-),n+1}^m + \hat{\Sigma}_{(+)}^m(n+1, n), \quad (78)$$

$$\hat{I}_{(-),n}^m = \hat{f}^m(n+1, n) \hat{I}_{(+),n}^m + \hat{t}^m(n, n+1) \hat{I}_{(-),n+1}^m + \hat{\Sigma}_{(-)}^m(n, n+1), \quad (79)$$

где  $m = \overline{(0, M)}$ ,  $n = \overline{(1, N+1)}$ , а вид симметричных операторов  $\hat{t}^m = \hat{t}^m(n+1, n) = \hat{t}^m(n, n+1) = \hat{t}_0^m$  и  $\hat{f}^m = \hat{f}^m(n+1, n) = \hat{f}_0^m$  определен в [16].

Таким образом, применение матричного метода Ханта-Гранта в его обычной трактовке приводит в итоге к решению алгебраической системы  $2(N-1)$  матричных линейной уравнений относительно  $2(N-1)$  искомым вектор-столбцов  $\hat{I}_{(\pm),n}^m$  при граничных условиях (76) и заданных решениях  $\hat{I}_{(-),1}^m$  и  $\hat{I}_{(+),N+1}^m$  внешней задачи теории переноса излучения.

Используем теперь принцип зеркального отображения (7) и введённые выше фотометрические инварианты (1) применительно к рассматриваемому методу для зеркально-симметричных относительно середины слоя ( $\frac{1}{2}\tau_0$ ) оптических уровней  $\mathcal{T}_n$  и  $\mathcal{T}_{N-n+2}$ , вводя при этом новые величины, обладающие свойством инвариантности в зеркально-симметричных направлениях визирования  $(\eta_k, -\eta_k)$ ,  $k = \overline{(1, K)}$ :

$$\hat{V}_{n,(\pm)}^m = \hat{I}_{(+),n}^m \pm \hat{I}_{(-),N-n+2}^m, \quad (80)$$

$$\hat{W}_{n,(\pm)}^m = \hat{I}_{(-),n}^m \pm \hat{I}_{(+),N-n+2}^m, \quad m = 0, 1, \dots, M, \quad n = \overline{(1, N+1)}, \quad (81)$$

при выполнении граничных условий  $\hat{V}_{1,(\pm)}^m=0$  и  $\hat{W}_{N+1,(\pm)}^m = 0$ . Отметим, что из соотношений (80)-(81) следует важное свойство эквивалентности введенных базовых величин  $\hat{V}_{n,(\pm)}^m$  и  $\hat{W}_{n,(\pm)}^m$ , именно:

$$\hat{V}_{N-n+2,(\pm)}^m = \mp \hat{W}_{n,(\pm)}^m. \quad (82)$$

Используя данное соотношение инвариантности, получаем вместо (78)-(79) следующую систему матричных линейных уравнений для нахождения интенсивностей  $\hat{I}_{(+),n}^m$  и  $\hat{I}_{(-),N-n+2}^m$  на указанных выше зеркально-симметричных уровнях:

$$\hat{I}_{(+),n}^m = \hat{t}_0^m \hat{I}_{(+),n-1}^m + \hat{r}_0^m \hat{I}_{(-),n+1}^m + \hat{\Sigma}_{(+)}^m(n+1, n), \quad (83)$$

$$\hat{I}_{(-),N-n+2}^m = \hat{r}_0^m \hat{I}_{(+),N-n+2}^m + \hat{t}_0^m \hat{I}_{(-),N-n+2}^m + \hat{\Sigma}_{(-)}^m(N-n+3, N-n+2). \quad (84)$$

Складывая теперь (83) и (84), получаем согласно (80) - (81) для величин  $\hat{V}_{n,(+)}^m$  соотношение:

$$\hat{V}_{n,(+)}^m = \hat{t}_0^m \hat{V}_{n-1,(+)}^m + \hat{r}_0^m \hat{W}_{n,(+)}^m + \hat{\Sigma}_{(+)}^m(n, n-1) + \hat{\Sigma}_{(-)}^m(N-3 + n, N-n+2). \quad (85)$$

Аналогично (83) - (84) для  $\hat{I}_{(-),n}^m$  и  $\hat{I}_{(+),N-n+2}^m$  находим:

$$\hat{I}_{(-),n}^m = \hat{r}_0^m \hat{I}_{(+),n}^m + \hat{t}_0^m \hat{I}_{(-),n+1}^m + \hat{\Sigma}_{(-)}^m(n+1, n), \quad (86)$$

$$\hat{I}_{(+),N-n+2}^m = \hat{t}_0^m \hat{I}_{(+),N-n+1}^m + \hat{r}_0^m \hat{I}_{(-),N-n+2}^m + \hat{\Sigma}_{(+)}^m(N-n+2, N-n+1). \quad (87)$$

Складывая далее (86) и (87), в соответствии с (81) находим для величин  $\hat{W}_{(+),n}^m$  соотношение:

$$\hat{W}_{n,(+)}^m = \hat{t}_0^m \hat{W}_{n+1,(+)}^m + \hat{r}_0^m \hat{V}_{n,(+)}^m + \hat{\Sigma}_{(-)}^m(n+1, n) + \hat{\Sigma}_{(+)}^m(N-n+2, N-n+1). \quad (88)$$

Таким образом, в результате использования инвариантов (80)-(81) и их базового свойства (82) из соотношения (85) необходимо найти только  $(N-1)$  неизвестных величин  $\hat{V}_{2,(+)}, \hat{V}_{3,(+)}, \dots, \hat{V}_{N,(+)}$  при заданной величине  $\hat{V}_{N+1,(+)}$  и выполнении граничного условия  $\hat{V}_{1,(+)}^m = 0$ . Аналогично из (86)-(87) и соотношения (88) при учёте (82) необходимо найти только  $(N-1)$  искомым величин  $\hat{W}_{2,(+)}, \hat{W}_{3,(+)}, \dots, \hat{W}_{N,(+)}$  при заданной величине  $\hat{W}_{N+1,(+)}$  и выполнении граничного условия  $\hat{W}_{N+1,(+)}^m = 0$ . Отметим, что соотношения, подобные (85) и (88) получаются очевидным образом из (83)-(84) и (86)-(87) и для величин  $\hat{V}_{n,(-)}^m$  и  $\hat{W}_{n,(-)}^m$ .

Следовательно, использование свойства эквивалентности (82), вытекающих из принципа зеркального отображения [7], позволяет получать системы матричных линейных уравнений для независимого

нахождения инвариантных величин  $\hat{V}_{n,(\pm)}^m$  и  $\hat{W}_{n,(\pm)}^m$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$  ранга не 2 ( $N-1$ ), как в (78)-(79) при использовании классической версии метода Ханта-Гранта [16], а рангом в два раза меньше ( $N-1$ ). Например, для нахождения величин  $\hat{V}_{n,(\pm)}^m$  имеем системы уравнений:

$$\begin{aligned} \hat{V}_{n,(\pm)}^m = & \hat{t}_0^m V_{n-1,(\pm)}^m \pm \hat{t}_0^m \hat{t}_0^m V_{N-n+1,(\pm)}^m + \hat{r}_0^m \hat{r}_0^m V_{n-1,(\pm)}^m \pm \\ & \hat{r}_0^m \hat{\Sigma}_{(-)}^m(n+1, n) + \hat{\Sigma}_{(+)}^m(N-n+2, N-n+1) + \\ & \hat{\Sigma}_{(+)}^m(n, n-1) + \hat{\Sigma}_{(-)}^m(N-n+3, N-n+2), \end{aligned} \quad (89)$$

где  $n = 2, 3, \dots, N$ .

Аналогичные системы уравнений при учете эквивалентного соотношения (80) справедливы и для величин  $\hat{W}_{n,(\pm)}^m$ .

Таким образом, использование принципа зеркального отображения (симметрии) [7] в традиционной схеме метода Ханта-Гранта [16] повышает его эффективность, уменьшая в два раза ранг основных систем матричных уравнений, необходимых для численного моделирования полей скалярного излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины  $\tau_0$ .

**5. Заключение.** Проведенное выше рассмотрение показало эффективность использования в теории переноса скалярного излучения принципа зеркального отображения [7]. При этом построение новых конструкций типа фотометрических инвариантов (1)-(2) позволяет модифицировать ее основные численно-аналитические методы и усовершенствовать алгоритмы их применения. В результате ранг систем линейных алгебраических уравнений и число неизвестных функций, необходимых для реализации указанных методов в процедурах численного моделирования полей излучения, уменьшаются вдвое по сравнению с классическими схемами, традиционно используемых в аналогичных исследованиях [11]. Кроме того, области определения текущих независимых переменных сужаются, например,  $\{\tau_i \in [0, \tau_0]$  и  $\eta_j \in [0, 1]\}$ , или альтернативно  $\{\tau_i \in [0, \frac{1}{2}\tau_0]$  и  $\eta_j \in [-1, 1]\}$ , вместо исходной области  $\{\tau_i \in [0, \frac{1}{2}\tau_0]$  и  $\eta_j \in [-1, 1]\}$ .

В случае численного моделирования полей излучения природных сред, обладающих большой оптической толщиной  $\tau_0 \gg 1$  (аэрозольные и облачные атмосферы Земли и планет, водные среды), или в случае сильно вытянутых индикатрисах рассеяния  $P(\cos \gamma)$ , когда в области малых углов  $\gamma \approx 0^\circ$  выполняются условия  $N \gg 1$  и  $M \gg 1$ , указанные обстоятельства обеспечивают большое преимущество в экономии информационно- вычислительных ресурсов ЭВМ (расчетное время, оперативная память и т.д.) Это существенно повышает общую эффективность прикладных исследований, связанных, например, с

решениями задач космической спектрофотометрии природных сред, атмосферной коррекцией и калибровкой спутниковых изображений Земли, а также с анализом больших объемов цифровой видеоинформации, получаемой в результате ее многоспектрального дистанционного зондирования [17].

В заключение следует также отметить, что проведенный выше анализ позволяет учитывать эффект поляризации многократно рассеянного излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины  $\tau_0 < \infty$ , ограниченном на уровне его нижней границы горизонтально-однородной подстилающей поверхности с произвольным законом отражения [9].

## Литература

1. *Амбарцумян В.А.* Научные труды // Ереван. 1960. т. 1. 430 с.
2. *Чандрасекар С.* Перенос лучистой энергии // М.: ИЛ. 1953. 431 с.
3. *Соболев В.В.* Рассеяние света в атмосферах планет // М.: Наука. 1972. 335 с.
4. *Hulst H.C.* Multiple light scattering, Tables, formulas and applications // New-York: Academic Press. 1980. vol. 1-2. 739 p.
5. *Хюлст Г.С.* Рассеяние света малыми частицами // М.:ИЛ. 1961. 501 с.
6. *Смокты О.И.* Моделирование полей излучения в задачах космической спектрофотометрии // Л.: Наука. 1986. 352 с.
7. *Smokty O.I.* Photometrical Invariants in the Radiative Transfer Theory // In: IGARSS'93. Kogakuin University. Tokyo. 1993. pp. 1960-1961.
8. *Smokty O.I.* Development of Radiative Transfer Theory on the Basis of Mirror Symmetry Principle // In: Current Problems in Atmospheric Radiation IRS2001. A. Deepak Publ. Co., Hampton. 2001. pp. 341-342.
9. *Smokty O.I.* Multiple Polarized Light Scattering in a Uniform Slab: New Invariant Constructions and Symmetry Relations // In: Current Problems in Atmospheric Radiation, IRS 2008. Amer. Inst. of Physics, New York. 2009. p. 97-100.
10. *Hovenier J.W.* A Unified Treatment of the Reflected and Transmitted Intensities of Homogeneous Plane-Parallel Atmosphere // In: Astron. and Astrophys. 1978. vol. 68. pp. 230-250.
11. Перенос излучения в рассеивающих и поглощающих средах. Стандартные методы расчета / под ред. Ж. Ленобль // Л.: Гидрометеоздат. 1990. 264 с.
12. *Дэвисон Б.* Теория переноса нейтронов // М.: ИЛ. 1960. 520 с.
13. *Mallik T.M.* Radiative transfer in finite homogeneous atmospheres with anisotropic scattering: I. Linear singular equations // In: Astrophys J. 1964. vol. 139. pp. 379-396.
14. *Smokty O.I.* Applied Mathematical Problems of Satellite Data Fitting and Atmospheric Correction // In: Current Problems in Atmospheric Radiation, IRS 2000. A. Deepak Publ. Co., Hampton. 2001. pp. 433-437.
15. *Кейз К., Цвайфель П.* Линейная теория переноса // М.: Мир. 1972. 384 с.
16. *Grant I.P., Hunt G.E.* Discrete Space Theory of Radiative Transfer Theory and its Application to Problems in Planetary Atmospheres // In: J. Atmos. Sci. 1969. vol. 26. pp. 963-972.
17. *Kondratyev K.Ya., Kozoderov V.V., Smokty O.I.* Remote Sensing of the Earth from Space: Atmospheric Correction // Springer-Verlag, Berlin-New York. 1992. 478 p.

## References

1. Ambarzumian V.A. *Nauchnye trudy* [Scientific papers]. Erevan, Publ.Co., Acad. Sci., Armenia, 1961, vol. 1. 428p. (In Russ.).
2. Chandrasekhar S. *Perenos luchistoj jenergii* [Radiative transfer]. M.: IL. 1953. 431p. (In Russ.).

3. Sobolev V.V. *Rassejanie sveta v atmosferah planet* [Light Scattering in planetary atmosphere], M.: Nauka. 1972, 335p. (In Russ.).
4. Hulst H.C. Multiple light scattering: tables, formulas and applications. New-York: Academic press. 1980. vol. 1-2. 739p.
5. Hulst H.C. *Rassejanie sveta malymi chasticami* [Light scattering by small particles]. M.: IL. 1961. 501p. (In Russ.).
6. Smokty O.I. *Modelirovanie polej izlucheniya v zadachah kosmicheskoy spektrofotometrii* [Modeling of radiation fields in problems of space spectrophotometry]. Leningrad, Nauka. 1986. 352p. (In Russ.).
7. Smokty O.I. Photometrical invariants in the radiative transfer theory. In: IGARSS'93. Kogakuin University. Tokyo. 1993. pp.1969-1961.
8. Smokty O.I. Development of radiative transfer theory on the basis of mirror symmetry principle. In: Current Problems in atmospheric radiation IRS2001. A. Deepak Publ. Co. Hampton. 2001. pp. 341-342.
9. Smokty O.I. Multiple polarized light scattering in a uniform slab: new invariant constructions and symmetry relations. In: Current problems in atmospheric radiation, IRS2008. Amer. Inst. of Physics, New York. 2009. pp.97-100.
10. Hovenier J.W. A unified treatment of the reflected and transmitted intensities of homogeneous plane-parallel atmosphere. In *Astron. and astrophys.* 1978. vol. 68. pp. 230-250.
11. [Transfer in scattering and absorbing atmospheres: standard computational Procedures]. edited by Lenoble J. L.: Gidrometeoizdat, 1990. 264p. (In Russ.).
12. Davison B. *Teoriya perenosa nejtronov* [Neutron transport theory]. M.: IL. 1958. 520p. (In Russ.).
13. Mallikin T.M. Radiative transfer in finite homogeneous atmospheres with anisotropic scattering: I. Linear singular equations. In: *Astrophys J.* 1964. vol. 139. pp. 379-396.
14. Smokty O.I. Applied mathematical problems of satellite data fitration and atmospheric correction. In: Current problems in atmospheric radiation, IRS 2000. A. Deepak Publ Co., Hampton. 2001. pp.433-437.
15. Case K., Zweifel P. Linear transport theory, Addison -Wesley Publ. Co. Reading, Massachusetts. 1967. 384p. (In Russ.).
16. Grant I.P., Hunt G.E. Discrete Space Theory of Radiative Transfer Theory and its Application to Problems in Planetary Atmospheres. In: *J. Atmos. Sci.* 1969. vol. 26. pp. 963-972.
17. Kondratyev K.Ya., Kozoderov V.V., Smokty O.I. Remote Sensing of the Earth from Space: Atmospheric Correction. Springer-Verlag, Berlin-New York. 1992. 478 p.

**Смоктый Олег Иванович** — д-р физ.-мат. наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, академик Международной Академии Астронавтики (Франция), главный научный сотрудник лаборатории «Прикладная информатика» СПИИРАН. Область научных интересов: теория переноса излучения, моделирование полей излучения в задачах дистанционного зондирования Земли из космоса, космическая геоинформатика. Число научных публикаций — 270 научных трудов, в том числе 10 монографий, одного открытия и 6 изобретений. e-mail: soi@iias.spb.su СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ.

**Smokty Oleg Ivanovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, Honored scientist of Russian Federation, Full member of the International Academy of Astronautics, main researcher, Laboratory of Applied Informatics of SPIIRAS. Research interests: radiative transfer theory, radiation field modeling in problems of the Earth remote sensing from space, geoinformatics. The number of publications —270 scientific works, including 10 monographs, one discovery and 6 inventions. e-mail: soi@iias.spb.su, SPIIRAS, 14 line VO, 39, St. Petersburg, 199178, Russia.

Работа выполнена по Программе Фундаментальных исследований ОНИТ РАН и плану НИР СПИИРАН.

## РЕФЕРАТ

### **Смоктый О.И. Усовершенствование методов численного моделирования полей излучения природных сред на основе принципа зеркальной симметрии.**

Рассмотрена проблема численного моделирования полей излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины  $\tau_0$ , в котором происходят процессы многократного рассеяния солнечного излучения с индикатрисой рассеяния  $P(\cos \Upsilon)$  и вероятностью выживания фотона при элементарном акте рассеяния, равной  $\Lambda$ . До недавнего времени все теоретические исследования и численное моделирование в области пространственно-углового распределения полей излучения на произвольной оптической глубине  $\tau$  в таком слое проводились в рамках классических представлений теории переноса излучения [1] - [5] об их свойствах симметрии. При этом в ходе указанных исследований, во-первых, для аналитического описания полей излучения использовалась пара функций Амбарцумяна [1] или Chandrasekara [2]. Во-вторых, исследование пространственно-угловых свойств симметрии указанных полей излучения проводилось только для одного фиксированного оптического уровня с помощью индикатрисы рассеяния  $P(\cos \Upsilon)$  и теоремы оптической взаимности [4], или на уровнях внешних границ слоя ( $\tau = 0$ ) и ( $\tau = \tau_0$ ) с помощью его коэффициентов яркости. Однако, как было показано автором [6]–[9], внутренние поля излучения плоского однородного слоя конечной оптической толщины  $\tau_0 < \infty$  обладают латентным скрытым свойством пространственно-угловой (зеркальной) симметрии, которое порождается только оптической однородностью указанного слоя. С математической точки зрения свойства зеркальной симметрии становятся очевидными, если ввести новые базовые элементы и конструкции полей излучения, именно фотометрические инварианты [6]. С физической точки зрения, свойства пространственно-угловой (зеркальной) симметрии наглядно проявляются при проведении симметризации положений внутренних и внешних переменных энергетических источников в слое, например, Солнца, относительно его середины (оптической оси симметрии) [10].

В настоящей работе рассмотрено применение принципа зеркального отражения [7] для усовершенствования численных методов моделирования полей скалярного излучения природных сред. Указанное рассмотрение проведено для таких известных и широко используемых на практике методов теории переноса излучения, как методы сферических гармоник [12], дискретных ординат [2], Гаусса - Зайделя [11], Кейза [15] и Ханта-Гранта [16].

## SUMMARY

### ***Smokty O. I. Improvements of the Environment Radiation Fields Modeling Numerical Methods on the Basis of the Mirror Symmetry Principle.***

Until recently theoretical investigations and numerical modeling of the radiation fields angular spatial distribution in a uniform slab of a finite optical thickness have been carried out in the framework of traditional radiative transfer theory notions which cover the basic functions incending structure and properties of external and internal radiation fields symmetry [1 - 5]. Firstly, for the analytical description of radiation fields in the upward and downward directions the two classical basic functions are generally used:  $\varphi(\eta, \tau_0)$  and  $\psi(\eta, \tau_0)$  - Ambarzumian's functions, or  $X(\eta, \tau_0)$  and  $Y(\eta, \tau_0)$  - Chandrasekhar's functions. Secondly, the rigorous separation of angular variables in the brightness coefficients and investigation of their angular-spatial symmetry is carried out only for a unique fixed optical level in the slab. In this case, the symmetrical properties are usually considered in the sense of the optical reciprocity theorem, i.e. radiation fields do not change with the mutual translation of the detector's position and that of the radiation source. However, the problem of radiation fields angular and spatial symmetry is not limited to that. The radiation field in a uniform medium possesses the inner fundamental property of the angular spatial symmetry relative to the medium's natural optical axis of symmetry [6]. In the case of a uniform slab, the symmetry axis coincides with the geometrical middle of the slab. From the mathematical point of view, the above mentioned properties of symmetry give rise to new notions in the radiative transfer theory, namely new elements and constructions of the radiation field – so called photometrical invariants [7-9].

It should be noted such situations is determined only by the optical uniformity of the slab and by the mathematical properties of the adequate structure expressed by photometrical invariants. From the physical point of view the advantage of the introduced photometrical invariants becomes evident through symmetrization of independent radiation sources (e.g. the Sun), i.e. through their mirror images relative to the middle of the uniform slab. In a particular case of the uniform slab's external boundaries, the significance of the symmetrization of the Sun's radiation has been demonstrated in [10].

The present paper is devoted to the use of the main mathematical properties of the photometrical invariants for improving and simplification of the radiation modeling and numerical algorithms of the classical radiative transfer theory [11]. For example the following very known and widely applicable methods are considered : spherical harmonics [12] , discrete ordinates [2], Gauss-Seidel [11], Case [15] and Hunt-Grant [16].

И.А. РЯБИНИН, А.В. СТРУКОВ  
**АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
НАДЕЖНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ИЗ  
ЭЛЕМЕНТОВ С ТРЕМЯ НЕСОВМЕСТНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ**

---

*Рябинин И.А., Струков А.В. Автоматизированное моделирование надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями.*

**Аннотация.** Анализируется методика оценки надежности сложных структур, не сводящихся к последовательно-параллельному соединению элементов. В случае, когда элементы системы могут находиться в трех несовместных состояниях – работоспособном, отказ типа «Обрыв» и «Замыкание», существует необходимость и возможность раздельного вычисления вероятностей отказа системы по «Обрыву» и по «Замыканию». Показано, что описанная методика оценки надежности может быть использована для структур любой сложности при весьма слабых ограничениях. Приведены примеры ортогонализации логических функций с учетом несовместности отдельных переменных. Корректность методики подтверждается результатами решения прикладных задач заданного класса методом полного перебора. Автоматизированное моделирование надежности мостиковой структуры и структуры двух «звезд», включенных на «треугольник», выполнено с использованием программного комплекса АРБИТР, в котором программно реализована алгебра несовместных событий.

**Ключевые слова:** отказ типа «Обрыв», отказ типа «Замыкание», группа несовместных событий, ортогонализация дизъюнктивной нормальной формы, полный перебор состояний, эквивалентированные схемы, программный комплекс (ПК) АРБИТР.

---

*Ryabinin I.A., Strukov A.V. Automated modeling of reliability of Structurally Complex Systems consisting of Elements with three disjoint states.*

**Abstract:** This paper presents a technique assessing the reliability of the complex structures, which can not be reduced to a series-parallel connection of elements. In the case where the system elements can have three mutually exclusive (disjoint) states – up state, “fail-closed” mode, “fail-open” mode there is a need and an opportunity to separate the system failure probability calculations for the “break” and “closure”. It is shown that the developed method of estimating the reliability can be used for structures of any complexity with very weak restrictions. Orthogonalization examples of logic functions based on the incompatibility of individual variables are shown. Correctness of the proposed methods was confirmed by the decision of problems by full exhaustive search. Examples of automated modeling of bridge structure and the structure of the two “stars” connected to a “delta” solved using software ARBITR in which software is implemented algebra of mutually exclusive (disjoint) events.

**Keywords:** “Fail-closed” mode, “fail-open” mode, a group of mutually exclusive (disjoint) events, orthogonalization disjunctive normal form, the full search of states, equivalent schemes, logic and probabilistic function transformation, ARBITR software.

---

**1. Введение.** При оценке надежности структурно-сложных систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями - работоспособным, отказами типа «Обрыв» и типа «Замыкание», следует в первую очередь уточнить постановку задач, стоящих перед системой.

В частности, это может быть не только передача (пропуск) воды, электроэнергии и информации из пункта А в пункт В, но и возможность ее прекращения в заданный момент времени.

Необходимость такого уточнения следует из-за разного понимания последствий отказов типа «Замыкание», например, среди электриков [1]. В нашем случае мы понимаем под «Замыканием» невозможность остановки потока воды, сваривание контактов выключателя, перекрытие изоляторов выключателя или невозможность прерывания передачи информации.

В четырех разделах статьи проводится анализ надежности как простых, так и структурно-сложных структур. Во втором разделе приведен анализ абстрактной параллельной структуры с моделью отказов Диллона-Сингха [2], в третьем – анализ надежности последовательно-параллельной структуры (системы водоснабжения [3]). В четвертом разделе на примере анализа надежности мостиковой структуры показана особенность применения алгебры групп несовместных событий при реализации алгоритма ортогонализации. Пятый раздел включает материал, посвященный сравнительному анализу возможностей использования двухзначной и трехзначной логик в задаче оценки надежности сложной структуры из 9 элементов. Задачей анализа является сравнение различных методов решения поставленных задач – полного перебора, аналитического с ортогонализацией логической функции и автоматизированного моделирования с использованием программного комплекса АРБИТР. Анализ надежности сложных структур – мостиковой структуры и структуры двух «звезд», включенных на «треугольник», выполнен с целью демонстрации методики автоматизированного моделирования надежности [4], корректность которой подтверждена применением метода полного перебора, который позволяет наглядно учитывать влияние режимов отказов элементов на состояние системы. Методика основана на технологии программной реализации логико-вероятностных методов, которые являются «интеллектуальным ядром» общей методики анализа надежности структурно-сложных систем [5].

**2. Параллельная структура.** В работе [4] приведена таблица состояний только для последовательной системы и отмечалось, что полученные формулы для оценки надежности могут быть применены и для параллельных систем.

В таблице 1 представлены описания состояний параллельной системы, состоящей из двух элементов с тремя несовместными состояниями.

Таблица 1. Таблица состояний параллельной системы

N сост.	Элемент X1	Элемент X2	Состояние системы Yc	Вероятность состояния (разные элем.)	Вероятность состояния (одинак. элем.)
1	N	N	1	$p_1 p_2$	$p^2$
2	S	N	0	$q_{s1} p_2$	$q_s p$
3	N	S	0	$p_1 q_{s2}$	$p q_s$
4	N	O	1	$p_1 q_{o2}$	$p q_o$
5	O	N	1	$q_{o1} p_2$	$q_o p$
6	O	O	0	$q_{o1} q_{o2}$	$q_o^2$
7	S	O	0	$q_{s1} q_{o2}$	$q_s q_o$
8	O	S	0	$q_{o1} q_{s2}$	$q_o q_s$
9	S	S	0	$q_{s1} q_{s2}$	$q_s^2$

В таблице 1 использованы следующие сокращения и обозначения:

N, S, O – состояния работоспособности, отказа типа «Замыкание» или типа «Обрыв» - соответственно;

1 или 0 – работоспособное состояние или состояние отказа системы;

$p_1$  или  $p_2$  – вероятность работоспособного состояния элемента (N);

$q_{o1}$  или  $q_{o2}$  – вероятность отказа элемента 1 или 2 типа «Обрыв» (O);

$q_{s1}$  или  $q_{s2}$  – вероятность отказа элемента 1 или 2 типа «Замыкание» (S).

В таблице 1 состояния 1,4 и 5 системы относятся к работоспособным, следовательно, вероятность безотказной работы системы:

$$R_c = p_1 p_2 + p_1 q_{o2} + p_2 q_{o1}, \quad (1)$$

а для случая равнонадежных элементов при  $p_1 = p_2 = p$  и  $q_{o1} = q_{o2} = q_o$ ,

$$R_c = p^2 + 2pq_o. \quad (2)$$

Поскольку для одного элемента:

$$p = 1 - q_s - q_o, \quad (3)$$

аналитическая часть выражения (2) может быть преобразована следующим образом:

$$\begin{aligned}
 R_c &= p^2 + 2pq_o = (1 - q_s - q_o)^2 + 2(1 - q_s - q_o)q_o = \\
 &= 1 + q_s^2 + q_o^2 - 2q_s - 2q_o + 2q_s q_o + 2q_o - 2q_s q_o - 2q_o^2 = \\
 &= 1 - 2q_s + q_s^2 - q_o^2 = (1 - q_s)^2 - q_o^2.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Для параллельной системы из  $m$ -элементов выражение (4) для вероятности безотказной работы системы имеет вид:

$$R_c = \prod_{i=1}^m (1 - q_{si}) - \prod_{i=1}^m q_{oi} = R_{cз} - Q_{co} = 1 - Q_{cз} - Q_{co},
 \tag{5}$$

где  $R_{cз}$  – вероятность безотказной работы по «Замыканию»;  $Q_{cз}$ ,  $Q_{co}$  – вероятности отказа системы с учетом только отказов типа «Замыкания» или только «Обрыв» соответственно.

Выражение (5) для оценки вероятности безотказной работы параллельной системы из элементов с тремя несовместными состояниями совпадает с формулой (8) [4] и формулой (6.153) [5] для систем с последовательным в смысле надежности соединением элементов.

На рисунке 1 показаны фрагменты интерфейса автоматизированного моделирования надежности последовательных и параллельных систем с использованием ПК АРБИТР [6].

На рисунке 1 в левом верхнем углу показаны расчетные схемы (схемы функциональной целостности – СФЦ) для моделирования надежности последовательной системы (эквивалентированные схемы №1 и №2) и параллельной системы (эквивалентированные схемы №4 и №5).

Для моделирования надежности параллельной системы использовалась методика, описанная в [4].

В двух всплывающих окнах показаны СФЦ эквивалентированных схем №4 и №5, предназначенные для оценки вероятностей отказа параллельной системы по «Обрыву»  $Q_{co}$  и по «Замыканию»  $Q_{cз}$  соответственно. Исходные данные о вероятностных характеристиках элементов приведены в нижнем правом углу рисунка 1 и соответствуют характеристикам элементов примера с последовательной системой [2, 4].

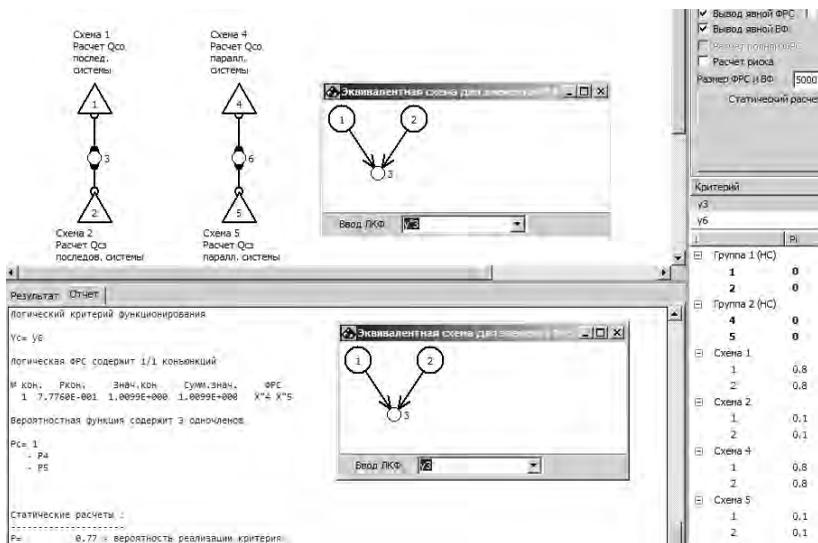


Рис. 1. Фрагменты интерфейса ПК АРБИТР

Логический критерий функционирования параллельной системы обозначен фиктивной вершиной  $у6$  и является конъюнкцией отрицаний логических переменных  $\bar{X}_4 \bar{X}_5$ , представляющих логические условия для вычисления вероятностей отказов системы по «Обрыву»  $Qco (X^4)$  и по «Замыканию»  $Qcз (X^5)$ .

Условия несовместности событий – отказ систем по «Обрыву»  $Qco (\bar{X}_4)$  и по «Замыканию»  $Qcз (\bar{X}_5)$  – вводятся в программу в виде группы несовместных событий (ГНС): группы 2 (НС), состоящей из схем №4 и №5. На рисунке 1 в левом нижнем углу кроме группы 2 (НС) показана группа 1 (НС), состоящая из схем №1 и №2, использованная при анализе надежности последовательной системы.

Вероятностная функция для расчета надежности параллельной системы  $P_c = 1 - P_4 - P_5$ , показанная в левом нижнем углу рисунка 1, совпадает с формулой (5) при обозначениях:  $R_c = P_c$ ;  $Qco = P_4$ ;  $Qcз = P_5$  и соответствует правилу ((1.4), табл.П5.1) [4] преобразований логических и вероятностных функций для случая несовместных событий. Согласно правилу 1.4 для несовместных событий  $a$  и  $b$  справедливо: для логического преобразования  $\bar{a} \vee \bar{b} = \overline{a \cdot b}$ , для вероятностного преобразования  $P(\bar{a} \cdot \bar{b}) = 1 - [P(a) + P(b)] = 1 - P(a) - P(b)$ .

Таким образом, независимо от структуры системы, учитывая, что функция работоспособности системы (ФРС) может быть записана в виде  $m$  параллельных кратчайших путей успешного функционирования (КПУФ), а каждый КПУФ есть последовательное соединение  $n$  аргументов, можно утверждать, что, важным фактором оценки надежности систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями, является раздельное вычисление вероятностей отказов системы по «Обрыву» ( $Q_{co}$ ) и по «Замыканию» ( $Q_{cz}$ ).

В работе [5] показано, что возможность такого *раздельного вычисления вероятностей отказов объясняется именно физической несовместностью отказов типа «Обрыв» связи и «Замыкание» ее.*

Условие самой связи:

$$y(x_1, \dots, x_n) = 1, \quad (6)$$

позволяет вычислить вероятность отказа по «Обрыву» через вероятность безотказной работы  $R_{co}$ , где отказы элементов  $x_i$  на «Обрыв» определяются из логического условия:

$$x_{io} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й элемент не оборвал связь,} \\ 0, & \text{если } i\text{-й элемент оборвал связь,} \end{cases} \quad (7)$$

$$P\{x_{io} = 1\} = P_{io}, \quad P\{x_{io} = 0\} = Q_{io}.$$

Подставляя вероятности (7) в ФРС (6), определяем вероятность безотказной работы системы по «Обрыву»  $R_{co}$ .

Вероятность отказа системы по «Обрыву»  $Q_{co} = 1 - R_{co}$ .

Отказ типа «Замыкание» - это контрдикторное отношение (противоположное) к отказу типа «Обрыв», и поэтому:

$$x_{iz} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й элемент закоротил связь,} \\ 0, & \text{если } i\text{-й элемент не закоротил связь,} \end{cases} \quad (8)$$

$$P\{x_{iz} = 1\} = Q_{iz}, \quad P\{x_{iz} = 0\} = R_{iz}.$$

Подставляя вероятности (8) в ФРС (6), определяем не вероятность безотказной работы системы по «Замыканию»  $R_{cz}$ , а вероятность отказа системы по «Замыканию»  $Q_{cz}$ .

Необходимые численные пояснения этой теории представлены в примере 2.1 [5] для мостиковой схемы.

Для корректного применения описанной выше методики следует обратить внимания на два важных фактора.

1. Модель влияния отказов элементов на состояние системы должна соответствовать модели Диллона-Сингха [2].

2. Наличие в системе хотя бы одного кратчайшего пути, который содержит только короткозамкнутые элементы, переводит систему в состояние отказа.

В качестве примера рассмотрим задачу анализа системы водоснабжения [3], модель надежности которой может быть представлена в виде последовательно-параллельного соединения элементов.

**3. Система водоснабжения (последовательно-параллельная структура).** Одной из первых работ, где отмечалось, что соединение методов булевой алгебры с теорией вероятностей позволяет эффективно решать задачи моделирования надежности технических систем, была работа американского специалиста Североамериканской авиационной корпорации А.Ф.Премо (1963г.) [3]. Автор справедливо отмечает, что ранее Булева алгебра использовалась только в логическом проектировании, частично в телефонии и цифровых компьютерах, где широко применялись «таблицы истинности».

Следует заметить, что разработанная в [3] теория позволяет применять метод оценки надежности для простых систем, а в случае использования компьютерных программ – и для анализа больших систем.

Логическое описание состояний элементов и системы, использование бинарных операций умножения и сложения и унарной отрицания позволяет решать такие непростые задачи, как анализ надежности схем с зависимыми отказами элементов. К таким задачам относятся и задачи анализа надежности систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями.

На рисунке 2 представлена структурная схема системы водоснабжения [3], состоящая из трех вентилях. Вентили  $V_A$ ,  $V_B$  и  $V_C$  имеют два типа несовместных отказов:

– типа «Замыкание», тогда вентиль постоянно открыт и пропускает поток жидкости;

– типа «Обрыв», тогда вентиль постоянно закрыт и не пропускает поток жидкости.

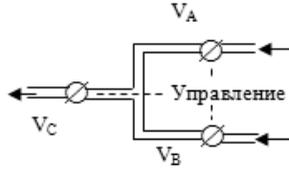


Рис. 2. Система водоснабжения [3]

Условия работоспособности системы водоснабжения, то есть условия обеспечения прохождения или перекрытия потоков жидкости тремя вентилями, могут быть описаны логической функцией вида (в редакции оригинала):

$$T(S) = (A + B)(A'B' + C')(C), \quad (9)$$

где  $A, B$ , и  $C$  – события, заключающиеся в работе вентилях  $V_A, V_B$  и  $V_C$  без учета отказов типа «Замыкание»;  $A', B'$ , и  $C'$  – события, заключающиеся в работе вентилях  $V_A, V_B$  и  $V_C$  без учета отказов типа «Обрыв».

Условия отказа системы могут быть описаны следующим образом:

1. Отказ вентиля С типа «Обрыв».
2. Отказ вентиля С и вентиля В типа «Замыкание».
3. Отказ вентиля С и вентиля А типа «Замыкание».
4. Отказ вентиля А и вентиля В типа «Обрыв».

Логическая функция отказа системы водоснабжения, полученная инверсией логического выражения (9), имеет вид:

$$\bar{T}(S) = \bar{C} + \bar{B}'\bar{C}' + \bar{A}'\bar{C}' + \bar{A}\bar{B}, \quad (10)$$

где  $\bar{A}, \bar{B}$ , и  $\bar{C}$  – события, заключающиеся в отказе вентилях  $V_A, V_B$  и  $V_C$  типа «Обрыв»;  $\bar{A}', \bar{B}'$ , и  $\bar{C}'$  – события, заключающиеся в отказе вентилях  $V_A, V_B$  и  $V_C$  типа «Замыкание».

В таблице 2 приведены обозначения событий, вероятностей их реализации и их численные значения.

В соответствии с (10), используя обозначения таблицы 2, логическая функция отказа системы водоснабжения может быть записана в виде четырех минимальных сечений отказов ( $C_1 \div C_4$ ):

$$\bar{T}(S) = C_1 \vee C_2 \vee C_3 \vee C_4 = X_1 \vee X_2 X_3 \vee X_4 X_6 \vee X_4 X_5. \quad (11)$$

Таблица 2. Таблица состояний системы водоснабжения

Событие	Номер события	Вероятность события	Значение Вероятности [3]
Обрыв вентиля С	$X_1$	$q_{oC}$	0.2
Обрыв вентиля А	$X_2$	$q_{oA}$	0.1
Обрыв вентиля В	$X_3$	$q_{oB}$	0.1
Замыкание вентиля С	$X_4$	$q_{sC}$	0.1
Замыкание вентиля А	$X_5$	$q_{sA}$	0.2
Замыкание вентиля В	$X_6$	$q_{sB}$	0.2

При переходе от логической функции (11) к форме полного замещения, например, методом ортогонализации, следует учесть несовместность событий, образующих следующие три группы несовместных событий (ГНС):

$$ГНС1\{X_1, X_4\}, ГНС2\{X_2, X_5\}, ГНС3\{X_3, X_6\}. \quad (12)$$

Алгоритм ортогонализации логической функции (11) Порецкого-Мерекина в матричной форме (5.46) в работе [5] может быть представлен следующим образом:

$$\bar{T}(S) = \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_1 \\ \overline{C_1} \cdot C_2 \\ \overline{C_1} \cdot \overline{C_2} \cdot C_3 \\ \overline{C_1} \cdot \overline{C_2} \cdot \overline{C_3} \cdot C_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1 \\ \overline{X_1} X_2 X_3 \\ \overline{X_1} \overline{X_2} X_3 X_4 X_6 \\ \overline{X_1} \overline{X_2} X_3 \overline{X_4} X_6 X_4 X_5 \end{vmatrix}. \quad (13)$$

В третьей строке матрицы (13) следует учесть свойства ГНС1 и ГНС3, то есть событий  $X_1$  и  $X_4$ ,  $X_3$  и  $X_6$ .

Согласно правилу ((1.2), табл.П5.1) [4,] для несовместных событий  $a$  и  $b$  справедливо  $\overline{ab} = b$ , следовательно:

$$\overline{X_1 X_6} = X_6; \quad (14a)$$

$$\overline{X_3 X_6} = X_6. \quad (14б)$$

Тогда, учитывая выражения (14a) и (14б) и применяя правило поглощения, третья строка матрицы (13) может быть преобразована следующим образом:

$$\overline{X_1} \overline{X_2} X_3 X_4 X_6 = \overline{X_2} X_3 X_4 X_6 = (\overline{X_2} \vee \overline{X_3}) X_4 X_6 = \overline{X_2} X_4 X_6 \vee \overline{X_3} X_4 X_6 = \overline{X_2} X_4 X_6 \vee X_4 X_6 = X_4 X_6. \quad (15)$$

Аналогично можно показать, что четвертая строка матрицы (13) также может быть преобразована с учетом свойств ГНС1 и ГНС2, то есть:

$$\overline{X_1 X_4} = X_4; \quad (16a)$$

$$\overline{X_2 X_5} = X_5. \quad (16b)$$

Тогда, учитывая выражения (16a) и (16b) и применяя правила поглощения и сокращенного умножения ( $\overline{X_4 X_6} X_4 = \overline{X_6} X_4$ ), четвертая строка матрицы (13) может быть преобразована следующим образом:

$$\begin{aligned} \overline{X_1} \overline{X_2 X_3} \overline{X_4 X_6} X_4 X_5 &= \overline{X_2 X_3} \overline{X_4 X_6} X_4 X_5 = \overline{X_2 X_3} \overline{X_6} X_4 X_5 = \\ &= (\overline{X_2} \vee \overline{X_3}) \overline{X_6} X_4 X_5 = \overline{X_2} \overline{X_6} X_4 X_5 \vee \overline{X_3} \overline{X_6} X_4 X_5 = \\ &= \overline{X_6} X_4 X_5 \vee \overline{X_3} \overline{X_6} X_4 X_5 = \overline{X_6} X_4 X_5. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, логическая функция (11) в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) преобразуется к виду ортогональной ДНФ (ОДНФ):

$$\overline{T}(S) = X_1 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \vee X_4 X_6 \vee \overline{X_6} X_4 X_5. \quad (18)$$

Для сравнения, ортогонализация логической функции (11) без учета свойств ГНС приводит к следующему результату:

$$\overline{T}(S)_{\text{безГНС}} = X_1 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \vee \overline{X_1} \overline{X_2 X_3} X_4 X_6 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \overline{X_6} X_4 X_5. \quad (19)$$

Преобразовав логическую функцию отказа системы к ОДНФ, а также используя теоремы о вероятности суммы несовместных событий и вероятности произведении независимых событий, заменим в логических функциях (18) и (19) логические переменные на соответствующие вероятности истинности («Вероятность события» в таблице 2), а логические операции сложения и умножения – на соответствующие алгебраические операции сложения и умножения.

Тогда вероятность отказа системы водоснабжения с учетом несовместности событий равна:

$$\begin{aligned} \Pr\{\overline{T}(S) = 1\} &= \Pr\{X_1 \vee \overline{X_1} X_2 X_3 \vee X_4 X_6 \vee \overline{X_6} X_4 X_5 = 1\} = \\ &= Q = q_{oC} + (1 - q_{oC})q_{oA}q_{oB} + q_{sC}q_{sB} + (1 - q_{sB})q_{sC}q_{sA}. \end{aligned} \quad (20)$$

Вероятность отказа системы водоснабжения без учета несовместности событий равна:

$$\Pr(\overline{T}(S)_{\text{без ГНС}} = 1) = \Pr\{(X_1 \vee \overline{X_1}X_2X_3 \vee \overline{X_1} \overline{X_2}X_3X_4X_6 \vee \overline{X_1} \overline{X_2}X_3 \overline{X_6}X_4X_5) = 1\} = Q_{\text{без ГНС}} = q_{oC} + (1 - q_{oC})q_{oA}q_{oB} + (1 - q_{oC})(1 - q_{oA}q_{oB})q_{sC}q_{sB} + (1 - q_{oC})(1 - q_{oA}q_{oB})(1 - q_{sB})q_{sC}q_{sA}. \quad (21)$$

Подставляя в соответствии с таблицей 2 численные значения вероятностей событий в выражения (20) и (21), получим следующие вероятностные оценки вероятности отказа системы водоснабжения с учетом ( $Q$ ) и без учета ( $Q_{\text{без ГНС}}$ ) свойств ГНС:

$$Q = 0.244; \quad (22)$$

$$Q_{\text{без ГНС}} = 0.236512. \quad (23)$$

Значение вероятности безотказной работы системы водоснабжения с учетом несовместных событий:

$$P = 1 - Q = 0.756, \quad (24)$$

совпадает со значением, полученным методом полного перебора [3].

Таким образом, оценка вероятности отказа системы водоснабжения со структурой смешанного типа *без учета физически несовместных событий* и при учете результатов ортогонализации (то есть учета *математической несовместности событий*) приводит к занижению значения вероятности отказа системы, то есть к завышению безотказности системы.

Выражение (11), определяющее множество минимальных сечений отказов, может быть использовано для построения дерева неисправностей (ДН) исследуемой системы водоснабжения. На рисунке 3 представлен фрагмент графического интерфейса программы Reliability Workbench при решении задачи оценки вероятности отказа системы водоснабжения.

В модуле «Fault Tree» программы Reliability Workbench при построении ДН возможен учет несовместности событий путем образования ГНС (EGROUP1 ÷ EGROUP3), что показано в левом верхнем углу рисунка 3. При моделировании вероятности вершинного события (Top1) в среде Reliability Workbench получена вероятность отказа системы водоснабжения  $Q=0.244$ , что полностью соответствует результату (22).

Влияние вида отказов элементов на работоспособность системы водоснабжения соответствует модели Диллона-Сингха для

смешанного соединения элементов [2]. Поэтому для оценки надежности данной системы также может быть применена методика автоматизированного моделирования надежности с использованием программного комплекса АРБИТР [4], основанная на алгебре групп несовместных событий (ГНС).

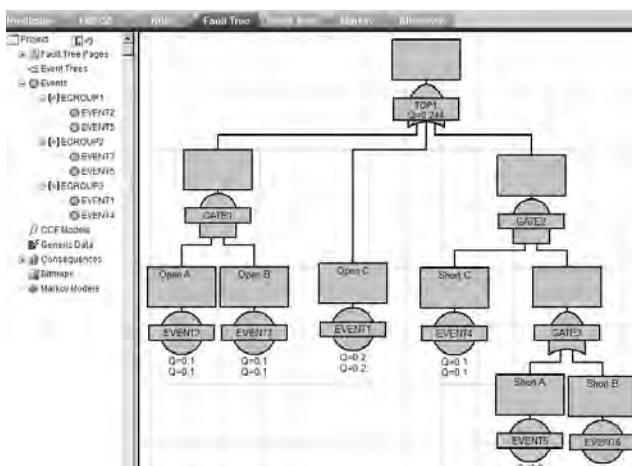


Рис. 3. Фрагмент графического интерфейса Reliability Workbench

На рисунке 4 приведена схема функциональной целостности (СФЦ) с использованием эквивалентированных схем (треугольники №1 и №2), в каждом из которых обозначено параллельное соединение вентилей А и В и последовательное соединение вентилей С (рисунок 2).

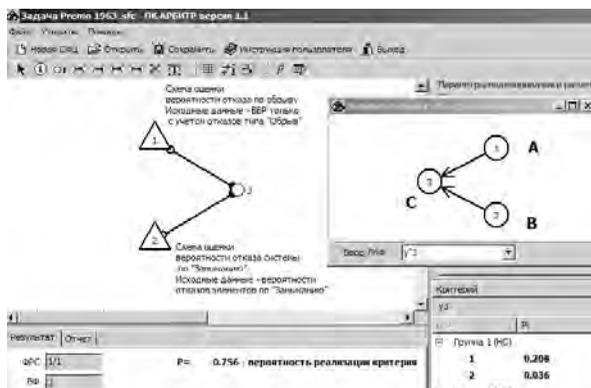


Рис. 4. Схема функциональной целостности на ПК АРБИТР

Результаты моделирования программ Reliability Workbench и ПК АРБИТР совпали с аналитическим решением (24).

Следует заметить, что в данном примере свойство несовместности имеет как *физическую природу* (несовместность отказов типа «Обрыв» и типа «Замыкание»), так и *математическую* – вероятность суммы несовместных событий.

Приведенный пример анализа надежности системы водоснабжения прост и достаточно легко позволяет получать аналитические выражения или осуществлять построение ДН. Для более сложных схем такие методы не всегда реализуемы. Рассмотрим пример мостиковой схемы.

**4. Мостиковая схема.** На рисунке 5 приведена схема мостиковой структуры [5]. Для сравнительного анализа различных вычислительных процедур в качестве исходных данных используем данные, приведенные на сайте Донецкого Национального Технического Университета [7] в автореферате Дм. Чаплыгина «Исследование и расчет надежности сложных структур с использованием ЭВМ». Анализ ссылок на указанном сайте позволяет предположить, что работа выполнена под руководством профессора Ковалева А.П.

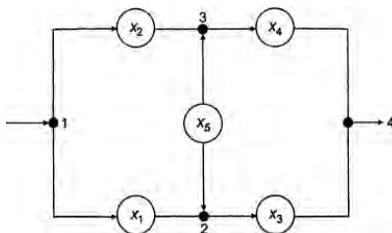


Рис. 5. Мостиковая схема

Исходные данные о показателях надежности элементов приведены в таблице 3. В таблице 3 данные первых трех столбцов приведены на сайте [4], а вероятность безотказной работы элементов  $R_i$  рассчитана из условия полной группы событий. Вероятность  $R_{oi}$  учитывает безотказность элементов с учетом отказов только типа «Обрыв».

В указанной работе [7] представлена методика расчета, которая предполагает построение совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ) логической функции (перебор всех состояний), условно полагая, что элементы имеют два состояния. Таким образом, СДНФ содержит 32 набора, 16 из которых относятся к

работоспособному состоянию мостиковой структуры. Для каждого работоспособного состояния подсчитываются вероятности отказов типа «Обрыв» и типа «Замыкание», а затем вычисляется вероятность безотказной работы системы по формуле (5).

Таблица 3. Таблица исходных данных мостиковой схемы

Элемент	$q_{oi}$	$q_{si}$	$R_i = 1 - q_{oi} - q_{si}$	$R_{oi} = 1 - q_{oi}$
$X_1$	0.23	0.21	0.56	0.77
$X_2$	0.28	0.26	0.46	0.72
$X_3$	0.34	0.15	0.51	0.66
$X_4$	0.18	0.19	0.63	0.82
$X_5$	0.13	0.22	0.65	0.87

Если произвести точный расчет согласно данной методике (на сайте [7] в таблице 2 приведены округленные результаты), то вероятность безотказной работы мостиковой структуры для исходных данных, приведенных в таблице 3, составит  $R_c = 0.7776139432$ .

Эту методику можно упростить и не прибегать к составлению СДНФ, а воспользоваться ОДНФ (например, выражение (6.63) [5]), в которой не 16 наборов, а только 5 ортогональных членов.

Логическая ФРС мостиковой структуры может быть записана в виде ДНФ:

$$Y_b = X_1 X_3 \vee X_2 X_4 \vee X_1 X_4 X_5 \vee X_2 X_3 X_5. \quad (25)$$

Для ортогонализации ДНФ (25) воспользуемся методом Порецкого-Мерекина с записью в матричной форме [5]:

$$Y_b = \begin{vmatrix} X_1 X_3 \\ X_2 X_4 \\ X_1 X_4 X_5 \\ X_2 X_3 X_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1 X_3 \\ \overline{X_1 X_3} X_2 X_4 \\ \overline{X_1 X_3} \overline{X_2 X_4} X_1 X_4 X_5 \\ \overline{X_1 X_3} \overline{X_2 X_4} \overline{X_1 X_4 X_5} X_2 X_3 X_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1 X_3 \\ \overline{X_1 X_3} X_2 X_4 \\ \overline{X_1 X_3} \overline{X_2 X_4} X_1 X_4 X_5 \\ \overline{X_1 X_3} \overline{X_2 X_4} \overline{X_1 X_4 X_5} X_2 X_3 X_5 \end{vmatrix}. \quad (26)$$

Вероятностная функция для вероятности безотказной работы системы  $R_c$ , которая соответствует ОДНФ (26), записывается следующим образом:

$$R_c = P_1 P_3 + (1 - P_1 P_3) P_2 P_4 + Q_3 Q_2 P_1 P_4 P_5 + Q_1 Q_4 P_2 P_3 P_5. \quad (27)$$

Для вычисления вероятности безотказной работы системы по «Обрыву»  $R_{co}$  в соответствии с логическими условиями (7) в выражение (27) вместо вероятностей  $P_i$  следует подставить значения  $1 - q_{oi}$ , а вместо вероятности  $Q_i$  – значения  $q_{oi}$ .

Для вычисления вероятности отказа системы по «Замыканию»  $Q_{cz}$  в соответствии с логическими условиями (8) в выражение (27) вместо вероятностей  $P_i$  следует подставить значения  $q_{si}$ , а вместо вероятностей  $Q_i$  – значения  $1 - q_{si}$ .

С исходными данными, приведенными в таблице 3, получим следующие системные показатели:

$$- R_{co} = 0.8679695472;$$

$$- Q_{cz} = 0.090355604;$$

$$- R_c = 0.7776139432.$$

Перебор всех состояний мостиковой структуры, элементы которой могут находиться в трех несовместных состояниях, реализован в среде MS Excel. Таблица для расчетов содержит  $3^5=243$  набора. Фрагменты экранного интерфейса с расчетной таблицей представлены на рисунке 6 и рисунке 7.

В таблице (рис. 6) в столбце «№№ сост.» (столбец А MS Excel) показаны номера состояний (наборов). Цветом выделены номера состояний, соответствующие работоспособным состояниям системы. В столбцах «Состояния элементов» (столбцы В÷F MS Excel) использованы следующие обозначения:

– «-1» - отказ элемента типа «Замыкание»;

– «0» - отказ элемента типа «Обрыв»;

– «1» - работоспособное состояние элемента.

В столбцах «Вероятности состояний» (столбцы G÷K MS Excel) приведены обозначения вероятностей, использованные в табл.1. В столбцах «Значения вероятностей» (столбцы L÷P MS Excel) приведены численные значения вероятностей согласно таблице 3. В строках столбца «Pri» (столбец Q MS Excel) осуществляется умножение вероятностей соответствующих строк столбцов (L÷P MS Excel) и вычисляется вероятность реализации каждого состояния.

В столбце «ПУФ» (столбец R) формируется признак работоспособного состояния (N) или состояния отказа (F) пути успешного функционирования без учета приведенного выше второго фактора модели Диллона-Сингха [2], то есть без учета влияния отказов типа «Замыкания» всех элементов пути.

В столбцах «Наличие 3. в ПУФ» (S+V) осуществляется проверка наличия в текущем наборе короткозамкнутого КПУФ (все элементы пути имеют отказ типа «Замыкание»). При наличии короткозамкнутого КПУФ текущий набор объявляется отказовым и ему присваивается индекс «+».

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V				
1	N/NF					Состояния элементов					Вероятности состояний (p)					Значения вероятностей					Наличие 3 в КПУФ				
2	сост					1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	P <sub>pi</sub>					ПУФ				
3	1	-1	-1	-1	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.19	0.22	0.000342	F	+	+	+	+				
4	2	-1	-1	-1	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.19	0.13	0.000202	F	+	+	+	+				
5	3	-1	-1	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.15	0.19	0.65	0.001011	N	+	+	+	+				
6	4	-1	-1	0	1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.18	0.22	0.000324	F	+	+	+	+				
7	5	-1	-1	0	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.18	0.13	0.000192	F	+	+	+	+				
8	6	-1	-1	0	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.15	0.18	0.65	0.000958	N	+	+	+	+				
9	7	-1	-1	-1	1	1	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.63	0.22	0.001135	N	+	+	+				
10	6	-1	-1	-1	1	0	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.15	0.63	0.13	0.000671	N	+	+	+				
11	9	-1	-1	-1	1	1	qs1	qs2	qs3	R4	R5	0.21	0.26	0.15	0.63	0.65	0.003354	N	+	+	+				
12	10	-1	-1	0	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.19	0.22	0.000776	F	+	+	+				
13	11	-1	-1	0	0	1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.19	0.13	0.000459	F	+	+	+				
14	12	-1	-1	0	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.34	0.19	0.65	0.002293	N	+	+	+				
15	13	-1	-1	0	0	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.16	0.22	0.000735	F	+	+	+				
16	14	-1	-1	0	0	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.16	0.13	0.000434	F	+	+	+				
17	15	-1	-1	0	0	1	qs1	qs2	qs3	qs4	R5	0.21	0.26	0.34	0.16	0.65	0.002172	F	+	+	+				
18	16	-1	-1	0	1	1	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.63	0.22	0.002573	N	+	+	+				
19	17	-1	-1	0	1	0	qs1	qs2	qs3	R4	qs5	0.21	0.26	0.34	0.63	0.13	0.00152	N	+	+	+				
20	18	-1	-1	0	1	1	qs1	qs2	qs3	R4	R5	0.21	0.26	0.34	0.63	0.65	0.007602	N	+	+	+				

Рис. 6. Фрагмент экранного интерфейса верхней части таблицы

В нижней части таблицы (рисунок 7) осуществляется суммирование вероятностей состояний (наборов), чей ПУФ имеет индекс «N» – работоспособное состояние.

232	1	1	0	1	-1	R1	R2	qs3	R4	qs5	0.56	0.46	0.34	0.83	0.22	0.01214	N			0.012139142					
233	1	1	0	1	0	R1	R2	qs3	R4	qs5	0.56	0.46	0.34	0.83	0.13	0.00717	N			0.00717313					
234	1	1	0	1	1	R1	R2	qs3	R4	R5	0.56	0.46	0.34	0.83	0.65	0.03587	N			0.035865648					
235	1	1	1	-1	-1	R1	R2	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.19	0.22	0.00549	N				0.005491517					
236	1	1	1	-1	0	R1	R2	R3	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.19	0.13	0.00324	N			0.003244987					
237	1	1	1	-1	1	R1	R2	qs4	R5	0.56	0.46	0.51	0.19	0.65	0.01622	N				0.016224936					
238	1	1	1	0	-1	R1	R2	R3	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.18	0.22	0.00052	N			0.000520249					
239	1	1	1	0	0	R1	R2	R3	qs4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.18	0.13	0.00307	N			0.003074198					
240	1	1	1	0	1	R1	R2	R3	R4	R5	0.56	0.46	0.51	0.18	0.65	0.01537	N			0.015370992					
241	1	1	1	1	-1	R1	R2	R3	R4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.83	0.22	0.01821	N			0.018208714					
242	1	1	1	1	0	R1	R2	R3	R4	qs5	0.56	0.46	0.51	0.83	0.13	0.01076	N			0.010769694					
243	1	1	1	1	1	R1	R2	R3	R4	R5	0.56	0.46	0.51	0.83	0.65	0.0538	N			0.053798472					
N/NF	Состояния элементов					Вероятности состояний (p)					Значения вероятностей					125	0.7776139432								
сост	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	P <sub>pi</sub>					ПУФ				

Рис. 7. Фрагмент экранного интерфейса нижней части таблицы

Из рисунка 7 видно, что число ПУФ, которые имеют индекс «N» и, которые относятся к работоспособным состояниям системы, равно 125. Суммирование вероятностей соответствующих наборов приводит к получению значения вероятности безотказной работы мостиковой схемы  $R_c=0.7776139432$ , полностью совпадающего с приведенным выше результатом по методике [7].

На рисунке 8 представлен фрагмент экранного интерфейса ПК АРБИТР при решении задачи оценки надежности мостиковой схемы по методике, изложенной в [4].

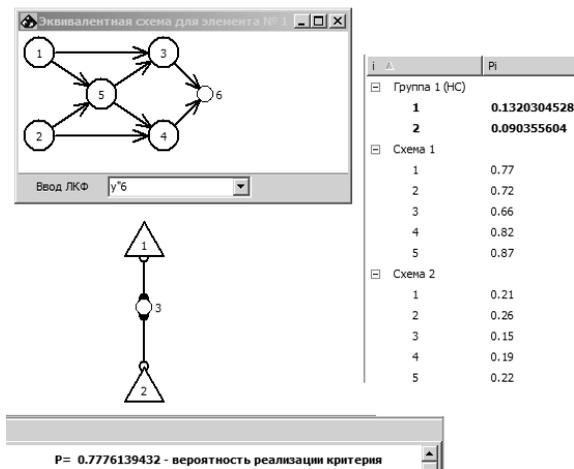


Рис. 8. Фрагмент экранного интерфейса ПК АРБИТР для мостиковой схемы

Эквивалентные схемы (в виде треугольников №1 и №2) представляют собой структурные схемы мостиковых структур для случая отказа по обрыву (схема №1 показана в развернутом виде в отдельном всплывающем окне) и по замыканию (схема №2). Эти схемы объединены в группу несовместных событий – группа 1 (НС) и соединены в виде конъюнкции отрицаний.

В правой части рисунка 8 приведены значения вероятности отказа мостиковой схемы по «Обрыву» ( $Q_o = 0.1320304528$ ) и по «Замыканию» ( $Q_s = 0.090355604$ ).

Результат оценки вероятности безотказной работы мостиковой схемы ( $P = 1 - 0.1320304528 - 0.090355604 = 0.7776139432$ ), как и значения  $Q_o$  и  $Q_s$ , полностью совпадают с результатами, полученными по методике [7].

Построение ДН, представляющее 118 сечений отказов (без минимизации), является весьма трудоемкой задачей и в данной работе не рассматривается.

### 5. Структура двух «звезд», включенных на «треугольник».

На рисунке 9 приведена структурная схема сложного соединения 9 элементов, названная структурой двух «звезд», включенных на «треугольник» [8]. В [8] предложена методика анализа надежности

данной схемы с учетом двух типов отказов, которая, по мнению авторов, основана на применении трехзначной логики.

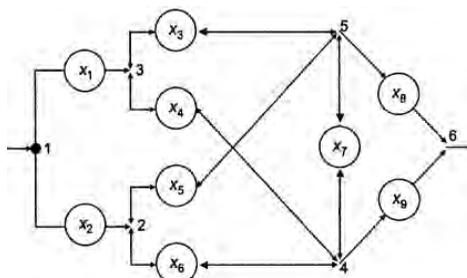


Рис. 9. Структура двух «звезд», включенных на «треугольник»

Для демонстрации возможности использования двухзначной логики, математический аппарат которой значительно проще и нагляднее аппарата трехзначной логики, задача анализа надежности структуры двух «звезд» сначала была решена методом полного перебора. Для этого в среде MS Excel была составлена таблица состояний, аналогичная таблице состояний для мостиковой структуры. Такая таблица содержит  $3^9=19683$  состояний. На рисунке 10 представлен фрагмент экранного интерфейса нижней и верхней частей таблицы состояний структуры двух «звезд».

№№	Состояния элементов									Вероятности состояний (pi)									Значения вероятностей		
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	qs9	0.177	0.333	0.22176
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	qs9	0.177	0.333	0.22176
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	R9	0.177	0.333	0.22176
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7	qs8	qs9	0.177	0.333	0.22176
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
19679	1	1	1	1	1	1	1	1	0	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	qo8	qo9	0.477	0.415	0.49066
19680	1	1	1	1	1	1	1	0	1	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	qo8	R9	0.477	0.415	0.49066
19681	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	qs9	0.477	0.415	0.49066
19682	1	1	1	1	1	1	1	1	0	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	qo9	0.477	0.415	0.49066
19683	1	1	1	1	1	1	1	1	1	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	0.477	0.415	0.49066

Рис. 10. Фрагмент экранного интерфейса таблицы состояний

В таблице 4 приведены исходные данные для количественной оценки вероятности безотказной работы структуры двух «звезд», описанной в работе [5] (табл.24). В таблице 4 использованы обозначения таблицы 3.

Таблица 4. Таблица исходных данных для структуры «двух звезд»

$i$	$q_{oi}$	$q_{si}$	$R_i = 1 - q_{oi} - q_{si}$	$R_{oi} = 1 - q_{oi}$
X1	0.34624	0.17665	0.47711	0.65376
X2	0.25271	0.33251	0.41478	0.74729
X3	0.28758	0.22176	0.49066	0.71242
X4	0.31227	0.24818	0.43955	0.68773
X5	0.35053	0.18087	0.4686	0.64947
X6	0.31203	0.26226	0.42571	0.68797
X7	0.26263	0.33485	0.40252	0.73737
X8	0.28514	0.22811	0.48675	0.71486
X9	0.21013	0.3222	0.46767	0.78987

В качестве аналитических расчетных формул могут быть использованы вероятностные функции, полученные методом разрезания (разложения) [5] или схемно-логическим методом с использованием релейно-контактного графа [8].

В результате проведенных расчетов как с использованием полного перебора и получения СДНФ, так и указанных выше вероятностных функций, позволяющих проводить отдельные вычисления вероятности отказа по «Обрыву» ( $Q_{co}$ ) и по «Замыканию» ( $Q_{cz}$ ), получены следующие результаты:

$$Q_{co} = 0.19627391; \quad (28)$$

$$Q_{cz} = 0.07266087; \quad (29)$$

$$R = 0.73106522. \quad (30)$$

На рисунке 11 приведен фрагмент экранного интерфейса решения задачи анализа надежности структуры «двух звезд» на ПК АРБИТР с исходными данными, приведенными в таблице 4.

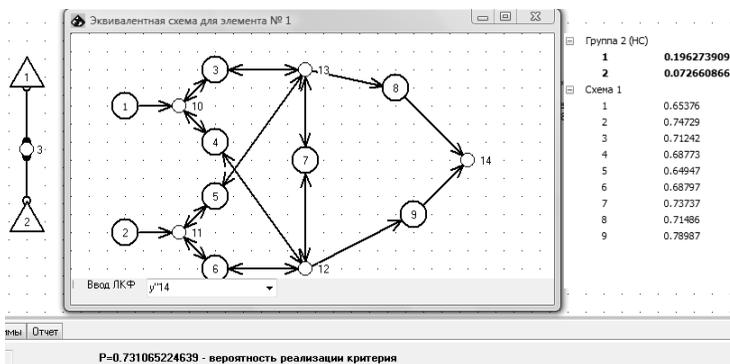


Рис. 11. Анализ надежности структуры «двух звезд» на ПК АРБИТР

Из рисунка 11 видно, что полученные на ПК АРБИТР результаты полностью совпадают с результатами, приведенные выше (28÷30).

**6. Заключение.** Если функция работоспособности системы (ФРС) записана в виде  $m$  параллельных кратчайших путей успешного функционирования (КПУФ), а каждый КПУФ есть последовательное соединение  $n$  аргументов, то независимо от структуры системы решение задач анализа надежности для случая элементов с тремя несовместными в физическом смысле состояниями, основано на возможности и необходимости раздельного вычисления вероятностей отказов системы по «Обрыву» ( $Q_{co}$ ) и по «Замыканию» ( $Q_{cz}$ ).

Разработка алгебры групп несовместных событий как способа учета математической несовместности событий позволяет корректно осуществлять логико-вероятностные преобразования как на этапе ортогонализации логической функции, так и на этапе получения вероятностного многочлена.

Реализация алгебры групп несовместных событий в программном комплексе АРБИТР позволяет решать задачи автоматизированного расчета показателей надежности сложно-структурных систем, состоящих из элементов с тремя состояниями, корректно используя математический аппарат двоичной логики.

Все полученные численные результаты анализа надежности проверены методом полного перебора состояний исследуемых систем.

### Литература

1. *Константинов Б.А., Лосев Э.А.* Логико-аналитический метод расчета надежности восстанавливаемых систем электроснабжения // *Электричество*. 1971. №12. С.21-25.
2. *Диллон Б., Сингх Ч.* Инженерные методы обеспечения надежности систем // М.: Мир. 1984. 318 с.
3. *Preto A.F.* The Use of Boolean Algebra and Truth Table in the Formulation of a Mathematical Model of Success // *IEEE Trans. Reliability*, 1963 vol. 12. pp. 45-49.
4. *Можжаев А.С., Нозик А.А., Струков А.В.* Оценка надежности системы из элементов с тремя состояниями с использованием ПК АРБИТР // *Труды СПИИРАН*. 2013. Вып. 8 (31). С. 123-146.
5. *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем // СПбГУ. 2007. 276 с.
6. Аннотация программного средства "АРБИТР" (ПК АСМ СЗМА) // Научно-технический сборник "Вопросы атомной науки и техники. Серия "Физика ядерных реакторов". М.: РНЦ "Курчатовский институт", 2008, Вып. 2. С. 105-116.
7. *Чаплыгин Д.* Автореферат по теме «Исследование и расчет надежности сложных структур с использованием ЭВМ». URL: [www.masters.donntu.edu.ua/2004/eltf/chaplogin/diss/index.htm](http://www.masters.donntu.edu.ua/2004/eltf/chaplogin/diss/index.htm).
8. *Смирнов А.С., Гайдомович Д.О.* Анализ надежности структурно-сложных схем с учетом двух типов отказов // *Электричество*. 2001. №2. С.50-56.

## References

1. Konstantinov B.A., Losev Je.A. [Logical-analytical method for calculating the reliability of recovered power supply systems]. *Jelektrichestvo – Electricity*. 1971. no. 12. pp. 21-25. (In Russ.).
2. Dillon B., Singh Ch. *Inzhenernye metody obespechenija nadezhnosti system* [Engineering methods of ensure system reliability]. M.: Mir, 1984. 318 p. (In Russ.).
3. Premo A.F. The Use of Boolean Algebra and Truth Table in the Formulation of a Mathematical Model of Success. *IEEE Trans. Reliability*. 1963 vol. 12. pp. 45-49.
4. Mozhaev A.S., Nozik A.A., Strukov A.V. [Evaluation of reliability of the system from elements with three states using a PC ARBITR]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceeding*. 2013. vol. 8 (31). pp. 123-146. (In Russ.).
5. Rjabinin I.A. *Nadezhnost' i bezopasnost' strukturno-slozhnyh system* [Reliability and safety of structurally complex systems]. SPbGU. 2007. 276 p. (In Russ.).
6. [Abstract of software "ARBITR" (PC ASM SZMA)]. *Nauchno-tehnicheskij sbornik "Voprosy atomnoj nauki i tehniki. Serija "Fizika jadernyh reaktorov" – Scientific and technical journal "Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Nuclear Reactors"*. M.: RNC "Kurchatovskij institut". 2008. vol. 2. pp. 105-116. (In Russ.).
7. Chaplygin D. Avtoreferat po teme «Issledovanie i raschjot nadjozhnosti slozhnyh struktur s ispol'zovaniem JeVM» [Author's abstract on "Investigation and calculation of reliability of complex structures using a computer.] Available at: [www.masters.donntu.edu.ua/2004/eltf/chaplygin/diss/index.htm](http://www.masters.donntu.edu.ua/2004/eltf/chaplygin/diss/index.htm). (In Russ.).
8. Smirnov A.S., Gajdomovich D.O. [Reliability analysis of structurally complex schemes based on two types of failures]. *Jelektrichestvo – Electricity*. 2001. no. 2. pp. 50-56. (In Russ.).

**Рябинин Игорь Алексеевич** — д-р техн. наук, профессор, почетный профессор Военно-морской академии. Область научных интересов: анализ данных, системный анализ, теория надежности, модели и методы анализа надежности и безопасности структурно-сложных технических систем. Число научных публикаций — 227. [Ryabinin25@mail.ru](mailto:Ryabinin25@mail.ru).

**Ryabinin Igor Alekseevich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor Emeritus of Naval Academy. Research interests: data analysis, analysis of systems, reliability theory, mathematical models and methods reliability and safety analysis of structurally-complex systems. The number of publications — 227. [Ryabinin25@mail.ru](mailto:Ryabinin25@mail.ru).

**Струкков Александр Владимирович** — к-т техн. наук, доцент, ведущий инженер исследовательского отдела ОАО Специализированная инжиниринговая компания «Севзапмонтажавтоматика» (СПИК СЗМА). Область научных интересов: анализ данных, системный анализ, теория надежности, модели и методы принятия решения в сложных организационно-технических системах. Число научных публикаций — 69. [alexander\\_strukov@szma.com](mailto:alexander_strukov@szma.com), [www.szma.com](http://www.szma.com); СПИК СЗМА, пер. Каховского, д. 10, лит. А, стр. 2Н, г. Санкт-Петербург, 199155, РФ; п.т. +7(812)350-5885, факс +7 (812)350-1113.

**Strukov Alexander Vladimirovich** — Ph.D., assistant professor, senior engineer, public corporation Specialized engineering company "Sevzapmontageautomatica" (SPIK SZMA). Research interests: data analysis, analysis of systems, reliability theory, mathematical models and methods of decision-making support in complex technical-organizational systems. The number of publications — 69. [alexander\\_strukov@szma.com](mailto:alexander_strukov@szma.com), [www.szma.com](http://www.szma.com); SPIK SZMA, 10, Lit. A, Office block 2N, Kakhovskogo Lane, St.Petersburg 199155, Russia, phone +7(812)350-5885, fax +7 (812)350-1113.

## РЕФЕРАТ

### *Рябинин И.А., Струков А.В.* **Автоматизированное моделирование надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями.**

В статье рассмотрены примеры применения методики раздельного вычисления вероятностей отказов систем по «Обрыву» и по «Замыканию» в задачах расчета показателей надежности систем, состоящих из элементов с тремя несовместными состояниями. Возможность такого раздельного вычисления обусловлена физической несовместностью отказов типа «Обрыв» и «Замыкание». Необходимость определяется учетом математической несовместности логических переменных, входящих в логическую функцию работоспособности системы (ФРС). Описанная методика является основанием для реализации процедуры автоматизированного расчета показателей надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями.

Учет математической несовместности логических переменных при осуществлении ортогонализации ФРС в виде дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) происходит на основе применения правил алгебры групп несовместных событий (ГНС). Рассмотрены примеры использования правил алгебры ГНС при использовании алгоритма ортогонализации Порецкого-Мерекина. Первый пример связан с решением задачи анализа надежности системы водоснабжения, которая была опубликована в 1963 году и может считаться одной из первых работ, посвященных совместному использованию методов булевой алгебры и теории вероятностей при решении задач анализа надежности сложных объектов. Второй пример описывает методику анализа надежности мостиковой структуры.

Решение задачи анализа надежности структуры двух «звезд», включенных на треугольник, приведено с целью демонстрации возможности использования двухзначной логики, которая проще и нагляднее трехзначной логики, применяемой для задач этого класса.

Корректность решения задач анализа надежности мостиковой структуры и структуры двух «звезд», включенных на треугольник, подтверждена методом полного перебора состояний систем - в первом случае число состояний равно  $3^5=243$ , во втором –  $3^9=19683$ .

Процедуры автоматизированного расчета показателей надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями, реализованные в программном комплексе АРБИТР, используют возможность графического отображения структур в виде двух эквивалентированных вершин и программной реализации алгебры ГНС.

## SUMMARY

### ***Ryabinin I.A., Strukov A.V. Automated modeling of reliability of Structurally Complex Systems consisting of Elements with three disjoint states.***

The article discusses examples of application of the methodology of independent computing of "fail-open" and "fail-closed" probabilities for modeling the reliability of systems comprising elements with three mutually exclusive (disjoint) states. Such calculations are needed due to physical separation of "Open" and "Closed" failures. It is necessary to account for mathematical mutually exclusivity of logic variables in the logical functions of the system (LFS). The technique may be used as a basis for automated reliability modeling of structurally complex systems comprising elements with three disjoint states.

Orthogonalization of the LFS, which is defined as a disjunctive normal form (DNF), occurs on the basis of the rules of algebra of groups of disjoint events (GDE) and taking into account the mathematical exclusivity of logical variables.

The article discusses examples of the application of rules of GDE algebra when applying Poretskii-Merekin orthogonalization algorithm.

The first example deals with the task of analyzing the reliability of the water supply system, which was published in 1963 and can be considered one of the first works devoted to the methods of connecting the Boolean algebra with probability theory while solving the reliability problems. The second example describes a methodology for analyzing the reliability of a bridge structure.

Solution of an example of reliability analysis of a structure with two stars connected to a delta circuit is given to demonstrate the possibility of using two-valued logic, which is simpler and clearer than three-valued logic applied to problems of this class.

Correctness of the decision of reliability analysis problems for the bridge structures and the structures with two stars connected to a delta circuit was confirmed by the method of full exhaustive search - in the first case the number of system states is  $3^5 = 243$ , in the second -  $3^9 = 19683$ .

Automated reliability modeling procedures for structurally complex systems comprising elements with three disjoint states, implemented in the ARBITR software use the opportunities to graphically display structures in the form of two equivalent nodes and software implementation of the GDE algebra.

О.О. БАСОВ, П.Ю. ХАХАМОВ, М.В. НОСОВ  
**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ  
В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЕНИЯ ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКОГО  
СОСТОЯНИЯ ПЕРСОНАЛА**

---

*Басов О.О., Хахамов П.Ю., Носов М.В. Повышение эффективности управления в условиях изменения психофизиологического состояния персонала.*

**Аннотация.** Представлен подход к совершенствованию научно-методического аппарата определения психофизиологического состояния операторов по информации от многомодального входного интерфейса автоматизированных рабочих мест. В качестве уникальной поведенческой характеристики человека, отражающей его психофизиологическое состояние, предложено использовать джиттер периода основного тона речевого сигнала, длительности нажатия и интервала между нажатиями кнопок на клавиатуре, длительности нажатия и интервала между нажатиями левой клавиши «мышь», а также сигнала ее перемещения. Показана возможность объединения частных оценок психофизиологического состояния оператора, определяемых как доля кадров анализируемого сигнала, на которых абсолютное значение случайного джиттера превышает пороговое значение, на основе обобщенной функции Харрингтона. Продемонстрированы пример повышения эффективности закрепления производственно-технологических функций за операторами на 7,4% по сравнению с известным решением и возможность автоматизации процесса управления персоналом газодобывающих и газотранспортных предприятий.

**Ключевые слова:** эффективность, управление персоналом, психофизиологическое состояние, автоматизированное рабочее место, джиттер.

*Basov O.O., Hahamov P.Yu., Nosov M.V. Improving the efficiency of management under the conditions of staff's psychophysiological state changing.*

**Abstract.** An approach to improving the methodological apparatus determining psychophysiological operators' state by information from multimodal automated workstations' input interface is represented. As a unique behavioral person's characteristics, reflecting his psychophysiological state, it is proposed to use the jitter of the pitch period of the speech signal, the duration and period of pressing buttons on the keyboard, and the duration of the period of holding the left button "mouse", and its movement signal. The opportunity to combine partial estimates of operator's psychophysiological state, determined as the proportion of the analyzed signal frames, on which the random jitter's absolute value exceeds a threshold value, based on Harrington's generalized function is shown. An example of increasing the efficiency of restraining engineering and manufacturing functions for operators on 7,4% in comparison with the known solution and the ability to automate the process of human resource management in gas production and gas transmission companies is shown.

**Keywords:** efficiency, human resource management, psychophysiological state, automated workstation, jitter.

---

**1. Введение.** В настоящее время при создании систем диспетчерского управления газодобывающих и газотранспортных предприятий делаются попытки эффективной интеграции MES- и SCADA-систем, в том числе с автоматизированными системами управления (ERP-системами) подземных хранилищ газа [8, 9, 11, 14].

Интегрированные автоматизированные системы управления (ИАСУ) предъявляют повышенные требования к квалификации персонала и его функциональному (психофизиологическому) состоянию. Однако существующие системы автоматизированного планирования (MES и ERP) предусматривают только приблизительное оценивание человеческих ресурсов производства и возможность планирования его показателей на этапе распределения производственных заданий. В работах [4, 7, 15, 16, 24], посвященных вопросам совершенствования процесса оперативного управления персоналом промышленных предприятий, не учитываются влияния, связанные с возникновением нервно-эмоционального напряжения, утомления, заболевания и других отклонений психофизиологического состояния (ПФС) исполнителей, что негативно сказывается на качестве принимаемых ими решений.

Развитию методов оценки ПФС операторов автоматизированных рабочих мест (АРМ) посвящены работы [2, 6, 23], однако в них, как правило, используется либо косвенная оценка ПФС, либо рассматриваются одномодальные входные интерфейсы АРМ, что значительно снижает точность получаемых оценок. В современных ИАСУ входные интерфейсы различных по функциональности типов АРМ, как правило, реализуются с использованием клавиатуры и манипулятора типа «мышь» (далее – «мышшь»), а оперативное управление производственно-технологическим процессом сопровождается коммуникативным взаимодействием операторов. Данные факты указывают на возможность и необходимость использования многомодальных входных интерфейсов (ММВИ) АРМ для оценки ПФС операторов.

Таким образом, повышение эффективности управления персоналом газодобывающих и газотранспортных предприятий может быть достигнуто за счет совершенствования научно-методического аппарата определения ПФС операторов по информации от ММВИ АРМ и его применения в ИАСУ.

**2. Критерий эффективности управления персоналом.** Перспективным подходом к автоматизации управления персоналом и его эффективному использованию является менеджмент, основанный на знаниях – Skills-Based (SB) Management и Knowledge-Based Management [42, 45].

SB-менеджмент реализует представление производственно-технологического процесса (ПТП) в виде комплекса взаимосвязанных работ – одной или нескольких производственно-технологических функций (ПТФ). Для выполнения ПТФ оператором или при его участии необходимо, чтобы он владел соответствующими компетенция-

ми – знаниями, умениями и навыками. Автоматизация в рамках SB-менеджмента основана на двух типах моделей [4, 20].

Модель, представляющая требуемые уровни компетенций оператора  $\bar{R}_j = (R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jk}, \dots, R_{jK})$ , необходимые для выполнения  $j$ -й функции ПТП, названа нормативным профилем  $j$ -й ПТФ ( $j = \overline{1 \dots N}$ ). Профиль ПТФ формируется экспертным путем при проектировании техпроцесса и включается в его рабочий паспорт. Набор оценок  $\bar{P}_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ik}, \dots, P_{iK})$ , где  $P_{ik}$  – фактический уровень  $i$ -го оператора по  $k$ -ой компетенции, назван квалификационным профилем (профилем компетенций)  $i$ -го оператора ( $i = \overline{1 \dots M}$ ).

Матрицы  $[R]_{N \times K}$  ПТФ и  $[P]_{M \times K}$  квалификационных профилей составляют основу задачи оптимального закрепления функций за операторами АРМ (максимизации эффективности управления):

$$E = \sum_{i=1}^M f_i \sum_{j=1}^N e_{ij} x_{ij} \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$e_{ij} = w_j \sum_{k=1}^K (\min(P_{ik}, R_{jk})) / \sum_{k'=1}^K R_{jk'}, \quad (2)$$

при условии закрепления достаточного числа операторов за каждой функцией:

$$\sum_{i=1}^M x_{ij} = 1, \quad (3)$$

и ограничениях на их загрузку:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} Q_j \leq q_i, \quad (4)$$

где  $0 \leq f_i \leq 1$  – оценка ПФС  $i$ -го оператора ( $f_i = 1$  соответствует его нормальному состоянию);  $0 \leq x_{ij} \leq 1$  – доля  $j$ -й функции ( $j = \overline{1 \dots N}$ ), выполняемая  $i$ -м оператором ( $i = \overline{1 \dots M}$ );  $e_{ij}$  – эффективность закрепления  $i$ -го оператора за  $j$ -й функцией;  $w_j$  – показатель значимости  $j$ -й функции;  $Q_j$  – трудоемкость выполнения  $j$ -й функции;  $q_i$  – трудовой ресурс  $i$ -го оператора [18, 20].

Для решения задачи (1) необходимо исследовать характеристики сигналов ММВИ АРМ, отражающие текущее ПФС оператора.

**3. Существующий методический инструментарий оценивания ПФС человека по сигналам входного интерфейса АРМ.** Основным методологическим положением, указывающим, как надо диагностировать состояние человека, является следующее: «Исследование функционального состояния должно проводиться с помощью достаточно широкого набора методик с целью последующего объединения полученных показателей в общую интегральную оценку» [10]. Центральной проблемой при этом является выбор из большого числа имеющихся методик наиболее надежных и удобных для практического применения.

При использовании оператором текстового (клавиатура и «мышь») и речевого каналов взаимодействия ММВИ АРМ можно выделить следующие методы измерения показателей ПФС.

*Дистанционная сетевая биометрия* [38], согласно которой каждому пользователю ставится в соответствие уникальный паттерн движения курсора в процессе взаимодействия с Web-страницей. Сбор и сопоставление паттернов различных испытуемых для идентификации ПФС пользователя по движению курсора основан на параметрическом обучении и статистической классификации последовательностей.

*Автоматизация процесса определения ПФС человека-оператора АРМ, основанная на биометрической обработке его клавиатурного почерка и определении параметров его состояния на основе искусственных нейронных сетей* [1–3]. Параметром, характеризующим ПФС оператора АРМ, является относительное отклонение моторных функций от эталонного представления. Их представление основано на использовании клавиатурного почерка в виде временных соотношений между нажатиями клавиш и времени нажатия самих клавиш. В качестве инструментария для решения задачи определения степени отклонения от эталона в [1–3] использовалась искусственная нейронная сеть типа многослойный персептрон.

*Метод распознавания эмоций по голосу*, основанный на анализе скорости, интенсивности и интонационного паттерна при выводе оценки эмоциональной окраски. Паттерны голоса сопоставляются с мерой выраженности основных ПФС [37].

Указанные методы позволяют осуществлять дистанционные (бесконтактные) психометрические измерения, но ввиду их новизны являются недостаточно апробированными и требуют дальнейших исследований в направлении обоснования информативности применяемых критериев.

Используемый показатель должен наиболее полно отражать функциональное состояние исследуемой системы, т. е. быть адекватен

выполняемой ею работе. Кроме того необходимо, чтобы выбираемый показатель обладал определенной степенью устойчивости, реагируя не на любое колебание параметра, а фиксируя изменение ПФС. В то же время нельзя допустить использования слишком грубых показателей, способных уловить только ярко выраженные изменения [10].

С этой точки зрения, особый интерес представляют работы [32, 34, 43, 44], в которых для определения отклонений ПФС используются статистические характеристики джиттера основного тона (ОТ) речевого сигнала. Приводятся экспериментальные данные о возможности разделения джиттера периода ОТ на постоянную и случайную компоненты [32, 43], хорошо согласующиеся с акустическими особенностями речеобразования: характером колебаний голосовых связок (включая нерегулярность), состоянием артикуляционного аппарата при речеобразовании, а также определенным воздействием пульсации кровотока [12]. Имеются результаты оценки патологии голосового тракта человека по характеристикам джиттера ОТ его речи [44].

Предпосылки использования поведенческих характеристик человека, определяющих ритмичность (апериодичность) его действий при изменении ПФС, обусловили возможность оценки таких состояний на основе характеристик джиттера  $Jitter^{T_{OT}}$  периода  $T^{OT}$  ОТ речевого сигнала [5], джиттера  $Jitter^{t_{НАЖ.ЛКМ}}$  длительности  $t_{НАЖ}$  нажатия и  $Jitter^{T_{НАЖ.ЛКМ}}$  интервала  $T_{НАЖ}$  между нажатиями кнопок на клавиатуре, джиттера  $Jitter^{t_{НАЖ}}$  длительности  $t_{НАЖ.ЛКМ}$  нажатия и  $Jitter^{T_{НАЖ}}$  интервала  $T_{НАЖ.ЛКМ}$  между нажатиями левой клавиши «мышь» (ЛКМ), а также джиттера  $Jitter^{T_{мышь}}$  сигнала ее перемещения. Алгоритмы их формирования представлены в [19].

Расчет значений джиттера для речевых сигналов 17 человек (длительность 54 минуты) и сигналов клавиатуры и «мышь», зарегистрированных от 26 испытуемых (длительность 183 минуты), находящихся в различных ПФС, позволил экспериментально получить их распределения. Оценивание степени близости теоретических распределений к эмпирическим по критерию А. Н. Колмогорова позволило принять при критическом уровне значимости  $\alpha = 0,01$  гипотезы о нормальности распределения указанных величин. Однако результаты статистического анализа этих величин отдельно для каждого испытуемого указали на их непараметрический характер и необходимость дальнейшего анализа.

**4. Методика разделения джиттера сигналов многомодального входного интерфейса АРМ и оценки характеристик его компонент.** Единство представления джиттера сигналов ММВИ АРМ обеспечило возможность разработки универсального научно-методического инструментария для его разделения на компоненты и их последующего анализа (рисунок 1) [17].

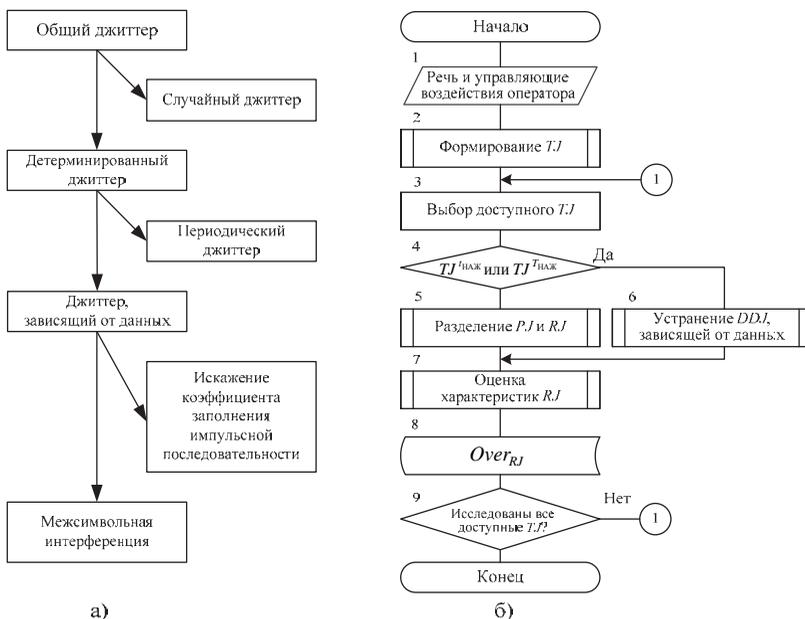


Рис. 1. Джиттер сигналов многомодального входного интерфейса АРМ:  
 а – взаимосвязь компонент;  
 б – методика разделения и оценки характеристик компонент

В соответствии с предложенной методикой (рисунок 1) формируется общий джиттер (Total Jitter –  $TJ$ ) доступных сигналов текстового и/или речевого каналов взаимодействия ММВИ АРМ

$$TJ = \left[ Jitter^{T_{от}}, Jitter^{чнлж}, Jitter^{пнлж}, Jitter^{чнлж.лкм}, Jitter^{пнлж.лкм}, Jitter^{T_{мышь}} \right].$$

Из общего джиттера длительности нажатия и интервала между нажатиями кнопок на клавиатуре известными способами [29] устраняются компоненты  $DDJ$ , зависящие от данных – межсимвольная интерференция  $ISI$  и искажение коэффициента  $DCD$  заполнения импульсной последовательности. Далее осуществляется разделение периодического  $PJ$  и случайного  $RJ$  джиттера [17].

Зависимости полученных частот периодических составляющих  $PJ$  от времени имеют сложный характер, обусловленный влиянием интонационного рисунка произносимых фраз и характером колебаний голосовых связок (для  $PJ^{T_{от}}$ ); паразитной модуляцией сигнала клавиатуры («мышь») гармониками питающего напряжения (для  $PJ^{t_{наж}}$ ,  $PJ^{T_{наж}}$ ,  $PJ^{t_{наж.лкм}}$ ,  $PJ^{T_{наж.лкм}}$ ) и возвратными движениями «мышь» при достижении границ рабочей области (для  $PJ^{T_{мышь}}$ ). Поэтому для определения ПФС в проведенном исследовании предложено использовать только случайные компоненты джиттера сигналов ММВИ АРМ.

В результате экспериментальных исследований установлено, что случайный джиттер  $RJ^{T_{от}}$ ,  $RJ^{t_{наж}}$ ,  $RJ^{T_{наж}}$ ,  $RJ^{t_{наж.лкм}}$ ,  $RJ^{T_{наж.лкм}}$ ,  $RJ^{T_{мышь}}$  при критическом уровне значимости  $\alpha = 0,01$  имеет нормальное распределение, а характеристикой, зависящей от ПФС оператора (рисунок 2), является доля кадров (фрагментов) анализируемого сигнала, на которых абсолютное значение случайного джиттера превышает пороговое значение  $Thr_{RJ}$  (определен экспериментально для каждого джиттера):

$$Over_{RJ} = 100(\{RJ : |RJ| > Thr_{RJ}\})/R \text{ [%]}, \quad (5)$$

где  $R$  – число кадров, на которых определен случайный джиттер  $RJ$ .

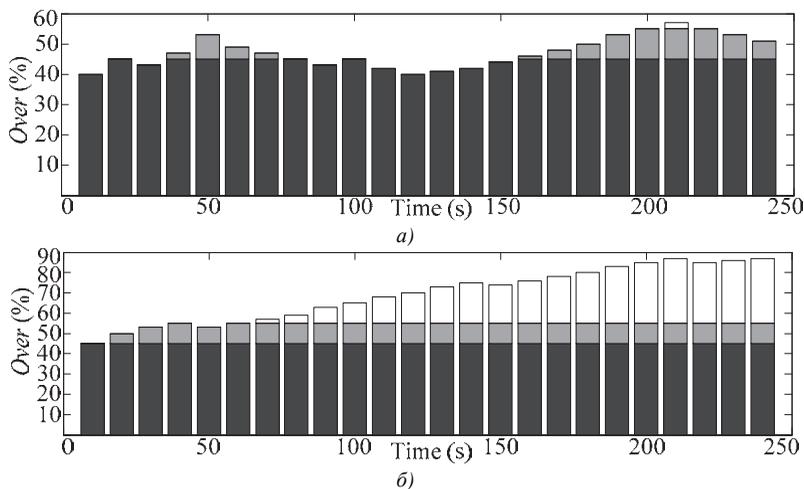


Рис. 2. Оценка  $Over_{RJ^{T_{мышь}}}$  методом скользящего среднего для оператора, находящегося в нормальном состоянии (а) и в состоянии нервно-эмоционального напряжения (б)

Характеристики (5) случайного джиттера сигналов текстового и речевого каналов ММВИ отражают ПФС оператора АРМ. Для управления персоналом ИАСУ необходимы их объединение и получение оценок  $f_i$  текущего ПФС операторов.

**5. Методы объединения информации о ПФС оператора, полученной по различным сигналам ММВИ АРМ.** Объединение – это процесс, с помощью которого информация различных модальностей интегрируется в единый информационный поток (рисунок 3):

- 1) на уровне признакового описания (*feature level*), называемом «ранним объединением» (*early fusion*);
- 2) на (семантическом) уровне принятия решений (*decision level*), называемом «поздним объединением» (*late fusion*);
- 3) с использованием гибридного подхода [25, 33, 46].

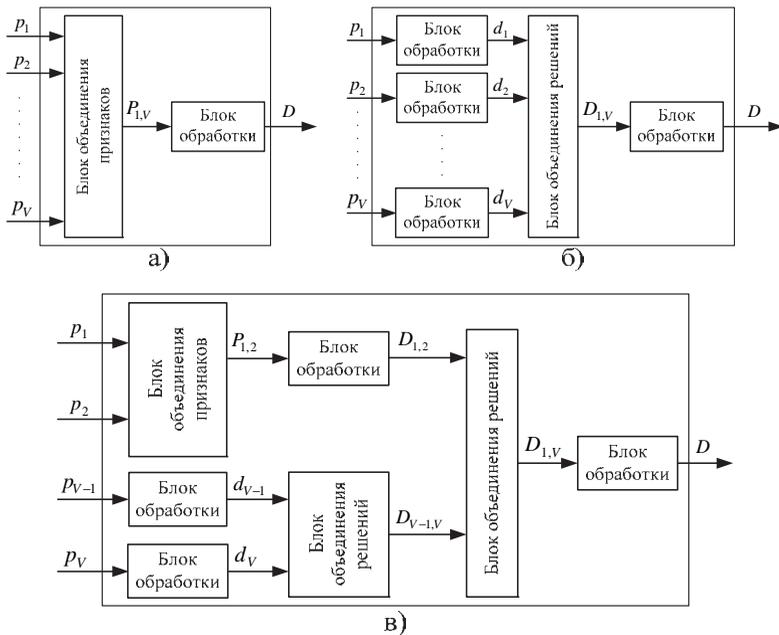


Рис. 3. Стратегии объединения информации о ПФС оператора:  
 а – раннее; б – позднее; в – гибридное

В стратегии раннего объединения признаки  $p_1 \dots p_V$  извлекаются из сигналов входных модальностей, объединяются в вектор  $P_{1,V}$  и по-

даются в блок обработки, который формирует итоговое решение  $D$ . При позднем объединении блоки обработки формируют локальные решения  $d_1 \dots d_V$  на основе соответствующих признаков  $p_1 \dots p_V$ . Локальные решения объединяются в вектор  $D_{1,V}$ , на основе которого принимается итоговое решение  $D$  относительно решаемой задачи или выдвинутой гипотезы. Стратегия гибридного объединения позволяет использовать достоинства перечисленных выше подходов и используется многими исследователями [27, 35, 39, 48 и др.] для решения различных проблем мультимедийного анализа.

Выбор стратегии объединения осуществляется в зависимости от доступных способов ввода со стороны оператора и предпочтительных методов объединения информации от различных каналов взаимодействия (рисунок 4).

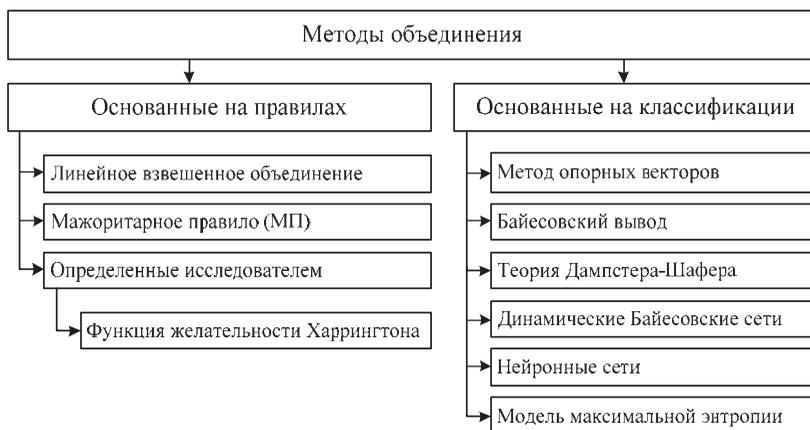


Рис. 4. Классификация методов объединения информации

Методы многомодального объединения, основанные на правилах (*Rule-based fusion methods*), включают ряд основных правил комбинирования модальной информации [35].

Основная идея метода линейного взвешенного объединения (*Linear weighted fusion*) заключается в комбинировании векторов признаков, характеризующих  $i$ -й сигнал определенной модальности, или локальных решений, полученных от классификатора  $I_i$ ,  $1 \leq i \leq N$ :

$$I = \sum_{i=1}^N w_i \times I_i \quad \text{или} \quad I = \prod_{i=1}^N I_i^{w_i}, \quad (6)$$

где  $w_i$  – нормированные весовые коэффициенты, соответствующие  $i$ -м сигналам модальностей или классификаторам. Достоинством метода является низкая вычислительная сложность, а к недостаткам следует отнести необходимость определения системы признаков и весовых коэффициентов для отдельных модальностей в каждой конкретной прикладной задаче.

Мажоритарное правило (*Majority Voting Rule*) представляет собой особый случай взвешенной комбинации с равными весами и реализует вывод итогового решения по большинству локальных. Последняя группа правил (рисунок 4) включает в себя ряд частных решений, полученных исследователями эмпирически (*Custom-defined Rule*), что придает им большую гибкость по сравнению с другими методами, но делает узкоспециализированными (зависимыми от конкретной решаемой задачи).

Категория методов объединения, основанных на классификации (*Classification-based methods*), включает в себя ряд соответствующих технологий, используемых для отнесения наблюдаемой многомодальной информации в один predetermined класс (рисунок 4).

Основу метода опорных векторов (*Support Vector Machine*) составляет обучение с учителем [30], используемое для построения оптимального бинарного линейного классификатора. Анализ основных работ [25, 26, 41] показал, что его применение для обработки многомодальных сигналов при реализации стратегии позднего объединения позволяет достичь лучших характеристик, но предъявляет повышенные требования к процессу обучения.

В методе, основанном на байесовском выводе (*Bayesian Inference*), многомодальная информация комбинируется согласно правил теории вероятностей [40]. Исходя из предположения о статистической независимости  $N$  отдельных модальностей, суммарная вероятность гипотезы  $H$ , основанной на объединяемых векторах признаков или объединяемых решениях  $(I_1, I_2, \dots, I_N)$ :

$$p(H|I_1, I_2, \dots, I_N) = \frac{1}{N} \prod_{k=1}^N p(I_k|H)^{w_k}, \quad (7)$$

где  $w_k$  – вес  $k$ -й модальности при условии, что  $\sum_{k=1}^N w_k = 1$ .

Апостериорная вероятность вычисляется для всех возможных гипотез  $E$  и выбирается та, которая обеспечивает ее максимум:

$$\hat{H} = \arg \max_{H \in E} p(H|I_1, I_2, \dots, I_N). \quad (8)$$

Основываясь на наблюдениях, Байесовский метод позволяет последовательно вычислять вероятность истинной гипотезы. При этом новые наблюдения или решения применяются для модификации априорных вероятностей, которые в свою очередь используются для вычисления апостериорных вероятностей гипотез. Кроме того, в отсутствии эмпирических данных рассматриваемый метод обеспечивает использование субъективных вероятностных оценок для априорных гипотез. Однако данные достоинства Байесовского метода в некоторых случаях выступают в качестве его ограничений, требуя точного определения априорных и условных вероятностей гипотез.

Метод Демпстера-Шафера (*Dempster-Shafer Theory*) снимает ограничения предыдущего метода на взаимоисключающие гипотезы  $\Theta$ , каждая из которых характеризуется функциями доверия (*belief*) и правдоподобия (*plausibility*) [47]. Данный подход позволяет интерпретировать доверие (нижняя) и правдоподобие (верхняя) как границы интервала возможного значения истинности гипотезы. Вероятность такого значения определяется для каждой гипотезы  $H \in \mathcal{P}(\Theta)$  с использованием функции масс  $m: \mathcal{P}(\Theta) \rightarrow [0,1]$ . Решение относительно гипотезы принимается на основе доверительного интервала, определяемого значениями доверия и правдоподобия. Масса (объединение) гипотезы  $H$ , основанной на двух модальностях  $I_i$  и  $I_j$ , может быть вычислена как:

$$(m_i \oplus m_j)(H) = \frac{\sum_{I_i \cap I_j = H} m_i(I_i) m_j(I_j)}{1 - \sum_{I_i \cap I_j = \emptyset} m_i(I_i) m_j(I_j)}, \quad (9)$$

и в необходимых случаях учитывать весовые коэффициенты отдельных объединяемых модальностей.

Несмотря на то, что метод объединения модальностей, основанный на теории Демпстера-Шафера, позволяет находить решения для пересекающихся гипотез, вычислительная сложность его применения увеличивается с ростом признакового пространства [31].

Байесовский вывод (рисунок 4) может быть развит на сети (графы), в которых узлы (вершины) представлены случайными переменными (наблюдениями или состояниями) различных типов (модальностей), а связи между ними (ребра) показывают их вероятностные зависимости. Преимуществами динамических Байесовских сетей (*Dynamic Bayesian Networks*) над остальными методами являются способность моделировать сложные зависимости между узлами и возможность

простого интегрирования изменяющейся во времени многомодальной информации. Однако, несмотря на то, что динамические Байесовские сети успешно используются во многих приложениях, определение их точных состояний представляет одну из неразрешенных проблем [36].

Метод на основе нейронных сетей (*NN – Neural Networks*) подразумевает их следующее применение [28]. Входной слой принимает данные наблюдений или решения, основанные на этих наблюдениях, выходной выдает результат объединения, а избранная архитектура нейронной сети, задавая связи (и их веса) между указанными и промежуточными (скрытыми) слоями, определяет применимость рассматриваемого метода к решаемой задаче обработки. Для получения оптимального результата объединения модальностей веса связей определяются в процессе обучения.

Несмотря на очевидное достоинство метода нейронных сетей, заключающееся в возможности нелинейного отображения данных (пространства признаков) большой размерности, ему характерны следующие недостатки: сложность выбора архитектуры сети для каждой конкретной задачи и низкая скорость процесса обучения.

Модель максимальной энтропии (*Maximum Entropy Model*) представляет собой статистический классификатор, позволяющий с определенной вероятностью соотнести результаты наблюдений  $I_i$  и  $I_j$  (различного типа) с заданным классом  $X$  на основе содержащейся в них информации:

$$P(X|I_i, I_j) = \frac{1}{Z(I_i, I_j)} e^{F(I_i, I_j)}, \quad (10)$$

где  $F(I_i, I_j)$  – объединенный вектор признаков (или решений);  $Z(I_i, I_j)$  – нормировочный множитель, обеспечивающий соответствующую вероятность.

Проведенный анализ методов объединения информации (рисунков 4) позволил сделать следующие выводы:

- широкое распространение получили метод опорных векторов и динамические Байесовские сети, используемые, как правило, на уровне объединения признаков;
- динамические Байесовские сети являются самым вычислительно емким методом и требуют сложной процедуры обучения;
- наиболее подходящими для решения вопроса синхронизации являются методы, основанные на правилах, определенных исследователями.

**6. Объединение информации о ПФС оператора на основе обобщенной функции Харрингтона.** При окончательном выборе метода и стратегии объединения следует учитывать следующие факторы.

1. Количество входных признаков  $p_1 \dots p_V$  в решаемой задаче объединения информации (характеристик случайного джиттера) изменяется во времени и зависит от числа используемых (доступных) каналов взаимодействия ММВИ АРМ.

2. Выходное решение  $D$  должно носить вероятностный характер, позволяя напрямую получать оценки ПФС  $f_i = D$  операторов, при  $0 \leq f_i \leq 1$  и соответствии оценки  $f_i = 1$  нормальному состоянию.

3. Функция соответствия характеристик  $Over_{RJ}$  (5) психофизическому состоянию  $f_i$  оператора должна быть непрерывной, монотонной и гладкой. Кроме того, она должна учитывать характер влияния ПФС оператора на эффективность его деятельности.

Основываясь на указанных факторах, для объединения характеристик  $Over_{RJ}$  случайного джиттера исследуемых сигналов ММВИ АРМ выбрана стратегия позднего объединения на основе обобщенной функции желательности Харрингтона [21, 22]:

$$f_i = \sqrt[s]{d_1 \cdot d_2 \cdot \dots \cdot d_s}, \quad (11)$$

где  $s$  – число используемых (доступных для анализа) характеристик  $Over_{RJ}$ ;  $d_t$  – логистическая функция Е.К. Харрингтона (индексом  $t$  обозначен доступный для анализа случайных джиттер), также называемая «кривая желательности» (рисунок 5):

$$d_t = \exp[-\exp(-y_t)], \quad (12)$$

с двумя участками насыщения (при  $d \rightarrow 0$  и  $d \rightarrow 1$ ) и линейным участком ( $d = 0,2 \dots 0,63$ ).

Значения рассматриваемых характеристик  $Over_{RJ}$  случайного джиттера распределяются в масштабе, соответствующем предъявляемым к ним требованиям, на промежутке эффективных значений шкалы частных показателей  $y$ :

$$y_t = \frac{Over_{RJ t} - Over_{RJ t}^{БЕПХ}}{Over_{RJ t}^{БЕПХ} - Over_{RJ t}^{НИЖН}}, \quad (13)$$

где  $Over_{RJ t}$  – значение характеристики в исходной шкале;  $Over_{RJ t}^{БЕПХ}$  и  $Over_{RJ t}^{НИЖН}$  – верхняя и нижняя границы области «Полная компенсация» в исходной шкале [13]. Соответствующие им показатели пере-

считываются в значения на шкале желательности. При этом шкала «желательности» (ось  $d$ ) условно делится в диапазоне от 0 до 1 на пять поддиапазонов, соответствующих изменению работоспособности человека при изменении его состояния (рисунок 5).

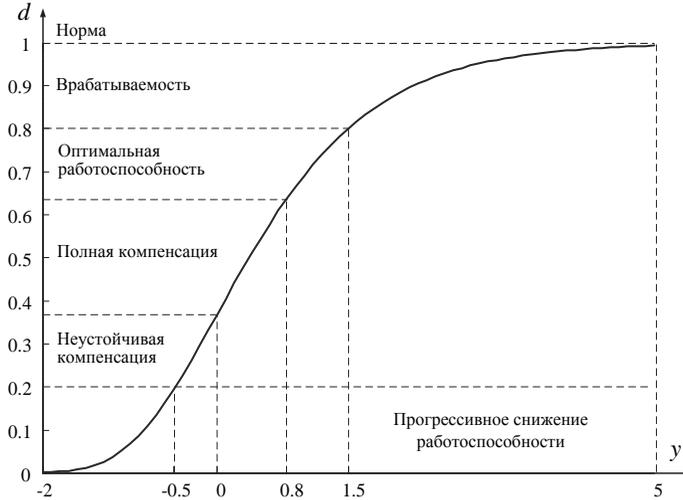


Рис. 5. Функция желательности Харрингтона

Для формирования решения (11) необходимо знание верхних ( $Over_{RJ}^{ВЕРХ}$ ) и нижних ( $Over_{RJ}^{НИЖН}$ ) границ области «Полная компенсация» для случайного джиттера  $RJ^{Тот}$ ,  $RJ^{Наж}$ ,  $RJ^{Тнаж}$ ,  $RJ^{Наж.Лкм}$ ,  $RJ^{Тнаж.Лкм}$ ,  $RJ^{Тмышь}$ . Указанные границы могут быть рассчитаны для каждого из операторов в соответствии с рекомендациями, данными в [13].

Пороговые  $Thr_{RJ}$  и граничные ( $Over_{RJ}^{ВЕРХ}$  и  $Over_{RJ}^{НИЖН}$ ) значения образуют матрицу:

$$[G] = \begin{bmatrix} Thr_{RJ^{Тот}} & Over_{RJ^{Тот}}^{ВЕРХ} & Over_{RJ^{Тот}}^{НИЖН} \\ Thr_{RJ^{Наж}} & Over_{RJ^{Наж}}^{ВЕРХ} & Over_{RJ^{Наж}}^{НИЖН} \\ Thr_{RJ^{Тнаж}} & Over_{RJ^{Тнаж}}^{ВЕРХ} & Over_{RJ^{Тнаж}}^{НИЖН} \\ Thr_{RJ^{Наж.Лкм}} & Over_{RJ^{Наж.Лкм}}^{ВЕРХ} & Over_{RJ^{Наж.Лкм}}^{НИЖН} \\ Thr_{RJ^{Тнаж.Лкм}} & Over_{RJ^{Тнаж.Лкм}}^{ВЕРХ} & Over_{RJ^{Тнаж.Лкм}}^{НИЖН} \\ Thr_{RJ^{Тмышь}} & Over_{RJ^{Тмышь}}^{ВЕРХ} & Over_{RJ^{Тмышь}}^{НИЖН} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

названную профилем ПФС оператора.

**7. Оценка эффективности управления персоналом в условиях изменения ПФС операторов АРМ ИАСУ.** Для управления персоналом газодобывающих и газотранспортных предприятий предложена соответствующая методика [20], основанная на разработанном научно-методическом аппарате определения ПФС операторов по информации от ММВИ АРМ (рисунок 6).

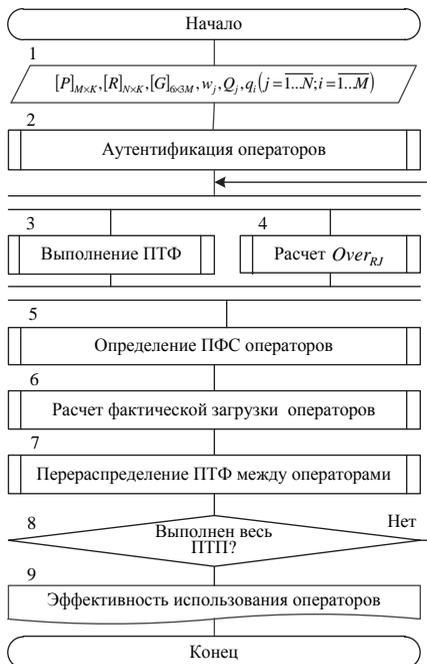


Рис. 6. Методика управления персоналом ИАСУ

Исходными данными для ее реализации являются матрицы  $[P]_{M \times K}$  квалификационных профилей,  $[R]_{N \times K}$  ПТФ, показатели значимости  $w_j$  и трудоемкости  $Q_j$  выполнения  $j$ -й функции и трудовой ресурс  $q_i$   $i$ -го оператора, а также матрица  $[G]_{6 \times 3M}$ , образованная путем конкатенации  $M$  профилей ПФС операторов (14).

После расчета фактической загрузки операторов на каждом этапе реализации ПТП:

$$q_i^{\text{ФАКТ}} = \sum_{j=1}^N x_{ij} Q_j, \quad (15)$$

возможно перераспределение ПТФ между ними, исключение (возможно, временное) из ПТП операторов со значительным отклонением ПФС от нормального состояния.

Эффективность оптимизации закрепления функций за операторами определяется превышением кривой 1, соответствующей обобщенному показателю эффективности (1) с учетом ПФС  $f_i$  операторов (верхний график), над кривой 2, рассчитанной без учета ПФС операторов (рисунок 7).

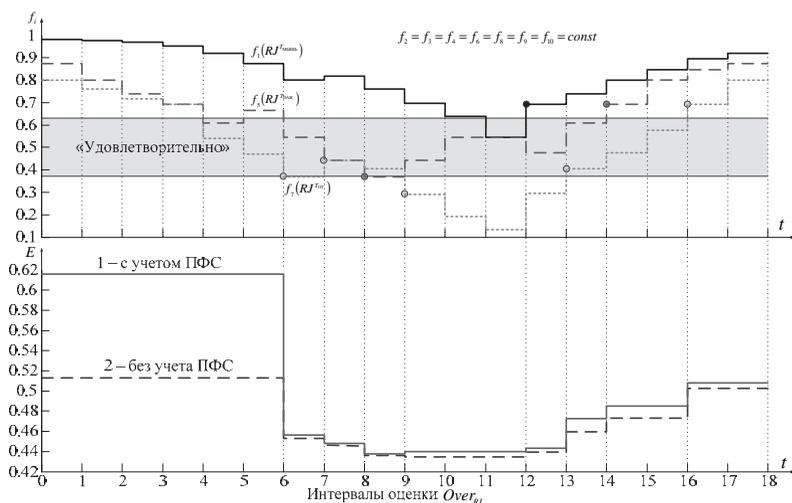


Рис. 7. Эффективность управления в условиях изменения ПФС персонала

**8. Заключение.** На основе представленных данных сформулированы следующие выводы:

1) уникальными «поведенческими» сигналами ММВИ, определяющими ПФС оператора, являются джиттер периода ОТ речевого сигнала, джиттер длительности и периода нажатия кнопок на клавиатуре, джиттер длительности и периода нажатия ЛКМ, а также джиттер сигнала ее перемещения;

3) в качестве ключевой характеристики ПФС оператора может быть использована доля кадров указанных сигналов, на которых абсолютное значение случайного джиттера превышает некоторое пороговое значение;

4) для объединения характеристик случайного джиттера различных (доступных для анализа) сигналов многомодального входного

интерфейса АРМ предложена стратегия позднего объединения на основе обобщенной функции желательности Харрингтона;

5) использование информации от различных каналов ММВИ АРМ позволяет повысить точность определения ПФС оператора, выполняющего различные ПТФ, по сравнению с одномодальными интерфейсами человеко-машинного взаимодействия.

Динамическое распределение ПТФ на основе разработанного критерия (1) в условиях изменения ПФС операторов, оцененного с использованием предложенного инструментария, является адекватным задаче управления персоналом. Результаты апробации соответствующей методики (рисунок 6) свидетельствуют о повышении эффективности закрепления ПТФ за операторами на 7,4% по сравнению с известным решением (рисунок 7) и возможности автоматизации процесса управления персоналом газодобывающих и газотранспортных предприятий.

### Литература

1. *Абашин В.Г.* К вопросу принятия решения о текущем психофизическом состоянии оперативного персонала по клавиатурному почерку // Известия ОрелГТУ. Серия «Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии». 2007. № 4/268 (535). С.250-251.
2. *Абашин В.Г.* Автоматизация процесса определения психофизиологического состояния оператора автоматизированного рабочего места в АСУТП: автореф. дис. канд. техн. наук. Орел, 2008. 18 с.
3. *Абашин В.Г.* Исходные данные клавиатурного почерка для определения работоспособности человека // Известия ОрелГТУ. Серия: Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2007. № 4-21268(525). С. 136-139.
4. *Анкудинов И.Г.* Автоматизация управления и комплексного использования человеческих и структурных ресурсов наукоемких производств (промышленность): дис. д-ра техн. наук. СПб., 2009. 298 с.
5. *Басов О.О., Носов М.В., Шалагинов В.А.* Исследование характеристик джиттера периода основного тона речевого сигнала // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 1(32). С. 27-44.
6. *Жвалецкий О.В., Рудницкий С.Б.* Биометрический комплекс для инструментальной оценки психосоматического статуса человека // Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 8. С. 61-77.
7. *Загородников С.В., Сивчикова Т.В.* Оперативно-производственное планирование: уч. пособие для вузов. М.: Центр, 2007. 432 с.
8. *Зельдин Ю.М., Ковалев А.А.* Концепция построения современной информационно-управляющей системы в диспетчерском центре газотранспортного общества ОАО «Газпром». URL: [www.atgs.ru/Sites/.../samara.9E337D05265F4BC8B9ABC82460B50988.pdf](http://www.atgs.ru/Sites/.../samara.9E337D05265F4BC8B9ABC82460B50988.pdf).
9. *Зорин П.И., Шехтер А.В., Кудрявцев В.В., Жданова Е.А.* Система диспетчерского управления ООО «Газпром трансгаз Ухта» с учетом перспективного развития «Северного коридора» // Газовая промышленность. 2012. № 10. С. 30-32.
10. *Ильин Е.П.* Психофизиология состояний человека. СПб.: Питер, 2005. 412 с.
11. Информационно-управляющая система диспетчерского управления как единый комплекс моделирования и контроля (по материалам ООО «Газпром добыча Ноябрьск») // Рациональное управление предприятием. 2011. №5. С. 70-74.
12. *Калинцев Ю.К.* Разборчивость речи в цифровых вокодерах // М.: Радио и связь, 1991. 220 с.

13. *Магоматов В.Д.* Индикативное планирование инвестиционной деятельности строительной отрасли в регионе: автореф. дис. ... канд. экон. наук // М.: 2008. 21 с.
14. *Никаноров В.В., Руденко А.М., Жоров С.В., Бениаминов П.Е., Горский И.В., Лагун О.В.* Технические решения по развитию интегрированной АСУТП ООО «Газ-пром трансгаз Сургут» // Газовая промышленность. 2011. № 9. С. 85-89.
15. *Новицкий Н.В., Пауцто В.И.* Организация, планирование и управление производством: учеб.-метод. пособие / под ред. Н.И. Новицкого // М.: Финансы и статистика. 2006.
16. *Новицкий Н.И.* Сетевое планирование и управление производством // М.: Новое знание. 2004. 159 с.
17. *Носов М.В.* Методика разделения джиттера сигналов различных каналов взаимодействия технических средств и оператора АРМ и оценки характеристик его компонент // Информационные системы и технологии. Орел: Госуниверситет-УНПК. 2014. № 3(83). С. 63–72.
18. *Носов М.В., Басов О.О.* Критерий эффективности управления человеческими ресурсами // Сборник материалов VII Международной молодежной научно-практической конференции СКФ МТУСИ «ИНФОКОМ-2014». Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ. 2014. С. 64–65.
19. *Носов М.В., Васечкин Е.А., Басов О.О.* Математические модели и алгоритмы формирования джиттера сигналов текстового канала взаимодействия технических средств и оператора АРМ // Материалы VI Международной научно-технической конференции «Информационные технологии в науке, образовании и производстве», ИТНОП-2014. 2014. С. 113-114.
20. *Носов М.В., Кузнецов А.В.* Методика управления человеческими ресурсами наукоемких производств, основанная на динамическом распределении закрепленных за операторами функций при изменении их психофизиологического состояния // Интернет-журнал «Науковедение». 2014. № 3(22). С. 96-103. URL: <http://naukovedenie.ru/sbornik/6.pdf>.
21. *Пичкалев А.В.* Обобщенная функция желательности Харрингтона для сравнительного анализа технических средств // Исследования наукограда. январь-март 2012. № 1 (1). С. 25-28.
22. *Пичкалев А.В.* Применение кривой желательности Харрингтона для сравнительного анализа автоматизированных систем контроля // Вестник КГТУ. 1997. С. 128–132.
23. *Полевая С.А., Парин С.Б., Зелинская А.В., Дормидонтова М.С., Еремин Е.В.* Распознавание цветовой информации как функция психофизиологического состояния человека // Нейроинформатика. 2006. Часть 1. С. 123-129.
24. *Смирнов С.В.* Автоматизация планирования производственных заданий в процессе управления персоналом промышленного предприятия: автореф. дис. канд. техн. наук. Орел, 2013. 16 с.
25. *Adams W., Iyengar G., Lin C., Naphade M., Neti C., Nock H., Smith J.* Semantic indexing of multimedia content using visual, audio, and text cues // EURASIP J. Appl. Signal Process. 2003. vol. 2. pp. 170–185.
26. *Aguilar J.F., Garcia J.O., Romero D.G., Rodriguez J.G.* A comparative evaluation of fusion strategies for multimodal biometric verification // International Conference on Video-Based Biometric Person Authentication. Guildford. 2003. pp. 830–837.
27. *Bendjebbour A., Delignon Y., Fouque L., Samson V., Pieczynski W.* Multisensor image segmentation using Dempster–Shafer fusion in markov fields context // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 2001. vol. 39(8). pp. 1789–1798.
28. *Brooks R.R., Iyengar S.S.* Multi-sensor Fusion: Fundamentals and Applications with Software // Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ. 1997. 416 p.
29. *Buckwalter J.* Deterministic jitter in broadband communication // Ph.D. Dissertation. California inst. Technol. Pasadena, 2006.
30. *Burges C.J.C.* A tutorial on support vector machines for pattern recognition // Data Mining and Knowledge Discovery. 1998. vol. 2(2). pp. 121–167.
31. *Chen Q., Aickelin U.* Anomaly detection using the Dempster–Shafer method // International Conference on Data Mining. Las Vegas. pp. 232–240.

32. *Dong Li*. Time series analysis of jitter in sustained vowels // ICPHS XVII, Hong Kong, 17-21 August, 2011. pp. 603–606.
33. *Hall D.L., Llinas J.* An introduction to multisensor data fusion // Proceedings of the IEEE: Special Issues on Data Fusion. 1997. vol. 85. no. 1. pp. 6–23.
34. *Huang X., Acero A., Hon H.-W.* Spoken language processing: a guide to theory, algorithm and system development // New Jersey. Prentice Hall. Inc. 2001. 980 p.
35. *Kittler J., Hatef M., Duin R.P., Matas J.* On combining classifiers // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 1998. vol. 20(3). pp.226–239.
36. *Makkook M.A.* A multimodal sensor fusion architecture for audio-visual speech recognition // MS Thesis, University of Waterloo, Canada.
37. *Mitsuyoshi Sh.* Emotion recognizing method, sensibility creating method, device, and software // US Patent Application Publication № US 7340393. March 4, 2008.
38. Networks and Multimedia // IT – Instituto de Telecomunicacoes. URL: [http://www.it.pt/area\\_p\\_3.asp](http://www.it.pt/area_p_3.asp).
39. *Ni J., Ma X., Xu L., Wang J.* An image recognition method based on multiple bp neural networks fusion // IEEE International Conference on Information Acquisition. 2004. pp. 323–326.
40. *Pitsikalis V., Katsamanis A., Papandreou G., Maragos P.* Adaptive multimodal fusion by uncertainty compensation // Ninth International Conference on Spoken Language Processing. Pittsburgh. 2009. vol. 17. no. 3. pp. 423-435.
41. *Reddy B.S.* Evidential reasoning for multimodal fusion in human computer interaction // MS Thesis, University of Waterloo, Canada. 2007. 94 p.
42. *Riehl H.* Skills-Based Management: New Key to IS Productivity. 1997. URL: <http://www.dciexpo.com/speakers/riehl.htm>.
43. *Schoentgen J., Guchteneere R.D.* Time series analysis of jitter // Journal of Phonetics. 1994. vol. 23(1-2). pp. 189–201.
44. *Silva D.G., Oliveira L.C., Andrea M.* Jitter Estimation Algorithms for Detection of Pathological Voices // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. Hindawi Publishing Corporation. 2009. pp. 1–9.
45. Skills Management. Reasonable Expectations, Strategic Considerations and Success Factors // SkillView Technologies, Inc. 2001. URL: <http://www.skillview.com/library.html>.
46. *Snoek C.G.M., Worring M., Smeulders A.W.M.* Early versus late fusion in semantic video analysis // ACM International Conference on Multimedia, Singapore. 2005. pp. 399–402.
47. *Wu H.* Sensor data fusion for context-aware computing using Dempster–Shafer theory // Ph.D. thesi. The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA. 2003. 195 p.
48. *Xu H., Chua T.S.* Fusion of AV features and external information sources for event detection in team sports video // ACM Transactions of. Multimedia Computing, Communications and Applications. 2006. vol. 2(1). pp. 44–67.

## References

1. Abashin V.G. [To issue a decision on the current state of psychophysical operational personnel keyboard handwriting]. *Izvestija OrelGTU. Serija «Fundamental'nye i prikladnye problemy tehniki i tehnologii» – Izvestia Orel State Technical University. Series «Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology»*. 2007. no. 4-268 (535). pp. 250-251. (In Russ.).
2. Abashin V.G. *Avtomatizacija processa opredelenija psihofiziologicheskogo sostojanija operatora avtomatizirovannogo rabochego mesta v ASUTP: avtoref. dis. kand. tehn. nauk* [Automating the process of determining the psychophysiological state of the operator workstation in the control system: author's abstract... PhD in Technical Sciences]. Orel, 2008. 18 p. (In Russ.).
3. Abashin V.G. [Initial data handwriting keyboard to define human performance] *Izvestija OrelGTU. Serija «Fundamental'nye i prikladnye problemy tehniki i tehnologii» – Izvestia Orel State Technical University. Series «Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology»*. 2007. no. 4-21268(525). pp. 136-139. (In Russ.).

4. Ankudinov I.G. *Avtomatizacija upravljenja i kompleksnogo ispol'zovanja chelovecheskih i strukturnyh resursov naukoemkih proizvodstv (promyshlennost')*: dis. ... *d-ra tehn. nauk* [Automation of management and comprehensive utilization of human resources and structural knowledge-intensive production (industry): dis. Doctor of Engineering Science]. SPb., 2009. 298 p. (In Russ.).
5. Basov O.O., Nosov M.V., Shalaginov V.A. [Pitch-jitter analysis of the speech signal]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 1(32). pp. 27–44. (In Russ.).
6. Zhvaleyevsky O.V., Roudnitsky S.B. [Biometric complex for recognition of human psychosomatic status]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. vol. 8. pp. 61-77. (In Russ.).
7. Zagorodnikov S.V., Sivchikova T.V. *Operativno-proizvodstvennoe planirovanie Uch. posobie dlja vuzov* [Operative production planning Textbook for high schools]. Moscow: Center. 2007. 432 p. (In Russ.).
8. Zel'din Ju.M., Kovalev A.A. *Koncepcija postroenija sovremennoj informacionno-upravljajushhej sistemy v dispetcherskom centre gazotransportnogo obshhestva OAO «Gazprom»* [The concept of building a modern information management system in the central control gas transport company «Gazprom»]. [www.atgs.ru/Sites/.../samara.9E337D05265F4BC8B9ABC82460B50988.pdf](http://www.atgs.ru/Sites/.../samara.9E337D05265F4BC8B9ABC82460B50988.pdf). (In Russ.).
9. Zorin P.I., Shehter A.V., Kudrjavcev V.V., Zhdanova E.A. [Supervisory system «Gazprom Transgaz Ukhta» with regard to long-term development of the «Northern Corridor»]. *Gazovaja Promyshlennost' – Natural gas industry*. 2012. no. 10. pp. 30-32. (In Russ.).
10. Il'in E.P. *Psihofiziologija sostojanij cheloveka* [Human's psychophysiology states]. SPb.: Piter. 2005. 412 p. (In Russ.).
11. [Management information system supervisory control as a simulation and control complex (by «Gazprom mining Noyabr'sk Materials»)]. *Racional'noe upravlenie predpriyatiem – Rational Enterprise Management*. 2011. no. 5. pp. 70-74. (In Russ.).
12. Kalincev Ju.K. *Razborchivost' rechi v cifrovyyh vokoderah* [Intelligibility in digital vocoders]. Moscow: Radio i Svyaz'. 1991. 220 p. (In Russ.).
13. Magomadov V.D. *Indikativnoe planirovanie investicionnoj dejatel'nosti stroitel'noj otrasli v regione: avtoref. dis. ... kand. jekon. nauk* [Indicative planning investing activities of the construction industry in the region: author's abstract ... Candidate of economic sciences]. Moscow, 2008. 21 p. (In Russ.).
14. Nikanorov V.V., Rudenko A.M., Zhorov S.V., Beniaminov P.E., Gorskij I.V., Lagun O.V. [Technical solutions for the development of an integrated Automated Process Control System «Gazprom Transgaz Surgut»]. *Gazovaja Promyshlennost' – Natural gas industry*. 2011. no. 9. pp. 85-89. (In Russ.).
15. Novickij N.V., Pashuto V.I. *Organizacija, planirovanie i upravlenie proizvodstvom: ucheb.-metod. posobie* [Organization, planning and production management], edited by N.I. Novickogo. Moscow: Finansy i Statistika, 2006. (In Russ.).
16. Novickij N.I. *Setevoe planirovanie i upravlenie proizvodstvom* [Network planning and production management]. Moscow: Novoe Znanie, 2004. 159 p. (In Russ.).
17. Nosov M.V. [Jitter separation technique for signals of different channels of technical equipment interaction and automated workstation's operator]. *Informacionnye sistemy i tehnologii – Information Systems and Technologies*. Orel: State University – ESPC. 2014. no. 3(83). pp. 63–72. (In Russ.).
18. Nosov M.V., Basov O.O. [Criterion of efficiency of human resources management] *Sbornik materialov VII Mezhdunarodnoj molodezhnoj nauchno-prakticheskoj konferencii SKF MTUSI «INFOKOM-2014»* [Sourcebook of International Youth Scientific and Practical Conference «INFOKOM-2014»]. Rostov-on-Don: SKF MTUSI. 2014. pp. 64–65. (In Russ.).
19. Nosov M.V., Vasechkin E.A., Basov O.O. [Mathematical models and algorithms of signal jitter shaping of text interaction channel of technical means and workstation operator]. *Materialy VI Mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii «Informacionnye tehnologii v nauke, obrazovanii i proizvodstve», ITNOP-2014* [Proceedings of the VI International Scientific and Technical Conference "Information Technologies in science, education and industry" ITNOP-2014]. 2014. pp. 113-114. (In Russ.).

20. Nosov M.V., Kuznecov A.V. [Human Resource Management knowledge-intensive production technique, based on dynamic allocation of functions assigned to operators changing their psychophysiological state]. Internet-zhurnal «Naukovedenie» – On-line-journal «Naukovedenie». 2014. no. 3(22). pp. 96-103. (In Russ.).
21. Pichkalev A.V. [Generalized Harrington's desirability function for the comparative analysis of technical facilities]. *Issledovaniya naukograda – Science City Research*. January-March, 2012. no. 1(1). pp. 25-28. (In Russ.).
22. Pichkalev A.V. [Harrington's desirability curve application for comparative analysis of automated control systems]. *Vestnik KGTU – [Herald of the KNRTU]*. 1997. pp. 128–132. (In Russ.).
23. Polevaja S.A., Parin S.B., Zelinskaja A.V., Dormidontova M.S., Eremin E.V. [Recognition of color information as a function of human psychophysiological state]. *Nejroinformatika – Neuroinformatics*. 2006. Part 1. pp. 123-129. (In Russ.).
24. Smirnov S.V. *Avtomatizacija planirovaniya proizvodstvennyh zadaniy v processe upravleniya personalom promyshlennogo predpriyatija: avtoref. dis. kand. tehn. nauk* [Automation of manufacturing planning tasks in the process of personnel management of industrial enterprise: author's abstract... PhD in Technical Sciences]. Orel. 2013. 16 p. (In Russ.).
25. Adams W., Iyengar G., Lin C., Naphade M., Neti C., Nock H., Smith J. Semantic indexing of multimedia content using visual, audio, and text cues. *EURASIP J. Appl. Signal Process*. 2003 vol. 2. pp. 170–185.
26. Aguilar J.F., Garcia J.O., Romero D.G., Rodriguez J.G. A comparative evaluation of fusion strategies for multimodal biometric verification. *International Conference on Video-Based Biometric Person Authentication*. Guildford. pp. 830–837.
27. Bendjebbour A., Delignon Y., Fouque L., Samson V., Pieczynski W. Multisensor image segmentation using Dempster–Shafer fusion in parking fields context. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens*. 2001. vol. 39(8). pp. 1789–1798.
28. Brooks R.R., Iyengar S.S. *Multi-sensor Fusion: Fundamentals and Applications with Software*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ. 1997. 416 p.
29. Buckwalter J. *Deterministic jitter in broadband communication*. Ph.D. Dissertation. California inst. Technol. Pasadena, 2006.
30. Burges C.J.C. A tutorial on support vector machines for pattern recognition. *Data Mining and Knowledge Discovery*. 1998. vol. 2(2). pp. 121–167.
31. Chen Q., Aickelin U. Anomaly detection using the Dempster–Shafer method. *International Conference on Data Mining*. Las Vegas. pp. 232–240.
32. Dong Li. Time series analysis of jitter in sustained vowels. *ICPhS XVII, Hong Kong*, 17-21 August, 2011. pp. 603–606.
33. Hall D.L., Llinas J. An introduction to multisensor fusion. *Proceedings of the IEEE: Special Issues on Data Fusion*. 1997. vol. 85. no. 1. pp. 6–23.
34. Huang X., Acero A., Hon H.-W. *Spoken language processing: a guide to theory, algorithm and system development*. New Jersey. Prentice Hall. Inc. 2001. 980 p.
35. Kittler J., Hatef M., Duin R.P., Matas J. On combining classifiers. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell*. 1998. vol. 20(3). pp.226–239.
36. Makkook M.A. *A multimodal sensor fusion architecture for audio-visual speech recognition*. MS Thesis, University of Waterloo, Canada.
37. Mitsuyoshi Sh. *Emotion recognizing method, sensibility creating method, device, and software*. US Patent Application Publication № US 7340393. March 4, 2008.
38. *Networks and Multimedia*. IT – Instituto de Telecomunicacoes. Available at: [http://www.it.pt/area\\_p\\_3.asp](http://www.it.pt/area_p_3.asp).
39. Ni J., Ma X., Xu L., Wang J. An image recognition method based on multiple bp neural networks fusion. *IEEE International Conference on Information Acquisition*. 2004. pp. 323–326.
40. Pitsikalis V., Katsamanis A., Papandreou G., Maragos P. Adaptive multimodal fusion by uncertainty compensation. *Ninth International Conference on Spoken Language Processing*. Pittsburgh. 2009. vol. 17. no. 3. pp. 423–435.
41. Reddy B.S. *Evidential reasoning for multimodal fusion in human computer interaction*. MS Thesis, University of Waterloo, Canada. 2007. 94 p.

42. Riehl H. Skills-Based Management: New Key to IS Productivity. 1997. Available at: <http://www.dciexpo.com/speakers/riehl.htm>.
43. Schoentgen J., Guchteneere R.D. Time series analysis of jitter. *Journal of Phonetics*. 1994. vol. 23(1-2). pp. 189–201.
44. Silva D.G., Oliveira L.C., Andrea M. Jitter Estimation Algorithms for Detection of Pathological Voices. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. Hindawi Publishing Corporation. 2009. pp. 1–9.
45. Skills Management. Reasonable Expectations, Strategic Considerations and Success Factors. SkillView Technologies. Inc.. 2001. Available at: <http://www.skillview.com/library.html>.
46. Snoek C.G.M., Worring M., Smeulders A.W.M. Early versus late fusion in semantic video analysis. *ACM International Conference on Multimedia*, Singapore. 2005. pp. 399–402.
47. Wu H. Sensor data fusion for context-aware computing using Dempster–Shafer theory. Ph.D. thesis. The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA. 2003. 195 p.
48. Xu H., Chua T.S. Fusion of AV features and external information sources for event detection in team sports video. *ACM Transactions of. Multimedia Computing, Communications and Applications*. 2006. vol. 2(1). pp. 44–67.

**Басов Олег Олегович** — к-т техн. наук, докторант Академии ФСО России. Область научных интересов: обработка и кодирование речевых и иконических сигналов, проектирование полимодальных инфокоммуникационных систем. Число научных публикаций — 145. [oobasov@mail.ru](mailto:oobasov@mail.ru); Академия ФСО России, Приборостроительная, 35, г. Орел, 302034, РФ; р.т. +79192011897.

**Basov Oleg Olegovich** — Ph.D., doctoral Academy of Federal Agency of protection of Russian Federation. Research interests: processing and coding of speech and iconic signals, polymodal infocommunicational systems design. Number of scientific publications — 145. [oobasov@mail.ru](mailto:oobasov@mail.ru); Academy of Federal Agency of protection of Russian Federation, Priborostroitelnaya Street, 35, Orel, 302034, Russia, office phone +79192011897.

**Хахамов Павел Юрьевич** — к-т воен. наук, сотрудник Академии ФСО России. Область научных интересов: подготовка и профессиональный психологический отбор персонала. Число научных публикаций — 90. [h7p2@rambler.ru](mailto:h7p2@rambler.ru); Академия ФСО России, Приборостроительная, 35, г. Орел, 302034, РФ; р.т. +79051653918.

**Нахамов Павел Юрьевич** — Ph.D., member of the Academy of Federal Agency of protection of Russian Federation. Research interests: Training and professional psychological staff's selection. The number of publications — 90. [h7p2@rambler.ru](mailto:h7p2@rambler.ru); Academy of Federal Agency of protection of Russian Federation, Priborostroitelnaya Street, 35, Orel, 302034, Russia, office phone +79051653918.

**Носов Максим Васильевич** — сотрудник Академии ФСО России. Область научных интересов: человеко-машинное взаимодействие, проектирование полимодальных интерфейсов. Число научных публикаций — 10. [Nosovm@mail.ru](mailto:Nosovm@mail.ru); Академия ФСО России, Приборостроительная, 35, г. Орел, 302034, РФ; р.т. +7(4862)549801, факс +7(4862)541325. Научный руководитель — О.О. Басов.

**Nosov Maksim Vasilevich** — Member of the Academy of Federal Agency of protection of Russian Federation. Research interests: human-computer interaction, design of polymodal interfaces. The number of publications — 10. [Nosovm@mail.ru](mailto:Nosovm@mail.ru); Academy of Federal Agency of protection of Russian Federation, Priborostroitelnaya Street, 35, Orel, 302034, Russia, office phone +7(4862)549533, fax +7(4862) 541325. Scientific director — О.О.Басов.

## РЕФЕРАТ

### *Басов О.О., Хахамов П.Ю., Носов М.В.* **Повышение эффективности управления в условиях изменения психофизиологического состояния персонала.**

Повышение эффективности управления персоналом газодобывающих и газотранспортных предприятий может быть достигнуто за счет совершенствования научно-методического аппарата определения психофизиологического состояния операторов по информации от многомодального входного интерфейса автоматизированного рабочего места и его применения в интегрированных АСУ таких предприятий.

Во втором разделе статьи предложен критерий эффективности закрепления производственно-технологических функций за операторами, базирующийся на менеджменте, основанном на знаниях, и учитывающий их психофизиологическое состояние.

В третьем разделе на основе анализа существующего методического инструментария обоснован выбор джиттера периода основного тона речи и характеристических сигналов клавиатуры и «мыши» для оценивания психофизиологического состояния человека по сигналам входного интерфейса АРМ. Результаты статистического анализа данных величин указали на их непараметрический характер и необходимость дальнейшего анализа.

В четвертом разделе представлен универсальный научно-методический инструментарий для разделения джиттера на компоненты и их последующего анализа. В результате экспериментальных исследований установлено, что случайный джиттер имеет нормальное распределение, а характеристикой, зависящей от психофизиологического состояния оператора, является доля кадров анализируемого сигнала, на которых абсолютное значение случайного джиттера превышает некоторое пороговое значение.

В пятом разделе проанализированы существующие стратегии и методы объединения информации о психофизиологическом состоянии оператора, полученной по различным сигналам многомодального входного интерфейса. Обоснован выбор для этой цели обобщенной функции Харрингтона, описание которой представлено в шестом разделе.

В седьмом разделе предложена методика управления персоналом газодобывающих и газотранспортных предприятий, основанная на разработанном научно-методическом аппарате определения психофизиологического состояния операторов.

Представленные результаты апробации указанной методики свидетельствуют о повышении эффективности закрепления производственно-технологических функций за операторами на 7,4% по сравнению с известным решением и возможности автоматизации процесса управления персоналом газодобывающих и газотранспортных предприятий.

## SUMMARY

### *Basov O.O., Hahamov P.Yu., Nosov M.V.* **Improving the efficiency of management under the conditions of staff's psychophysiological state changing.**

Improving the efficiency of management gas production and gas transmission providers can be achieved by improving the scientific-methodical apparatus determining operators' psychophysiological state on information from multimodal input automated workstation interface and its application in integrated ACS of such enterprises.

In the second section of the article criterion of efficiency consolidating the production-technological functions for operators based on management, and taking into account their psychophysiological state is proposed.

In the third section, on the basis of an analysis of the existing methodical tools, the choice of jitter period the main tone of speech and characteristic signals of keyboard and mouse for the evaluation of human's psychophysiological state on signals automated workstation input interface is justified. The results of the statistical analysis of the data values indicated their non-parametric nature and the need for further analysis.

In the fourth section universal scientific-methodological tools for separating jitter on the components and their subsequent analysis are provided. In experimental studies it was found that random jitter is normally distributed, and a characteristic that depends on operator's psychophysiological state, is the percentage of frames of the analyzed signal where the absolute value of the random jitter exceeds some threshold value.

In the fifth section the existing strategies and methods for combining information on the operator's psychophysiological state, obtained on different signals multimodal input interface are analyzed. The choice for this purpose of generalized Harrington's function, the description of which is represented in the sixth section is proved.

In the seventh section, the technique of staff management of gas production and gas transmission providers based on the developed scientific- methodical apparatus determining operators' psychophysiological state is proposed.

The presented results of approbation of the pointed methods indicate on the efficiency of production-technological consolidation of functions for operators in the 7,4% in comparison with the known solution and the possibility of automating process of staff management gas production and gas transmission companies.

Р.В. МЕЩЕРЯКОВ, А.А. ШЕЛУПАНОВ  
**КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ИНФОРМАЦИОННОЙ  
БЕЗОПАСНОСТИ РЕГИОНА И ПОДГОТОВКИ КАДРОВ**

---

*Мещеряков Р.В., Шелупанов А.А. Концептуальные вопросы информационной безопасности региона и подготовки кадров.*

**Аннотация.** В статье рассматриваются концептуальные вопросы, определяющие состояние информационной безопасности государства и региона. Предлагается подход к формированию функций защиты и функций состояния безопасности на региональном уровне. Описываются различные требования к обеспечению требуемого уровня информационной безопасности. Приводятся сведения по подготовке кадров в области информационной безопасности в Сибирском и Дальневосточном федеральном округах.

**Ключевые слова:** информационная безопасность, концепция, высшее образование, подготовка кадров.

*Meshcheryakov R. V., Shelupanov A.A. Conceptual issues of information security of the region and training.*

**Abstract.** The article discusses the conceptual issues that determine the state of information security of the state and region. An approach to building security features and functions of state security at the regional level. Describes the various requirements to ensure the required level of information security. Provides information on training in the field of information security in the Siberian and Far Eastern Federal Districts.

**Keywords:** information security, conception, high education, personnel training.

---

**1. Введение.** Информационная безопасность является новой отраслью науки и требует пристального внимания и научного обоснования [1, 2]. Следует отметить очень важное, на наш взгляд, обстоятельство. Оно заключается в следующем. Несмотря на то, что информационная безопасность является новой и быстро развивающейся областью знаний, ряд аспектов, понятий, определений и представлений стали уже классическими. Одной из целей нашей работы является акцентирование внимания читателя на важнейшем принципе информационной безопасности – комплексности.

Любого рода информационная деятельность невозможна без осуществления вспомогательных (обеспечивающих) видов деятельности, непосредственно не преследующих нормативно определенных целей, но необходимых для их достижения. Одним из таких видов деятельности является защита информации. Этим термином обозначается регулярная деятельность, направленная на предотвращение утечки защищаемой информации, несанкционированных и непреднамеренных воздействий на защищаемую информацию [1]. Рассмотрим содержание и дадим определения основных компонентов этого понятия.

**2. Требования к защите информации.** Необходимость защиты информации существует в случае ее конфиденциальности, под которой понимается свойство, позволяющее не давать право на доступ к информации или не раскрывать ее полномочным лицам, логическим объектам или процессам [1]. Вместе с тем классически выделяют три базовых понятия обеспечения требуемого уровня информационной безопасности: обеспечение конфиденциальности, целостности и доступности. Очевидно, что все обеспечение всех свойств информации подразумевает комплексность защиты информации.

Из этого следует, что потребность в защите информации - это определенное состояние субъекта информационной деятельности, которое возникает в связи с необходимостью защиты сведений, обеспечивающих решение его задач. При этом проблема выявления, описания и измерения потребностей в обеспечении конфиденциальности информации становится одной из основных в комплексе проблем защиты информации. Только на основе ее решения можно формулировать требования к защищенности информационной деятельности. При этом важно учитывать современные подходы и технологии к обеспечению национальной безопасности в условиях формирования информационного общества [3].

Потребности в защите информации определяют ее цель, которая состоит в обеспечении защищенности информационной деятельности. При этом под защищенностью информации понимается соответствие эффективности защиты информации требованиям нормативных документов [1].

В качестве субъекта защиты информации могут выступать сотрудники, реализующие свою информационную деятельность в условиях обеспечения ее конфиденциальности, а также специализированные подразделения, обеспечивающие:

- оборот документов, содержащих сведения, составляющие государственную и служебную тайну (или информацию другого уровня ограниченного распространения), их хранение и уничтожение, а также контроль над правильностью оборота таких документов;

- криптографическую защиту информации, передаваемой по каналам связи, а также учет и хранение документов, переданных по каналам связи;

- проведение комплекса мероприятий, направленных на исключение возможности утечки сведений, составляющих государственную и служебную тайну (или иную информацию ограниченного распространения), по так называемым «побочным» каналам (сети электропитания, радиотрансляция и т.п.).

Структурирование основных компонентов является необходимым, но недостаточным условием понимания сущности деятельности, так как не учитывает ряда факторов, непосредственно не входящих в понятие, но создающих определенную обстановку (среду), в которой осуществляется деятельность. При этом возникают противоречия в решении проблем информационной безопасности, изложенные в работе [4].

Среду деятельности по защите информации составляют сфера доминирования и неуправляемая сфера. К сфере доминирования относят средства, которыми располагает субъект деятельности, и элементы окружающей действительности, на которые он может воздействовать. Неуправляемую сферу образует группа элементов, на которые субъект деятельности не может воздействовать, но которые необходимо учитывать в виде ограничений [5].

В рамках среды определяется необходимый и достаточный набор активностей (процедур) по достижению целей защиты информации.

Будем называть процедурой защиты информации набор однородных в функциональном отношении действий (операций), регулярно осуществляемых субъектами по обеспечению защищенности своей информационной деятельности. Целями реализации процедур защиты информации являются закрытие информации или ее криптопреобразование инвариантно способу реализации процедуры и используемым средствам. Информация здесь рассматривается нами как предмет защиты (используемый специфический ресурс). При этом необходимо учитывать возможность проведения оперативно-розыскной и криминалистической деятельности [6].

Совокупность логически упорядоченных, взаимосвязанных и организованных процедур защиты информации, ведущая к достижению цели обеспечения защищенности информационной деятельности, составляет процесс защиты информации.

В общем случае процесс защиты информации может включать следующие процедуры: идентификация и аутентификация, паролирование и управление доступом к информации, учет событий, контроль состояния защиты информации, шифрование.

Очевидно, что формирование компетенций специалистов должно основываться на понятийном аппарате в области защиты информации и информационной безопасности [1]. Понятийный базис обеспечивает единство признаваемых требований. Таким образом,

можно формировать компетенции специалистов на базе концептуальных понятий деятельности в области защиты информации.

Это особенно важно при подготовке специалистов в области защиты информации и информационной безопасности. Опыт проведения курсов «Основы информационной безопасности» и «Комплексное обеспечение информационной безопасности автоматизированных систем» на кафедре Комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники показали необходимость формирования единого понятийного базиса.

Кроме того, анализ квалификации сотрудников отделов защиты информации Пенсионного фонда России (повышение квалификации которых проводилось на базе Центра технологий безопасности ТУСУРа) показал, что подготовка понятийного аппарата, соответствующего всем нормам [1-4] требует не только аккуратного обращения с терминами и определениями, но и четкого выстраивания логически упорядоченных взаимосвязей.

Принятие новых федеральных образовательных стандартов третьего поколения ФГОС ВПО 3 и работа над ФГОС ВО 3+ требует от преподавателя и выпускника планомерной работы над получением компетенций в рамках образовательных стандартов бакалавров, специалистов и магистров [7]. Кроме того, важно внимание необходимо уделить подготовке кадров высшей квалификации в области (аспирантура и адъюнктура) по научной специальности «информационная безопасность» и обеспечение защиты кандидатских и докторских диссертаций по специальности 05.13.19 – информационная безопасность, методы и средства защиты информации.

**3. Состояние информационной безопасности государства.** В работах [2, 3] справедливо и очень точно дана оценка современного состояния информационной безопасности. Следуя авторам этой работы, приведем их. В последние годы реализованы некоторые практические меры по укреплению информационной безопасности в Российской Федерации.

Осуществлен ряд мероприятий по совершенствованию информационной безопасности в органах государственной власти и управления, в государственных организациях и на предприятиях. Успешному решению ряда вопросов информационной безопасности способствует создание Государственной системы защиты информации в Российской Федерации от иностранных технических разведок и от ее

утечки по техническим каналам, а также систем лицензирования деятельности предприятий в области защиты информации и сертификации средств защиты информации.

Вместе с тем анализ состояния информационной безопасности в Российской Федерации показывает - в настоящее время ее уровень не отвечает жизненно важным потребностям личности, общества и государства. Сегодняшние условия политического и социально-экономического развития государства и общества вызывают обострение противоречий между потребностями общества в расширении свободного обмена информацией и необходимостью сохранения определенных ограничений на ее распространение со стороны государства. Отсутствие действенных механизмов регулирования информационных отношений в обществе и государстве приводит ко многим негативным последствиям. Слабое обеспечение органов государственной власти и управления достоверной, своевременной и полной информацией затрудняет принятие обоснованных решений. Недостаточная защищенность государственного информационного ресурса, включая государственные информационные системы и критические системы, приводит к утрате важной политической, экономической и научно-технической информации, в том числе о высокоэффективных технологиях военного и двойного назначения.

Неразвитость информационных отношений в сфере предпринимательства тормозит становление цивилизованного рынка, а отсутствие механизма включения национального информационного ресурса в хозяйственный оборот приводит к серьезным экономическим потерям [7].

Потерям важной информации способствуют бессистемность защиты данных и слабая координация в общегосударственном масштабе мероприятий по защите информации, ведомственная разобщенность в обеспечении конфиденциальности информации.

Серьезно ослаблены меры по обеспечению сохранности государственных секретов, коммерческой и служебной тайны в органах государственной власти и управления и на предприятиях оборонного комплекса. Неудовлетворительно организована защита персональных данных, налоговой, таможенной, имущественной информации.

Отставание отечественных информационных технологий вынуждает идти по пути закупок незащищенной импортной техники, в результате чего повышается вероятность несанкционированного доступа к базам и банкам данных, а также возрастает зависимость

России от иностранных производителей компьютерной и телекоммуникационной техники и информационной продукции.

Положение дел с обеспечением информационной безопасности в Российской Федерации таково, что не позволяет ей на равноправной основе включиться в мировую информационную систему и требует безотлагательного решения следующих ключевых проблем [2]:

1. Развития научно-практических основ информационной безопасности, отвечающей современной геополитической ситуации и условиям политического и социально-экономического развития Российской Федерации.

2. Формирования законодательной и нормативно-правовой базы обеспечения информационной безопасности, в том числе разработка реестра информационного ресурса, регламента информационного обмена для органов государственной власти и управления, предприятий, нормативного закрепления ответственности должностных лиц и граждан за соблюдение требований информационной безопасности.

3. Разработки механизмов реализации прав граждан на информацию.

4. Формирования системы информационной безопасности, являющейся составной частью общей системы национальной безопасности страны.

5. Разработки современных методов и технических средств, обеспечивающих комплексное решение задач защиты информации.

6. Разработки критериев и методов оценки эффективности систем и средств информационной безопасности и их сертификации.

7. Исследований форм и способов цивилизованного воздействия государства на формирование общественного сознания.

8. Комплексного исследования деятельности персонала информационных систем, в том числе методов повышения мотивации, морально-психологической устойчивости и социальной защищенности людей, работающих с секретной и конфиденциальной информацией.

Решение вышеперечисленных ключевых проблем информационной безопасности должно осуществляться на основе соответствующей государственной политики. Проработка принципов и основных положений государственной политики обеспечения информационной безопасности была проведена коллективом ученых и специалистов в рамках Концепции информационной безопасности Российской Федерации.

В результате исследований сформулированы следующие основные принципы государственной политики обеспечения информационной безопасности:

1. Государственная политика должна обеспечить безусловное правовое равенство всех участников процесса информационного взаимодействия вне зависимости от их политического, социального и экономического статуса. Она основывается на обязательном обеспечении прав граждан и организаций на свободное создание, поиск, получение и распространение информации любым законным способом и обеспечение защиты информации. В этих целях государство совершенствует существующее и разрабатывает новое законодательство и формирует нормативно-правовую базу информационных отношений в обществе, осуществляет контроль за безусловным исполнением законов и нормативно-правовых актов.

2. Государство исходит из того, что информационные ресурсы являются объектом собственности, и способствует введению их в хозяйственный оборот. Обеспечивается защита интеллектуальной собственности и неисключительных прав на информационные ресурсы, включая программное обеспечение.

3. Государство считает приоритетным развитие современных информационных и телекоммуникационных технологий и средств, способных обеспечить создание национальных телекоммуникационных сетей и включение России в глобальные информационные сети и системы мониторинга при соблюдении национальной безопасности Российской Федерации.

4. Государственная политика предусматривает согласованность решений, принимаемых органами власти и местного самоуправления для обеспечения информационной безопасности в рамках единого информационного пространства России. Государственная политика не допускает монополизма министерств, ведомств и организаций в области обеспечения информационной безопасности. Обеспечивается предоставление государственных услуг в электронной форме [8].

Основные положения государственной политики обеспечения информационной безопасности:

- государство формирует нормативно-правовую базу, регламентирующую права, обязанности и ответственность всех субъектов, действующих в информационной сфере;

- государство законными средствами обеспечивает защиту общества от ложной, искаженной и недостоверной информации, поступающей через средства массовой информации;

– ограничение доступа к информации есть исключение из общего принципа открытости информации и осуществляется только на основе законодательства;

– государство осуществляет контроль за созданием и использованием средств защиты информации посредством их обязательной сертификации и лицензирования деятельности в области защиты информации;

– ответственность за сохранность, засекречивание и рассекречивание информации персонализируется;

– доступ к какой-либо информации, а также вводимые ограничения доступа осуществляются с учетом определяемых законом прав собственности на эту информацию;

– государство способствует предоставлению гражданам доступа к мировым информационным ресурсам, глобальным информационным сетям;

– юридические и физические лица, собирающие, накапливающие и обрабатывающее персональные данные и конфиденциальную информацию, несут ответственность перед законом за их сохранность и использование;

– государство проводит протекционистскую политику, поддерживающую деятельность отечественных производителей средств информатизации и защиты информации и осуществляет меры по защите внутреннего рынка от проникновения на него некачественных средств информатизации и информационных продуктов;

– государство стремится к отказу от зарубежных информационных технологий для информатизации органов государственной власти и управления по мере создания конкурентоспособных отечественных информационных технологий и средств информатизации;

– государство прилагает усилия для противодействия информационной экспансии США и других развитых стран, поддерживает интернационализацию глобальных информационных сетей и систем.

На основе принципов и положений государственной политики обеспечения информационной безопасности должны проводиться все мероприятия по защите информации в политической, экономической, оборонной и других сферах деятельности государства. В этой связи следует иметь в виду, что в каждой из этих сфер имеются свои особенности, что в первую очередь связано с характером решения поставленных задач, наличием свойственных каждой области

информационной безопасности слабых элементов и уязвимых звеньев.

В каждой сфере деятельности государства требуется специальная организация работ, включая научные исследования [7], а также использование форм и способов обеспечения информационной безопасности.

В политической сфере наиболее серьезной опасности подвергаются:

- общественное сознание и политическая ориентация различных групп населения страны (регионов), непрерывно формируемые под воздействием отечественных и зарубежных средств массовой информации (печать, радио, телевидение);

- система принятия политических решений, существенно зависящая от качества и своевременности ее информационного обеспечения;

- право политических организаций, партий, объединений и движений на свободное выражение своих программ, социально-политических и экономических ориентаций через средства массовой информации;

- система регулярного информирования населения органами государственной власти и управления о политической и социально-экономической жизни через средства массовой информации, прессы-центры, центры общественных связей и т.п.;

- система формирования общественного мнения, включающая специальные институты, центры и службы выявления, изучения и анализа общественного мнения.

В сфере экономики наиболее подвержена воздействию угроз информационной безопасности система государственной статистики, а также источники, порождающие информацию о коммерческой деятельности хозяйственных субъектов всех форм собственности, о потребительских свойствах товаров и услуг, системы сбора и обработки финансовой, биржевой, налоговой, таможенной информации, информации о внешнеэкономической деятельности государства и коммерческих структур.

В оборонной сфере к наиболее уязвимым звеньям относятся:

- информационные ресурсы аппарата Министерства обороны, Генерального штаба, Главных штабов видов Вооруженных сил и родов войск, научно-исследовательских учреждений, содержащие сведения и данные об оперативных и стратегических планах подготовки и ведения боевых действий, о составе и дислокации войск, о мобилизационной готовности, тактико-технических характеристиках вооружения и военной техники;

- информационные ресурсы предприятий оборонного комплекса, содержащие сведения о научно-техническом и производственном потенциале, об объемах поставок и запасах стратегических видов сырья и материалов, об основных направлениях развития вооружения;

- военная техника, её боевые возможности и проводимые в интересах обороны фундаментальные и прикладные НИР;

- системы связи и управления войсками и оружием, их информационное обеспечение;

- политико-моральное состояние войск в части, зависящей от информационно-пропагандистского воздействия;

- информационная инфраструктура, в том числе центры обработки и анализа информации Генерального штаба и информационные подразделения штабов видов Вооруженных Сил, штабов объединений и соединений видов Вооруженных Сил и родов войск, пункты управления, узлы и линии радиосвязи, радиорелейной, тропосферной и спутниковой, а также линии проводной связи, развертываемые и арендуемые Министерством обороны и другими силовыми структурами.

Как справедливо отмечено в [2], общеизвестное практическое средство для оценки и снижения уровня риска содержит одиннадцать пунктов первоочередных оборонительных мероприятий:

- все сотрудники подписывают обязательство о неразглашении сведений ограниченного характера в качестве условия приема на работу;

- сотрудникам не разрешается приносить программные средства из дома или других внешних источников; им также не разрешается выносить компьютерные диски и другие магнитные носители с предприятия, передача данных по сети интернет или социальные сети;

- существует и действует политика информационной безопасности, обеспеченная соответствующим персоналом и ресурсами;

- обучение всех работников мерам безопасности проводится на регулярной основе;

- организация проводит квалифицированный анализ факторов риска и имеет план экстренного реагирования и план ликвидации последствий;

- все пользователи компьютерных систем имеют пароли, составленные методом случайной генерации, которые периодически

меняются, допускается использование средств усиленной аутентификации, включая биометрические [9,10, 11];

- все случаи нарушения безопасности тщательно расследуются и докладываются руководству;

- проводится проверка деятельности всех сотрудников до трудоустройства на работу;

- на каждом объекте существует программа контроля управления доступа и действий посетителей;

- существуют специальные методики при приеме на работу граждан других государств [12];

- безопасность каждого объекта проверяется регулярно [13].

**4. Образовательные технологии по направлению информационной безопасности.** Переход на новые стандарты ВПО ФГОС-3 в 2011 г. ознаменовал качественно новую стратегию подготовки специалистов в области информационной безопасности, которая повлекла модернизацию всех компонентов образовательного процесса. Реализация инновационной государственной образовательной политики обеспечения высокопродуктивными и профессионально эффективными кадрами потребовало совершенствования всех форм подготовки, переподготовки и повышения квалификации в области информационной безопасности.

За прошедший период Сибирское региональное отделение учебно-методического объединения (СибРОУМО) вузов России по образованию в области информационной безопасности продолжало мероприятия по совершенствованию методов адаптации основных образовательных профессиональных программ направления «Информационная безопасность» в Сибирском Федеральном округе (далее СФО) и в Дальневосточном федеральном округе (ДФО). Концепция непрерывного образования интегрирована в область высшего образования, как поэтапный процесс, обеспечивающий постоянное пополнение и расширение знаний.

Ниже на рисунке 1 схематично представлены составляющие непрерывного процесса подготовки кадров СФО и ДФО с перечислением вузов, обеспечивающих обучение в области информационной безопасности и основных компонентных условий реализации программ подготовки.

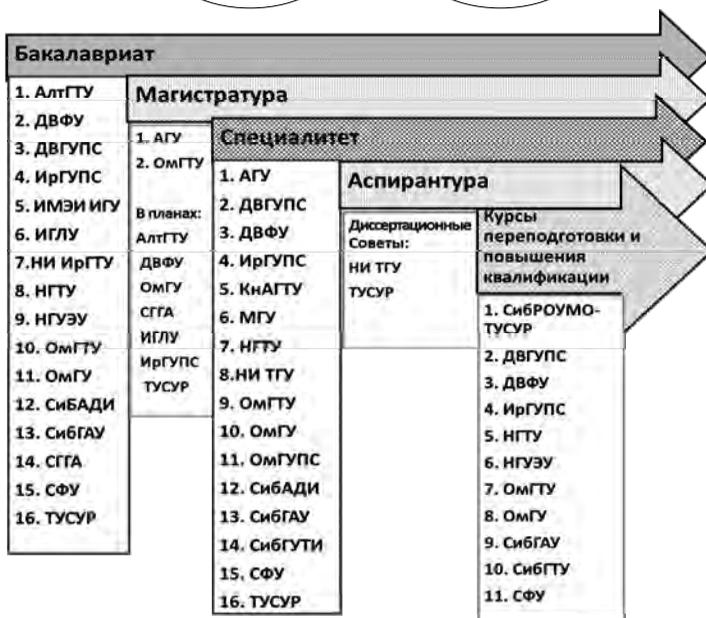


Рис. 1. Схема процесса непрерывного образования СФО и ДФО

Стратегия непрерывного профессионального развития включает, прежде всего, базисное профессиональное образование для получения знаний, умений, а также обучение профессиональным навыкам, удовлетворяющим компетенциям, заявленным в федеральных государственных образовательных стандартах.

**4.1. Подготовка студентов ВПО в Сибирском и Дальневосточном регионах.** За истекшие два года с 2012 по 2014 произошли изменения в области нормативно-правового регулирования, сопровождаемого нормативным пакетом документов. Приказом Минобрнауки России № 1061 от 12 сентября 2013 г. утверждён новый перечень направлений подготовки и введены новые классификационные коды с определением квалификаций специальностей в области информационной безопасности. Предложены новые методические рекомендации Минтруда России по доработке профессиональных стандартов ВПО в соответствии с заявленными уровнями квалификаций и перечня должностей и профессий.

В соответствии с этими документами переоснащения материально-технического обеспечения вузов продолжается через процесс модернизации современных учебно-лабораторных и испытательно-диагностических баз.

В области кадрового обеспечения на текущий момент средний показатель укомплектованности штатным профессорско-преподавательским составом в вузах Сибирского и Дальневосточного регионов составляет 78,4%, а в 2012 г. этот показатель был равен 84,2%. Проблема обеспечения вузов молодыми кадрами стоит крайне остро, и одной из главных причин называют недостаточный уровень заработной платы современного преподавателя.

Новый формат государственных стандартов естественно повлёк за собой переработку существующих комплексов учебно-методических материалов (далее УМК), которые были разработаны для государственных стандартов второго поколения.

Процент базовых дисциплин, для которых разработаны в данный момент новые материалы для формата ФГОС-3 в среднем по вузам СФО и ДФО достиг 73%. Но вопрос совершенствования учебно-методического обеспечения, ориентированного на компетентностный подход с использованием инновационных технологий, оказался весьма трудным и спорным. Он явно требует дополнительного обсуждения. Так, как, по мнению многих представителей вузов, созданные пособия для формата ГОС-2 в реальности можно считать приемлемыми для формата ФГОС-3, однако требуется их существенная модернизация и обновление.

Ещё одним важным фактором успешной организации учебного процесса в вузах является обеспеченность учебно-методическими комплексами в электронном виде, представленными как в сети Internet, так и в локальной сети вузов. Процент учебно-методических пособий

оформленных как электронный ресурс в среднем составил – 67,1%. На рисунке 2 приведена диаграмма, отображающая соотношения переработанных УМК в формате ФГОС-3 и используемых УМК формата ГОС-2 для вузов СФО и ДФО, а так же соответствующие представления материалов в электронном виде.

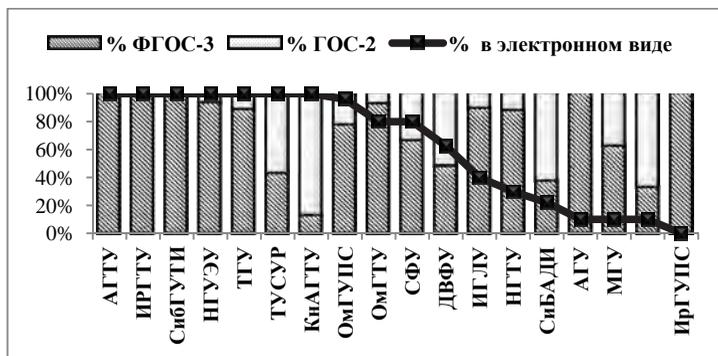


Рис. 2. Диаграмма соотношения используемых УМК двух форматов и наличия электронных вариантов в нормализованном виде

Безусловно, ответственность за достоверность представленных данных несут сами вузы.

Седьмым пунктом решения Пятого пленума СибРОУМО была обозначена задача издания учебников и учебных пособий по дисциплинам основных образовательных программ для группы специальностей в области информационной безопасности. В приложении представлены результаты мониторинга вузов Сибири и Дальнего Востока и описан перечень дисциплин ФГОС-3 поколения, для которых вузы в настоящее время разрабатывают базовые учебники, а так же выделены предметы, для которых пока учебники отсутствуют.

Идея создания банка учебно-методических материалов для дисциплин направления информационной безопасности так же неоднократно озвучивалась на прошедших пленумах СибРОУМО. Перечень пособий, изданных преподавателями вузов наших регионов, в настоящее время содержит 135 наименований. А конечным итогом данной работы на долгосрочный период времени должна стать сформированная база учебно-методических материалов, доступная всем преподавателям нашего сообщества, как в текстовом, так и в электронном видах.

За три последних года членами аттестационной комиссии СибРОУМО проведены экспертизы учебников и учебно-методических пособий и выданы 14 рекомендаций о присвоения грифа СибРОУМО вузов по образованию в области информационной безопасности.

Организация обучения студентов естественным образом предполагает развитие всевозможных видов контроля обучения как внутри вуза, так и государственную проверку через аккредитацию, аттестацию и лицензирования образовательных программ учебных заведений. При содействии членов СибРОУМО в качестве экспертов Росаккредагентства МОН в 2012 г. успешно прошли аккредитацию 6 вузов, а в 2013 г. – 8 вузов Сибири и Дальнего Востока.

Далее приведём статистические показатели набора студентов на все специальности и профили бакалавриата для направления «Информационная безопасность» в сибирском и дальневосточном регионах начиная с 2011 г. по 2014 г.

**4.2. Бакалавриат.** За прошедшие три года на профили бакалавриата ФГОС-3 поколения в регионе Сибири и Дальнего востока было принято 1078 студентов, из которых на платной основе полного возмещения затрат (далее ПВЗ) обучается 195 человек, то есть 18% студентов (рисунок 3).

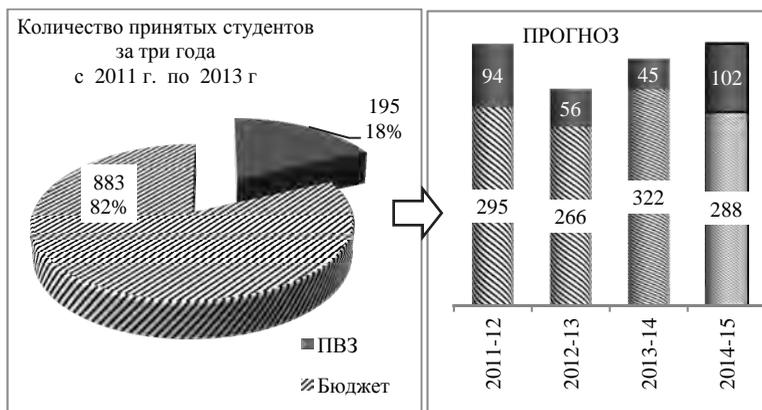


Рис. 3. Диаграммы, отражающие абсолютные и долевые отношения набора на профили бакалавриата в вузах СФО и ДФО за три года (2011–2013 гг.) и прогноз на 2014/15 учебный год

В планах на 2014/15 учебный год, количество студентов должно пополниться приблизительно на 390 человек.

**4.3. Специалитет.** Общее количество принятых студентов на специальности направления за период с 2011 по 2013 годы составило 1253 студента, из них 31% на платной основе. Приведённые ниже четыре диаграммы (рисунки 4–6) отражают характеристики распределения набора студентов по специальностям, а так же соотношение платного и бюджетного обучения за три прошедших учебных года с прогнозом на будущий 2014/15 учебный год.

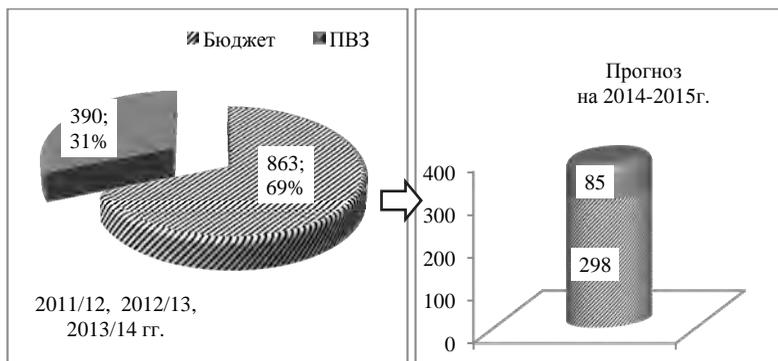


Рис. 4. Диаграммы, отражающие абсолютные и долевые отношения набора на специальности в вузах СФО и ДФО за три года (2011–2013 гг.) и прогноз на 2014/15 учебный год

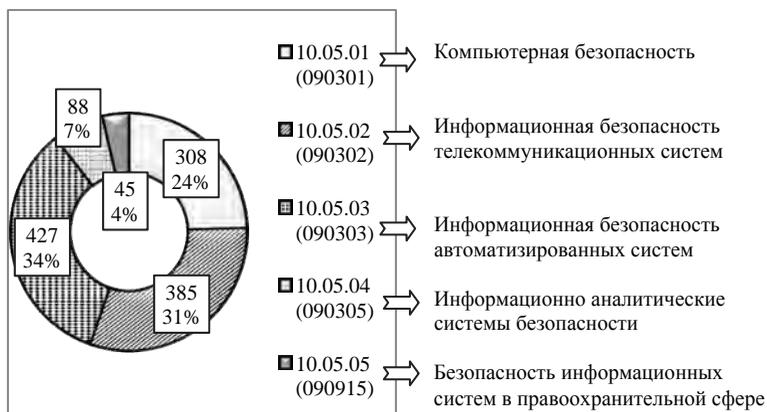


Рис. 5. Диаграмма распределения набора по специальностям направления информационной безопасности за период 2011–2013 гг.

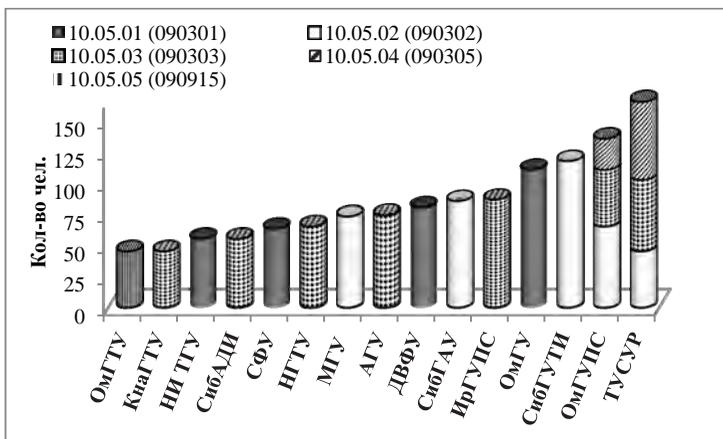


Рис. 6. Качественная картина набора студентов на специальности за три учебных года (2011–2013) по вузам СФО и ДФО

Гистограмма на рисунке 6 описывает общую качественную картину набора на специальности за прошедший период с 2011 по 2013 годы по вузам Сибири и Дальнего востока.

**4.4. Магистратура.** Количество студентов, поступавших в магистратуру за предыдущие три года, достигло 50 человек. Стоит отметить, что пока наборы в магистратуру в сибирский и дальневосточный регионы осуществляют только два вуза: АГУ и ОмГТУ и эти два вуза запланировали принять ещё 14 человек на следующий учебный год.

Однако ряд вузов нашего региона уже в ближайшее время также намерены получить лицензии для обучения студентов в магистратуре: АлтГТУ, ДВФУ, ОмГУ, СГГА, ИГЛУ, ИрГУПС и ТУСУР. К сожалению, в Росакредагенстве менялись правила лицензирования магистратуры, что привело к неоднократной отправке материалов вузами.

Организация обучения студентов предполагает непрерывное совершенствование всех параметров системы для подготовки, востребованных рынком труда профессионально квалифицированных специалистов в области информационной безопасности.

К характерным показателям этого процесса относится показатель востребованности выпускников на рынке труда. Выпускники направления информационная безопасность практически востребованы на 99,4%. Из 1552 выпущенных за три года специалистов, не заявлены были только 10 и в основном по причине

призыва в ряды Вооружённых сил РФ. В этом году рынок труда пополнят ещё 366 выпускников.

Распределение выпускников по секторам экономики, а также динамика его показателей по годам с 2011 по 2014 гг. представлено на рисунке 7.

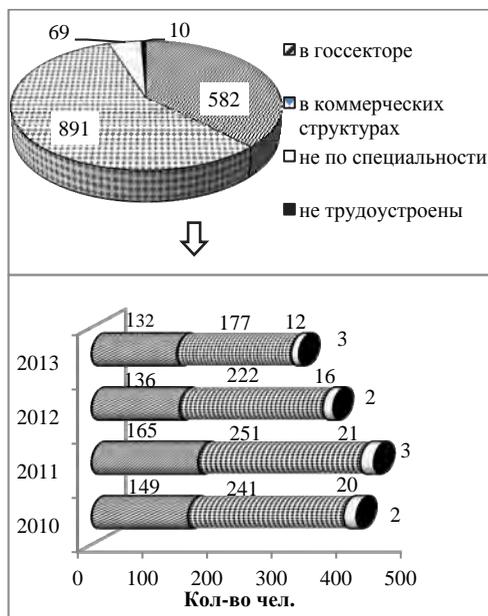


Рис. 7. Динамика распределения выпускников по секторам экономики

Обсуждая вопросы подготовки студентов невозможно не отметить такие позитивные достижения, как участие и победы на всевозможных внутренних, областных, региональных, а так же Всероссийских конкурсах.

Традиционно каждый год в апреле силами членов СибРОУМО и Института системной интеграции и безопасности (далее ИСИБ) организуется Всероссийский конкурс-конференция студентов и аспирантов по информационной безопасности «SIBINFO». Ниже (таблица 1) представлены города и вузы, представители которых явились победителями среди 16 городов и 18 вузов России за 2013–2014 годы.

Таблица 1. Победители конкурса-конференции студентов и аспирантов по информационной безопасности «SIBINFO»

Город	Вуз	Год
Барнаул	Алтайский государственный университет	2013
Владивосток	Морской государственный университет им. адм. Г.И. Невельского	2014
Красноярск	Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М.Ф. Решетнева	2014
Москва	Национальный исследовательский университет «МИЭТ»	2013
Новосибирск	Новосибирский государственный университет экономики и управления.	2013, 2014
Омск	Омский государственный технический университет	2014
Орёл	Академия ФСО России	2014
Самара	Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики	2014
Томск	Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники.	2013, 2014
Уфа	Уфимский государственный авиационный технический университет	2013, 2014

Лауреатами престижной премии ежегодно проводимого Всероссийского конкурса «Инфофорум – Новое поколение» неизменно становятся вузы СФО и ДВФО. Ниже (таблица 2) приведены вузы – победители.

Таблица 2. Лауреаты премии Всероссийского конкурса «Инфофорум – Новое поколение»

Город	Вуз	Год
Барнаул	Алтайский государственный университет	2014
Владивосток	Морской государственный университет им. адм. Г.И. Невельского	2013
Владивосток	Дальневосточный федеральный университет	2014
Комсомольск на Амуре	Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»	2013
Красноярск	Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М.Ф. Решетнева	2014
Новосибирск	Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики	2013
Новосибирск	Новосибирский государственный технический университет	2014
Томск	Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники	2013, 2014
Тюмень	Тюменский государственный университет	2013

Кроме того, за эти два года дважды был отмечен Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М.Ф. Решетнева, представители которого победили в двух номинациях: «Преподаватель года» (2013 г.) и «Молодой специалист года» (2014 г.).

Лауреатом премии в номинации «Образовательный центр года» в 2014 году за вклад в подготовку специалистов в области информационной безопасности стал Институт системной интеграции и безопасности (ИСИБ) ТУСУР.

**4.5. Аспирантура.** Следующую ступеньку непрерывного процесса повышения квалификации в области информационной безопасности занимает аспирантура. За период с 2012 года кандидатские диссертации по направлению информационной безопасности защитили 20 человек и на текущий момент в аспирантуре обучаются ещё 80 аспирантов.

**4.6. Повышение квалификации и переподготовка кадров.** Замыкает цепочку концепции непрерывного образования курсы повышения квалификации и переподготовка кадров.

«Выступая на Гайдаровском форуме, премьер-министр РФ Дмитрий Медведев поставил задачу добиться увеличения доли работников среднего и старшего возрастов, прошедших переподготовку с существующих 10% до 37% к 2015 г. Председатель Правительства РФ подчеркнул, что во всём мире в настоящее время инвестиции в знания растут быстрее, чем вложения в основные фонды. «Динамика прогресса такова, что принцип «одна жизнь – один диплом» очень быстро устаревает. Практически невозможно себе представить, что, получив образование в 22 года, можно всю жизнь использовать навыки, обретённые на студенческой скамье».

Перечень образовательных учреждений, реализующих дополнительные профессиональные образовательные программы в области информационной безопасности, согласованные с Федеральной службой по техническому и экспортному контролю насчитывает 11 вузов Сибири и Дальнего Востока: ДвГУПС, ДФУ, ИрГУПС, НГТУ, НГУЭУ «НИНХ», ОГТУ, ОГУ, СибГАУ, СибГТУ, СФУ, ТУСУР.

Что касается СибРОУМО, то совместно с сотрудниками ИСИБ ТУСУР только за 2013 г. на курсах повышения квалификации «Защита конфиденциальной информации в организации (персональные данные – 72 ч)» прошли подготовку 56 человек, причём география слушателей распространялась на регионы Сибири, Дальнего Востока и центральные области России. На начало 2014 г. повышение

квалификации уже осуществило 6 человек и отдельно для структуры Пенсионного фонда (ПФР) – 20 человек.

В начале 2014 г. так же успели получить сертификаты 8 человек на курсах профессиональной переподготовки «Информационная безопасность» – 504 часа.

Необходимость непрерывного образования диктуется, прежде всего, непрекращающимся развитием самого общества, постоянным обновлением учебных планов и программ, совершенствованием технических средств обучения, изданием новых учебников и пособий, появлением новых педагогических технологий, способствующих повышению профессиональной компетентности всех участников этого процесса.

СибРОУМО вузов России по образованию в области информационной безопасности будет продолжать намеченный курс на координацию деятельности высших и средних учебных заведений в научном, учебном и учебно-методологическом обеспечении регионов СФО и ДФО для поддержания качественной и эффективной системы непрерывной подготовки и переподготовки кадров.

**5. Заключение.** По результатам проведенного исследования, описанного в данной статье, можно сделать следующие выводы:

– предложенная концепция развития информационной безопасности Российской Федерации является частью концепции национальной безопасности;

– определена необходимость обеспечения защиты информации в органах государственных власти и способы ее реализации;

– рассмотрены и сформулированы требования по обеспечению подготовки кадров.

Как следствие достигнута поставленная цель. Полученные результаты могут быть использованы в органах государственной власти, местного самоуправления и профильных организациях.

### **Литература**

1. *Мецераков Р.В., Шелупанов А.А., Белов Е.В., Лось В.П.* Основы информационной безопасности // М.: Горячая линия – Телеком. 2004. 540 с.
2. *Волокитин А.В., Маношкин А.П., Солдатенков А.В., Савченко С.А., Петров Ю.А.* Информационная безопасность государственных организаций и коммерческих фирм. Справочное пособие (под общей редакцией Реймана Л.Д.) // М.: НТЦ "ФИОРД-ИНФО". 2002. 272 с.
3. *Юсупов Р.М.* О влиянии информационно-коммуникационных технологий на обеспечение национальной безопасности в условиях формирования информационного общества // Труды СПИИРАН. 2009. № 8. С. 21–33.
4. *Юсупов Р.М., Шишкин В.М.* О некоторых противоречиях в решении проблем информационной безопасности // Труды СПИИРАН. 2008. № 6. С. 11–23.

5. *Авсентьев О.С., Александров В.С., Мецерыков Р.В., Рябин Г.И., Скрыль К.С.* Принципы моделирования механизмов воздействия вредоносных программы на защищенные информационные системы в интересах оценки угроз их безопасности // Доклады ТУСУР. 2008. № 2(18). С. 135–136.
6. *Скрыль С.В., Мецерыков Р.В., Белов Е.Б.* Структурирование описания противоправных действий в сфере компьютерной информации как методологическая основа их криминалистического исследования // Доклады ТУСУР. 2008. № 2(18). С. 132–135.
7. *Юсупов Р.М., Шульц В.Л.* Национальная безопасность и наука // Труды СПИИРАН. 2009 № 10. С. 11–32.
8. *Галин Р.Р., Мецерыков Р.В.* Методика оценки качества государственных услуг в сфере молодежной политики // Качество. Инновации. Образование. 2013. № 10. С. 61–65.
9. *Сабанов А.Г., Мецерыков Р.В., Шелупанов А.А.* Требования к системам аутентификации по уровням строгости // Ползуновский вестник. 2012. № 2-1. С. 61–67.
10. *Савчук М.В., Мецерыков Р.В., Ходашинский И.А., Горбунов И.В.* Технология усиленной аутентификации пользователей информационных процессов // Доклады ТУСУР. 2012г. № 2 (34). Ч. 3. С. 236–248.
11. *Исхаков А.Ю., Мецерыков Р.В., Ходашинский И.А.* Двухфакторная аутентификация на основе программного токена // Вопросы защиты информации. 2013. № 3(102). С. 23–27.
12. Специальная техника и информационная безопасность / Под ред. В.И. Кирина // М.: Академия управления МВД. 2000. 83 с.
13. *Юсупов Р.М., Ронжин А.Л.* От умных приборов к интеллектуальному пространству // Вестник Российской академии наук. 2010. Т. 80. № 1. С. 45–51.

## References

1. Meshcheryakov R. V., Shelupanov A.A., Belov E.B., Los V.P. *Osnovy informacionnoj bezopasnosti* [Base of Information security]. Moscow: Goryachaya linia – Telecom. 2004. 540 p. (In Russ.).
2. Volokitin A.V., Manoshkin A.P., Soldatenkov A.V., Petrov Yu.A. *Informacionnaja bezopasnost' gosudarstvennyh organizacij i kommercheskih firm. Spravochnoe posobie (pod obshhej redakciej Rejmana L.D.)* [Information security of government agencies and commercial firms. Handbook (edited by L.D. Reiman)]. M.: NTC "FIORD-INFO", 2002. 272 p. (In Russ.).
3. Yausupov R.M. [On the impact of information and communication technologies to ensure national security in the context of the information society]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. no. 8. pp 21–33. (In Russ.).
4. Yausupov R.M., Shishkin V.M. [Some contradictions in addressing information security]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2008. no. 6. pp. 11–23. (In Russ.).
5. Avsentev O.S., Aleksandrov V.S., Meshcheryakov R.V., Sorbs G.I., Skril K.S. [Principles of modeling of mechanisms of malicious programs on the protected information systems for assessing threats to their security]. *Doklady TUSUR – Reports of TUSUR*. 2008. no. 2(18). pp. 135–136. (In Russ.).
6. Skril S.V., Meshcheryakov R.V., Belov E.B. [Structuring of describing illegal actions in the computer information as a methodological basis of forensic research]. *Doklady TUSUR – Reports of TUSUR*. 2008. no. 2(18). pp. 132–135. (In Russ.).
7. Yausupov R.M., Shultch V.L. [National security and science]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. no. 10. pp. 11–32. (In Russ.).
8. Galin R.R., Meshcheryakov R.V. [Methods of assessing the quality of public services in the field of youth policy]. *Kachestvo. Innovacii. Obrazovanie – Quality. Innovation. Education*. 2013. no. 10. pp. 61–65. (In Russ.).

9. Sabanov A.G., Meshcheryakov R.V., Shelupanov A.A. [Requirements for systems of authentication by levels of severity]. *Polzunovskij vestnik – Polzunovsky Bulletin*. 2012. no. 2-1. pp. 61–67. (In Russ.).
10. Savchuk M.V., Meshcheryakov R.V., Khodashinsky I.A., Gorbunov I.V. [Technology enhanced user authentication information processes]. *TUSUR – Reports of TUSUR*. 2012. no. 2(34). part 3. pp. 236–248. (In Russ.).
11. Ishakov A.Yu., Meshcheryakov R.V., Khodashinsky I.A. [Two-factor authentication is based on the software token]. *Voprosy zashchity informacii – Information security*. 2013. no. 3 (102). pp. 23–27. (In Russ.).
12. *Special'naja tehnika i informacionnaja bezopasnost'* [Special equipment and information security]. edited by V.I. Kirin. M.: Akademija upravlenija MVD. 2000. 783 p. (In Russ.).
13. Yusupov R.M., Ronzhin A.L. [From smart devices to intelligent space]. *Vestnik Rossijskoj akademii nauk – Bulletin of the Russian Academy of Sciences*. 2010. vol. 80. no. 1. pp 45–51. (In Russ.).

**Мешеряков Роман Валерьевич** — д-р техн. наук, профессор, кафедра комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). Область научных интересов: системный анализ, анализ и синтез речи, информационная безопасность, вопросы обработки информации в интеллектуальных системах, особое внимание уделяется вопросам создания информационно-безопасных систем. Число научных публикаций — 247. mrv@security.tomsk.ru; 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40, ауд. 210; р.т. +7 (3822) 900-111, факс +7 (3822) 900-111.

**Meshcheryakov Roman Valerievich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, Dept. of Complex Security of Electronic-computing Systems of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR). Research interests: speech analysis, speech recognition, medical technology, information security. The number of publications — 247. mrv@security.tomsk.ru; KIBEVS Dept., TUSUR, 40, Lenin-avenue Tomsk, 634050, Russia; office phone +7(3822)413-426, fax +7(3822)900-111.

**Шелупанов Александр Александрович** — д-р техн. наук, профессор, проректор по научной работе Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР), директор института системной интеграции и безопасности ТУСУР. Область научных интересов: информационная безопасность, математическое моделирование. Число научных публикаций — 314. saa@tusur.ru; 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40, ауд. 216; р.т. +7 (3822) 900-111, факс +7 (3822) 900-111.

**Shelupanov Alexander Alexandrovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, vice-rector on Science of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR), Chief of System integration and Security. Research interests: information security, mathematical modelling. The number of publications — 314. saa@tusur.ru; ISIB. TUSUR, 40, Lenin-avenue Tomsk, 634050, Russia; office phone +7(3822)413-426, fax +7(3822)900-111.

**Благодарности.** Авторы благодарят сотрудников Института системной интеграции и безопасности ТУСУР и Сибирского регионального отделения учебно-методического объединения вузов России по образованию в области информационной безопасности за сотрудничество.

**Acknowledgments.** The authors thank the staff of the Institute of System Integration and Security TUSUR and Siberian regional department of educational and methodical association of universities in Russia Education in information security for your cooperation.

## РЕФЕРАТ

### *Мещеряков Р.В., Шелупанов А.А.* **Концептуальные вопросы информационной безопасности региона и подготовки кадров.**

Статья посвящена исследованию концептуальных вопросов обеспечения информационной безопасности. Предлагаются подходы к формированию функций защиты и обеспечению требуемого уровня информационной безопасности на федеральном и региональном уровнях. В статье сформулирована проблема повышения качества обеспечения деятельности различных структурных подразделений по защите информации при обеспечении функционирования системы обеспечения национальной безопасности.

В статье приводятся общие сведения по основным положениям государственной политики обеспечения информационной безопасности в социальной, общеполитической и экономической сферах. Приводится перечень мероприятий, необходимых для первоочередного выполнения на объектах информатизации и обеспечивающих требуемый уровень защиты информации. Рассматривается система подготовки кадров на региональном уровне. Приводятся основные сведения по учебному, методическому и научному потенциалу Сибирского и Дальневосточного Федеральных округов Российской Федерации.

В результате, в данной работе описана структура системы обеспечения информационной безопасности на региональном уровне, являющейся частью системы обеспечения национальной безопасностью. Описанные требования и мероприятия представляют собой комплексное решение проблем информационной безопасности.

## SUMMARY

### *Meshcheryakov R.V., Shelupanov A.A.* **Conceptual issues of information security of the region and training.**

The article discusses the conceptual issues that determine the state of information security of the state and region. An approach to building security features and functions of state security at the regional level. Describes the various requirements to ensure the required level of information security. Provides information on training in the field of information security in the Siberian and Far Eastern Federal Districts.

The article investigates the conceptual issues of information security. The approaches to the formation and protection functions to ensure the required level of information security at federal and regional levels. In the article the problem of improving the quality assurance activities of various departments for the protection of information while ensuring the functioning of the national security system. The article provides an overview of the main provisions of the state information security policy and other information to ensure information security policy in social, general political and economic spheres. A list of activities required to run on the primary objects of information and ensure the required level of security. Following is the training system at the regional level. Provides basic information on educational, methodical and scientific potential of the Siberian and Far Eastern Federal Districts of the Russian Federation.

As a result, this paper describes the structure of the information security at the regional level, which is part of the national security system. Described requirements and measures provide a comprehensive solution to the problems of information security.

И.И. Лившиц, А.А. Молдовян, А.Т. ТАНАТАРОВА  
**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СЕРТИФИКАЦИИ ПО  
МЕЖДУНАРОДНЫМ СТАНДАРТАМ ISO ОТ ТИПОВ  
ОРГАНИЗАЦИИ ДЛЯ ВЕДУЩИХ ОТРАСЛЕЙ  
ПРОМЫШЛЕННОСТИ**

---

*Лившиц И.И., Молдовян А.А., Танатарова А.Т.* **Исследование зависимости сертификации по международным стандартам ISO от типов организации для ведущих отраслей промышленности.**

**Аннотация.** Процесс проектирования, создания и внедрения современных систем менеджмента является на данном этапе развития общества, объективно, вопросом не технического (технологического) порядка. Очевидно, что реализация проекта без серьезной проработки, точного расчета рисков, оценки необходимых ресурсов (бюджета, персонала, лицензий и пр.) невозможна для современной организации, работающей в жестких конкурентных условиях. Для государственных организаций все вышесказанное усиливается требованиями обеспечения режима национальной безопасности, что подтверждается и требованиями законодательства и практикой выполнения проектов в области ИТ. В предлагаемой работе предложены некоторые подходы для реализации процесса поддержки принятия решения в части выбора модели для развития современной организации на фазе проектирования и оценки приемлемости выбора: по составу систем менеджмента, по применимым стандартам, по необходимости сертификации в функции обеспечения стабильного роста, безопасности бизнес-процессов, защиты ценных активов (в т.ч. нематериальных) на основании статистики сертификации ISO.

**Ключевые слова:** активы, информационная безопасность (ИБ), интегрированная система менеджмента (ИСМ), стандарт, система менеджмента информационной безопасности (СМИБ), система менеджмента качества (СМК), отрасли, коэффициент корреляции, статистика.

*Livshitz I.I., Moldovyan A.A., Tanatarova A.T.* **Analysis of certification dependency of international standards ISO for leading industries.**

**Abstract.** The process of designing, creating and implementing a modern management systems is, at this stage of development of society, the question is not of a technical nature. Obviously, the implementation of the project without serious consideration, accurate calculation and a clear understanding of risks, evaluation of resources (budget, staff, licenses, etc.) is not possible for a modern organization working in more than tough competitive conditions. Moreover, government organizations have all of the above requirements ensure enhanced regime of national security, which is confirmed by the requirements of relevant legislation and the practice of performing the IT projects. In this issue we propose some approaches to implement the process of decision support in the selection of the model for the development of the modern organization in the design phase and evaluate the appropriateness of choice: the composition of management systems on the applicable standards, as appropriate certification functions ensure stable growth, security of business processes, the protection of valuable assets (including intangible) on the basis of statistics certification ISO.

**Keywords:** assets, IT-security, Integrated Management System (IMS), standard, IT-security management system (ISMS), quality management system (QMS), industries, coefficient of correlation, statistics.

---

**1. Введение.** В настоящее время продолжает развиваться теория и практика обеспечения информационной безопасности (ИБ),

совершенствуются известные методы и детально исследуются возможности постоянного развития систем менеджмента ИБ (СМИБ). Одним из факторов такого процесса, заслуживающим особого пристального внимания, является изучение возможности развития систем менеджмента не по отдельности (что тоже может принести определенные результаты [6]), но в комплексе – так называемые интегрированные системы менеджмента (ИСМ) [8,9].

Известно, что при создании ИСМ, состоящих из 2-х и более систем менеджмента (например, СМИБ, качества (СМК) и услуг (СУУ) и пр.), во внимание принимается широкий спектр требований, часть которых напрямую влияет на непрерывность и устойчивость критичных бизнес-процессов организации. Мы можем упомянуть в этой связи ряд стандартов, применение которых подробно описано в [7], это международные стандарты серии ISO 9001 (СМК), ISO/IEC серии 27000 (СМИБ) и ISO/IEC серии 20000 (СУУ).

Соответственно, представляет определенный интерес изучение зависимости степени развития типов организаций (например, по отраслям – коды ЕАС) от динамики сертификации по требованиям международных стандартов ISO, точнее – количественный анализ динамики этой зависимости, т.к. в течение времени не все отрасли (организации) подтверждают равные тенденции (динамику роста сертификации), а также выявление статистических закономерностей на базе имеющихся данных по наиболее известным международным стандартам ISO в мире.

**2. Общая постановка задачи.** Как отмечалось выше, процесс проектирования, создания и внедрения современных систем менеджмента является, на данном этапе развития общества, объективно, вопросом не технического (технологического) порядка. При этом, например, вопросы формального соответствия конкретным требованиям какого-либо выбранного международного стандарта (ISO) отходят на второй план, уступая место вопросам экономического порядка (уровня высшего менеджмента организации) – какую выгоду для данной конкретной организации принесет проект? В какой обозримой перспективе? Какие риски могут быть на пути реализации проекта? Как обстоит дело у конкурентов? Какие предпочтения дает государство (экономические сообщества)? Какие требования по безопасности приняты на рынках, на которые нацелены стратегические интересы данной организации?

Очевидно, что реализация проекта без серьезной проработки, точного расчета и ясного представления рисков, оценки необходимых ресурсов (бюджета, персонала, лицензий и пр.) невозможна для

современной организации, работающей в более чем жестких конкурентных условиях [8, 9]. Более того, для государственных организаций все вышесказанное еще усиливается требованиями обеспечения режима национальной (информационной) безопасности, что подтверждается и требованиями соответствия законодательству [10] и практикой выполнения крупнейших проектов в области ИТ [7].

Изучение зависимости развития различных типов организаций (например, по отраслям) от различных факторов (внутренней или внешней природы – в ряде стандартов ISO употребляется термин “*internal issue / external issue*”) представляет определенный интерес. Например, такие факторы могут быть экономическими (региональный кризис, процессы глобализации), техническими (применение определенных технологий, например, *Cloud Security*), комбинированными или иными. Для выбора факторов необходимо воспользоваться достоверной и публичной информацией, которая может быть легко проверена разными группами исследователей.

Для исследования выбраны основные стандарты ISO (серии 9001 (СМК), серии 27001 (СМИБ) и серии 14001 – системы экологического менеджмента (СЭМ), т.к. достаточно полная и достоверная статистика по ним официально опубликована на портале ISO [2]. К сожалению, в представленном обзоре по итогам 2012 г. нет данных по СУУ (стандарт ISO серии 20000), OHSAS (BS 18001) и системе энергетического менеджмента (стандарт ISO серии 50001) – в частности, не предоставлено детальной статистики по различным отраслям экономики, что повысило бы ценность данного анализа. Тем не менее, доступная информация ISO [2-5] представляет собой официальное и достоверное издание, содержащее необходимую информацию – по 3-м основным стандартам (СМК, СЭМ и СМИБ) и содержащее достаточно точное разбиение по различным факторам, необходимым для постановки и проведения исследования.

Предпринятое исследование ставит следующую задачу – показать (проверить) зависимость между различными отраслями (вне зависимости от стран, континентов или экономик – в терминах [2]) и отразить (оценить) численно взаимосвязь между отраслями и выбранными для сертификации международными стандартами. Вторая задача (по приоритету) ставится как изучение влияния сертификации конкретно СМИБ (в качестве единственного «целевого» стандарта ISO в области ИБ) на развитие организаций определенной отрасли. Именно по этой причине были выбраны указанные выше 3 международных

стандарта, по которому доступна статистика определенной «глубины», отраслевой репрезентативной выборки и достаточной временной продолжительности.

**3. Математическая постановка задачи.** Известно, что случайным процессом  $X(t)$  называется процесс, значение которого при любом фиксированном  $t = t_0$  является случайной величиной  $X(t_0)$ , также известно, что случайная величина  $X(t_0)$ , в которую обращается случайный процесс при  $t = t_0$ , называется сечением случайного процесса, соответствующим значению аргумента  $t$  [1].

В нашем конкретном случае известны несколько наборов данных (результаты статистики сертификации по международным стандартам), которые могут быть точно (однозначно) определены по итогам значений аргумента  $t$  (в нашем конкретном примере – 2011 и 2012 гг.). Таким образом, мы обладаем уже данными о некоторой реализации случайного процесса (в терминах [1]). Для данного исследования удобно рассматривать реализацию случайного процесса как множество дискретных сечений (счетное множество). Соответственно, исследуемый процесс можно считать процессом с дискретным временем и дискретным состоянием, т.к. в любой момент  $t$  мы полагаем множество его состояний конечно (счётно).

Далее, известно, что для дискретной величины закон распределения может быть задан рядом распределения [1]. Для рассматриваемого случайного процесса  $X(t)$ , известно, что сечение  $X(t)$  при любом фиксированном значении аргумента  $t$  представляет собой случайную величину, которая имеет одномерный закон распределения:

$$F(t, x) = P \{ X(t) < x \}. \quad (1)$$

Очевидно, что эта функция является функцией 2-х аргументов. В работе [1] показано, что более точные и исчерпывающие характеристики исследуемых процессов дает (в том числе для инженерных приложений) двумерный закон распределения следующего вида:

$$F(t_1, x_1, t_2, x_2) = P \{ X(t_1) < x_1, X(t_2) < x_2 \}. \quad (2)$$

В практическом приложении нашего исследования мы ограничимся двумя «временными засечками» ( $t_1, t_2$ ), которые позволят нам провести анализ случайной функции на 2-х дискретных сечениях (как было указано выше – 2011 и 2012 гг.).

Корреляционная функция (формула 1.2.18 из [1]) имеет вид:

$$K_X(t, t') = M [X(t) X(t')] - m_X(t) m_X(t'), \quad (3)$$

где  $t, t'$  – два выбранных сечения.

**4. Статистика сертификации ISO.** Из источника [2] известна актуальная статистика сертификации по стандартам ISO. Например, справочно, для Российской Федерации по трем выбранным ранее стандартам можно получить графический результат (рисунки 1 – 3).

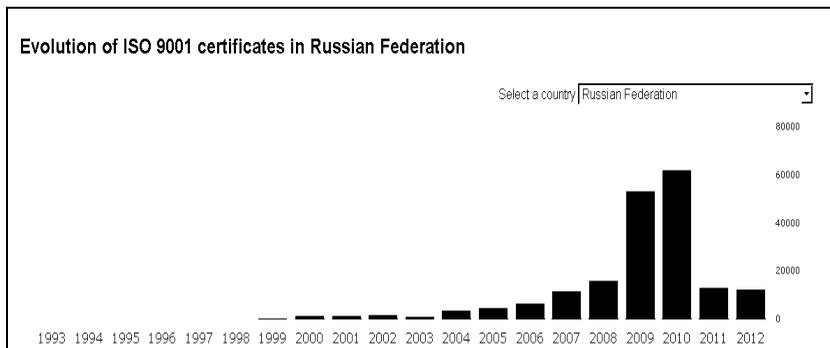


Рис. 1. Статистика сертификации по стандарту ISO 9001 в РФ

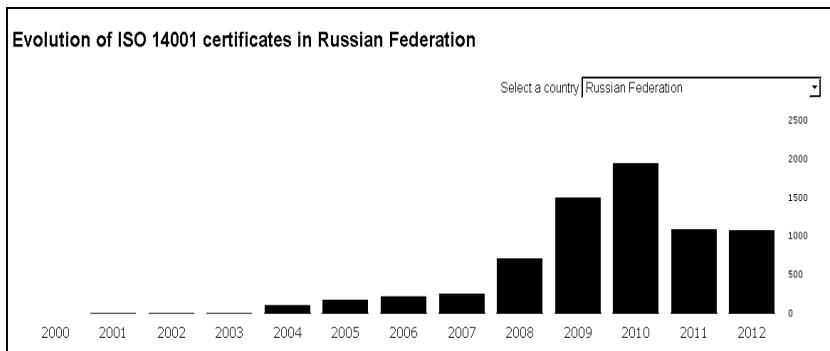


Рис. 2 Статистика сертификации по стандарту ISO 14001 в РФ

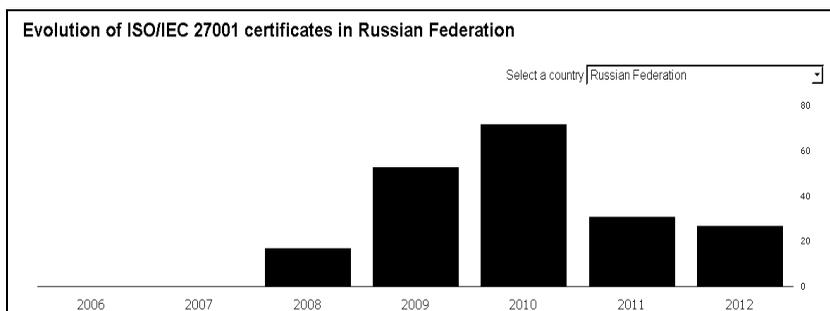


Рис. 3 Статистика сертификации по стандарту ISO/IEC 27001 в РФ

По представленным данным [2] мы видим определенный спад – например, в Российской Федерации – с 2010 г. результаты сертификации по всем рассмотренным стандартам, но какие можно сделать выводы и какие зависимости определить? Статистики по данным сертификации организаций исключительно только Российской Федерации может быть недостаточно для определения поставленных выше задач исследования, соответственно, нам потребуется провести расширенный анализ всей совокупности данных, представленных в обзоре ISO за 2012 г. В [2] – в разрезе отраслей и с учетом двух сечений («временных засечек»).

Таблица 1 предоставляет выбор статистики по ISO 9001 по двум крайним сечениям (2011 и 2012 гг.) и показывает (курсивом) пятерку лидеров по сертификации.

Таблица 1. Статистика сертификации ISO 9001, обработка

EA* Code Nos.	ISO 9001 BY INDUSTRIAL SECTOR	2011	2012
1	Agriculture, fishing	4 683	4 890
2	Mining and quarrying	2 766	4 047
3	Food products, beverages and tobacco	28 434	33 761
4	Textiles and textile products	13 319	15 196
5	Leather and leather products	2 562	2 715
6	Wood and wood products	6 284	6 834
7	Pulp, paper and paper products	8 521	8 571
8	Publishing companies	657	776
9	Printing companies	8 341	9 182
10	Manufacture of coke & refined petroleum products	1 626	1 678
11	Nuclear fuel	465	321
12	Chemicals, chemical products & fibres	30 278	33 654
13	Pharmaceuticals	3 766	3 845
14	Rubber and plastic products	40 854	44 939
15	Non-metallic mineral products	11 305	12 414
16	Concrete, cement, lime, plaster, etc.	11 567	13 109
17	<i>Basic metal &amp; fabricated metal products</i>	101 848	116 561
18	<i>Machinery and equipment</i>	58 427	63 971
19	<i>Electrical and optical equipment</i>	79 237	86 163
20	Shipbuilding	2 396	2 957
21	Aerospace	1 464	2 372
22	Other transport equipment	12 141	12 576
23	Manufacturing not elsewhere classified	10 533	11 671

EA* Code Nos.	ISO 9001 BY INDUSTRIAL SECTOR	2011	2012
24	Recycling	2 648	2 878
25	Electricity supply	1 948	2 684
26	Gas supply	612	1 012
27	Water supply	1 535	2 667
28	<i>Construction</i>	83 864	108 631
29	<i>Wholesale &amp; retail trade; repairs of motor vehicles, motorcycles &amp; household goods</i>	55 961	70 428
30	Hotels and restaurants	3 664	5 517
31	Transport, storage and communication	24 846	31 838
32	Financial intermediation, real estate, rental	11 423	16 472
33	Information technology	20 467	24 744
34	Engineering Services	31 086	38 282
35	Other Services	40 303	54 877
36	Public administration	6 468	7 473
37	Education	14 141	19 456
38	Health and social work	19 351	25 140
39	Other social services	6 987	10 608

Таблица 2 предоставляет выбор статистики по ISO 14001 по двум крайним сечениям (2011 и 2012 гг.) и показывает (курсивом) пятерку лидеров по сертификации.

Таблица 2. Статистика сертификации ISO 14001, обработка

EA* Code Nos.	ISO 14001 BY INDUSTRIAL SECTOR	2011	2012
1	Agriculture, fishing	1 748	1 281
2	Mining and quarrying	1 772	2 001
3	Food products, beverages and tobacco	5 848	5 884
4	Textiles and textile products	3 553	2 136
5	Leather and leather products	571	361
6	Wood and wood products	1 968	1 153
7	Pulp, paper and paper products	2 329	2 027
8	Publishing companies	248	355
9	Printing companies	2 643	2 191
10	Manufacture of coke & refined petroleum products	664	826
11	Nuclear fuel	96	82

EA* Code Nos.	ISO 14001 BY INDUSTRIAL SECTOR	2011	2012
12	Chemicals, chemical products & fibres	9 860	7 963
13	Pharmaceuticals	1 067	948
14	<i>Rubber and plastic products</i>	10 545	8 966
15	Non-metallic mineral products	2 727	2 210
16	Concrete, cement, lime, plaster, etc.	2 757	1 923
17	<i>Basic metal &amp; fabricated metal products</i>	19 231	17 171
18	Machinery and equipment	10 081	8 270
19	<i>Electrical and optical equipment</i>	18 001	15 039
20	Shipbuilding	519	540
21	Aerospace	259	468
22	Other transport equipment	3 351	3 567
23	Manufacturing not elsewhere classified	3 163	1 656
24	Recycling	2 920	3 433
25	Electricity supply	1 461	2 870
26	Gas supply	311	511
27	Water supply	1 279	1 570
28	<i>Construction</i>	34 155	22 414
29	<i>Wholesale &amp; retail trade; repairs of motor vehicles, motorcycles &amp; household goods</i>	11 753	10 091
30	Hotels and restaurants	1 344	1 669
31	Transport, storage and communication	5 849	7 166
32	Financial intermediation, real estate, rental	2 467	1 849
33	Information technology	2 008	1 509
34	Engineering Services	8 189	6 058
35	Other Services	7 137	8 318
36	Public administration	1 529	1 608
37	Education	833	1 032
38	Health and social work	873	1 004
39	Other social services	5 475	6 360

Таблица 2 предоставляет выбор статистики по ISO/IEC 27001 по двум крайним сечениям (2011 и 2012 гг.) и показывает (курсивом) пятерку лидеров по сертификации.

Таблица 3. Статистика сертификации ISO/IEC 27001, обработка

EA* Code Nos.	ISO/IEC 27001 BY INDUSTRIAL SECTOR	2011	2012
1	Agriculture, fishing	14	13
2	Mining and quarrying	12	31
3	Food products, beverages and tobacco	8	10
4	Textiles and textile products	2	12
5	Leather and leather products	5	1
6	Wood and wood products	5	5
7	Pulp, paper and paper products	7	13
8	Publishing companies	20	18
9	Printing companies	101	121
10	Manufacture of coke & refined petroleum products	5	4
11	Nuclear fuel	1	1
12	Chemicals, chemical products & fibres	9	11
13	Pharmaceuticals	3	0
14	Rubber and plastic products	16	16
15	Non-metallic mineral products	8	0
16	Concrete, cement, lime, plaster, etc.	14	28
17	Basic metal & fabricated metal products	28	38
18	Machinery and equipment	36	45
19	<i>Electrical and optical equipment</i>	280	342
20	Shipbuilding	3	4
21	Aerospace	17	22
22	Other transport equipment	7	5
23	Manufacturing not elsewhere classified	23	8
24	Recycling	44	61
25	Electricity supply	12	15
26	Gas supply	2	6
27	Water supply	13	10
28	<i>Construction</i>	350	411
29	Wholesale & retail trade; repairs of motor vehicles, motorcycles & household goods	214	215
30	Hotels and restaurants	32	4
31	<i>Transport, storage and communication</i>	241	288
32	Financial intermediation, real estate, rental	113	139
33	<i>Information technology</i>	3 588	4 557
34	Engineering Services	126	189
35	<i>Other Services</i>	564	755
36	Public administration	106	155
37	Education	65	104
38	Health and social work	145	201
39	Other social services	75	98

Во всех выборках серым фоном выделена «пятерка» лидеров, имеющих лучшие пять результатов по численной метрике (количество сертификатов) по сечению 2012 г. в каждом из представленных в выборке стандартов. По данному признаку наблюдается первая интересная зависимость:

1. Две отрасли «*Electrical and optical equipment*» и «*Construction*» представлены трижды во всех 3-х выборках в «пятерке» лидеров – будем называть их «лидером 1-го ранга»;

2. Две отрасли «*Basic metal & fabricated metal products*» и «*Wholesale & retail trade; repairs of motor vehicles, motorcycles & household goods*» представлены дважды во всех 3-х выборках в «пятерке» лидеров – будем называть их «лидером 2-го ранга»;

3. Остальные отрасли представлены по одному разу в «пятерке» лидеров – будем называть их «лидером 3-го ранга».

Итоги динамики по всем «лидерам» сведены в таблицу 4. Отражены все отрасли, вошедшие в «пятерку» лидеров (кстати, аналогичное агрегирование справочно предлагает и обзор ISO [2], но агрегирование проводится по иным «экономическим» факторам), специально выделены два сечения (2011 и 2012 гг.)

Таблица 4. Статистика сертификации «лидеров» по стандартам

Отрасль	Лидер	Год	9001	27001	14001
Construction	1-й	2012	108 631	411	22 414
		2011	101 848	350	34 155
Electrical and optical equipment	1-й	2012	86 163	342	15 039
		2011	79 237	280	18 001
Basic metal & fabricated metal products	2-й	2012	116 561	38	17 171
		2011	101 848	28	19 231
Wholesale & retail trade; repairs of motor vehicles, motorcycles & household goods	2-й	2012	70 428	215	10 091
		2011	55 961	214	11 753
Machinery and equipment	3-й	2012	63 971	45	8 270
		2011	58 427	36	10 081
Transport, storage and communication	3-й	2012	31 838	288	7 166
		2011	24 846	241	5 849
Information technology	3-й	2012	24 744	4 557	1 509
		2011	20 467	3 588	2 008
Other Services	3-й	2012	54 877	755	8 318
		2011	40 303	564	7 137

Помимо абсолютных величин, рассматриваемых в таблицах 1–4 для оценки динамики различных стандартов применительно к выбранным «лидерам» представляется интересным проанализировать

относительные изменения (в процентах), по отношению к предыдущему сечению, т.е. получить примерную оценку динамики процесса между выбранными двумя сечениями. Результаты представлены в таблице 5.

Таблица 5. Динамика сертификации (по отраслям, 2 сечения)

Отрасль	Лидер	9001	27001	14001
Construction	1	6,7%	17,4%	-34,4%
Electrical and optical equipment	1	8,7%	22,1%	-16,5%
Basic metal & fabricated metal products	2	14,4%	35,7%	-10,7%
Wholesale & retail trade; repairs of motor vehicles, motorcycles & household goods	2	25,9%	0,5%	-14,1%
Machinery and equipment	3	9,5%	25,0%	-18,0%
Transport, storage and communication	3	28,1%	19,5%	22,5%
Information technology	3	20,9%	27,0%	-24,9%
Other Services	3	36,2%	33,9%	16,5%

### 5. Определение коэффициентов зависимости (корреляции).

На основании полученных из общих данных [2] обработанной статистики сертификации по «лидерам», возможно определение коэффициентов зависимости (корреляции). Из таблицы 4 на основании формул [1] определим корреляцию выборки (3 стандарта ISO – 9001, 14001 и 27001) между двумя сечениями (2011 и 2012 гг.), результаты представлены в таблице 6.

Таблица 6. Определение коэффициентов корреляции по отраслям

Отрасль	Индекс	Фактор X	Фактор Y	Коэфф. корреляции
Construction	(C)	2012	2011	0,9902
Electrical and optical equipment	(E)	2012	2011	0,9985
Basic metal & fabricated metal products	(B)	2012	2011	0,9991
Wholesale & retail trade; repairs of motor vehicles, motorcycles & household goods	(W)	2012	2011	0,9977
Machinery and equipment	(M)	2012	2011	0,9990
Transport, storage and communication	(T)	2012	2011	0,9999
Information technology	(IT)	2012	2011	0,9990
Other Services	(OS)	2012	2011	0,9996

На основании полученных данных из таблицы 6 можем определить, что коэффициент корреляции по всем выбранным отраслям (напомним, все они входят в «пятерку» лидеров сертификации по всем выборкам) – обладает ярко выраженным весьма высоким признаком (по шкале Чеддока  $> 0,9$ ). Следовательно, можно утверждать, что успех конкретной отрасли не является сиюминутным, а подтверждается на двух сечениях (2011 и 2012 гг. соответственно) для всех 3-х рассмотренных стандартов (серии 9001, 14001 и 27001).

Дополнительно определим коэффициент зависимости (корреляции) относительных величин – для выбранных стандартов. Из таблицы 5 «Динамика сертификации (по отраслям, между двумя сечениями)» мы определим динамику (в процентах) сертификации (положительную или отрицательную) – применимо к определенному стандарту. На основании формул [1] определим корреляцию выборки (по каждому из 3 стандартов ISO – 9001, 14001 и 27001) среди всех отраслей, вошедших в «пятерку» лидеров между двумя сечениями (2011 и 2012 гг.). Эта зависимость может быть полезна для анализа влияния определенного стандарта (конкретной системы менеджмента), например, СМИБ на общую ситуацию (динамику данного детерминированного процесса) для всей совокупности отраслей. Результаты представлены в таблице 7.

Таблица 7. Коэффициенты корреляции по стандартам ISO

Стандарт (фактор X)	Стандарт (фактор Y)	Коэфф. корреляции	Качественная характеристика (шкала Чеддока)
9001	27001	0,0093	Слабая ( $< 0,3$ )
9001	14001	0,7788	Высокая ( $> 0,7$ )
27001	14001	0,2145	Слабая ( $< 0,3$ )

Дополнительно определим коэффициент зависимости (корреляции) относительных величин – для определенных отраслей, ранжированных по метрике «лидер». Из таблицы 5 «Динамика сертификации (по отраслям, между двумя сечениями)» мы видим динамику (в процентах) сертификации (положительную или отрицательную) – применимо к определенной отрасли. На основании формул [1] определим корреляцию выборки (по каждой из отраслей, вошедших в «пятерку» лидеров между двумя сечениями 2011 и 2012 гг.). Эта зависимость может быть полезна для анализа восприятия «полезности», определенной совокупности стандартов ISO (9001, 14001 и 27001) для отрасли в зависимости от ее ранга «лидера». Результаты представлены в таблице 8.

Таблица 8. Определение коэфф. корреляции по отраслям «лидерам»

Ранг лидера (фактор X)	Ранг лидера (фактор Y)	Коэфф. корреляции	Качественная характеристика (шкала Чеддока)
1-й (C)	1-й (E)	0,9886	Весьма высокая (> 0,9)
1-й (C)	2-й (B)	0,9618	Весьма высокая (> 0,9)
1-й (C)	2-й (W)	0,6400	Заметная (> 0,5)
1-й (E)	2-й (B)	0,9920	Весьма высокая (> 0,9)
1-й (E)	2-й (W)	0,5174	Заметная (> 0,5)
2-й (B)	2-й (W)	0,9886	Весьма высокая (> 0,9)
2-й (B)	3-й (M)	0,9938	Весьма высокая (> 0,9)
2-й (B)	3-й (IT)	0,9333	Весьма высокая (> 0,9)
2-й (W)	3-й (OS)	0,8415	Высокая (> 0,7)
2-й (W)	3-й (M)	0,5041	Заметная (> 0,5)

**6. Оценка «лидеров».** На основании рассчитанных коэффициентов зависимости (корреляции) для выбранных стандартов ISO (таблица 7) можно отметить интересную закономерность – без учета отраслей «лидеров» сами по себе стандарты ISO не дают такой стабильной корреляции, как это наблюдалось при определении коэффициентов корреляции для отраслей «лидеров» в таблице 6. Отчасти это можно объяснить тем, что, весьма возможно, комбинация ISO 9001 + ISO 14001 в силу исторических причин более распространена и дает больший «синергетический эффект». В тоже время пары ISO 9001 + ISO/IEC 27001 и ISO 14001 + ISO/IEC 27001 дают слабую корреляцию (по шкале Чеддока). Следовательно, решение одной из поставленных задач: рекомендации высшему менеджменту определенного стандарта или набора стандартов – вполне независимо (что доказано выше численно) от предпочтений для каких-либо конкретных отраслей.

В тоже время, применительно к оценке «лидеров» необходимо указать на необходимость и целесообразность дальнейшего изучения полученных преимуществ, в т.ч. снижения затрат на внедрение отдельных систем менеджмента (в отличие от подхода ИСМ) и обоснование достижения синергетического эффекта от всего проекта внедрения ИСМ. При анализе рассчитанных коэффициентов зависимости (корреляции) для отраслей «лидеров» (таблица 8), можно отметить другую интересную закономерность: корреляция «лидеров» по рангу 1 (в выборке их 2) – весьма высокая (по шкале Чеддока), но уже при анализе корреляции «лидеров» по рангу 1 с каждым из «лидеров» по рангу 2 наблюдается различие качественных характеристик. Таким образом, можно выделить «лидера» 2-го

ранга (B), т.е. отрасль «*Basic metal & fabricated metal products*», которая обеспечивает (применительно к выборке ISO по всему миру) наибольшее количество самых высоких коэффициентов корреляции с другими отраслями.

### **7. Выводы:**

1. Опубликованная статистика ISO дает возможность оценить целесообразность и возможность выбора наиболее оптимального «набора» требований для планирования разработки и внедрения различных систем менеджмента – в функции отраслей, которые являются лидерами в развитии своих систем менеджмента, даже в условиях экономического кризиса. Например, для «пятерки» лидеров по стандартам ISO 9001, ISO/IEC 27001 и ISO 14001 может быть найдена и подтверждена корреляционная зависимость, отражающая «вклад» определенных систем менеджмента в общий прогресс развития по данной отрасли.

2. Для организации, которая планирует обеспечить достаточный экономический рост (в равной мере – парировать кризисные угрозы), могут быть предложены варианты внедрения определенного «набора» систем менеджмента, которые позволят, объективно, достигать поставленных высшим менеджментом целей – на уровне лучшей мировой практики. Важно, что эти варианты могут быть предложены заблаговременно до выполнения внешней оценки, что позволит учесть не только особенности применения «целевых» стандартов, но и оценить «лучшую практику», имеющуюся в данной конкретной отрасли.

3. Определенные результаты оценок данного случайного процесса (при известных дискретных значениях времени и состояния) могут быть востребованы при решении задач реализации проектов систем менеджмента для защиты бизнес-активов как отдельно, так и в составе ИСМ. В частности, оценки СМИБ, представленные в статистических данных ISO, позволяют проследить прямую взаимосвязь с общим успехом по конкретной отрасли (в частности, IT), причем, численные значения отражают такую взаимосвязь для «лидеров» разных рангов.

### **Литература**

1. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения // М.: Наука. 1991. 384 с.
2. The ISO Survey // URL: <http://www.iso.org/iso/home/standards/certification/iso-survey.htm?certificate=ISO%209001&countrycode=AF> (дата обращения 05.03.2014).
3. *Manders B., de Vries H. J.* Does ISO 9001 pay? - Analysis of 42 studies. URL: [http://www.iso.org/iso/home/news\\_index/news\\_archive/news.htm?refid=Ref1665](http://www.iso.org/iso/home/news_index/news_archive/news.htm?refid=Ref1665) (дата обращения 02.06.2014).

4. Franceschini F., Galetto M., Cecconi P. A worldwide analysis of ISO 9000 standard diffusion. Considerations and future development // *Benchmarking: An International Journal*. 2006. vol. 13. no. 4. pp. 523–541.
5. Smith G. E. Auditing Statistical Methods for ISO9001 // *Annual Quality Congress*, Nashville TN. 1992. vol. 46. pp. 849–854.
6. Котенко И. В., Степашкин М. В., Богданов В. С. Архитектуры и модели компонентов активного анализа защищенности на основе имитации действий злоумышленников // *Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы*. 2006. № 2. С. 7–24.
7. Лившиц И. Методы оценки защищенности систем менеджмента информационной безопасности, разработанных в соответствии с требованиями международного стандарта ISO/IEC 27001:2005 / автореф. дис. канд. техн. наук // Санкт-Петербург, 2012. 20 с.
8. Лившиц И. Подходы к синтезу модели оценки защищенности персональных данных в соответствии с требованиями стандарта ISO/IEC 27001:2005 // *Труды СПИИРАН*. 2012. Вып. 23. С. 80–92.
9. Лившиц И. Применение моделей СМИБ для оценки защищенности интегрированных систем менеджмента // *Труды СПИИРАН*, 2013. Вып. 8(31), С. 147–163.
10. Юсупов Р.М. Наука и национальная безопасность: 2-е издание, переработанное и дополненное // СПб.: Наука. 2011. 369 с.

## References

1. Ventcel' E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya sluchajnyh processov i ee inzhenernyye prilozhenija* [The theory of stochastic processes and its engineering applications]. M.: Nauka. 1991. 384 p. (In Russ).
2. The ISO Survey. Available at: <http://www.iso.org/iso/home/standards/certification/iso-survey.htm?certificate=ISO%209001&countrycode=AF> (accessed: 05.03.2014)
3. Manders B., de Vries H. J. Does ISO 9001 pay? - Analysis of 42 studies. Available at: [http://www.iso.org/iso/home/news\\_index/news\\_archive/news.htm?refid=Ref1665](http://www.iso.org/iso/home/news_index/news_archive/news.htm?refid=Ref1665) (accessed: 02.06.2014).
4. Franceschini F., Galetto M., Cecconi P. A worldwide analysis of ISO 9000 standard diffusion. Considerations and future development. *Benchmarking: An International Journal*. 2006. vol. 13. no. 4. pp. 523–541.
5. Smith G. E. Auditing Statistical Methods for ISO9001. *Annual Quality Congress*, Nashville TN. 1992. vol. 46. pp. 849–854.
6. Kotenko I.V., Stepashkin M.V., Bogdanov V.S. [Architecture and models of components of active security analysis based on simulating the actions of intruders]. *Problemy informacionnoj bezopasnosti. Komp'juternye sistemy – Information security problems. Computer Systems*. 2006. no. 2, pp. 7-24 (In Russ).
7. Livshic I. *Metody ocenki zashhishhemosti sistem menedzhmenta informacionnoj bezopasnosti, razrabotannyh v sootvetstvii s trebovanijami mezhdunarodnogo standarta ISO/IEC 27001:2005, avtoref. dis. kand. tehn. Nauk* [Methods for assessing of security of management systems information security, developed in accordance with the international standard ISO / IEC 27001:2005 / abstract of a Ph.D. thesis]. Sankt-Peterburg, 2012. 20 p. (In Russ).
8. Livshic I. [The approaches for model's synthesis of private data security assessment in accordance with ISO/IEC 27001:2005 standards requirements]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2012. vol. 23, pp. 80–92 (In Russ).
9. Livshic I. [The practice of security assessment for integrated management systems (IMS) based on the ISMS models]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2013. vol. 8(31), pp. 147–163 (In Russ).

10. Jusupov R.M. *Nauka i nacional'naja bezopasnost'. 2-e izdanie, pererabotannoe i dopolnennoe* [Science and National Security: 2nd edition, revised and enlarged]. SPb.: Nauka, 2011. 369 p. (In Russ).

**Лившиц Илья Иосифович** — к-т техн. наук, эксперт-аудитор ИТСК. Область научных интересов: системный анализ, защита информации, риск-менеджмент. Число научных публикаций — 30. Livshitz\_il@Hotbox.ru; 190000, г. Санкт-Петербург, Конногвардейский бульвар, 4А, РФ тел.: +7 812 934-48-46.

**Livshitz Ilya Iosifovich** — Ph.D., lead auditor, ITSC. Research interests: system analyses, IT-security, risk-management. The number of publications — 30. Livshitz\_il@Hotbox.ru; 190000, Konnogvardejskij bul'var, 4A, St. Petersburg, Russia, phone: +7 812 934-48-46.

**Молдовян Александр Андреевич** — д-р техн. наук, профессор, руководитель отдела проблем информационной безопасности СПИИРАН. Область научных интересов: информационная безопасность. Число научных публикаций — более 200. maa1305@yandex.ru; СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; тел.: +7 921 953-03-73.

**Moldovyan Alexandr Andreevich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of Department of Problems of Information Security (DPIS). St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS) Research interests: IT- security. The number of publications — more then 200. maa1305@yandex.ru; SPIIRAS, 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; phone: +7 921 953-03-73.

**Танатарова Алмажан Тулеужановна** — магистр специальности «Оценка», аудитор, оценщик, КазЭУ им. Т. Рыскулова. Область научных интересов: системный анализ, оценка объектов, аудит систем менеджмента. Число научных публикаций — 13; tanalma@mail.ru; 050035, г. Алматы, ул. Жандосова, д. 55, Республика Казахстан, тел.: +7 777 3000 510.

**Tanatarova Almazhan Tuleuzhanovna** — Master of Science «Estimation», auditor, assessor, Kazakhstan Economic University named T. Ryskulov. Research interests: system analyses, assessment, management system audit. The number of publications — 13. tanalma@mail.ru; 55, Zhandosov street, Almaty, Republic of Kazakhstan, 050035, phone.: +7 777 3000 510.

## РЕФЕРАТ

### *Лившиц И.И., Молдовян А.А., Танатарова А.Т.* **Исследование зависимости сертификации по международным стандартам ISO от типов организации для ведущих отраслей промышленности.**

Процесс проектирования, создания и внедрения современных систем менеджмента является важным и актуальным, при этом вопросы формального соответствия конкретным требованиям какого-либо выбранного международного стандарта (ISO) отходят на второй план, уступая место вопросам экономического порядка – какую выгоду для данной конкретной организации принесет проект и в какой перспективе? Какие риски могут быть на пути реализации проекта? Какие требования по безопасности приняты на рынках, на которые нацелены стратегические интересы?

Очевидно, что реализация проекта без серьезной проработки, точного расчета и ясного представления рисков, оценки необходимых ресурсов (бюджета, персонала, лицензий и пр.) невозможна для современной организации, работающей в более чем жестких конкурентных условиях. Для исследования выбраны основные стандарты ISO: серии 9001 (СМК), серии 27001 (СМИБ) и серии 14001 (СЭМ), т.к. достаточно полная и достоверная статистика по ним официально опубликована на портале ISO.

В предлагаемой работе предложены некоторые подходы для реализации процесса поддержки принятия решения в части выбора модели (системы менеджмента) для развития современной организации на фазе проектирования и оценки приемлемости выбора: по составу систем менеджмента, по применимым стандартам, по необходимости сертификации в функции обеспечения стабильного роста, безопасности бизнес-процессов, защиты ценных активов (в т.ч. нематериальных) на основании статистики сертификации ISO.

Для организации, которая планирует обеспечить достаточный экономический рост, могут быть предложены варианты внедрения определенного «набора» систем менеджмента, которые позволят, объективно, достигать поставленных высшим менеджментом целей – на уровне лучшей мировой практики. Важно, что эти варианты могут быть предложены заблаговременно до выполнения внешней оценки (аудитов), что позволит учесть не только особенности применения «целевых» стандартов, но и оценить «лучшую практику», имеющуюся в данной конкретной отрасли.

Определенные результаты оценок данного случайного процесса (при известных дискретных значениях времени и состояния) могут быть востребованы при решении задач реализации проектов систем менеджмента для защиты бизнес-активов как отдельно, так и в составе ИСМ. В частности, оценки СМИБ, представленные в статистических данных ISO, позволяют проследить прямую взаимосвязь с общим успехом по конкретной отрасли (в частности, IT), причем, численные значения отражают такую взаимосвязь для «лидеров» разных рангов.

## SUMMARY

### *Livshitz I.I., Moldovyan A.A., Tanatarova A.T.* **Analysis of certification dependency of international standards ISO for leading industries.**

The process of designing, creating and implementing the management systems is an important and topical issues with formal suit specific requirements of a selected international standard (ISO) fade into the background, giving way on economic order - what benefit for this particular project and the organization will what future? What risks might be on the path of the project? What safety requirements adopted in the markets targeted by the strategic interests?

Obviously, the implementation of the project without serious consideration, accurate calculation and a clear understanding of risks, evaluation of resources (budget, staff, licenses, etc.) is not possible for a modern organization working in more than tough competitive environment. For analysis selected next standards ISO: 9001 (QMS), 27001 (ISMS) and 14001 (EMS), as sufficiently complete and reliable statistics on them officially published on the portal ISO.

In this issue we propose some approaches to implement the process of decision support in the selection of the model (management system) for the development of the modern organization in the design phase and evaluate the appropriateness of choice: the composition of management systems on the applicable standards, as appropriate certification functions ensure stable growth, security of business processes, the protection of valuable assets (including intangible ) on the basis of statistics certification ISO.

For an organization that plans to provide sufficient economic growth may be offered options for the introduction of a certain 'set' management systems that will enable an objective, to achieve its goals by senior management - at the level of international best practice. It is important that these options can be offered in advance of the implementation of the external evaluation (audit), which will take into account not only the features of the application of "target" standards, but also to evaluate the "best practice" that is available in this particular industry.

Certain results of the evaluations of this random process (under certain discrete values of time and the state) can be claimed for solving projects management systems for the protection of business assets both individually and as part of the IMS. In particular, the assessment of ISMS presented statistical data ISO, allows us to trace a direct correlation with the overall success of the industry - specific (eg., IT), and numerical values reflect this relationship for the "leaders" of various ranks.

И.В. АНАНЧЕНКО, А.А. МУСАЕВ  
**ТОРГОВЫЕ РОБОТЫ И УПРАВЛЕНИЕ В ХАОТИЧЕСКИХ  
СРЕДАХ: ОБЗОР И КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

---

*Ананченко И.В. Мусаев А.А. Торговые роботы и управление в хаотических средах: обзор и критический анализ.*

**Аннотация.** Приведен краткий обзор современного состояния управления в хаотических средах и сравнительный анализ основных подходов к построению торговых роботов, ориентированных на функционирование в указанных условиях.

**Ключевые слова:** торговые роботы, управляющие стратегии, хаотическая динамика.

*Anantchenko I.V., Musaev A.A. Trading robots and management in chaotic environments: a review and critique analysis.*

**Abstract.** The short review of a control in chaotic environments current state and the comparative analysis of the main approaches to the trade robots creation is provided.

**Keywords:** trading robots, control strategy, chaotic dynamics.

---

**1. Введение.** Одним из актуальных направлений современной науки являются исследования в области управления открытыми нелинейными системами в хаотических средах. Соответствующая область исследований, объединенная в новую научную парадигму – синергетику, позволила по-новому взглянуть на природу неопределенности. В частности, до середины 20 века случайные события и процессы описывались на основе вероятностно-статистической концепции, один из основателей которой, П.С. Лаплас (1749-1827), вообще не верил в случайность. Именно он вывел принцип детерминизма, в соответствии с которым все процессы связаны жесткими причинно-следственными связями. Отсутствие однозначного прогноза объяснялось исключительно неполнотой знаний обо всей совокупности факторов влияния и взаимосвязей между ними. Если бы существовал великий всезнайка, получивший наименование «демона Лапласа», он смог бы без труда заглянуть и дать точный прогноз развития на сколь угодно удаленное будущее. И лишь в трудах ученых 20-го столетия, Э.Н. Лоренца [1], Г. Хакена [58] и др., переосмысливших выдающиеся результаты А. Пуанкаре (1854-1912) в области нелинейных дифференциальных уравнений, был осознан и сформулирован естественный источник неопределенности – параметрическая неустойчивость нелинейных открытых динамических систем в так называемых точках бифуркаций. Это открытие привело к полному изменению представлений о генезисе неопределенности и предопределило возникновение новой научной парадигмы нелинейных

взаимодействий. Качественно изменилось понимание природы турбулентности, газо- и гидродинамики, специфики информационных (нематериальных) процессов, особенностей социодинамики и т.п. [2]. Появилась новая, наивысшая ступень неопределенности, описываемая хаотическими процессами [3,4].

Одним из ярких примеров хаотической динамики стали процессы изменения котировок валют, акций, сырья и других активов на различных рынках капитала. Сотни тысяч трейдеров во всем мире круглосуточно пытаются предугадать направление движения валютных инструментов на временных интервалах в диапазоне от нескольких часов («скальпирования») до месяцев и даже лет (процессы стратегического инвестирования). Более 90% трейдеров в конечном счете разоряются. Однако единицы процентов трейдеров все-таки находят слабые звенья упорядоченности в хаосе и на их основе устойчиво зарабатывают более чем значительные капиталы. Это, в свою очередь, означает, что процесс эволюции котировок является не чистым хаосом, а содержит в своей структуре локальные упорядоченные участки. Для выявления этих участков используют, в основном, два вида анализа инфраструктурных и рыночных данных: фундаментальный и технический.

*Фундаментальный анализ* (ФА) использует доступную новостную и иную информацию, позволяющую из общих экономических, политических и других соображений оценить направление движения котировок. Результаты экспертного ФА регулярно публикуются на сайтах брокерских и трейдерских компаний в форме аналитических отчетов и прогнозов.

*Технический анализ* (ТА) связан с формализованным исследованием динамики котировок и использует весь арсенал современной компьютерной математики. На практике трейдеры обычно пользуются сочетанием обоих видов анализа.

Важной тенденцией современного этапа биржевой торговли является ее комплексная информатизация и автоматизация [5]. Торги на электронных биржах осуществляются глобально, через сеть Интернет и автоматические брокерские платформы [6]. Мощным инновационным трендом стало широкое использование автоматизированных систем управления активами и полностью автоматических систем – *торговых роботов* (ТР).

Темой настоящей статьи является краткий обзор современного состояния управления в хаотических средах и сравнительный анализ основных подходов к построению ТР, ориентированных на функционирование в указанных условиях.

**2. Торговые роботы: структура взаимодействия и основные задачи.** Структура взаимодействия ТР с брокерской платформой приведена на рисунке 1.



Рис. 1. Структура взаимодействия ТР с брокерской платформой

ТР является многофункциональным автоматическим устройством [7]. К числу выполняемых им задач относятся:

1. Поддержание непрерывного телекоммуникационного контакта с брокерской платформой;
2. Обеспечение on-line поступлений наблюдений текущих котировок, их предварительная обработка и выделение системной компоненты;
3. Осуществление ТА динамики котировок и формирование управляющих решений  $D$ , отвечающих заданной игровой стратегии;
4. Формирование управляющих сигналов и передача их на брокерскую платформу.

Основным инструментом формирования решений для ТР является ТА [8]. Однако продвинутые торговые роботы позволяют:

- учитывать ограничения, формируемые трейдером в ходе ФА;
- использовать для построения управляющих стратегий состояние других, связанных рынков капитала;
- учитывать данные, отражающие «настроение» рынка и другие внешние факторы.

Новейшие «интеллектуальные» роботы умеют:

- самостоятельно модифицировать стратегию управления;
- самостоятельно осуществлять средствами Text Analysis выработку правил и ограничений, вытекающих из содержания аналитических отчетов.
- использовать при модификации управляющих стратегий правила риск- и money-менеджмента.

Очевидно, что наиболее важной и определяющей функциональностью ТР является выработка управляющих решений. От эффективности управляющей стратегии и вытекающей из нее решений полностью зависит результативность торговых спекуляций [9,10]. Следовательно, для решения задачи сравнения ТР необходимо, прежде всего, осуществить сравнение типовых торговых стратегий, определяющих их функционирование.

В заключении раздела сформулируем требования, которым должен соответствовать торговый робот:

1. ТР должен представлять собой программное приложение, позволяющее реализовать устойчивое получение прибыли от спекулятивных операций на электронном финансовом рынке;

2. Программа ТР представляет собой реализацию алгоритма устойчивой и прибыльной управляющей стратегии игры на спекулятивном рынке [11];

3. Исходными данными программы служат ряды наблюдений за динамическим процессом ценообразования на финансовом рынке с сильно выраженной хаотической структурой;

4. Программа должна позволять определять допустимый уровень фиксации потерь  $SL$  (желательно до момента открытия ордера на вход в позицию) и уровень фиксации прибыли  $TP$ .

5. Перед началом практического использования, торговая система должна быть многократно опробована на демонстрационных счетах, а затем, в случае положительных результатов тестирования, на центовых счетах [12].

**3. Игра на бирже: основные определения.** Основной проблемой построения эффективной управляющей стратегии является главная особенность рынков капитала – их хаотичность. Соответствующее явление было подробно изложено в монографии Э. Петерса [13]. В частности, приведенный в ней анализ показал, что рынки капитала, вопреки абстрактным теориям, не являются эффективным, а котировки активов не отражают их реальной стоимости.

Процесс изменения котировок является сугубо информационным (а значит, безынерционным), субъективным, нестационарным, динамически неустойчивым и гипероткрытым для бесконечного числа факторов влияния [14]. Иными словами, он отвечает всем условиям хаотичности.

В настоящее время существует много определений хаоса и хаотических процессов [15]. В рамках настоящей статьи под хаотическим процессом будем понимать колебательный непериодический ряд наблюдений с аддитивной чисто случайной нестационарной составляю-

щей. Такая модель достаточно характерна для динамики котировок рыночных активов. Под влиянием многочисленных информационных воздействий ряды наблюдения котировок образуют динамический процесс очень сложной природы, практически не допускающий формирования долгосрочного или среднесрочного прогноза [16,17].

В отличие от детерминированного (или динамического) хаоса здесь присутствует стохастическая компонента, легко разрушающая, в силу своей нестационарности, традиционные схемы статистической обработки [18]. Отсутствует главный атрибут вероятностной концепции – повторяемость опыта.

**4. Управление торговыми операциями.** Системы управления торговыми операциями, по уровню автоматизации и реализации управляющих решений, можно разделить на «ручные» системы, в которых решение принимает человек, полуавтоматические и автоматические – торговые роботы [19].

Полуавтоматические системы или «советники» формируют, но не реализуют управленческие решения [20]. Окончательное решение принадлежит трейдеру, который сопоставляет предложение советника с результатами плохо формализуемого ФА, принимает окончательное решение и формирует ордер на открытие или закрытие позиции.

Наконец, торговый робот все или почти все делает самостоятельно. В ряде случаев трейдер, используя дополнительную информацию (например, из ФА), может, применяя человеко-машинный интерфейс (*НМИ*) робота, установить необходимые ограничения. Например, с учетом рыночной конъюнктуры, он может запретить роботу в течение заданного интервала времени открывать позицию вниз [21].

Рассмотренные варианты управления активами имеют свои достоинства и недостатки. Однако, по мнению аналитиков, процент торговых сделок на электронных биржах, реализуемых роботами, постоянно растет. Это связано и со спецификой круглосуточных торгов на рынке *Forex*, и с высокими требованиями к оперативности формируемых решений. Кроме того, необходимость количественного анализа многомерной и многосвязной информации, в принципе, выходит за возможности человеческого мозга [22].

С другой стороны сложность автоматического анализа плохо формализуемой качественной информации и наличие так называемой интуиции (у тех, у кого она есть), делает целесообразным участие трейдера в системе подготовки управляющего решения [23].

Однако в рамках настоящей работы рассматриваются лишь вопросы, относящиеся к торговым роботам [24]. Заметим, что автомати-

зированные советники работают по тем же программам, что и ТР. Отличие состоит лишь в форме представления управляющего решения.

**5. Модели рынка.** Применение формализованных управляющих стратегий предполагает наличие модели или группы моделей, отражающих на формальном уровне динамику котировок рыночных активов. Различные варианты построения таких моделей рассматривались, например, в [25, 26].

По мнению большинства специалистов, крайне сложно создать единую модель описывающую функционирование финансового рынка. В связи с этим создается группа или банк моделей, примерами которых являются:

- модель растущего рынка;
- модель стагнирующего рынка;
- модель волатильного рынка;
- модель равновесного рынка и т.п.

Для моделей растущего и стагнирующего рынка характерно наличие восходящих или нисходящих трендов. Такой рынок называют также трендовым («бычьим» или «медвежьим»). Следует заметить, что при оценке наличия тренда и его силы следует указывать не только торговый инструмент, но и временной интервал (таймфрейм) используемый для анализа. То, что на младшем таймфрейме (например, на пятиминутном таймфрейме М5) идентифицируется как нисходящий тренд, на старших таймфреймах (например, на дневном D1) может выглядеть, как коррекция восходящего тренда.

В модели волатильного рынка значение цены совершает поступательно-колебательные движения с большой амплитудой, что позволяет открывать разнонаправленные сделки на коротких и на более продолжительных таймфреймах. Для данного характера трендового движения характерны большие коррекционные движения (откаты против тренда), что следует учитывать при выставлении стоп ордеров [29].

У флетового рынка цена (для рассматриваемого финансового инструмента) практически не меняется, тренда, как такового нет, есть горизонтальное направление движения (боковой тренд, горизонтальный тренд).

На практике различные типы указанных моделей могут реализовываться одновременно. Например, на восходящий тренд может накладываться колебательный процесс с высоким уровнем волатильности [30].

На рисунке 2 приведен график динамики котировки валютной пары EURUSD на 100-дневном интервале наблюдения, на котором наглядно видны участки, отвечающие различным моделям рынка.

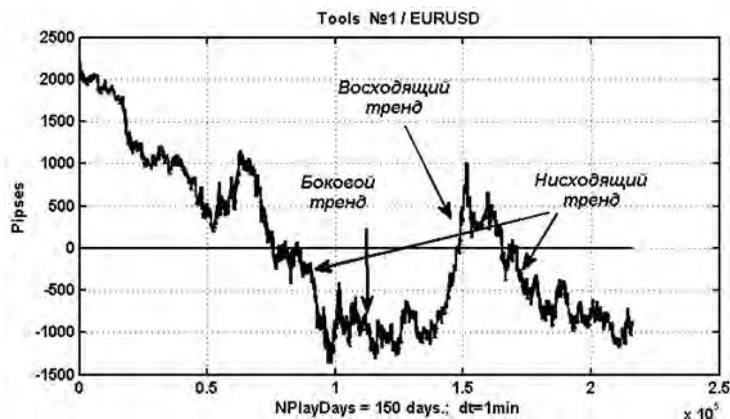


Рис. 2. Виды трендов на различных участках наблюдения изменения котировки валютной пары на 150-дневном интервале наблюдения

Для любой модели изменения котировок задача построения эффективной управляющей стратегии является тривиальной [31]. Проблема состоит в том, что на основе анализа тенденций практически невозможно предугадать, какой тип динамики котировки следует ожидать даже в ближайшем будущем. Попытка адаптации, основанная на оперативной идентификации типа динамики, также не реализуема при работе с хаосом [32]. Дело в том, что время, необходимое для идентификации модели существенно больше, чем естественная структурная изменчивость структуры наблюдаемого процесса. Возникающее запаздывание гарантировано приводит к неадекватности модели и, как следствие, неэффективности построенной на ее основе управляющей стратегии [33].

В заключение раздела заметим, что модель рынка будет существенно меняться в зависимости от типа проводимых на нем операций [34]. Например, модель рынка конверсионных операций или модель фьючерсного рынка. В ряде случаев целесообразно учитывать территориально-временные особенности рынка. В частности, наибольшая сессия азиатско-тихоокеанского рынка имеет место в интервале 03:00-09:30 по московскому времени, континентально-европейского рынка – в интервале 09:30-16:00, рынка Великобритании – с 11:30 до 18:30, рынка США – с 17:30 до 00:30. Деление на сес-

сии носит достаточно условный характер и, как указывалось, соотносится со временем максимальной активности в том или ином регионе.

**6. Программное обеспечение (ПО) для управления торговыми операциями.** Классификация ПО для управления торговыми операциями на рынках капитала может осуществляться по различным признакам:

1. По назначению программного обеспечения следует различать ПО для автоматического (или автоматизированного) управления, и ПО, поддерживающие ручное управление. В частности, ручное управление поддерживается программами-индикаторами и программами-скриптами (или утилитами) [35].

Индикаторы представляют собой программы, информирующие трейдера о состоянии торгового инструмента, о текущих параметрах счета или счетов (баланс счета, средства, число открытых ордеров, величина незафиксированной прибыли (убытка) по открытым ордерам, информация об уровне маржи и т.д. Скрипты (утилиты) – однократно запускаемые трейдером программы, автоматизирующие одну из операций (например, закрыть все ордера по используемому финансовому инструменту). ПО для автоматизированного управления включает в себя выше упомянутые торговые советник и ТР.

2. По типу программной платформы, используемой для ведения торгов (например, на рынке Форекс в настоящее время популярны торговые платформы MetaTrader 4, MetaTrader 5);

3. По алгоритмам, реализующим стратегию торговли;

4. По наличию дополнительных функций (например, возможность отправки сообщений на мобильный телефон, по электронной почте и др.) [36];

5. По стоимости программного обеспечения;

6. По возможности использования клиентской части программного обеспечения под управлением разных операционных систем;

7. По структурной организации (одномодульная, многомодульная, возможность использования dll библиотек);

8. По наличию дополнительных средств защиты от несанкционированного распространения и использования (использование программных или программно-аппаратных средств защиты) и схемам лицензирования [37];

9. По уровню сложности программ для ведения торговли (обработка ситуаций с временной недоступностью торгового сервера со стороны клиента, например, по причине обрыва связи и др.).

Разработка высокоэффективных программ для торговли на финансовых рынках осложняется рядом трудностей. Отметим наиболее существенные из них [38]:

– Теория алгоритмов, учитывающих специфику управления в хаотических средах, в настоящее время развита слабо. Отсутствуют алгоритмы, позволяющие стабильно получать большую прибыль для всех возможных состояний рынка.

– Программное обеспечение разрабатывается на языке программирования, предлагаемого для используемой торговой платформы (например, язык MQL версия 4 для терминала МТ4 и MQL версия 5 для терминала МТ5). Язык программирования включает в себя функции для работы с торговыми ордерами, что позволяет выполнять специфичные торговые операции, которые нельзя запрограммировать на другом языке, не завязанном на архитектуру используемой торговой платформы. С другой стороны, возможностей языка может оказаться недостаточно для реализации сложного алгоритма программы [39]. В этом случае приходится использовать DLL библиотеки, написанные на другом языке программирования. Разработка таких библиотек и корректный вызов функций (вопросы сопряжения программного кода разных сред разработки) относятся зачастую к разряду нетривиальных и сложно реализуемых задач прикладного программирования.

В ходе торговли программа должна учитывать возможность возникновения внештатных ситуаций и поддерживать алгоритм обработки таких исключений. Например, если была потеряна связь с торговым сервером и открытые ордера остались без сопровождения, то на момент возобновления связи может потребоваться совершение операций, на которые программа не была ориентирована. Необходимость отслеживания и обработки дополнительных условий приводят не только к увеличению размера программного кода и времени на его разработку, но и снижают быстродействие программы [40].

**7. Индикаторы - программное обеспечение для поддержки ручного управления торговыми операциями.** Следует отметить, что современные трейдеры, не использующие автоматических систем торговли, как правило, не торгуют по «голому» графику, а используют разного рода индикаторы. Индикаторы, как указывалось выше, представляют собой формализованные показатели, позволяющие количественно оценить характер изменения динамики котировок валютного или иного финансового инструмента. Индикаторы – прежде всего инструмент трейдера. Однако идеи, лежащие в основе индикаторов край-

не полезны при разработке формализованных торговых стратегий и торговых роботов [41].

По своей функциональности индикаторы можно условно разделить на 3 группы.

Первую группу составляют индикаторы тренда (тенденций) – указывают направление движения цены, синхронно или с небольшим опозданием определяют продолжение или смену тренда. Например, трендовые индикаторы, работающие на оценках изменения объемов (Accumulation/Distribution, Volume Rate of Change), трендовые индикаторы, оценивающие изменение скользящих средних за разные периоды (Bollinger Bands, Moving Average) и т.д. [42].

Вторую группу составляют индикаторы-осцилляторы, позволяющие с небольшим опережением или практически синхронно прогнозировать продолжение или смену тенденции. Например, Average True Range, Ichimoku Kinko Hyo, Detrended Price Oscillator, Price Rate of Change и т.д.

Третью группу составляют психологические индикаторы, определяют настроение участников рынка. Например, авторами разработана утилита eToro informer, отображающая информацию о текущих сделках на покупку/продажу, открытых 1000 лучших трейдеров сети социального трейдинга eToro (<http://www.mctrewards.ru/files/etoro.zip>) – визуализация информации позволяет оценивать обобщенное мнение ведущих специалистов о целесообразности покупки или продажи рассматриваемого финансового инструмента. Если 90-99% ордеров открыты на покупку, то, скорее всего, тенденция сохранится в ближайшее время и целесообразно рассмотреть возможность покупки, то же самое относится и к ситуации продажи. Если соотношение ордеров на покупку и продажу составляет 50-80%, то это свидетельствует о том, что у ведущих трейдеров нет единого мнения в прогнозах об изменении данного актива.

**8. Управляющие (торговые) стратегии.** Главным элементом любого ТР является программа формирования управляющего решения, базирующаяся на определенной торговой (или управляющей) стратегии [43,44]. В связи с этим принципиальными различиями между различными вариантами построения ТР являются различия в управляющих стратегиях [45]. Рассмотрим наиболее распространенные варианты управляющих стратегий, допускающих формализованное представление, т.е. допускающих ее реализацию в виде программы формирования управляющих решений торгового робота. Рассмотрим формализованную постановку задачи построения торговой стратегии.

Пусть  $Y(t)$  - процесс изменения котировок некоторого актива. В рамках настоящей работы в качестве примера используются котировки валютных инструментов на электронном рынке Fogex. Для того, чтобы уменьшить влияние чисто случайной составляющей пользуются различными сглаживающими фильтрами - экспоненциальным, фильтром Калмана, фильтром с конечной памятью, скользящими средними и т.п. Сглаженная составляющая  $Y_s(t)$  представляет собой некоторую квазисистемную компоненту, используемую для формирования управляющие решения  $D$ . Здесь и далее речь идет о применении технологий ТА, характерного для построения торговых роботов [46].

Заметим, что электронная природа биржи предполагает цифровую форму рядов наблюдения  $Y(k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

Под управляющей стратегией  $S$  понимается правило или совокупность правил, обеспечивающее функциональное отображение  $S: \{Y_k, \dots, Y_{k-T}; I\} \xrightarrow{S} D_k$ . Здесь  $T$  - глубина ретроспективных данных, используемых для анализа текущих ситуаций,  $I$  - дополнительная информация, например, ограничения, вытекающие из априорного ФА [47].

Решение  $D_k$ , в простейшем случае, состоит следующих возможностей:

- воздержаться от каких-либо действий;
- войти в игру, т.е. открыть позицию «вверх» или «вниз»;
- закрыть ранее открытую позицию.

Возможны различные варианты усложненных решений. Например, в состав управляющего решения могут войти уровни автоматической фиксации выигрыша  $TP$  (take profit) и допустимого проигрыша  $SL$  (stop loss).

Рассмотрим конкретные типы управляющих стратегий, допускающих реализацию в TP [48,49].

**9. Стратегии на основе анализа трендов.** Общим положением при построении трендовых стратегий является открытие позиции в направлении обнаруженной тенденции изменения котировки используемого валютного инструмента [50].

Простейшая трендовая стратегия основана на использовании решающего правила (критерия), в соответствии с которым открывается позиция вверх, если скорость роста наблюдаемого процесса  $a_1$ , определяемая наклоном линейной аппроксимации на скользящем окне наблюдения размером  $w$  отсчетов (например, минут, при использовании

таймфрейма M1), окажется выше критического значения  $a_1^*$ . И наоборот, позиция открывается вниз при условии  $a_1 < -a_1^*$ .

Очевидно, что данную стратегию можно обобщить, используя анализ двух или трех трендов на различных окнах наблюдения. Примером такого подхода является стратегия основана на критерии  $K_2$ , использующего одновременно две линейных аппроксимации на различных скользящих окнах наблюдения размером  $w_1$  и  $w_2$ . Позиция открывается вверх при условии одновременного превышения наклонов линейных аппроксимаций своих критических значений, т.е.  $a_{11} > a_{11}^* \& a_{12} > a_{12}^*$ . Наоборот, позиция открывается вниз, если  $a_{11} < -a_{11}^* \& a_{12} < -a_{12}^*$ .

Дальнейшее развитие трендовых стратегий связано с применением трендов более высоких порядков. В частности, может быть рассмотрена стратегия, использующая одновременно линейную аппроксимацию на скользящем окне  $w_1$  и квадратичную аппроксимацию на скользящем окне  $w_2$ . Позиция открывается вверх при выполнении условия  $a_1 > a_1^* \& a_2 > a_2^*$  или вниз при выполнении условия  $a_1 < -a_1^* \& a_2 < -a_2^*$ , где параметры  $a_1$ ,  $a_2$ , по сути, значения скорости и ускорения процесса на выбранных окнах наблюдения, а  $a_1^*$ ,  $a_2^*$ .

Для первых двух стратегий оценки параметров наклона аппроксимирующей прямой  $a_1$  или  $a_{11}$ ,  $a_{12}$  можно вычислять на основе *метода наименьших квадратов* (МНК). Однако, в случае использования в решающих статистиках полиномов более высоких степеней, применение стандартной подгонки по МНК приводит к «механистической» аппроксимации, в которых оценки коэффициентов полинома не могут быть интерпретированы, как скорость или ускорение исследуемого процесса. Это, в свою очередь, лишает возможности наглядно визуализировать процесс при графическом отображении трендов.

Трендовые стратегии являются выигрышными на участках с явно выраженными тенденциями к росту или падению котировок. Однако на участках с боковым трендом они, как правило, приводят к значительному проигрышу [51, 52].

**10. Стратегии на основе осцилляторов.** Данный класс управляющих стратегий основан на использовании так называемых осцилляторов, являющихся оценками корректности текущей рыночной стоимости финансового инструмента. Считается, что осцилляторы яв-

ляются индикаторами состояний «перекупленности» и «перепроданности» финансового инструмента. Примерами предлагаемых к использованию на рынке Forex осцилляторов являются «Стохастик», «Параболик», Индекс относительной силы (RSI), Stochastic Expansion и др.

Простым примером построения управляющей стратегии на основе индикатора-осциллятора может служить вычислительная схема на основе динамических границ вариаций наблюдений котировок  $Y(k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ . В результате сглаживания с малым коэффициентом передачи можно построить процесс, имитирующий значение скользящего среднего  $Y_s(k) = \alpha Y(k) + (1 - \alpha)Y_s(k - 1)$ ,  $k = 2, \dots, n$ . Собственно говоря, можно воспользоваться и самой процедурой скользящего среднего, либо любыми другим сглаживающим фильтром. Пороговые значения устанавливаются на уровне оценок *среднеквадратического отклонения* (СКО) процесса  $\delta(k) = Y(k) - Y_s(k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ :

$$b = s(\delta(k), \dots, k - m) = \left( \sum_{i=1}^m (\delta^2(k)) \right)^{\frac{1}{2}} / (m - 1).$$

Для оптимизации процесса решения можно варьировать размеры порога, например, в диапазоне  $(0.75 - 2)s$ . Заметим, что процесс является нестационарным и оценка СКО является некорректной. Тем не менее, в первом приближении она вполне пригодна для практического использования.

Дальнейшее решение очевидно. Критерий переоценки состоит в том, что котировка выходит за динамическую границу  $Y(k) > Y_s(k) + b$ . Соответственно, недооценка инструмента определяется из критерия  $Y(k) < Y_s(k) - b$ . В первом случае робот открывает позицию вниз, во втором случае – вверх.

Предложенная стратегия может быть вполне эффективной на флет-участках и явно проигрышной при наличии выраженной тенденции в динамике котировок.

Более сложные способы индикации некорректной оценки валютного инструмента связаны с использованием техники корреляционного и регрессионного анализа. Корреляционный анализ позволяет установить стохастическую линейную связь между различными финансовыми инструментами. При этом могут рассматриваться не только внутрирыночные инструменты (например, валютные пары на Forex), но и межрыночные связи [44]. Например, нетрудно установить связь

между котировкой валютной пары EURUSD и котировками индекса DJ нью-йоркской фондовой биржи или котировками нефти товарно-сырьевой биржи.

В случае, если регрессионная оценка котировки окажется выше значения текущей котировки, и их разница превышает установленное пороговое значение  $\hat{Y}(k) - Y(k) > b$ , то это означает недооценку финансового инструмента и указание на возможность открытия позиции вверх. И наоборот, условие  $\hat{Y}(k) - Y(k) < -b$  может служить рекомендацией для открытия позиции вниз.

Очевидно, что в условиях сильных трендов данная стратегия может оказаться неэффективной. Кроме того, возможна ситуация, когда неправильно оценен не инструмент, а сам регрессор [53,54]. В этом случае имеет смысл проверить результат по другому коррелированному с рабочей котировкой инструменту или, используя мультирегрессионный анализ, осуществить оценку по группе регрессоров [30].

**11. Прецедентные стратегии.** Прецедентные управляющие стратегии (или стратегии, основанные на использовании шаблонов («patterns»)) достаточно характерны и для ручного управления активами. В частности, многие трейдеры пытаются найти на графиках котировок типовые фигуры, предшествующие типовым изменениям котировок. В частности, хорошо известны такие фигуры, как «клин», «вымпел», «флаг», «голова-плечи» и др. Как правило, трейдеры недооценивают коварство хаоса, для которого статистический опыт мало что значит. За одной и той же фигурой с равной вероятностью может следовать падение или подъем котировок.

Тем не менее, доказательство отсутствия или наличия последствия требует профессионального анализа данных. Здесь под последствием понимается наличие изменений определенной направленности непосредственно после появления варианта шаблона [55, 56].

Для повышения достоверности прецедентного решения необходимо рассмотреть динамику котировок на большом (несколько лет) интервале наблюдений и, используя непараметрические меры подобия, оценить вероятности устойчивых последствий. Для оценки степени подобия можно использовать различные статистические меры близости:  $T_0^2$  Хотеллинга, Колмогорова-Смирнова,  $\omega^2$  Мизеса, Уилкса, Кульбака-Лайблера, след Пиллаи и др.

**12. Рыночно-нейтральные стратегии.** *Рыночно-нейтральные стратегии* (РНС) – это стратегии дохода и риска, которые не зависят от направления рынка.

Парный трейдинг является разновидностью РНС, применяемых на финансовых рынках. Теоретической основой парного трейдинга является концепция коинтеграции, разработанная Энглом и Грейнджером [39]. Для пояснения ее характера введем ряд определений.

Нестационарный временной ряд, который становится стационарным после  $n$ -кратного дифференцирования, называется интегрированным порядка  $n$  и обозначается  $I(n)$ . Два интегрированных временных ряда  $x$  и  $y$  коинтегрированы, если существует линейная комбинация данных рядов  $z = ax + by$ , образующая стационарный процесс. Если некоторая линейная комбинация двух временных рядов имеет порядок интегрирования меньший, чем порядок интегрирования каждого из рядов, то говорят, что временные ряды *коинтегрированы*.

Стратегия парного трейдинга позволяет зарабатывать на краткосрочном дисбалансе в доходности или ценах на активах с высокой степенью корреляции. На пару аналогичных компаний из одного сектора экономики оказывают воздействие одни и те же внешние факторы. Следовательно, и реагировать на такие события цены акций должны примерно одинаково. Поэтому краткосрочный дисбаланс в устоявшемся соотношении цен должен быть компенсирован в сторону долгосрочного паритета. Таким образом, если одна бумага значительно выросла или упала в цене относительно другой, то необходимо совершить короткую продажу переоцененной ценной бумаги и купить недооцененную ценную бумагу. При данном подходе доходность будет зависеть не от общего направления движения рынка, а от будущего соотношения стоимости одной ценной бумаги к другой. Трейдер полагается на статистический прогноз о возврате спреда между двумя акциями к своим средним значениям.

Тем не менее, при парном трейдинге сохраняется риск того, что дисбаланс между активами может принять трендовый характер, т.е. нарушится корреляция между инструментами. Изучение вопроса парных взаимосвязей на валютном рынке можно найти, например, в [57].

**13. Мартингейловы стратегии.** Мартингейловы стратегии пришли из азартных игр. Принцип стратегии состоит в последовательном увеличении лота на 40-100% в случае проигрыша. При этом обычно устанавливаются равные значения положительного и отрицательного исхода игры ( $TP = SL$ ).

Стратегия была впервые предложена французским математиком П.П. Леви (*Paul Pierre Levy*) и непосредственно вытекала из правила умножения вероятностей для независимых событий. К этой же стратегии можно прийти исходя из теоремы Бернулли.

Название стратегии произошло от французского слова *martingale*, обозначающего часть лошадиной упряжи, точнее – полуудавку, ограничивающую положение головы лошади. При неправильном движении мартингейл мягко, но однозначно затягивается и не дает лошади возможность задираТЬ голову. Аналогичное приспособление используется в такелаже парусных кораблей.

Недостатки такого подхода достаточно очевидны. Стратегия требует достаточно большого депозита и является крайне рискованной. По мнению экспертов, применение мартингейловой стратегии позволяет увеличить вероятность прибыльных сделок до 87% даже при работе с минимальным депозитом (4 финансовых маржи). Однако величина риска является очень большой, порядка 62% и можно потерять депозит на одной последовательности сделок [57].

**14. Скальпинговые стратегии.** Данный подход, строго говоря, не является стратегией, понимая под этим термином совокупность правил однозначно определяющих условия вход и выхода с рынка. Это, скорее, некоторая игровая идеология, которую упрощенно можно описать, как попытку получать небольшую, но частую прибыль с небольшими рисками [58, 59].

Как правило, скальпинговый трейдер работает с малыми тайм-фреймами M1-M5 и пытается обнаружить тренд. После открытия позиции и получения минимальной прибыли позиция закрывается. Работа осуществляется внутри дня, в течение которого позиция может открываться 30-1000 раз. При этом трейдера вполне может устроить доход за операцию в (0.1-0.2)USD с риском (0.02-0.03)USD. Иными словами, вышел на рынок, снял «скальп» и быстро ушел, пока рынок не успел тебя наказать за самонадеянность.

Многие эксперты считают скальпинг идеальной технологией для обучения трейдингу, другие, наоборот, уверены, что она требует большого опыта. Некоторые примеры дневной торговли описаны в [17].

Очевидно, что такая игра возможна лишь при небольших размерах комиссии («спредах»), установленных брокером. На практике он не должен превышать 3-4 пипс. Для успешной работы требуется большой объем лота. В связи с этим стараются использовать большое кредитное плечо, часто размером 1:200 – 1:500 [41,60].

Работа со скальпингом является крайне утомительной и нервной. Для такого класса стратегий могут оказаться вполне рациональным переход к использованию торговых роботов.

**15. Заключение.** Несмотря на достаточно большое число разработанных программ для торговли на финансовых рынках, в том числе

на Форекс, можно сделать вывод, что их подавляющее большинство не являются универсальными и могут приносить прибыль только при определенных условиях [61,62]. При этом крайне сложно своевременно определить интервалы наблюдений, отвечающие условиям эффективности тех или иных стратегий. Задержки, связанные с процессом идентификации, не позволяют своевременно переключиться на требуемый тип управляющей стратегии, что может приводить к существенным убыткам, вплоть до полной потери депозита. Тем не менее, разработка программно-алгоритмического обеспечения торговых роботов, реализующего различные варианты управляющих стратегий, представляет не только научный, но и вполне конкретный коммерческий интерес. Например, на портале торговой платформы MT4 MQL4 Code Base (<http://codebase.mql4.com/ru/>) по состоянию на 30.01.2014 зарегистрировано 93865 участников, которые могут загрузить 3219 программ (скриптов) для торговли на рынке Форекс, среди которых есть как бесплатные, так и коммерческие программы.

С другой стороны задача построения эффективных управляющих стратегий для торговых роботов является частной прикладной задачей фундаментальной научной проблемы прогнозирования и управления в хаотических средах. Даже частичное решение данной проблемы, если оно когда-либо будет получено, открывает широчайший спектр практических приложений в различных областях науки, техники и в социально-экономической сфере.

### Литература

1. *Lorenz E.N.* Deterministic non-periodic flow // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963. vol. 20 (2). pp. 130–141.
2. *Bosse T., Treur J., Jonker C.M.* Formal analysis of design process dynamics // *AI EDAM*. 2010. vol. 24. no. 3. pp. 397–423.
3. *Bashkirtseva I., Ryashko L., Chen G.* Analysis of stochastic cycles in the chen system // *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*. 2010. vol. 20. no. 5. pp. 1439–1450.
4. *Bashkirtseva I., Ryashko L.* Stochastic sensitivity analysis of noise-induced intermittency and transition to chaos in one-dimensional discrete-time systems // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2013. vol. 392. no. 2. pp. 295–306.
5. *Герцегович Д.А., Минакин А.Н.* Основные принципы и методы построения интегрированной системы автоматической торговли на рынке Forex // *Экономика и управление*. 2010. № 7. С. 87–92.
6. *Герасимова В.А.* Разработка методики моделирования торговли с помощью инструментальных средств технического анализа на международном валютном рынке Форекс // *Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена*. 2009. № 92. С. 105–109.
7. *Власов В.Н.* Возможности прогнозирования ценовых уровней на международном валютном рынке // *Финансы и кредит*. 2009. № 24. С. 78–81.

8. Дулин А.Н., Рыбалкин Д.А. Выбор оптимальной стратегии трейдером, для принятия решений на рынке «Форекс» // Вестник Южно-Российского государственного технического университета (Новочеркасского политехнического института). Серия: Социально-экономические науки. 2011. № 4. С. 41–47.
9. Делия Д.С., Кокурин Д.И. Прогнозирование внутрисуточного распределения объема торгов // Российский экономический интернет-журнал. 2009. № 2. С. 292–300.
10. Дышаев М.М., Соколинская И.М. Представление торговых сигналов на основе адаптивной скользящей средней Кауфмана в виде системы линейных неравенств // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2013. Т. 2. № 4. С. 103–108.
11. Емельянова Э.С., Кудинов Д.А. Нейтрализация риска неблагоприятного изменения цены финансового инструмента с использованием механических торговых систем ("роботов-арбитражеров") в условиях кризиса // РИСК: Ресурсы, информация, снабжение, конкуренция. 2009. № 2. С. 95–99.
12. Ким Д.Г. Некоторые вопросы применения технических индикаторов рынка как инструмента анализа и моделирования рыночного поведения // Налоговая политика и практика. 2009. № 5–1. С. 13–15.
13. Peters E. E. Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility (2nd ed.) // NY: John Wiley & Sons. 1996. 288 p.
14. Portyakov V. The global financial crisis: some implications // China Report. 2009. vol. 45. no. 2. pp. 159–161.
15. Ананченко И.В., Мусаев А.А. Математические и информационные технологии на рынке «Форекс» // Saarbrücken: Lambert Academic Press. 2013. 80 с.
16. Kaltwasser P.R. Uncertainty about fundamentals and herding behavior in the forex market // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2010. vol. 389. no. 6. pp. 1215–1222.
17. Gozim D., Guesmi K., Mahi D. N the enhancement of dc-dc converters nonlinear behaviors // Przegląd Elektrotechniczny. 2013. vol. 89. no. 7. pp. 45–49.
18. Šmilovici A., Kahiri Y., Ben-Gal I., Hauser S. Measuring the efficiency of the intraday forex market with a universal data compression algorithm // Computational Economics. 2009. vol. 33. no. 2. pp. 131–154.
19. Ананченко И.В., Мусаев А.А., Сушко А.С. Для торговли на FOREX: разработка системы, индикатора, программы // Saarbrücken: Lambert Academic Press. 2014. 148 с.
20. Васильев Л.В. Биржевая торговля: оцениваем техническую систему. Новый метод сравнительной оценки технических систем биржевой торговли // Российское предпринимательство. 2010. № 7–1. С. 88–91.
21. Колодко Д.В. Экспертное краткосрочное прогнозирование валютного рынка Forex // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. 2012. № 4 (40). URL: <http://uecs.ru/uecs40-402012/item/1225-forex>.
22. Кондратенко В.М. Торговые системы, механические торговые системы и торговые роботы: вопросы терминологии // Аудит и финансовый анализ. 2013. № 4. С. 323–325.
23. Niu Y., Liao D., Wang P. Stochastic asymptotical stability for stochastic impulsive differential equations and its application to chaos synchronization // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2012. vol. 17. no. 2. pp. 505–512.
24. Lien K. Day Trading the Currency Market: Technical and Fundamental Strategies to Profit from Market Swings // Wiley & Sons, Inc. 2005. 256 p.
25. Мусаев А.А. Quod est veritas. Трансформация взглядов на системную составляющую наблюдаемого процесса // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 15. С. 53–74.
26. Мусаев А.А. Корреляционный анализ процессов изменения состояния фондовых и валютных рынков // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 18. С. 5–18.

27. *Мусаев А.А.* Моделирование котировок торговых активов // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 17. С. 5–32.
28. *Мусаев А.А.* Вариант построения помехоустойчивого торгового робота // Труды СПИИРАН. 2010. № 12. С. 215–225.
29. *Мусаев А.А.* Взаимодействие торгового робота с брокерской платформой: проблема помехоустойчивого управления // Труды СПИИРАН. 2009. № 10. С. 176–183.
30. *Мусаев А.А., Барласов И. А.* Оценивание состояния фондовых рынков на основе многомерной регрессии на скользящем окне наблюдения // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 19. С. 243–254.
31. *Мусаев А.А.* Моделирование котировок торговых активов // Труды СПИИРАН. 2011. № 17. С. 5–32.
32. *Мусаев А.А.* Статистические свойства линейных форм валютных инструментов // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 16. С. 141–159.
33. *Мусаев А.А., Барласов И.А.* Моделирование хаотических процессов на рынках капитала // Труды СПИИРАН. 2008. № 7. С. 255–264.
34. *Мухаметшин Р.Р.* Инновационный подход к прогнозированию волатильности и направления изменения котировок акций на фондовом рынке РФ с использованием нейронных сетей // Научные труды Вольного экономического общества России. 2010. Т. 137. С. 366–373.
35. *Мырин К.С.* Виды анализа на Forex // Проблемы учета и финансов. 2011. № 2. С. 51–53.
36. *Побединский А.В.* Автоматические торговые системы – роботы на рынке ценных бумаг // Финансы и кредит. 2007. № 37. С. 35–39.
37. *Побединский А.В.* Программная торговля на фондовом рынке // Программные продукты и системы. 2009. № 1. С. 29.
38. *Smirnov A., Levashova T., Shilov N.* Knowledge sharing in flexible production networks: a context-based approach // International Journal of Automotive Technology & Management. 2009. vol. 9. no. 1. pp. 87–109.
39. *Engle R.F., Granger C.W.J.* Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing // Econometrics. 1987. vol. 55. no. 2. pp. 251–276.
40. *Сальникова К.Х.* Биржевая торговля: роботы против людей // Ученые записки Российской Академии предпринимательства. 2013. № 34. С. 208–210.
41. *Сальникова К.Х.* Торговые роботы на биржевых площадках // Путеводитель предпринимателя. 2013. № 17. С. 239–243.
42. *Титов С.Ю., Вязьмин С.А.* Использование метода взвешенных индикаторов для торговли на финансовых рынках // Российский экономический интернет-журнал. 2007. № 1. С. 117–120.
43. *Коннов В.В.* О стратегиях торговли с контролем просадки депозита // Экономические науки. 2013. № 99. С. 161–165.
44. *Кравченко А.В., Романов А.В.* Автоматизация торговли на международном валютном рынке Форекс // Сибирская финансовая школа. 2012. № 2. С. 62–69.
45. *Логуа Р.А.* Формирование механизма принятия инвестиционных решений при проведении дилинговых операций на валютном рынке // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 1 (92). С. 218–223.
46. *Лукашев А.В.* Архитектура программной реализации автоматизированной торговой системы, использующей технический анализ // Научно–технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2011. № 6 (76). С. 128–132.
47. *Молчанова М.Ю., Печенкина А.В.* Особенности использования методов фундаментального и технического анализа при прогнозировании цен на рынке недвижимости региона // Вестник Пермского университета. Серия: Экономика. 2011. № 3. С. 54–64.

48. *Коннов В.В.* Трендоустойчивость стратегий и оптимизация торговых роботов // Экономические науки. 2013. № 98. С. 157–160.
49. *Крюков П.А.* Типологическая классификация валютного курса // Сборник научных трудов Sworld. 2010. Т. 18. № 4. С. 6–9.
50. *Ломакин Н.И.* Биржевые торговые роботы в условиях информационного общества // Научно-методический электронный журнал "Концепт". 2013. № 10 (21). С. 84–91.
51. *Ломакин Н.И.* Особенности биржевой торговли с использованием торговых роботов // Сборник научных трудов Sworld. 2013. Т. 34. № 1. С. 59–63.
52. *Ломакин Н.И.* Разработка fuzzy-алгоритма управления финансовым риском в биржевых операциях с акциями компании // Фундаментальные исследования. 2013. № 10–7. С. 1534–1538.
53. *Тимофеев А.Г., Лебединская О.Г.* Торговые системы и динамические программы-роботы на биржевом рынке // Инициативы XXI века. 2012. № 4. С. 65–68.
54. *Титов С.Ю.* Адаптивная система принятия решений на финансовых рынках // Прикладная эконометрика. 2007. № 3. С. 27–43.
55. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным явлениям // М.: Мир. 1991. 240 с.
56. *Хакен Г.* Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии // Ижевск: ИКИ, 2003. 320 с.
57. Мартингейл на рынке Форекс: уверенные ли шаги к профиту? URL: [yavforex.ru/trading/martingale-foreks-princip-metod-i-torgovaya-sistema-martingeyla](http://yavforex.ru/trading/martingale-foreks-princip-metod-i-torgovaya-sistema-martingeyla) (дата обращения: 03.06.2014).
58. *Чеботарев Ю.А.* Торговые роботы, заменяющие человека // Банковское дело. 2007. № 8. С. 78–80.
59. *Яновский Л.П., Боровиков И.М.* Инструментальные средства для оперативного принятия решений в процессе торговли на рынке FORTS // Современная экономика: проблемы и решения. 2010. № 4. С. 119–127.
60. Скальпинговые стратегии Форекс. URL: [ownforex.ru/new/skalpingovie-strategii-foreks.htm](http://ownforex.ru/new/skalpingovie-strategii-foreks.htm) (дата обращения: 03.06.2014).
61. *Кушихов Т.О.* Автоматические торговые системы на рынке Forex // Социально-экономические и технические системы: Исследование, проектирование, оптимизация. 2006. № 15. С. 3–8.
62. *Ломакин Н.И., Гришанкин А.И.* Алгоритм управления финансовым риском предпринятия на основе fuzzy-метода // В мире научных открытий. 2013. № 12. С. 115–140.

## References

1. Lorenz E.N. Deterministic non-periodic flow. Journal of the Atmospheric Sciences. 1963. vol. 20 (2). pp. 130–141.
2. Bosse T., Treur J., Jonker C.M. Formal analysis of design process dynamics. AI EDAM. 2010. vol. 24. no. 3. pp. 397–423.
3. Bashkirtseva I., Ryashko L., Chen G. Analysis of stochastic cycles in the chen system. International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering. 2010. vol. 20. no. 5. pp. 1439-1450.
4. Bashkirtseva I., Ryashko L. Stochastic sensitivity analysis of noise-induced intermittency and transition to chaos in one-dimensional discrete-time systems. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2013. vol. 392. no. 2. pp. 295–306.
5. Gercekevich D.A., Minakin A.N. [The main principles and methods of creating an integrated system of automatic top-conference on trade on the Forex market].

- Jekonomika i upravljenje – Economics and management*. 2010. no. 7. pp. 87–92. (In Russ.).
6. Gerasimova V.A. [Development of methodology for modeling trade using technical tools in the international currency Forex market]. *Izvestija Rossijskogo gosudarstvennogo pedagogičeskogo universiteta im. A.I. Gercena – News of the Russian state pedagogical University. A.I. Herzen*. 2009. no. 92. pp. 105–109. (In Russ.).
  7. Vlasov V.N. [The possibility of forecasting the price levels in the foreign exchange market]. *Finansy i kredit – The Finance and the credit*. 2009. no. 24. pp. 78–81. (In Russ.).
  8. Doolin A.N., Rybalkin D.A. [Selection of optimal strategy trader for decision making on the market "Forex"]. *Vestnik Juzhno-Rossijskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta (Novočkercasskogo politehničeskogo instituta). Serija: Social'no-jekonomičeskie nauki – Bulletin of the South-Russian state technical University (Novočkercassk Polytechnical Institute). Series: Socio-economic Sciences*. 2011. no. 4. pp 41–47. (In Russ.).
  9. Delija D.S., Kokurin D.I. [Forecasting intraday distribution of the volume of trades]. *Rossijskij jekonomičeskij internet-žurnal – Russian economic magazine*. 2009. no. 2. pp. 292–300. (In Russ.).
  10. Dyshaev M.M., Sokolinskaja I.M. [Representation of trade signals based on adaptive moving average Kaufman in the form of a system of linear inequalities]. *Vestnik Juzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Vychislitel'naja matematika i informatika – Herald of the South-Ural state University. Series: Computing mathematics and Informatics*. 2013. vol. 2. no. 4. pp. 103–108. (In Russ.).
  11. Emel'janova Je.S., Kudinov D.A. [Neutralization risk negative-a pleasant change the price of an instrument with the use of mechanical trading systems (robots-arbitrageurs") in crisis conditions]. *RISK: Resursy, informacija, snabžhenie, konkurencija – RISK: the Resources of Information, supply, competition*. 2009. no. 2. pp. 95–99. (In Russ.).
  12. Kim D.G. [Some questions of application of technical market indicators as tools for analysis and modeling of market behavior]. *Nalogovaja politika i praktika – Tax policy and practice*. 2009. no. 5–1. pp. 13–15. (In Russ.).
  13. Peters E. E. *Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility* (2nd ed.). NY: John Wiley & Sons. 1996. 288 p.
  14. Portyakov V. The global financial crisis: some implications. *China Report*. 2009. vol. 45. no. 2. pp. 159–161.
  15. Anančenko I.V., Musayev, A.A. *Matematičeskie i informaci-onnye tehnologii na rynke «Forex»* [Mathematical, informational technologies on the market "Forex"]. Saarbrücken: Lambert Academic Press. 2013. 80 p. (In Russ.).
  16. Kaltwasser P.R. Uncertainty about fundamentals and herding behavior in the forex market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2010. vol. 89. no. 6. pp. 1215–1222.
  17. Gozim D., Guesmi K., Mahi D. N the enhancement of dc-dc converters nonlinear behaviors. *Przeglad Elektrotechniczny*. 2013. vol. 89. no. 7. pp. 45–49.
  18. Shmilovici A., Kahiri y, Ben-Gal I., Hauser S. Measuring the efficiency of the intraday forex market with a universal data compression algorithm. *Computational Economics*. 2009. vol. 33. no. 2. pp. 131–154.
  19. Anančenko I.V., Musaev A.A., Sushko A.S. *Dlja trgovli na FOREX: razrabotka sistemy, indikatora, programmy* [For FOREX trading: development of system of indicators, programs]. Saarbrücken: Lambert Academic Press. 2014. 147 p. (In Russ.).
  20. Vasil'ev L.V. [Exchange trading: estimate of technical system. The New method of comparative assessment of the technical system of exchange trading]. *Rossijskoe predprinimatel'stvo – Russian entrepreneurship*. 2010. no. 7-1. pp. 88–91. (In Russ.).

21. Kolodko D.V. [Expert short term forecasting c.rreny market Forex] *Upravlenie jekonomicheskimi sistema-mi: jelektronnyj nauchnyj zhurnal – Management economic system: electronic scientific journal*. 2012. no. 4 (40). Available at: <http://uecs.ru/uecs40-402012/item/1225--forex>. (In Russ.).
22. Kondratenko V.M. [Trading system, mechanical trading systems and trading robots: questions of terminology]. *Audit i finansovyj analiz – Audit and financial analysis*. 2013. no. 4. pp. 323–325. (In Russ.).
23. Niu Y., Liao D., Wang P. Stochastic asymptotical stability for impulsive stochastic differential equations and it is application to chaos synchronization. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2012. vol. 17. no. 2. pp. 505-512.
24. Lien K. Day Trading the Currency Market: Technical and Fundamental Strategies to Profit from Market Swings. Wiley & Sons, Inc. 2005. 256 p.
25. Musayev A.A. [Quod est veritas. Transformation of views on the system component of monitored process]. *Trudy SPIIRAS – SPIIRAS Proceedings*. 2010. vol. 15. pp. 53–74. (In Russ.).
26. Musaev A.A. [Correlation analysis of the processes of change of standing stock and currency markets]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2011. vol. 18. pp. 5–18. (In Russ.).
27. Musaev A.A. [Modeling of quotations trading assets]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2011. vol. 17. pp. 5–32. (In Russ.).
28. Musaev A.A. [Option for building robust trading-robot]. *Trudy SPIIRAN – Proceedings of SPIIRAS*. 2010. no. 12. pp. 215–225. (In Russ.).
29. Musaev A.A. [Interaction trading robot with brokerage platform: the problem of robust control]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. no. 10. pp. 176-183. (In Russ.).
30. Musaev A.A. , Barlasov I. A. [Assessment of the status of stock markets on the basis of multivariate regression on a sliding window of observation]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2012. vol. 19. pp. 243–254. (In Russ.).
31. Musaev A.A. [Modeling of quotations trading assets]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2011. no. 17. p. 5–32. (In Russ.).
32. Musaev A.A. [Statistical properties of linear forms currencies tools]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2011. vol. 16. pp. 141-159. (In Russ.).
33. Musaev A.A., Barlasov I.A. [Simulation of chaotic processes in the capital markets]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2008. no. 7. pp. 255–264. (In Russ.).
34. Muhametshin P.P. [Innovative approach to forecasting volatility and direction of change of prices of shares on the stock market of the Russian Federation with the use of neural networks]. *Nauchnye trudy Vol'nogo jekonomicheskogo obshhestva Rossii – Proceedings of the Free economic society of Russia*. 2010. vol. 137. pp. 366–373. (In Russ.).
35. Myrzin K.S. [Types of analysis on Forex]. *Problemy ucheta i finansov – Problems of accounting and Phi-Finance*. 2011. no. 2. pp. 51–53. (In Russ.).
36. Pobedinskij A.V. [Automated trading robots on the market of securities]. *Finansy i kredit – The Finance and the credit*. 2007. no. 7. pp. 35–39. (In Russ.).
37. Pobedinskij A.V. [Software trading on the stock market]. *Programmnye produkty i sistemy – Software products and systems*. 2009. no. 1. pp. 29. (In Russ.).
38. Smirnov A., Levashova T., Shilov N. Knowledge sharing in flexible production networks: a context-based approach. *International Journal of Automotive Technology & Management*. 2009. vol. 9. no. 1. pp. 87–109.
39. Engle R.F., Granger C.W.J. Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. *Econometrics*. 1987. vol. 55. no. 2. pp. 251-276.
40. Sal'nikova K.H. [Exchange trade: robots vs. humans]. *Uchenye zapiski Rossijskoj Akademii predprinimatel'stva – Scientific notes of the Russian Academy of entrepreneurship*. 2013. no. 34. pp. 208–210. (In Russ.).

41. Sal'nikova K.H. [Trading robots on stock exchanges]. *Putevoditel' predprinimatelja – Guide-employed*. 2013. no. 17. pp. 239–243. (In Russ.).
42. Titov S.Ju., Vjaz'min S.A. [Use of the method of weighted indicators for trading on the financial markets]. *Rossijskij jekonomicheskij internet-zhurnal – Russian economic magazine*. 2007. no. 1. pp. 117–120. (In Russ.).
43. Konnov V.V. [About the strategies of trade with control drawdown de-posit]. *Jekonomicheskie nauki – Economic science*. 2013. no. 99. pp. 161–165. (In Russ.).
44. Kravchenko A.V., Romanov A.V. [Automated trading in the international currency market Forex]. *Sibirskaja finansovaja shkola – Siberian financial school*. 2012. no. 2. pp. 62–69. (In Russ.).
45. Logua R.A. [Formation of the mechanism of making investment-governmental decisions during the dealing operations on the currency market]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta – Bulletin of the Samara state University University*. 2012. no. 1 (92). pp. 218–223. (In Russ.).
46. Lukashev A.V. [Software Architecture, implementation of auto-automated trading system that uses technical analysis]. *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki – Scientific-technical Bulletin of information technologies, mechanics and optic*. 2011. no. 6 (76). pp. 128–132. (In Russ.).
47. Molchanova M.Ju., Pechenkina A.V. [Features of use of methods of fundamental and technical analysis for the prognosis prices on the property market of the region]. *Vestnik Permskogo universiteta. Serija: Jekonomika – Bulletin of Perm state University. Series: Economics*. 2011. no. 3. pp. 54–64. (In Russ.).
48. Konnov V.V. [Trendologist strategies and optimization robots]. *Jekonomicheskie nauki – Economic science*. 2013. no. 98. pp. 157–160. (In Russ.).
49. Krjukov P.A. [Typological classification of the exchange rate]. *Tipologicheskaja klassifikacija valjutnogo kursa. Sbornik nauchnyh trudov Sworld – Proceedings of the Sworld*. 2010. vol. 18. no. pp. 6–9. (In Russ.).
50. Lomakin N.I. [Exchange trading robots in the conditions of information society]. *Nauchno-metodicheskij jelektronnyj zhurnal "Koncept" – Scientific-methodical electronic journal "Concept"*. 2013. № 10 (21). pp. 84–91. (In Russ.).
51. Lomakin N.I. [Features of exchange trade with the use of trading robots]. *Sbornik nauchnyh trudov Sworld – Proceedings of the Sworld*. 2013. vol. 34. no. 1. pp. 59–63. (In Russ.).
52. Lomakin N.I. [Development of fuzzy control algorithm Fund against risk in exchange operations with shares of company]. *Fundamental'nye issledovanija – Fundamental research*. 2013. no. 10–7. pp. 1534–1538. (In Russ.).
53. Timofeev A.G., Lebedinskaja O.G. [Trading system and dynamics of economic bots on the exchange market]. *Inicijati-vy XXI veka – Initiatives-you XXI century*. 2012. no. 4. pp. 65–68. (In Russ.).
54. Titov S.Ju. [Adaptive decision making on financial markets]. *Prikladnaja jekonometrika – Applied econometrics*. 2007. no. 3. pp. 27–43. (In Russ.).
55. Haken G. *Informacija i samoorganizacija. Makroskopičeskij podhod k složnym javlenijam* [Information and self-organization. The macroscopic approach to the complex phenomena.]. M: Mir, 1991. 240 p. (In Russ.).
56. Haken G. *Tajny prirody. Sinergetika: učenije o vzaimodejstvii* [The Secrets of nature. Synergy: the doctrine of the inter-under]. Izhevsk: IKI. 2003. 320 p. (In Russ.).
57. *Martingejl na rynke Foreks: uverennye li shagi k profitu?* [Martingale in the Forex market: sure whether steps to profit?]. Available at: [yavforex.ru/trading/martingale-foreks-princip-metod-i-torgovaya-sistema-martingejla/](http://yavforex.ru/trading/martingale-foreks-princip-metod-i-torgovaya-sistema-martingejla/) (accessed: 03.06.2014). (In Russ.).
58. Chebotarev Ju.A. [Trading robots replacing person]. *Bankovskoe delo – Banking*. 2007. no. 8. pp. 78–80. (In Russ.).

59. Janovskij L.P., Borovikov I.M. [Tools for operational decision making in the process of trading on FORTS market]. *Sovremennaja jekonomika: problemy i reshe-nija – Modern economy: problems and decision*. 2010. no. 4. pp. 119–127. (In Russ.).
60. *Skal'pingovye strategii Foreks* [Salpingocele Forex strategy]. Available at: [ownforex.ru/new/skalpingovie-strategii-foreks.htm](http://ownforex.ru/new/skalpingovie-strategii-foreks.htm) (accessed: 03.06.2014). (In Russ.).
61. Kushhov T.O. [Automated trading system Forex]. *Social'no-jekonomicheskie i tehniczeskie sistemy: Issledovanie, proektirovanie, optimizacija – Social-economic and technical systems: Research, design, optimization*. 2006. no. 15. pp. 3–8 (In Russ.).
62. Lomakin N.I., Grishankin A.I. [The algorithm of management of the financial weighing the risk of the enterprise on the basis of fuzzy-method]. *V mire nauchnyh otkrytij – In the world of scientific discovery*. 2013. no. 12. pp. 115–140. (In Russ.).

**Ананченко Игорь Викторович** — доцент, кафедра системного анализа Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). Область научных интересов: защита программ и данных, управление и прогнозирование в экономике и финансах, разработка программ для торговли на рынке Forex. Число научных публикаций — 24. [igor@anantchenko.ru](mailto:igor@anantchenko.ru), [www.mctrewards.ru](http://www.mctrewards.ru); СПбГТИ(ТУ), Московский проспект, дом 26, г. Санкт-Петербург, 198150, РФ; моб.т. +7(921)320-1586.

**Anantchenko Igor Viktorovich** — associate professor, systems analysis SITSPR. Research interests: the protection of programs and data management and forecasting in economics and finance, program development for trading on Forex. The number of publications — 24. [igor@anantchenko.ru](mailto:igor@anantchenko.ru), [www.mctrewards.ru](http://www.mctrewards.ru); SITSPR, Moscow Avenue, Building 26, St. Petersburg, 198150, Russia; home phone +7 (921) 320-1586.

**Мусаев Александр Азерович** — д-р техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории информационных технологий в системном анализе и моделировании Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), декан факультета информационных технологий и управления Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета), научный консультант ОАО Специализированная инжиниринговая компания «Севзапмонтажавтоматика». Область научных интересов: анализ данных, управление и прогнозирование в сложных динамических системах, стохастические и хаотические системы. Число научных публикаций — 215. [amusaev@technolog.edu.ru](mailto:amusaev@technolog.edu.ru), [www.szma.com](http://www.szma.com); СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)494-9323, факс +7 (812)350-1113.

**Musaev Alexander Azerovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, leading researcher, Laboratory of IT in System Analysis and Modeling, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), dean of IT and control systems department, St. Petersburg State Institute of Technology, expert, public corporation Specialized Engineering Company "Sevzapmontageautomatica". Research interests: data analysis, complicated dynamic processes prognosis and control, stochastic chaos systems. The number of publications — 215. [amusaev@technolog.edu.ru](mailto:amusaev@technolog.edu.ru), [www.szma.com](http://www.szma.com); SPIIRAS, 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)494-9323, fax +7(812)350-1113.

## РЕФЕРАТ

### *Anantchenko I.V., Musaev A.A.* **Торговые роботы и управление в хаотических средах: обзор и критический анализ.**

В современных условиях перспективным направлением развития современной науки является исследование в области управления открытыми нелинейными системами в хаотических средах. Одно из приложений данного научного направления связано с управлением финансовыми активами на рынках капитала. При этом особую роль, в силу огромного объема протекающего через него капитала, приобретает электронный рынок Forex, основные финансовые инструменты которого базируются на валютных парах.

Важным технологическим трендом в развитии рынка Forex также является постепенный переход от ручной торговли, осуществляемой трейдерами, к применению торговых роботов. Торговый робот представляет собой программно-алгоритмический комплекс, включающий в себя систему анализа данных, систему формирования управляющих решений, машинный интерфейс для взаимодействия с брокерской платформой и человеко-машинный интерфейс для взаимодействия с трейдером. Очевидно, что центральным элементом торгового робота служит система формирования управляющих решений, реализующая заложенную в него управляющую стратегию. В связи с этим приведенный в работе обзор торговых роботов основан на анализе существующих управляющих стратегий. В частности, рассмотрены такие наиболее распространенные классы управляющих стратегий, как:

- стратегии на основе осцилляторов;
- стратегии на основе анализа прецедентов;
- рыночно-нейтральные стратегии;
- мартингейловые стратегии;
- скальпинговые стратегии.

В работе приведены основные принципы перечисленных игровых стратегий, особенности и ограничения их применения, сравнительные характеристики.

Основной вывод состоит в том, что каждая из приведенных стратегий может быть эффективной лишь для определенной модели динамики валютного рынка. Изменение динамических свойств временного ряда наблюдений котировок неизбежно ведет к проигрышу. При этом традиционная схема адаптации путем переключения управляющих стратегий не работает в силу естественной временной задержки, необходимой для идентификации модели рынка.

Таким образом, задача построения эффективных управляющих стратегий и отвечающих им торговых роботов сохраняет свою актуальность. Дальнейшее развитие данного направления связано с исследованием робастных управляющих стратегий, обладающих пониженной чувствительностью к хаотическим колебаниям рынка.

## SUMMARY

### *Anantchenko I.V., Musaev A.A. Trading robots and management in chaotic environments: an overview and critical analysis.*

One of the modern science actual directions is research in the field of open nonlinear systems control in chaotic environments. The important appendices of this scientific direction are financial assets management in the different capital markets. Thus a special role gets the electronic market Forex, owing to the proceeding through it huge volume of the capital. The main financial instruments of this market are currency pairs.

Important technological trend in Forex market development is gradual transition from the manual trade (which is carried out by traders) to trade robots applications. The trade robot are represents by the program-algorithmic complex including the data analysis system, *decision support system* (DSS), the machine-machine interface (MMI) for interaction with a broker platform and the human-machine interface (HMI) for interaction with the trader.

It is obvious that the trade robots central element is the DSS, realizing the operating strategy. In this regard the trade robots review, provided in article, is based on the existing operating strategy analysis. In particular, such most widespread operating strategy classes are considered:

- strategy on the basis of trend analysis;
- strategy on the basis of oscillator;
- strategy on the basis of the precedents (patterns) analysis;
- neutral market strategy;
- martingale strategy;
- scalping strategy.

The basic principles of the listed operating strategy, features and restrictions of their application, comparative characteristics are given in work.

The main conclusion consists that each of the given strategy can be effective only for a certain dynamics of the currency market model. Change of dynamic properties of quotations observations time series inevitably conducts to loss. Thus the traditional scheme of adaptation by switching of operating strategy doesn't work. The reason of it consists in the natural time delay necessary for market model identification.

Thus, the problem of creation of effective control strategy and matching trade robots keeps the relevance. Further development of this direction is connected with research the robust operating strategy possessing lowered sensitivity to market chaotic fluctuations.

Т.М. КОСОВСКАЯ  
**ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ  
МНОГОУРОВНЕВОГО ОПИСАНИЯ КЛАССОВ НА ЯЗЫКЕ  
ИСЧИСЛЕНИЯ ПРЕДИКАТОВ**

---

*Косовская Т.М.* Подход к решению задачи построения многоуровневого описания классов на языке исчисления предикатов.

**Аннотация.** Рассматривается задача построения многоуровневого описания классов, объекты которых характеризуются свойствами своих элементов и отношениями между ними. Задачи распознавания и анализа таких объектов являются NP-трудными, но при наличии достаточно коротких и часто встречающихся подформул в описаниях классов можно построить многоуровневое описание классов, существенно понижающее значение показателя степени в оценках числа шагов алгоритмов, решающих эти задачи. До сих пор выделение таких подформул оставалось на усмотрение разработчика системы распознавания. В работе предлагается подход к их автоматическому выделению.

**Ключевые слова:** искусственный интеллект, предикатные формулы исчисления, сложность алгоритма, NP-полнота, уровневое описание классов.

*Kosovskaya T.M.* An approach to the construction of a level description of classes by means of a predicate calculus language.

**Abstract.** A problem of construction of a level description of classes with objects characterized by properties of their elements and relations between them is under consideration in the paper. The problems of recognition and analysis of such objects are NP-hard, but if descriptions of classes contain short enough and frequently occurred sub-formulas then it is possible to build a level description of classes essentially decreasing an exponent in upper bounds of steps for an algorithm solving the problem. Usually an extracting of these sub-formulas is leaved to the investigator will. An approach to their automatic extraction is proposed in the paper.

**Keywords:** artificial intelligence, predicate calculus formulas, complexity of algorithm, NP-completeness, level description of classes.

---

**1. Введение.** В работе рассматриваются такие задачи искусственного интеллекта, как распознавание образов и прогнозирование, допускающие формализацию средствами исчисления предикатов при условии, что объект рассматривается как совокупность своих элементов. Такой подход к решению сформулированных задач назван логико-предметным. Для рассматриваемых задач в [3, 6] доказано, что они являются NP-трудными.

Для уменьшения числа шагов их решения в [4] предложено создание уровневого описания классов, заключающееся в выделении «часто» встречающихся среди исходных описаний классов подформул «небольшой сложности». Термины «часто» и «небольшой сложности» уточняются в зависимости от алгоритма, с помощью которого решается поставленная задача. В частности, в этих работах доказаны условия уменьшения числа шагов при использовании уровневого описания

классов для переборного алгоритма и для алгоритмов, основанных на построении вывода в исчислении предикатов. Примеры, приведённые в [4], иллюстрируют существенное уменьшение числа шагов распознавания контурного изображения на сложной сцене при введении двухуровневого описания, основанного на «здравом смысле».

Ниже предлагается подход к решению задачи построения уровневого описания классов, базирующийся на применении понятия неполной выводимости предикатной формулы, введённого в [5] для решения задач распознавания объектов с неполной информацией при логико-предметном подходе.

Рассматривается модельный пример построения трёхуровневого описания классов по имеющемуся исходному описанию.

**2. Общая постановка задачи.** Пусть исследуемый объект представлен как множество своих элементов  $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_t\}$ . На  $\omega$  задан набор предикатов  $p_1, \dots, p_n$ , характеризующих свойства элементов  $\omega$  и отношения между ними. Логическим описанием  $S(\omega)$  объекта  $\omega$  называется множество всех атомарных формул или их отрицаний, истинных на  $\omega$ . Множество всех объектов разбито на классы  $\Omega = \cup_{k=1}^K \Omega_k$ . Логическим описанием класса называется формула  $A_k(\bar{x})$ , заданная в виде дизъюнкции элементарных конъюнкций, такая что если  $A_k(\bar{\omega})$  истинна, то  $\omega \in \Omega_k$ .<sup>1</sup>

С помощью построенных описаний объектов и классов предлагается решать следующие задачи.

*Задача идентификации. Проверить, удовлетворяет ли объект  $\omega$  или его часть описанию класса  $A_k(\bar{x})$  и предъявить эту часть объекта.*

*Задача классификации. Найти все такие номера  $k$ , что верна формула  $A_k(\bar{\omega})$ .*

*Задача анализа. Найти и классифицировать все части  $\tau$  объекта  $\omega$ , для которых  $A_k(\bar{\tau})$ .*

Решение задач идентификации, классификации и анализа для распознавания сложного объекта сведено в к доказательству соответ-

---

<sup>1</sup>Здесь и далее посредством  $\bar{x}$  обозначается список элементов конечного множества  $x$ , соответствующий некоторой перестановке номеров его элементов. Тот факт, что элементами списка  $\bar{x}$  являются элементы множества  $y$ , будем записывать в виде  $x \subseteq y$ .

ственно логических следований<sup>2</sup>:

$$S(\omega) \Rightarrow \exists \bar{x}_{\neq} A_k(\bar{x}), \quad (1)$$

$$S(\omega) \Rightarrow \bigvee_{k=1}^M A_k(\bar{\omega}), \quad (2)$$

$$S(\omega) \Rightarrow \bigvee_{k=1}^M \exists \bar{x}_{\neq} A_k(\bar{x}). \quad (3)$$

Строго говоря, вместо формул (1), (2), (3) следовало бы писать соответственно:

$$S(\omega) \Rightarrow (? \bar{x}_{\neq}) A_k(\bar{x}), \quad (1')$$

$$S(\omega) \Rightarrow (? k_{k=1}^M) A_k(\bar{\omega}), \quad (2')$$

$$S(\omega) \Rightarrow (? k_{k=1}^M) (? \bar{x}_{\neq}) A_k(\bar{x}), \quad (3')$$

но рассматриваемые алгоритмы доказательства логических следований не только отвечают на вопрос «*существует ли ... ?*», но и предъявляют значения для переменных.

При решении задач медицинской диагностики в качестве множеств  $\omega$  выступают пациенты, рассматриваемые как множество своих частей (органов), а исходные предикаты  $p_i$  — свойства этих частей и отношения между ними, обычно называемые симптомами. В этом случае классы объектов — это классы заболеваний или синдромы. Решение задач идентификации, классификации и анализа в этом случае сводится к доказательству тех же самых формул и соответствуют таким задачам как «обладает ли пациент заданным заболеванием (синдромом) и какие именно симптомы каких органов влекут это заболевание?», «какими заболеваниями (синдромами) страдает заданный орган?», «какие области пациента какими заболеваниями (синдромами) обладают?».

При решении задач анализа рынка в качестве множеств  $\omega$  выступают множества субъектов и объектов рынка, исходные предикаты  $p_i$  — свойства этих объектов и субъектов, а также отношения между ними.

<sup>2</sup>Для того, чтобы записать, что значения для переменных списка  $\bar{x}$ , удовлетворяющие формуле  $A(\bar{x})$ , различны, вместо формулы:

$$\exists x_1 \dots \exists x_m (\&_{i=1}^m \&_{j=i+1}^m (x_i \neq x_j) \& A(x_1, \dots, x_m))$$

, будет использоваться обозначение:

$$\exists \bar{x}_{\neq} A(\bar{x}).$$

Описания классов могут задавать желаемые (или негативные) ситуации на рынке. Решение задач идентификации, классификации и анализа в этом случае сводится к доказательству тех же самых формул и соответствуют таким задачам как «какие объекты рынка влияют на то, что при имеющемся состоянии рынка будет получена заданная ситуация?», «какие ситуации следуют из заданных свойств объектов рынка?», «какие подмножества объектов рынка к каким ситуациям приводят?».

Можно привести ещё много задач искусственного интеллекта, решение которых является решением сформулированных задач и сводится к доказательству логических следований (1), (2), (3).

Заметим, что для того, чтобы уметь доказывать (1), (2), (3), достаточно уметь доказывать логическое следование:

$$S(\omega) \Rightarrow \exists \bar{x}_{\neq} A(\bar{x}), \quad (4)$$

где  $A(\bar{x})$  — элементарная конъюнкция атомарных формул и их отрицаний. В [3, 6] доказаны оценки числа шагов алгоритмов, решающих задачу (4), а также задачи (1), (2), (3).

Так, например, для алгоритма полного перебора всех возможных подстановок констант из  $\omega$  вместо переменных из  $A(\bar{x})$ , число шагов составляет  $A_t^m \cdot \sum_{i=1}^{2^n} a_i \cdot (s_i + 1)$ , где  $t$  — число элементов в  $\omega$ ,  $m$  — количество переменных в  $A(\bar{x})$ ,  $s_i, a_i$  — количества вхождений атомарных формул с предикатом  $p_i$  в  $S(\omega)$  и в  $A(\bar{x})$  соответственно,  $A_t^m$  — число размещений из  $t$  по  $m$ . Эта оценка составляет  $O(t^m \cdot \sum_{i=1}^n a_i \cdot (s_i + 1))$ .

Для алгоритмов, основанных на построении вывода в исчислении предикатов [?]cl, оценки имеют вид  $O(s_1^{a_1} \cdot \dots \cdot s_n^{a_n}) = O(s^a)$ , где  $s = \max_i(s_i)$ ,  $a = \sum_{i=1}^n a_i$

Доказана NP-полнота задач (1), (2), (3) и, следовательно, NP-трудность задач (1'), (2'), (3').

**3. Многоуровневое описание классов.** Для уменьшения числа шагов работы алгоритмов, решающих описанные задачи, в [4] предложено иерархическое многоуровневое описание классов распознаваемых объектов.

Рассматриваются объекты, структура которых позволяет выделить достаточно простые их части и дать описание объекта в терминах свойств этих частей и отношений между ними. В частности, это можно сделать, выделяя «часто» встречающиеся подформулы  $P_i^1(\bar{y})$ , формул  $A_k(\bar{x})$  «небольшой сложности». При этом записывается система эквивалентностей вида  $p_i^1(y^1) \leftrightarrow P_i^1(\bar{y})$ , где  $p_i^1$  — новые предикаты, которые будем называть предикатами 1-го уровня, а переменные  $y^1$  —

новые переменные для списков исходных переменных, которые будем называть переменными 1-го уровня.

Обозначим предикаты, задаваемые этими подформулами, посредством  $p_i^1$  ( $i = 1, \dots, n_1$ ) и назовем их предикатами первого уровня. Эти предикаты при  $i = 1, \dots, n_1$  определяются равносильностями:

$$p_i^1(x_i^1) \leftrightarrow P_i^1(\bar{y}_i^1).$$

Обозначим формулы, полученные из  $A_k(\bar{x})$  путем замены всех вхождений формул вида  $P_i^1(\bar{y}_i^1)$  на атомарные формулы  $p_i^1(x_i^1)$  (при  $y_i^1 \subseteq x$ ) посредством  $A_k^1(\bar{x}^1)$ . Здесь  $\bar{x}^1$  – список всех переменных формулы  $A_k^1(\bar{x}^1)$ , состоящий как из некоторых (быть может всех) исходных переменных формулы  $A_k(\bar{x})$ , так и из переменных первого уровня, появившихся в формуле  $A_k^1(\bar{x}^1)$ . Такие формулы  $A_k^1(\bar{x}^1)$  можно рассматривать как описания классов в терминах предикатов исходного (нулевого) и первого уровней.

Описанием объекта  $S^1(\omega)$  первого уровня назовем множество всех атомарных формул вида  $p_i^1(\omega_{ij}^1)$ , для которых истинна определяющая подформула  $P_i^1(\bar{\tau}_{ij}^1)$  при  $\tau_{ij}^1 \subset \omega$ , а объект первого уровня  $\omega_{ij}^1$  представляет из себя список исходных объектов  $\bar{\tau}_{ij}^1$ .

Процедуру выделения «часто» встречающихся подформул «небольшой сложности» можно повторить с формулами  $A_k^1(\bar{x}^1)$ .

В результате построения составных предикатов (т.е. предикатов различных уровней) и многоуровневого описания классов исходная система описаний классов может быть записана с помощью равносильной ей многоуровневой системы описаний классов вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_k^L(\bar{x}^L) \\ p_1^1(x_1^1) \Leftrightarrow P_1^1(\bar{y}_1^1) \\ \vdots \\ p_{n_1}^1(x_{n_1}^1) \Leftrightarrow P_{n_1}^1(\bar{y}_{n_1}^1) \\ \vdots \\ p_i^l(x_i^l) \Leftrightarrow P_i^l(\bar{y}_i^l) \\ \vdots \\ p_{n_L}^L(x_{n_L}^L) \Leftrightarrow P_{n_L}^L(\bar{y}_{n_L}^L) \end{array} \right. .$$

Решение рассмотренных задач распознавания может быть сведено к последовательной реализации  $L + 1$  этапов.

1. Для каждого  $j = 1, \dots, n_1$  осуществляется проверка выводимости из  $S(\omega)$  формулы  $\exists \bar{x}_{j \neq}^1 P_j^1(\bar{x}_j^1)$  и нахождение всех таких объектов 1-го уровня, существование которых утверждается в правой части логического следования и, следовательно, истинны атомарные формулы  $p_j^1(\omega_j^1)$ . При этом будет получено описание объекта 1-го уровня  $S^1(\omega)$ .

⋮

$l$ . Для каждого  $j = 1, \dots, n_l$  осуществляется проверка выводимости из  $S(\omega) \cup S^1(\omega) \dots \cup S^{l-1}(\omega)$  формулы  $\exists \bar{x}_{j \neq}^l P_j^l(\bar{x}_j^l)$  и нахождение всех таких объектов  $l$ -го уровня, существование которых утверждается в правой части логического следования, а следовательно истинны атомарные формулы  $p_j^l(\omega_j^l)$ . При этом будет получено описание объекта  $l$ -го уровня  $S^l(\omega)$ .

⋮

$L+1$ . Проверка выводимости из  $S(\omega) \cup S^1(\omega) \dots \cup S^L(\omega)$  формулы, соответствующей решаемой задаче, с заменой исходных описаний классов  $A_k$  на описания классов  $L$ -го уровня  $A_k^L$ .

Суммарное число шагов решения сформулированных задач (1), (2) и (3) складывается из числа шагов, затраченных на выполнение п.п. 1, ...,  $L$ .

Следует отметить, что при реализации каждого из п.п. 1, ...,  $L$  по сути дела проверяется логическое следование вида (4). В связи с этим можно уточнить понятие «небольшая сложность». Для переборного алгоритма это означает «небольшое» количество предметных переменных в формулах. Для алгоритмов же, основанных на проверке выводимости в исчислении предикатов, «небольшая сложность» означает «небольшое» количество атомарных формул в формулах, участвующих в выполнении п.п. 1, ...,  $L$ .

**4. Понятие неполной выводимости формулы.** Понятие неполной выводимости предикатной формулы было введено в [5] для распознавания объектов с неполной информацией. При этом рассматривается задача проверки того, что из истинности всех формул множества  $S(\omega)$  следует истинность  $A(\bar{x})$  или некоторой её максимальной подформулы  $\tilde{A}(\bar{y})$  на наборе различных констант из  $\omega$ , где список переменных  $\bar{y}$  является подсписком списка переменных  $\bar{x}$ .

Пусть  $a$  и  $\tilde{a}$  – количество атомарных формул в  $A(\bar{x})$  и в  $\tilde{A}(\bar{y})$  соответственно,  $m$  и  $\tilde{m}$  – количество предметных переменных в  $A(\bar{x})$  и  $\tilde{A}(\bar{y})$  соответственно.

Числа  $q$  и  $r$  вычисляются по формулам  $q = \frac{\tilde{a}}{a}$ ,  $r = \frac{\tilde{m}}{m}$  и характе-

ризуют степень совпадения формул  $A(\bar{x})$  и  $\tilde{A}(\bar{y})$ . При этом  $0 < q \leq 1$ ,  $0 < r \leq 1$ . Кроме того,  $q = r = 1$  тогда и только тогда, когда  $\tilde{A}(\bar{y})$  совпадает с  $A(\bar{x})$ .

**Замечание.** Возможен другой вариант определения чисел  $q$  и  $r$ . Каждому предикату и каждой предметной переменной формулы можно приписать их «вес», определяемые либо экспертами, либо из вероятностных соображений. Тогда  $q = \frac{\tilde{w}}{w}$ ,  $r = \frac{\tilde{v}}{v}$ , где  $w$  и  $\tilde{w}$  – сумма «весов» предикатных формул в  $A(\bar{x})$  и в  $\tilde{A}(\bar{y})$  соответственно,  $v$  и  $\tilde{v}$  – сумма «весов» предметных переменных в  $A(\bar{x})$  и  $\tilde{A}(\bar{y})$  соответственно.

При таких обозначениях формулу  $\tilde{A}(\bar{y})$  будем называть  $(q, r)$ -фрагментом формулы  $A(\bar{x})$ .

Задача нахождения  $(q, r)$ -фрагмента с максимально возможным значением параметра  $q$  называется задачей проверки неполной выводимости формулы. В [5] приведён один из возможных алгоритмов её решения.

**5. Подход к построению многоуровневого описания классов.** Понятие неполной выводимости формулы позволяет разработать подход к выделению подформул с требуемыми свойствами.

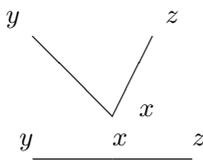
1. Для каждой пары элементарных конъюнкций  $A_i(\bar{x}_i)$  и  $A_j(\bar{x}_j)$ , входящих в описания классов, посредством проверки неполной выводимости для  $A_i(\bar{x}_i) \Rightarrow \exists \bar{x}_j \neq A_j(\bar{x}_j)$  и  $A_j(\bar{x}_j) \Rightarrow \exists \bar{x}_i \neq A_i(\bar{x}_i)$  выделяем их максимальную (с точностью до имён предметных переменных) подформулу  $Q_{ij}^1(\bar{x}_{ij})$ .

2. Повторяем процесс выделения общих подформул для  $Q_{i_1 \dots i_{2l-1}}^{l-1}(\bar{x}_{i_1 \dots i_{2l-1}})$  и  $Q_{j_1 \dots j_{2l-1}}^{l-1}(\bar{x}_{j_1 \dots j_{2l-1}})$ , получив их общие (с точностью до имён предметных переменных) подформулы  $Q_{i_1 \dots i_{2l-1} j_1 \dots j_{2l-1}}^l(\bar{x}_{i_1 \dots i_{2l-1} j_1 \dots j_{2l-1}})$  ( $l = 2, \dots, L$ ). Процесс завершится, так как на каждой итерации длины подформул уменьшаются.

3. Выберем среди подформул  $Q_{i_1 \dots i_{2l-1} j_1 \dots j_{2l-1}}^l(\bar{x}_{i_1 \dots i_{2l-1} j_1 \dots j_{2l-1}})$  такие, которые удовлетворяют требуемым условиям и обозначим их посредством  $P_i^1(\bar{y}_i^1)$  ( $i = 1, \dots, n_1$ ).

4. Формулы  $P_i^{l+1}(\bar{y}_i^{l+1})$  ( $i = 1, \dots, n_{l+1}$ ,  $l = 2, \dots, L$ ) строятся из выделенных ранее подформул  $Q_{i_1 \dots i_{2l-1} j_1 \dots j_{2l-1}}^l(\bar{x}_{i_1 \dots i_{2l-1} j_1 \dots j_{2l-1}})$  с учётом требуемых условий.

**6. Пример построения уровневого описания.** Пример контурных изображений взят из [1]. Пусть имеется множество контурных изображений, составленных из отрезков прямых, задаваемых своими концами. Заданы два предиката  $V$  и  $L$ , определяемых следующим образом:



$$V(x, y, z) \iff (\angle yxz < \pi)$$

$$L(x, y, z) \iff x \text{ лежит на отрезке} \\ \text{с концами } y \text{ и } z$$

Задан класс контурных изображений ящика в различных ракурсах, представленных на рисунке 1.

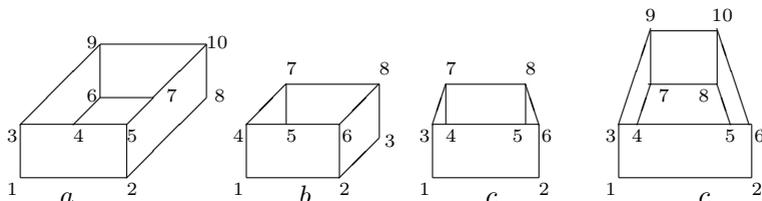


Рис. 1. Контурные изображения ящика в различных ракурсах

Эти эталонные изображения позволяют создать описание класса почти всех контурных изображений ящика (с точностью до зеркального отображения) путём замены различных констант в их описаниях на различные переменные и выписывания знака & между атомарными формулами. Это описание класса содержит 4 элементарные конъюнкции, содержащие соответственно 10, 8, 10, 8 переменных и 30, 22, 26, 32 атомарные формулы. Так, например, элементарная конъюнкция, соответствующая изображению *b*, имеет вид:

$$V(x_1, x_4, x_2) \& V(x_2, x_1, x_6) \& V(x_2, x_6, x_3) \& V(x_2, x_1, x_3) \& \\ V(x_3, x_2, x_8) \& V(x_4, x_5, x_1) \& V(x_4, x_6, x_1) \& V(x_4, x_7, x_5) \& \\ V(x_5, x_4, x_7) \& V(x_5, x_7, x_6) \& V(x_6, x_2, x_5) \& V(x_6, x_2, x_4) \& \\ V(x_6, x_5, x_8) \& V(x_6, x_4, x_8) \& V(x_6, x_8, x_2) \& V(x_7, x_5, x_4) \& \\ V(x_7, x_8, x_5) \& V(x_7, x_8, x_4) \& V(x_8, x_3, x_6) \& V(x_8, x_6, x_7) \& \\ V(x_8, x_3, x_7) \& L(x_5, x_4, x_6)$$

Если требуется найти изображения всех коробок на сложной сцене, содержащей *t* вершин, то экспоненциальный множитель в оценке числа шагов для переборного алгоритма имеет вид  $t^{10}$ , а для алгоритма, основанного на построении вывода,  $s^{32}$  (здесь *s* – максимальное число вхождений одного и того же предиката в описание сцены и приблизительно равно, но меньше, чем  $3t$ ).

Попарная проверка частичной выводимости между этими элементарными конъюнкциями позволяет выделить их общие подформулы, соответствующие изображениям на рисунке 2.

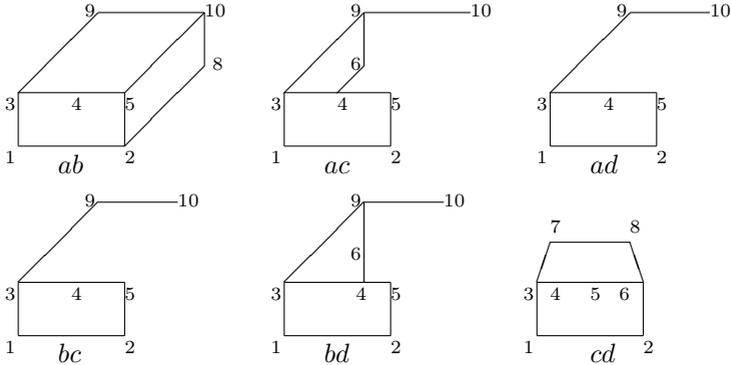


Рис. 2. Изображения, соответствующие выделенным подформулам

Эти подформулы содержат соответственно 8, 8, 7, 7, 7, 8 переменных и 18, 15, 11, 11, 15, 16 атомарных формул.

Последующее попарное выделение общих подформул даёт одну подформулу, содержащую 7 переменных и 11 атомарных формул, соответствующую изображению на рисунке 3.

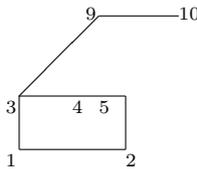


Рис. 3. Изображение, соответствующее повторному выделению подформул

Элементарная конъюнкция  $P^1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_9, x_{10}) = V(x_1, x_3, x_2) \& V(x_2, x_1, x_5) \& V(x_3, x_4, x_1) \& V(x_3, x_5, x_1) \& V(x_3, x_9, x_4) \& V(x_3, x_9, x_5) \& V(x_3, x_9, x_1) \& V(x_5, x_2, x_4) \& V(x_5, x_2, x_3) \& V(x_9, x_{10}, x_3) \& L(x_4, x_3, x_5)$ , соответствующая этому изображению, определяет предикат 1-го уровня  $p^1(x^1)$ . Переменная первого уровня  $x^1$  – это переменная для списка из 7 исходных переменных.

Элементарные конъюнкции  $P_1^2(\overline{y_1^2})$ ,  $P_2^2(\overline{y_2^2})$ ,  $P_3^2(\overline{y_3^2})$ ,  $P_4^2(\overline{y_4^2})$ , соответствующие изображениям  $ab$ ,  $ac$ ,  $bd$ ,  $cd$  и записанные с использо-

ванием предиката  $p^1(x^1)$  определяют предикаты второго уровня  $p_1^2(x_1^2)$ ,  $p_2^2(x_2^2)$ ,  $p_3^2(x_3^2)$ ,  $p_4^2(x_4^2)$ .

Например, подформула  $P_1^2(\overline{y_1^2}) = p^1(x^1) \& V(x_2, x_5, x_8) \& V(x_2, x_1, x_8) \& V(x_5, x_4, x_{10}) \& V(x_5, x_3, x_{10}) \& V(x_8, x_2, x_{10}) \& V(x_{10}, x_8, x_5) \& V(x_{10}, x_5, x_9) \& V(x_{10}, x_8, x_9)$  соответствует изображению  $ab$ . Здесь  $y_1^2$  – переменная для списка, состоящего из переменных  $x^1, x_1, x_2, x_4, x_5, x_8, x_9, x_{10}$ , причём переменная 1-го уровня  $x^1$  – это переменная для списка исходных переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_9, x_{10}$ . Заметим, что при определении значения для переменной 1-го уровня  $x^1$  только переменная  $x_8$  не получила значения.

Если требуется найти изображения всех коробок на сложной сцене, содержащей  $t$  вершин, доказательство следования из  $S(\omega)$  элементарной конъюнкции  $P^1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_9, x_{10})$ , определяющей предикат 1-го уровня  $p^1(x^1)$ , и определение значений для переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_9, x_{10}$  то экспоненциальный множитель в оценке числа шагов для переборного алгоритма имеет вид  $t^7$ , а для алгоритма, основанного на построении вывода,  $s^{11}$ . При этом описание  $S^1(\omega)$  содержит столько членов, сколько на сцене имеется объектов «подозрительных» на то, чтобы быть коробкой. Пусть их  $t^1$  штук ( $t^1$  много меньше, чем  $t$ ).

Элементарные конъюнкции  $P_1^2(\overline{y_1^2})$ ,  $P_2^2(\overline{y_2^2})$ ,  $P_3^2(\overline{y_3^2})$ ,  $P_4^2(\overline{y_4^2})$  содержат соответственно 1, 1, 0, 1 «новых» переменных и 7, 4, 4, 5 «новых» атомарных формул. Доказательство следования из  $S(\omega) \cup S^1(\omega)$  этих элементарных конъюнкций, определяющих предикаты 2-го уровня  $p_1^2(x_1^2)$ ,  $p_2^2(x_2^2)$ ,  $p_3^2(x_3^2)$ ,  $p_4^2(x_4^2)$  и определение значений для не более, чем одной переменной, экспоненциальный множитель в оценке числа шагов для переборного алгоритма имеет вид  $t + t^1 = O(t)$ , а для алгоритма, основанного на построении вывода,  $(s + t^1)^7 = O(s^7)$ . При этом описание  $S^2(\omega)$  содержит не более членов, чем на сцене имеется объектов «подозрительных» на то, чтобы быть коробкой. Пусть их  $t^2$  штук ( $t^2$  много меньше, чем  $t$ ).

Элементарные конъюнкции, полученные из описаний классов подстановкой предикатов 1-го и 2-го уровня вместо соответствующих подформул содержат соответственно 2, 0, 2, 2 «новых» переменных и 7, 4, 11, 16 «новых» атомарных формул. Доказательство следования из  $S(\omega) \cup S^1(\omega) \cup S^2(\omega)$  элементарных конъюнкций, определяющих описание класса, и определение значений для не более, чем двух переменных, экспоненциальный множитель в оценке числа шагов для переборного алгоритма имеет вид  $t + t^1 + t^2 = O(t)$ , а для алгоритма, основанного на построении вывода,  $(s + t^1 + t^2)^{16} = O(s^{16})$ .

Так как  $O(t^7) + O(t) + O(t^2) = O(t^7) < O(t^{10})$  и  $O(s^{11}) + O(s^7) + O(s^{16}) = O(s^{16}) < O(s^{32})$ , то как переборный алгоритм, так и алгоритм, основанный на построении вывода в исчислении предикатов, при использовании построенного двухуровневого описания классов совершают меньшее число шагов.

**7. Обсуждение полученных результатов.** В работе описан подход к построению уровневого описания классов, существенно уменьшающих число шагов алгоритмов, решающих NP-трудные задачи искусственного интеллекта. Этот подход основан на ранее введённом понятии неполной выводимости предикатных формул.

Несмотря на то, что алгоритмы проверки неполной выводимости имеют достаточно высокие (экспоненциальные) верхние оценки числа шагов, их применение производится однократно на предварительном этапе формирования описаний классов, до начала решения основных задач. При этом число шагов алгоритмов, многократно решающих основные задачи, существенно уменьшается.

### Литература

1. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен // М.: Мир. 1976. 511 с.
2. Клини С. Математическая логика // М.: Мир. 1973. 480 с.
3. Косовская Т.М. Доказательства оценок числа шагов решения некоторых задач распознавания образов, имеющих логические описания // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2007. Сер. 1. Вып. 4. С. 82–90.
4. Косовская Т.М. Многоуровневые описания классов для уменьшения числа шагов решения задач распознавания образов, описываемых формулами исчисления предикатов // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2008. Сер. 10. Вып. 1. С. 64–72.
5. Косовская Т. М. Частичная выводимость предикатных формул как средство распознавания объектов с неполной информацией // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2009. Сер. 10. Вып. 1. С. 74–84.
6. Косовская Т.М. Некоторые задачи искусственного интеллекта, допускающие формализацию на языке исчисления предикатов, и оценки числа шагов их решения // Труды СПИИРАН, 2010. Вып. 14. С. 58–75.

### References

1. Duda R., Hart P. Raspoznavanie obrazov i analiz scen [Pattern recognition and scene analysis]. M., Mir. 1976. 511 p. (In Russ.).
2. Klini S. Matematicheskaja logika [Mathematical logic]. M., Mir. 1973. 480 p. (In Russ.).
3. Kosovskaja T.M. [Prove the estimates of the number of steps to solving some problems of pattern recognition with the logical description]. *Vestnik*

- of Saint Petersburg university – Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta.* 2007. Series 1. vol. 4. pp. 82–90. (In Russ.).
4. Kosovskaja T.M. [Multi-level description of the classes to reduce the number of steps solving pattern recognition, described by formulas of the predicate calculus]. *Vestnik of Saint Petersburg university – Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta.* 2008. Series 10. vol. 1. pp. 64–72. (In Russ.).
  5. Kosovskaja T.M. [Partial hatchability predicate formulas as a means of recognition of objects with incomplete information]. *Vestnik of Saint Petersburg university – Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta.* 2009. Series 10. vol. 1. pp. 74–84. (In Russ.).
  6. Kosovskaja T.M. [Some problems of artificial intelligence, allowing the formalization of the language of the predicate calculus, and estimates of the number of steps to solve them]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings.* 2010. vol. 14. pp. 58–75. (In Russ.).

**Косовская Татьяна Матвеевна** – д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ); ст. научн. сотр. лаборатории информационных технологий в управлении и робототехнике СПИИРАН. Область научных интересов: логический подход к решению задач искусственного интеллекта, теория сложности алгоритмов. Число научных публикаций – 78. kosovtm@gmail.com; мат-мех СПбГУ, Университетский пр., д. 28, Старый Петергоф, С.-Петербург, 198504, РФ; р.т. +7(812)428-4233; СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-0421.

**Tatiana M. Kosovskaya** – Ph.D., D.Sci., associate professor, professor of Computer Science Chair of St.Petersburg State University (SPbSU); senior researcher of Laboratory of Information Technologies in Control and Robototechniques, SPIIRAS. Research area: logical approach to the solving of Artificial Intelligence problems, theory of complexity of algorithms. Number of publications – 78. kosovtm@gmail.com; Faculty of Mathematics and Mechanics SPbSU, University av., 28, Stary Petergof, St.Petersburg, 198504, Russia; office phone +7(812)428-4233; SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-0421.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-08-01276-а.

**Acknowledgements.** This research is supported by RFBR (grant 14-08-01276-a).

## РЕФЕРАТ

### *Косовская Т.М.* **Подход к решению задачи построения многоуровневого описания классов на языке исчисления предикатов.**

Рассматриваются задачи искусственного интеллекта, в которых исследуемый объект представлен как множество элементов со свойствами и отношениями из фиксированного множества, а также допускающие формализацию на языке исчисления предикатов. Исследуемый объект задаётся своим описанием, представленным как множество постоянных атомарных формул (или их отрицаний), истинных для этого объекта. Целевые формулы записываются в виде дизъюнкции элементарных конъюнкций атомарных формул.

К рассматриваемым задачам относятся:

- задача идентификации (проверить, удовлетворяет ли исследуемый объект или его часть заданной целевой формуле и предъявить эту часть объекта);
- задача классификации (найти все такие целевые формулы, которые верны для исследуемого объекта);
- задача анализа (Найти и классифицировать все части объекта, поддающиеся классификации).

Все эти задачи NP-трудны. Построение уровня описания целевых формул посредством выделения из них общих подформул позволяет существенно уменьшить число шагов алгоритмов, решающих рассматриваемые задачи. Такие уровневые описания соответствуют декомпозиции задачи большой размерности на несколько последовательно решаемых задач меньшей размерности. При этом в оценке числа шагов алгоритма вместо большого показателя степени экспоненты, соответствующего размерности исходной задачи, получается сумма, каждое слагаемое которой в показателе степени имеет размерность подзадачи.

В настоящей статье предлагается подход к построению такого многоуровневого описания, основанного на попарном выделении общих подформул (с точностью до имён переменных) целевых формул. Такое попарное выделение общих подформул, в свою очередь, базируется на ранее введённом понятии неполной выводимости элементарной конъюнкции из множества постоянных атомарных формул.

Многоуровневое описание, после попарного выделения общих подформул (с точностью до имён переменных) у элементарных конъюнкций (входящих в целевые формулы), общих подформул выделенных подформул, и т.д., строится, начиная с самых «простых» (например, с самых коротких или с зависящих от наименьшего числа переменных) подформул.

Приведён модельный пример построения двухуровневого описания контурных изображений.

## SUMMARY

### *Kosovskaya T.M.* **An approach to the construction of a level description of classes by means of a predicate calculus language.**

Artificial Intelligence problems, an investigated object of which is presented as a set of elements with properties and relations from a fixed set, and permitting their formalization in predicate calculus language, are under consideration. An approach to the construction of a level description of classes of such objects is suggested. An investigated object is represented by its description as a set of constant atomic formulas (or their negations) which are true for this object. A goal formula is written in the form of disjunction of elementary conjunctions of atomic formulas.

Problems under consideration are such as:

- identification problem (whether an object or its part satisfies the given goal formula and extract such a part of the object);
- classification problem (to find all such numbers goal formulas that are valid for the investigated object);
- analysis problem (to find and classify all parts of an object which may be classified).

All these problems are NP-hard. Construction of a level description for goal formulas, by means of extracting their common sub-formulas, allows essentially to decrease the number of steps for an algorithm solving a problem under consideration. These descriptions correspond to decomposition of a high-dimensional problem up to several less-dimensional sub-problems which are solved sequentially. In this case the upper bound of number of steps of an algorithm is the sum of terms with exponents equal to dimensions of sub-problems instead of one term which exponent equals to the dimension of the initial problem.

An approach, based on pairwise extraction of common sub-formulas (up to the names of variables) from all goal formulas, is suggested to the construction of such a level description. This pairwise extraction of common sub-formulas is based, in turn, on the earlier introduced notion of partial deducibility of an elementary conjunction from a set of constant atomic formulas.

After pairwise extraction of common sub-formulas (up to the names of variables) from elementary conjunctions (occurred in goal formulas), common sub-formulas of already extracted sub-formulas, ... etc. the level description is built beginning with the most «simple» (for example, the most short or containing the least number of variables) sub-formulas.

A model example of construction of two-level description for contour images is presented.

А.А. ВОЕВОДА, А.В. МАРКОВ, Д.О. РОМАННИКОВ  
**РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ:  
ПРОЕКТИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ UML ДИАГРАММ  
И СЕТЕЙ ПЕТРИ НА ПРИМЕРЕ АСУ ТП ВОДОНАПОРНОЙ  
СТАНЦИИ**

---

*Воевода А.А., Марков А.В., Романников Д.О. Разработка программного обеспечения: проектирование с использованием UML диаграмм и сетей Петри на примере АСУ ТП водонапорной станции.*

**Аннотация.** Рассматриваются и анализируются некоторые из известных способов и методик разработки программного обеспечения (ПО) на этапе проектирования. Описывается методика, в которой используются UML диаграммы для моделирования свойств и динамики работы исследуемой системы, а также сети Петри для анализа динамических свойств спроектированных поведенческих диаграмм. Приводится усовершенствованная методика взаимного использования UML диаграмм и сетей Петри. Предлагаемая методика демонстрируется на примере системы АСУ ТП насосной станции, а именно, проектируется диаграмма прецедентов, диаграмм классов и диаграмм объектов, а также диаграмма деятельности, преобразование которой реализуется по формальным правилам. При анализе сети Петри, транслированной из диаграммы деятельности, были выявлены некорректные состояния, в которых оказывалась система при включении и выключении насосов оператором. После устранения данной ситуации, ошибок в динамике работы системы не осталось. В результате анализа получено представление о размере дерева достижимости системы, составляющее величину порядка  $10^6$ .

**Ключевые слова:** проектирование ПО, UML диаграммы, сети Петри, диаграмма классов, диаграмма объектов, диаграмма деятельности, пространство состояний, алгоритм, ПО для водонапорной станции.

*Voevoda A.A., Markov A.V., Romannikov D.O. Software development: software design using UML diagrams and Petri nets for example automated process control system of pumping station.*

**Abstract:** Methods and techniques of software design as one of the important stages of software development are described in the paper. The method of software design with using of UML with Petri nets for analyzing of dynamic properties of set UML diagrams is described. Authors offer improved method of using of integration of UML diagrams and Petri nets. The offered method was used for designing of software of automated process control system (APCS) of pumping station: designing of use case, class, object diagrams and sequences diagram that was transformed to Petri net with help of formal rules. Some incorrect states that occurred after pumps enabling/disabling by operator were identified by analysis of Petri net. Reachability tree of the system was gotten by analysis of the Petri net (the value of the tree is about  $10^6$  of nodes). Testing of offered system was showed on example of APCS of pump station.

**Keywords:** software design, UML diagrams, Petri nets, class diagram, object diagram, activity diagram, state space algorithm, software for pumping station.

---

**1. Введение.** Использование программного обеспечения (ПО) позволяет не только проще управлять сложными бизнес процессами,

но и помогает в повседневной жизни человека. Процесс создания ПО можно условно разбить на несколько этапов: понимание природы и сущности проблематики, которую решает программный продукт, сбор требований к системе, проектирование программного обеспечения и его реализация, тестирование, выпуск и сопровождение программного продукта. Одним из важнейших этапов является этап проектирования. При проектировании различных систем используют язык описаний и спецификаций SDL, ИВТ-сети, Workflow модели, графический язык UML<sup>1</sup>, математический аппарат сетей Петри<sup>2</sup>; а также различные алгоритмы: машина Тьюринга, нормальный алгоритм Маркова и др. Часто используется графический язык UML, который позволяет проектировать классы и объекты системы и рассматривать динамику работы их методов, а также моделировать статические свойства системы. Несомненным преимуществом UML является генерация полученных диаграмм в коды нужного языка программирования, но существует недостаток – отсутствие чётких формальных правил построения и возможности анализа смоделированных диаграмм на выявление логических ошибок (зацикливаний, тупиковых состояний системы). В данной ситуации целесообразно применение математического аппарата сетей Петри, который разрабатывался для выявления ошибок в логике работы систем. Совместное использование UML диаграмм и сетей Петри рассматривается на задачах локальной автоматизации [1] и центре дистанционного управления и контроля работы таксофонов [2], а также на задаче перемещения манипулятора в пространстве с препятствиями [3]. Система, представленная в [1],

---

<sup>1</sup> UML – язык графического описания систем, использование которого позволяет увеличить скорость разработки программного продукта и уменьшить количество синтаксических, семантических и др. видов ошибок. Существует возможность автоматического преобразования UML диаграмм в программный код, а изменения в программном коде – обратно в UML (например, Rational Rhapsody).

<sup>2</sup> Сеть Петри – двудольный ориентированный граф, который состоит из вершин двух типов – позиций и переходов, соединенных между собой дугами, вершины одного типа не могут быть соединены непосредственно. В позициях могут размещаться метки (маркеры), способные перемещаться по сети. Сеть Петри представляют упорядоченным множеством  $N = (P, T, F, m_I)$ , где  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  – множество мест,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  – множество переходов, таких что  $P \cap T = \emptyset$ ,  $F \subseteq P \times T \cup T \times P$  – отношение, а  $m_I: P \rightarrow N$  – начальная маркировка.

рассмотрена более детально, а часть, отвечающая за локальную автоматизацию, детализирована.

**2. Методика совместного использования UML диаграмм и сетей Петри.** В работах [1-2, 4-8] приведены способы и методики взаимного использования UML диаграмм и сетей Петри, предлагаются правила и способы преобразования диаграмм в сети Петри. В работах [4-7] рассмотрена проблематика, а также предложены решения задачи преобразования поведенческих диаграмм в сети Петри, которая основана на разработке правил преобразования отдельных элементов и групп элементов UML диаграмм в сети Петри. Предложенные правила преобразования [4-7] очень схожи с правилами, предложенными [2], но последняя упомянутая работа содержит более полный набор правил<sup>3</sup>. В работе [4] предложен способ для реализации автоматической трансляции UML диаграммы деятельности в сеть Петри, а в работе [9] предложен способ и детально описан алгоритм для реализации этой задачи. Отметим, что существует возможность реализовать методику проектирования в один этап [2], что способствует сокращению итераций моделирования диаграмм, изменить последовательность построения и проверки диаграмм, а также отказаться от использования диаграммы состояния [1, 2] и заменить выявление прецедентов, которые необходимо проверить более детально, на выявление соответствующих классов системы. В методиках [1, 2] используются диаграммы прецедентов – для сбора информации о системе, диаграммы классов и диаграммы объектов – для формирования сущностей, а проверка динамики работы системы реализуется при помощи диаграммы деятельности и/или диаграммы состояний.

При анализе методик и способов взаимного использования UML диаграмм и сетей Петри замечено, что присутствует лишняя детализация действий при проектировании диаграмм, а также возможность избежать построения диаграмм, наличие которых не критично. Изменив очерёдность построения диаграмм, представленных выше, и проверку их при помощи сетей Петри, сделав её более рациональной и эффективной, предлагается методика проектирования программного обеспечения (листинг 1).

---

<sup>3</sup> *Коротиков С.В.* Применение цветных иерархических сетей Петри для верификации UML-диаграмм на этапе анализа требований к системе дистанционного контроля и управления // Сборник трудов НГТУ. 2007. №1(47). С. 81–92.

```

analysis {
translation diagram to Petri net
analysis Petri net
if results =  $\neg$  satisfactory, then
    correct Activity Diagram
else;
end if}

1: do Use Case Diagram
2: do Class Diagram
3: for needed class  $\in$  Class Diagram do Activity Diagram
4: analysis() of Activity Diagram
5: do Object Diagram
6: for needed object  $\in$  Object Diagram do Activity Diagram
7: analysis() of Object Diagram
8: do Activity Diagram for system
9: analysis() of Activity Diagram for system
10: generation code

```

Листинг 1. Методика взаимного использования UML диаграмм и сетей Петри

Разработанная методика (рисунок 1) состоит из семи этапов и включает в себя составление диаграммы прецедентов, которая позволяет выявить все сущности в виде актёров и вариантов использования; составление диаграммы классов с выделением свойств и методов класса; составление диаграммы объектов, участвующих в системе, для определения маркировки всех вершин у сети Петри.

Следующим этапом является построение диаграммы деятельности для описания динамических свойств системы. Полученная диаграмма транслируется в сеть Петри, опираясь на формальные правила преобразования. Используя автоматизированные программные пакеты для работы с сетями Петри, производится анализ, позволяющий выявить логические ошибки при моделировании диаграммы деятельности (нахождение неиспользуемых сценариев работы, выявление тупиковых веток алгоритмов, проверка достижимости состояний и т.п.) [10]. При получении положительных результатов по завершению проведения анализа и наличии полного набора диаграмм, смоделированная при помощи языка UML система готова для автоматической генерации кода. Если в системе присутствуют классы и объекты, которые нуждаются в детальной проработке логики их работы, то следует спроектировать диаграмму деятельности с последующим анализом отдельно. При необходимости можно воспользоваться пространствам состояний или его упорядоченной версией – деревом достижимости, для наблюдения за динамикой работы по состояниям системы.

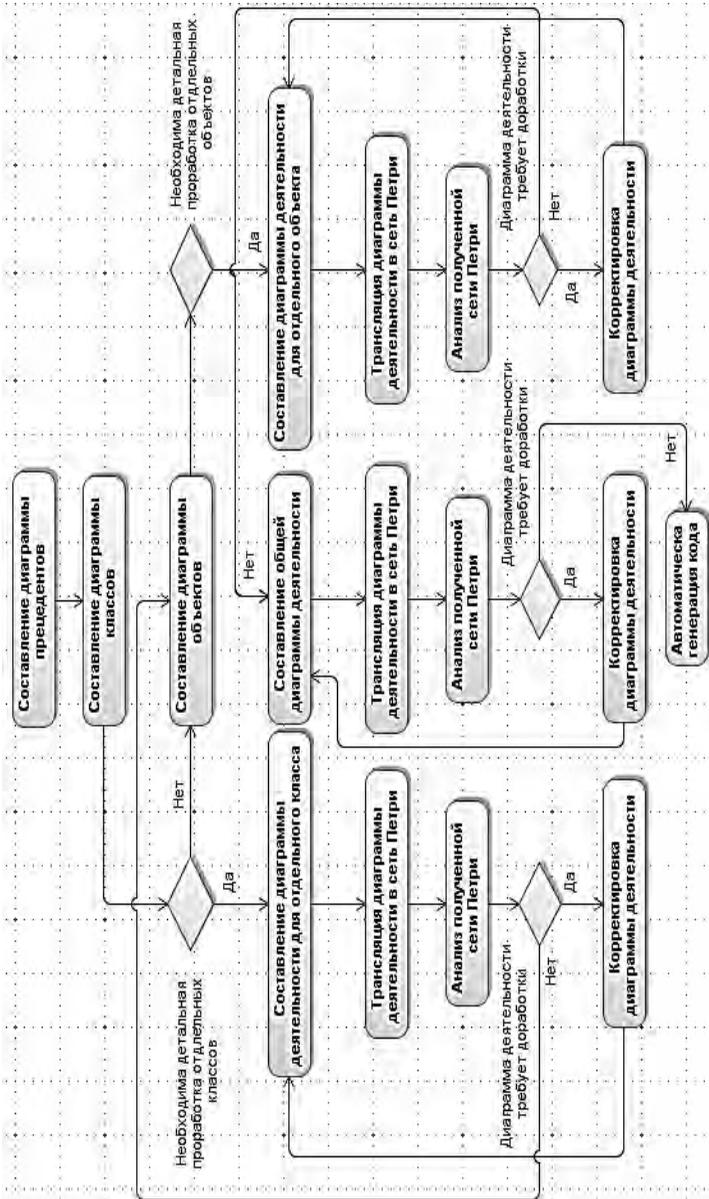


Рис. 1. Методика проектирования ПО при совместном использовании UML диаграмм и сетей Петри

**3. Проектирование АСУ ТП насосной станции по методике совместного использования UML диаграмм и сетей Петри.** Водонапорная станция представляет собой комплекс, состоящий из определенного набора насосов, задвижек и резервуаров для очистки и хранения воды (рисунок 2). Опишем её более детально.

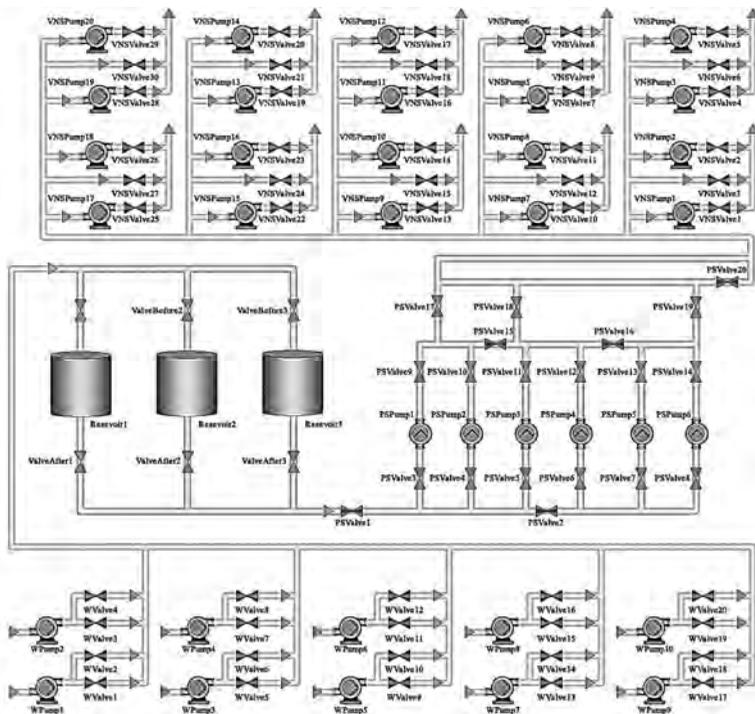


Рис. 2. Функциональная схема АСУ ТП водонапорной станции

На первых этапах происходит перекачка воды  $n$  количеством насосов ( $WPump\ n$ ) из скважин при открытых задвижках ( $WValve\ n$ ) до резервуаров ( $Reservoir\ n$ ). В резервуарах происходит очистка воды и дальнейший её перегон до насосной станции второго подъема, которая при помощи шести насосов ( $PSPump\ n$ ) перекачивает воду до локальных насосных станций. Локальные водонапорные станции состоят из двух насосов ( $VNSPump\ n$ ) и трех задвижек ( $VNSValve\ n$ ). Насосы поочередно включаются через выбранное заранее время, при поломке одного из насосов, включается другой. Если произошло отключение обоих насосов, то происходит открытие третьей задвижки и вода самотёком поступает до части потребителей. Данная система управляется оператором, который открывает задвижки, включает

насосы и следит за состоянием всех элементов (скважинные насосы, локальные насосы, задвижки на всех уровнях системы, резервуары с чистой водой и т.д.).

Необходимо поддерживать давление, равное пяти атмосферам, в трубопроводе локальной водонапорной станции, при колебании давления необходима его корректировка с помощью насосной станции, т.е. увеличением или уменьшением мощности его работы.

Функционирование технологического процесса происходит при поддержания и регулировании аналоговых величин. Для создания ПО на этапе проектирование выбирается несколько состояний дискретности для описания и моделирования величин, нуждающихся в регулировании: давление в трубопроводе, мощность работы двигателя насоса, а также состояния насосов, задвижек и резервуаров.

Во время проектирования диаграммы прецедентов системы, способствующей лучшему пониманию всей системы, определены три актёра: администратор, сервис-инженер, оператор. Администратор может добавлять, редактировать и удалять профили пользователей, а также просматривать полный список пользователей. Сервис-инженер имеет возможность просматривать свой профиль, а также задавать параметры для регулирования величин объекта управления. Оператор контролирует параметры, которые система должна поддерживать, включать/выключать насосы, открывать/закрывать задвижки, а также контролирует состояние каждого элемента системы и при возникновении аварийной ситуации, обязан зафиксировать тревогу и вызвать специалистов для её устранения.

Опираясь на методику (листинг 1), представленную выше, следующим шагом будет составление диаграммы классов. Данная диаграмма состоит из 12 классов, основными являются *PuVNS*, *ValveVNS*, родители которых – *Pu* и *Valve* со свойствами: значение давления и состояние, для *Pu* (насос), характерен параметр частоты (рисунок 3).

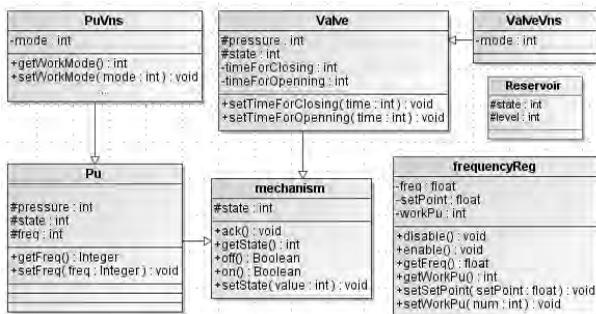


Рис. 3. Основная часть диаграммы классов АСУ ТП насосной станции

Методы этих классов нацелены на открытие и закрытие задвижек, а также на поддержания частоты работы двигателя насоса, соответственно. Остальные классы служат для снятия и/или поддержания параметров периферийных устройств (поддержание частоты работы двигателя – *frequencyReg*, снятие значений уровня наполнения резервуара – *Resrvoir*, взаимосвязи элементов при помощи класса *Periphery* и т.д.). Необходимость в детальной проработке отдельных классов отсутствует, поэтому после составления диаграммы классов следует этап построения диаграммы объектов.

Так как вся система содержит огромное количество элементов, а следовательно и объектов, приведём по одному экземпляру каждой группы схожих объектов. А именно объекты: *WPump1* – насос №1, находящийся на скважинах, *PSPump1* – насос №1, находящийся на водонапорной станции, *VNSPump1* – насос №1, находящийся на локальной водонапорной станции, *WValve1* – задвижка №1, находящаяся на скважинах и т.д. Свойства одного объекта в каждой группе объектов идентичны свойствам других объектов в группе. Следующим этапом после построения диаграммы объектов, является проектирование диаграммы деятельности. Спроектируем и детально рассмотрим диаграмму деятельности локальной водонапорной станции (рисунок 4).

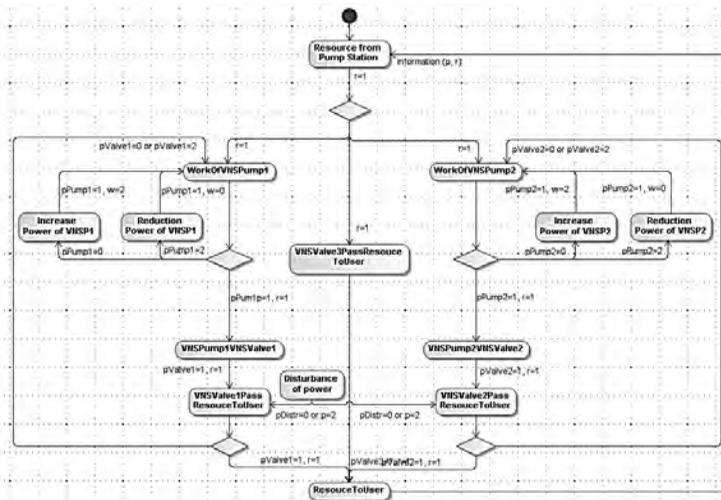


Рис. 4. Диаграмма деятельности АСУ ТП локальной насосной станции

Как говорилось ранее, логика функционирования локальной водонапорной станции заключается в работе одного из насосов в результате чередования смены их работы или попадания одного из насосов в аварийный режим. При необходимости (колебание давления)

или влияния каких-либо возмущающих факторов (*Disturbance of power*), происходит корректировка частоты работы двигателя насоса до нормализации давления в трубопроводе.

По завершению моделирования диаграммы деятельности переходим к трансляции полученной диаграммы в эквивалентную сеть Петри, с целью проверки корректности её построения. Преобразование диаграммы деятельности осуществляем, опираясь на правила [2]. Полученная сеть Петри (рисунки 5, 6) состоит из девяти основных мест:

$$P = \{FromPS, VNSPump1, VNSPump2, VNSValve1, VNSValve2, VNSValve3, RtoUser1, R1toUser1, R2toUser1, User1, Disturbance\},$$

16 переходов:

$$T = \{PS to VNSP1, PS to VNSP2, PS to VNSV3, VNSP1 to VNSV1, VNSP2 to VNS2, VNS1 to U, VNS2 to U, VNS3 to U, Controller P1, Controller P2, P1R to User1, R to User1, P2 R to User1, Power below of VNSP1, Power above of VNSP1, Power below of VNSP2, Power above of VNSP2\}$$

и имеет начальную маркировку  $m_i = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2)$ .

Построение сети Петри осуществляется при помощи правил, а также используются способы проектирования сетей Петри, представленные в [3]. После проведения анализа получены результаты, которые помогли скорректировать сеть и тем самым избежать ложных состояний, которые могли навредить работе системы. Например, при включении и выключении задвижек оператором, данные элементы получали текущие состояния до выбранного действия. Анализ показал, что состояния задвижек должны меняться. После корректировки ошибок работа системы начала выполняться корректно.

Анализ спроектированных сетей Петри осуществляется в программной среде CPN Tools (version 3.4.0) [11], позволяющей реализовать его в автоматическом режиме посредством исследования пространства состояний. Для понимания более общей картины пространства состояний отдельных элементов, так и всей системы, проведен анализ для различного числа локальных водонапорных станций (таблица 1). Получена зависимость достижения выбранного количества состояний во всем пространстве за промежуток времени  $t$ .

Таблица 1. Зависимость времени ( $t$ , сек) достижения выбранного количества состояний ( $m$ ) для  $n$  локальных водонапорных станций

$n$	$m = 10\ 000$	$m = 25\ 000$	$m = 50\ 000$	$m = 100\ 000$
1	22	178	908	6310
2	18	193	1156	6234
3	9	79	629	28965

Таким образом, можно предположить, что количество состояний всей системы, состоящей из десяти локальных водонапорных станций, превысит величину порядка  $10^6$ .

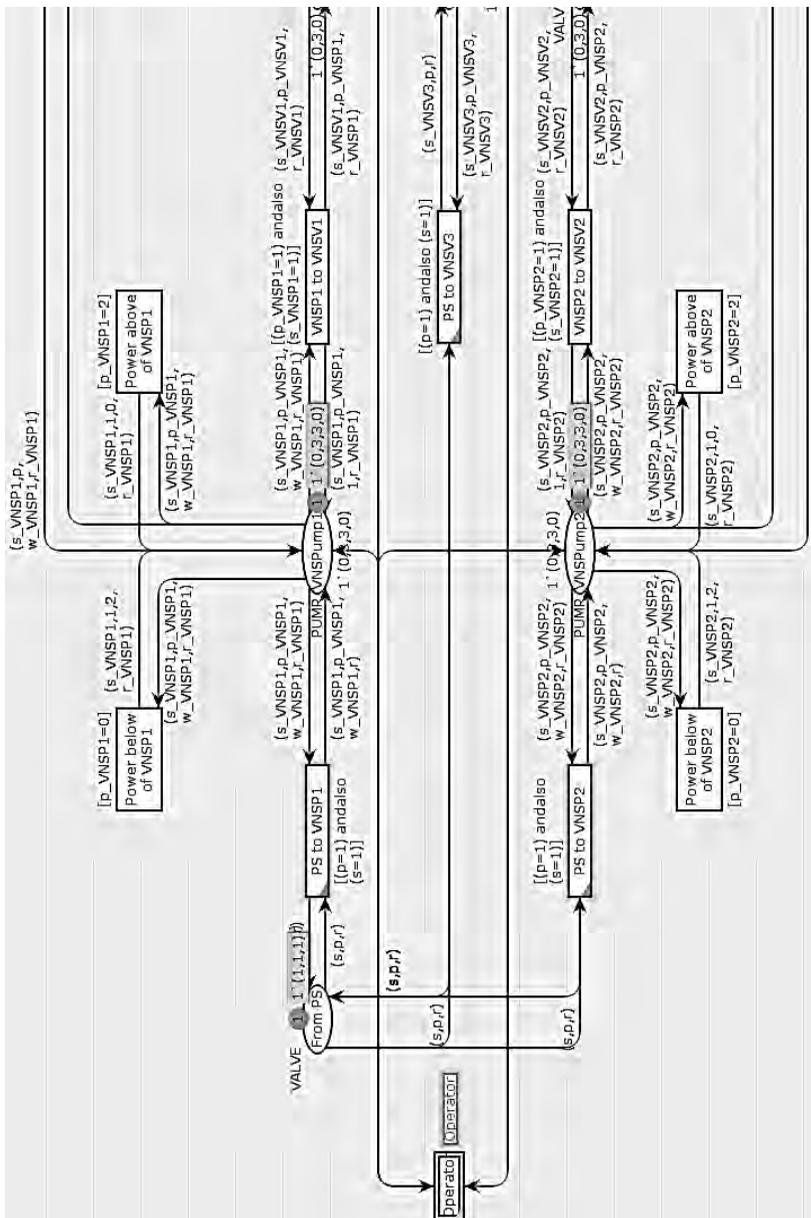


Рис. 5. Сеть Петри АСУ ТП локальной насосной станции (часть 1)



**4. Заключение.** Одним из распространенных инструментов создания ПО является графический язык UML, который совместно с аппаратом сетей Петри, позволяет разработчикам проектировать системы за более короткий срок и с возможностью уменьшения соответствующих ошибок. В предлагаемой методике согласованного использования существующих подходов к автоматизации проектирования ПО разрабатываются диаграммы, отвечающие за статические свойства системы, а также поведенческие диаграммы, которые анализируются при помощи сетей Петри. Предварительно поведенческие диаграммы и, в частности, диаграмма деятельности, транслируется в сеть Петри согласно правилам преобразования [2].

Конструктивность данной методики продемонстрирована на примере системы АСУ ТП водонапорной станции, для которой смоделированы диаграмма прецедентов, диаграмма классов, диаграмма объектов и диаграмма деятельности. Диаграмма деятельности транслировалась в соответствующую ей сеть Петри для последующего анализа. Анализ сети Петри показал, что состояния задвижек должны меняться при включении и выключении их оператором, а не оставаться прежними, как было изначально. Других ошибок обнаружено не было, следовательно, можно приступить к генерации программного кода из UML диаграмм в автоматическом режиме.

Таким образом, продемонстрирована возможность применения предлагаемой методики на примере проектирования работы АСУ ТП водонапорной станции.

### **Литература**

1. *Романников Д.О.* Разработка программного обеспечения с применением UML диаграмм и сетей Петри для систем управления локальным оборудованием дисс. канд. техн. наук // Новосибирск: 2012. 195 с.
2. *Коротиков С.В.* Применение сетей Петри в разработке программного обеспечения центров дистанционного контроля и управления дисс. канд. техн. наук // Новосибирск: 2007. 216 с.
3. *Марков А.В., Воевода А.А.* Развитие системы “Перемещение манипулятора в пространстве с препятствиями” при помощи рекурсивных функций // Автоматика и программная инженерия. 2013. № 2. С. 35–41.
4. *Zhu L.-Z., Kong F.-Sh.* Automatic Conversion from UML to CPN for Software Performance Evaluation // Procedia Engineering. 2012. no. 29. pp. 2682–2686.
5. *Thierry-Mieg Y., Hillah L.-M.* UML behavioral consistency checking using instantiable Petri nets // In: ISSEng. 2008. no. 4. pp. 293–300.
6. *Yang N., Yu H., Sun H., Qian Z.* Modeling UML sequence diagrams using extended Petri nets // Telecommun Syst. 2012. Vol. 51. pp. 147–158.
7. *Basile F., Chiacchio P., Grosso D.D.* A two-stage modelling architecture for distributed control of real-time industrial systems: Application of UML and Petri Net // Computer Standards & Interfaces. 2009. vol. 31. pp. 528–538.
8. *Романников Д.О., Марков А.В.* Пример применения методики разработки ПО с использованием UML-диаграмм и сетей Петри // Научный вестник НГТУ. 2012. № 1(67). С. 175–181.
9. *Марков А.В., Романников Д.О.* Алгоритм автоматической трансляции диаграммы активности в сеть Петри // Доклады АН ВШ РФ. 2014. № 1 (22). С. 104–112.
10. *Воевода А.А., Марков А.В.* Инверсия простой ординарной сети Петри // Научный вестник НГТУ. 2013. № 4 (53). С. 215–218.
11. CPN Tools // URL: <http://cpntools.org/download>.

## References

1. Romannikov D.O. *Razrabotka programmnoho obespechenija s primeneniem UML diagramm i setej Petri dlja sistem upravlenija lokal'nym oborudovaniem diss. kand. tehn. nauk* [Software development using UML diagrams and Petri nets for local control systems equipment Ph.D. thesis]. Novosibirsk: 2012. 195 p. (In Russ.).
2. Korotikov S.V. *Primenenie setej Petri v razrabotke programmnoho obespechenija centrov distancionnogo kontrolja i upravlenija diss. kand. tehn. nauk* [Application of Petri nets in software development centers, remote monitoring and control Ph.D. thesis]. Novosibirsk: 2007. 216 p. (In Russ.).
3. Markov A.V., Voevoda A.A. [Development of the system "Moving the manipulator in space with obstacles" using recursive functions]. *Avtomatika i programmnaja inzhenerija – Automation and Software Engineering*. 2013. no. 2. pp. 35–41. (In Russ.).
4. Zhu L.-Z., Kong F.-Sh. Automatic Conversion from UML to CPN for Software Performance Evaluation. *Procedia Engineering*. 2012. no. 29. pp. 2682–2686.
5. Thierry-Mieg Y., Hillah L.-M. UML behavioral consistency checking using instantiable Petri nets. *Innovations Syst Softw Eng*. 2008. no. 4. pp. 293–300.
6. Yang N., Yu H., Sun H., Qian Z. Modeling UML sequence diagrams using extended Petri nets. *Telecommun Syst*. 2012. vol. 51. pp. 147–158.
7. Basile F., Chiacchio P., Grosso D.D. A two-stage modelling architecture for distributed control of real-time industrial systems: Application of UML and Petri Net. *Computer Standards & Interfaces*. 2009. vol. 31. pp. 528–538.
8. Romannikov D.O., Markov A.V. [Example application of the methodology of software development using UML diagrams and Petri nets]. *Nauchnyj vestnik NGTU – Science Bulletin of NSTU*. 2012. no. 1(67). pp. 175–181. (In Russ.).
9. Markov A.V., Romannikov D.O. [Algorithm for automatic translation of activity diagrams to Petri net]. *Doklady AN VSH RF – Reports AS GS RF*. 2014. no. 1 (22). pp. 104–112. (In Russ.).
10. Voevoda A.A., Markov A.V. [Inversion of ordinary Petri nets]. *Nauchnyj vestnik NGTU – Science Bulletin of NSTU*. 2013. no. 4 (53). pp. 215–218. (In Russ.).
11. CPN Tools. Available at: <http://cpntools.org/download>.

**Воевода Александр Александрович** — д-р техн. наук, профессор, кафедра автоматике, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: полиномиальный синтез, сети Петри, UML диаграммы. Число научных публикаций — более 200. [voevoda@ucit.ru](mailto:voevoda@ucit.ru); 630073, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса 20.

**Voevoda Alexandr Aleksandrovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, department of Automation, Novosibirsk State Technical University. Research interests: polynomial synthesis, UML diagrams, Petri nets. The number of publication – more 200. [voevoda@ucit.ru](mailto:voevoda@ucit.ru); Karl Marx Avenue 20, Novosibirsk, 630073.

**Марков Александр Владимирович** — аспирант, кафедра автоматике, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: UML диаграммы, сети Петри, исследование пространства состояний. Число научных публикаций — более 20. [muviton3@gmail.com](mailto:muviton3@gmail.com); пр. Карла Маркса 20, г. Новосибирск, 630073; р.т. + 7 (952) 926-14-04.

**Markov Alexandr Vladimirovich** — Ph.D. student, department of Automation, Novosibirsk State Technical University. Research interests: UML diagrams, Petri nets, a study of state space. The number of publication — more 20. [muviton3@gmail.com](mailto:muviton3@gmail.com); Karl Marx Avenue 20, Novosibirsk, 630073; phone + 7 (952) 926-14-04.

**Романиков Дмитрий Олегович** — к-т техн. наук, кафедра автоматике, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: UML диаграммы, сети Петри, поиск программных ошибок. Число научных публикаций — более 25. [rom2006@gmail.com](mailto:rom2006@gmail.com); пр. Карла Маркса 20, г. Новосибирск, 630073; р.т. + 7 (961) 223-85-67.

**Romannikov Dmitry Olegovich** — Ph.D., NSTU, department of Automation. Research interests: UML diagrams, Petri nets, search software errors. The number of publication — more 25. [rom2006@gmail.com](mailto:rom2006@gmail.com); Karl Marx Avenue 20, Novosibirsk, 630073; phone + 7 (961) 223-85-67.

## РЕФЕРАТ

*Воевода А.А., Марков А.В., Романников Д.О.* **Разработка программного обеспечения: проектирование с использованием UML диаграмм и сетей Петри на примере АСУ ТП водонапорной станции.**

Рассматриваются и анализируются известные способы и методики разработки программного обеспечения (ПО) для этапа проектирования. Описывается методика, в которой используются UML диаграммы для моделирования свойств и сценариев функционирования системы, а также сети Петри для анализа динамических свойств спроектированных поведенческих диаграмм. Приводится усовершенствованная методика взаимного использования UML диаграмм и сетей Петри. Предлагаемая методика используется при проектировании ПО для АСУ ТП насосной станции, а именно, проектируется диаграмма прецедентов, диаграмм классов и диаграмм объектов, а также диаграмма деятельности, преобразование которой происходило по формальным правилам.

При анализе сети Петри, транслированной из диаграммы деятельности, были выявлены некорректные состояния, в которых оказывалась система при включении и выключении насосов оператором. После устранения данной ситуации, анализ дал положительный результат. Во время анализа получено представление о дереве достижимости системы, составляющее величину порядка  $10^6$ . Таким образом, работоспособность предлагаемой методики продемонстрирована на примере системы АСУ ТП насосной станции.

## SUMMARY

*Voevoda A., Markov A., Romannikov D.* **Software development: software design using UML diagrams and Petri nets for example automated process control system of pumping station.**

Methods and techniques of software design as one of the important stages of software development are described in the paper.

The method of software design with using of UML with Petri nets for analyzing of dynamic properties of set UML diagrams is described. Authors offer improved method of using of integration of UML diagrams and Petri nets. The offered method was used for designing of software of automated process control system (APCS) of pumping station: designing of use case, class, object diagrams and sequences diagram that was transformed to Petri net with help of formal rules.

Some incorrect states that occurred after pumps enabling/disabling by operator were identified by analysis of Petri net. Reachability tree of the system was gotten by analysis of the Petri net (the value of the tree is about  $10^6$  of nodes). Testing of offered system was showed on example of APCS of pump station.

М.В. БУРАКОВ, М.С. БРУНОВ  
**СТРУКТУРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ**

---

*Бураков М.В., Брунов М.С. Структурная идентификация нечеткой модели.*

**Аннотация.** Цель данной работы заключается в рассмотрении математического инструментария для построения моделей нелинейных систем по входным и выходным данным. Фазовая плоскость системы разбивается на подобласти, с каждой из которых связана линейная модель. Каждая линейная модель представлена в форме пространства состояний. Для идентификации выбранных параметров линейных систем используется метод наименьших квадратов. Для получения общего выхода нелинейной системы используется нечеткое представление. Предлагаемая методология проверена на цифровых примерах.

**Ключевые слова:** идентификация, нелинейная система, T-S нечеткая модель.

*Burakov M.V., Brunov M.S. Structural identification of fuzzy model.*

**Abstract.** The purpose of this paper is to present a mathematical tool to build a fuzzy model of a nonlinear system using its input-output data. The phase plane of system is divided into sub-regions and a linear model is assigned for each of these regions. This linear model is represented either in state-space form. To determine the pre-selected parameters of the linear system model under study, least-square identification method is used. Then these linear models are arranged in a fuzzy manner to characterize the overall system behavior. The proposed methodology is verified through simulation on a numeric example.

**Keywords:** Identification, nonlinear system, T-S fuzzy model.

---

**1. Введение.** Термин «модельное нечеткое управление (*Model-Based Fuzzy Control*)» используется, чтобы подчеркнуть отличие подобных систем от нечетких систем, опирающихся на эвристические знания о процессе управления. Основа этого направления была заложена работой [1], в которой было предложено правые части нечетких правил описывать как линейные функции входных переменных. Иначе говоря, рассматривается множество линейных моделей, каждая из которых соответствует нечеткой локальной области фазового пространства объекта. Положение этих локальных нечетких областей априори задано, так что можно вычислять соответствие текущего положения объекта различным областям, изменяя «вес» выхода соответствующих моделей. Общий выходной сигнал модели оказывается «смесью» выходных сигналов локальных моделей. Располагая множеством линейных моделей, можно синтезировать регулятор для каждой модели, а затем рассмотреть нелинейный закон управления, в котором выходные сигналы локальных регуляторов «смешиваются» аналогично выходам линейных моделей.

Такой подход дает возможность использования методов синтеза линейных систем при управлении нелинейными объектами ([2] и дру-

гие). Разработка системы управления включает в себя три этапа: разбиение нечеткого фазового пространства объекта, идентификация локальных моделей, синтез локальных регуляторов. На втором и третьем этапе можно использовать соответственно метод наименьших квадратов и модальный синтез. Однако выбор нечетких областей (структурная идентификация) может определяющим образом влиять на работу системы управления. В настоящей работе рассмотрены некоторые аспекты этой проблемы и вынесены рекомендации, подтвержденные результатами моделирования.

**2. Модельное нечеткое управление.** Рассмотрим общее описание динамического объекта в виде:

$$\dot{X}(t) = f(X(t), U(t)), \quad X(t=0) = X_0,$$

где  $f$  – неизвестная нелинейная функция;  $X \in R^n$  – вектор состояния системы;  $U \in R^m$  – вектор входа системы;  $X_0$  – начальные условия.

Поведение системы задано конечным набором экспериментальных данных. Требуется построить такое описание системы, которое наиболее соответствует этому набору, а затем определить на основании этого описания закон управления.

Будем считать, что полная нелинейная модель может быть представлена в виде конечного набора линеаризованных моделей, каждая из которых соответствует  $i$ -й точке пространства состояния:

$$\begin{aligned} \dot{X}_i(t) &= f_i(X(t), U(t)) = A_i X + B_i U, \\ A_i &= \frac{\partial f_i(X_i, U_i)}{\partial X_i}, \quad B_i = \frac{\partial f_i(X_i, U_i)}{\partial U_i}, \end{aligned}$$

где  $A_i$  и  $B_i$  – матрицы динамики и входа линейной системы для  $i$ -го подпространства.

Дискретная нечеткая  $T$ - $S$  модель предполагает разбиение пространства состояний системы на  $N$  областей, так что в каждой  $i$ -й области используется нечеткое продукционное правило вида:

$$\begin{aligned} R^i : & \text{Если } (x_1 = T_1^i) \& (x_2 = T_2^i) \& \dots \& (x_n = T_n^i), \\ \text{то } & \begin{cases} X(k+1) = A_i X(k) + B_i U(k), \\ Y_i(k) = C_i X(k). \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $i$  – номер правила,  $x_i$  – отдельные компоненты вектора состояния системы,  $T_i$  – нечеткое множество (терм), описывающее ограничения на соответствующую компоненту состояния.

Выход нечеткой системы из  $N$  правил в каждый момент времени рассчитывается по формуле:

$$Y(k) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i(X(k))Y_i(k)}{\sum_{i=1}^N w_i(X(k))} = \sum_{i=1}^N \alpha_i Y_i(k), \quad (2)$$

$$w_i(X(k)) = \prod_{j=1}^n \mu_{ij}(x_j(k)), \quad \alpha_i = \frac{w_i(X(k))}{\sum_{i=1}^N w_i(X(k))},$$

где  $\alpha_i$  – вес выхода  $i$ -й модели,  $\mu_{ij}(x_i)$  – степень принадлежности  $j$ -й компоненты вектора состояния соответствующему терму  $i$ -го правила.

Например, пусть  $i$ -я координата вектора  $X$  описывается с помощью 3-х термов: О – «отрицательное», Н – «нулевое», П – «положительное», и заданы размеры базовой шкалы  $[-x_{i\max}, x_{i\max}]$  (рисунок 1).

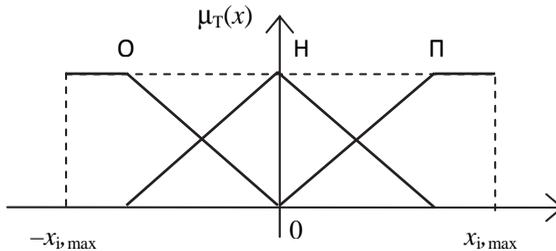


Рис. 1. Вариант нечеткого описания координаты состояния

Допустим, что вектор состояния состоит из двух координат, и вторая координата описывается аналогично. Тогда пространство состояния оказывается разбито на 9 нечетких областей (рисунок 2).

После решения задачи параметрической идентификации для каждой локальной области методом модального управления рассчитывается свой регулятор, вырабатывающий сигнал:

$$U_i(k) = -K_i X(k),$$

где  $K_i$  – вектор коэффициентов обратной связи по состоянию.

Общий сигнал управления формируется аналогично (2).

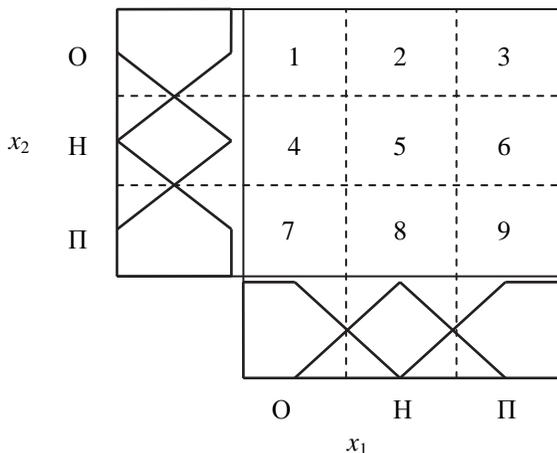


Рис. 2. Нечеткое разбиение пространства состояний

На рисунке 3 показана структура системы управления. Нечеткий супервизор здесь сравнивает соответствие текущего состояния объекта различным нечетким областям фазового пространства.

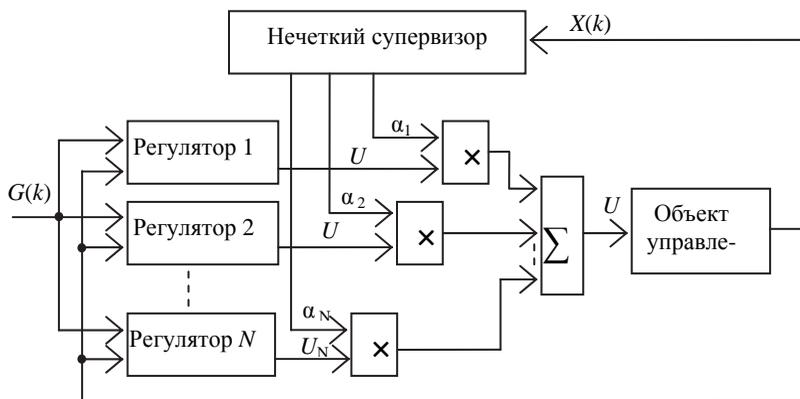


Рис. 3. Структура нечеткой системы управления

**3. Параметрическая идентификация.** При решении задачи параметрической идентификации ([3] и другие) рассматривается свободное движение системы:

$$X(k+1) = AX(k).$$

Выход нечеткой системы из  $N$  правил в каждый момент времени рассчитывается по формуле, аналогичной (2):

$$X(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i(X(k)) A_i X(k)}{\sum_{i=1}^N w_i(X(k))} = \sum_{i=1}^N \alpha_i (A_i X(k)), \quad (3)$$

Если система нелинейная, то точка равновесия отличается от начала координат:

$$X(k+1) = A(X(k) - S) = AX(k) + P,$$

где  $S$  – координаты точки равновесия нелинейной системы.

Для идентификации используется метод наименьших квадратов (МНК). Рассмотрим для простоты описание системы 2-го порядка с вектором состояния:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

Введем лингвистические переменные с тремя термами для описания каждой переменной состояния (рис. 1). При таком разбиении можно рассмотреть нечеткую модель в пространстве состояния, которую описывают 9 правил:

$$R^1 : \text{Если } (\tilde{x}_1(k) = \text{"O"}) \& (\tilde{x}_2(k) = \text{"O"}),$$

$$\text{тг } X_1(k+1) = A_1 X(k) + P_1,$$

$$R^2 : \text{Если } (\tilde{x}_1(k) = \text{"O"}) \& (\tilde{x}_2(k) = \text{"H"}),$$

$$\text{т } X_2(k+1) = A_2 X(k) + P_2,$$

$$R^9 : \text{Если } (\tilde{x}_1(k) = \text{"П"}) \& (\tilde{x}_2(k) = \text{"П"}),$$

$$\text{т } X_9(k+1) = A_9 X(k) + P_9,$$

где  $\mu_i$  – степень запуска  $i$ -го правила, вычисляемая по формуле:

$$\mu^i = \min(\mu_j(x_1(k)), \mu_k(x_2(k))),$$

где  $j$  и  $k$  – номера термов, входящих в  $i$ -е правило.

Состояние системы описывается формулой:

$$X(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^9 \mu^i X_i(k)}{\sum_{i=1}^9 \mu^i} = w^1 X_1(k) + w^2 X_2(k) + \dots + w^9 X_9(k).$$

Запишем в развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} x_1^i(k+1) \\ x_2^i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^i & a_{12}^i \\ a_{21}^i & a_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1^i \\ p_2^i \end{bmatrix},$$

Рассмотрим два вектора параметров модели:

$$\alpha_1 = [a_{11}^1 \quad a_{12}^1 \quad p_1^1 \quad a_{11}^2 \quad a_{12}^2 \quad p_1^2 \quad \dots \quad a_{11}^9 \quad a_{12}^9 \quad p_1^9]^T;$$

$$\alpha_2 = [a_{21}^1 \quad a_{22}^1 \quad p_2^1 \quad a_{21}^2 \quad a_{22}^2 \quad p_2^2 \quad \dots \quad a_{21}^9 \quad a_{22}^9 \quad p_2^9]^T.$$

Пусть имеется матрица измерений состояния:

$$Y_1 = \begin{bmatrix} x_1(2) \\ x_1(3) \\ \dots \\ x_1(m) \end{bmatrix}; \quad Y_2 = \begin{bmatrix} x_2(2) \\ x_2(3) \\ \dots \\ x_2(m) \end{bmatrix}.$$

Таким образом:

$$\begin{cases} Y_1 = \theta \alpha_1, \\ Y_2 = \theta \alpha_2, \end{cases}$$

$$\theta^T = \begin{bmatrix} w_1(1)x_1(1) & w_1(2)x_1(2) & \dots & w_1(m-1)x_1(m-1) \\ w_1(1)x_2(1) & w_1(2)x_2(2) & \dots & w_1(m-1)x_2(m-1) \\ w_1(1) & w_1(2) & \dots & w_1(m-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_9(1)x_1(1) & w_9(2)x_1(2) & \dots & \dots \\ w_9(1)x_2(1) & w_9(2)x_2(2) & \dots & \dots \\ w_9(1) & w_9(2) & \dots & w_9(m-1) \end{bmatrix}.$$

Следовательно, расчетные формулы для определения параметров модели имеют вид:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \left( (\theta^T \theta)^{-1} \theta^T \right) Y_1 \\ \alpha_2 = \left( (\theta^T \theta)^{-1} \theta^T \right) Y_2 \end{cases} \quad (4)$$

**4. Проблема структурной идентификации.** Рассмотрим задачу идентификации системы, заданной множеством пар координат, соответствующих нелинейной системе:

$$\begin{cases} x_1(k) = 0.9x_1(k-1) - 0.2 \sin(x_2(k-1)); \\ x_2(k) = 0.2 \cos(x_1(k-1)) + 0.9x_2(k-1). \end{cases} \quad (5)$$

При начальных условиях  $x_1(0) = 4$ ,  $x_2(0) = 4$ .

Для нечеткого разбиения фазовой плоскости каждая координата системы описывается с помощью множества термов, показанного на рисунке 4. Подобный подход использован, например, в [4].

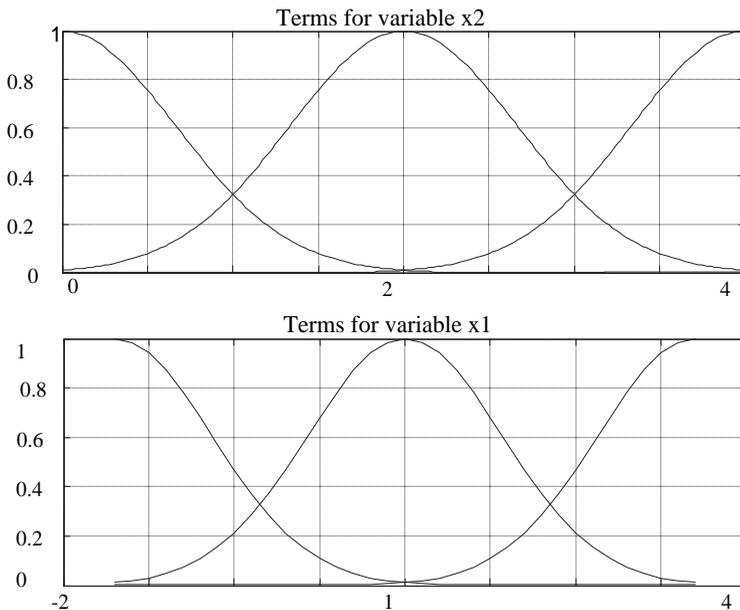


Рис. 4. Нечеткое описание координат с помощью гауссовых функций

Таким образом, нечеткая модель должна содержать 9 правил, каждое из которых использует неизвестную матрицу  $A$  и вектор-столбец  $P$ . В результате выполнения процедуры идентификации с помощью (4) были получены девять матриц  $A$  и вектор столбцов  $P$ .

Моделирование выполнялось по формуле (2) при заданных начальных условиях. Сравнение выхода полученной нечеткой модели и исходной системы показано на рисунке 5. Графики практически совпадают.

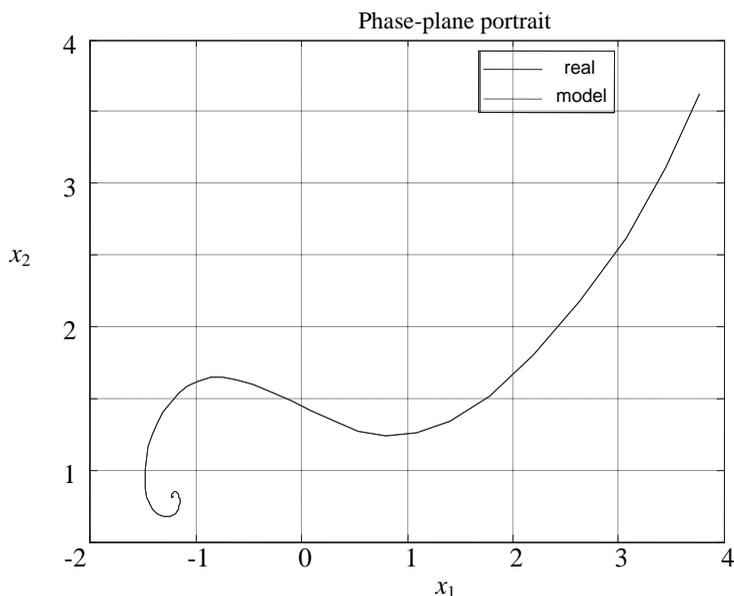


Рис. 5. Сравнение выхода системы и ее нечеткой модели

Однако, как показало моделирование, полученная модель оказывается совершенно неадекватной объекту при изменении начальных условий. Соответственно, на ее основании невозможно построить регулятор по схеме, показанной на рис. 3. Таким образом, использованный подход к структурной идентификации, основанный на регулярном разбиении пространства состояний на нечеткие подобласти (рис. 2), непригоден на практике.

Таким образом, если при эвристическом синтезе нечеткого закона управления важно построить регулярное описание входного пространства регулятора [5], то модельное нечеткое управление должно исходить из имеющихся данных эксперимента.

Важность проблемы структурной идентификации подчеркивается в [6], где предложены варианты решения этой проблемы. Существует также работы (например, [7]), в которых исследуются варианты использования кластеризации для структурной идентификации при различных постановках задач. Однако кластеризация позволяет обобщать известные вход-выходные зависимости, а в рассматриваемой постановке сигнал управления заранее неизвестен.

**5. Алгоритм структурной идентификации.** Предлагаемый алгоритм структурной идентификации основывается на сравнении процесса с линейной аппроксимирующей функцией, которая строится независимо по каждой из координат:

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1(k) &= ax_1(k-1) + bx_1(k-2); \\ \tilde{x}_2(k) &= cx_2(k-1) + dx_2(k-2),\end{aligned}\tag{6}$$

где коэффициенты  $a, b, c, d$  определяются с помощью МНК.

При сохранении адекватности линейной модели процессу будет выполняться условие:

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1(k) &\approx x_1(k); \\ \tilde{x}_2(k) &\approx x_2(k).\end{aligned}$$

Может быть введен порог ошибки  $\varepsilon$ , превышение которого означает конец линейного участка:

$$|x_i(k) - \tilde{x}_i(k)| < \varepsilon.\tag{7}$$

Таким образом, центры термов, описывающих локальную область фазового пространства при структурной идентификации, должны располагаться примерно в центре линейного участка траектории. Количество линейных участков (и термов) заранее неизвестно, оно увеличивается на единицу, как только условие (7) перестает выполняться для текущего линейного участка.

Первоначально рассматривается вся траектория от начальных условий до точки равновесия.

Рассмотрим процесс (5). Для уравнений (6) по МНК были получены следующие оценки:  $a = 1.74, b = 0.78, c = 1.3, d = -0.4$ .

Сравнение координат процесса и их линейных оценок показано на рисунках 6 и 7.

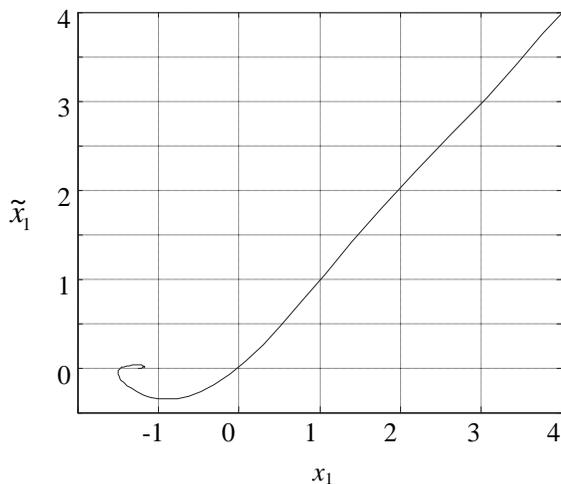


Рис. 6. Сравнение процесса и линейной модели по первой координате

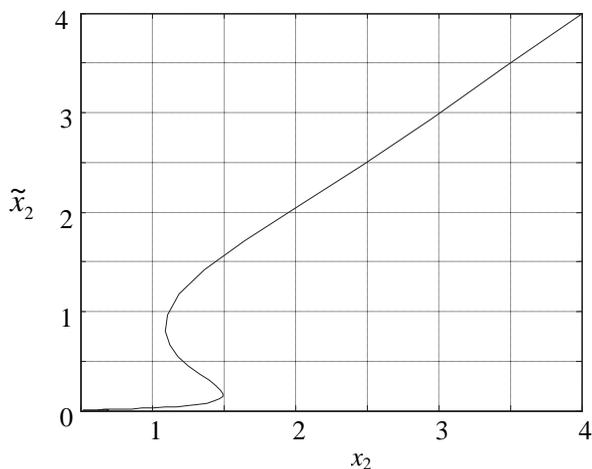


Рис. 7. Сравнение процесса и линейной модели по второй координате

Как показывают рисунки 6 и 7, по обеим координатам центрами 1-го линейного участка (т. е. 1-го терма) могут быть выбраны точки с координатой 2,5 (рисунки 8 и 9).

Затем, начиная с границы 1-го линейного участка, строится вторая линейная модель. На основании сравнения ее выхода с выходом процесса выбирается центры 2-го линейного участка (2-го терма) по  $x_1$  – в точке 0, по  $x_2$  – в точке 1,25.

Аналогично с границы 2-го линейного участка строится третья линейная модель. На основании сравнения ее выхода с выходом процесса выбирается центры 3-го линейного участка (2-го терма) по  $x_1$  – в точке  $-1,25$ , по  $x_2$  – в точке  $0,5$ . Третий участок заканчивается в точке равновесия (рисунки 8 и 9).

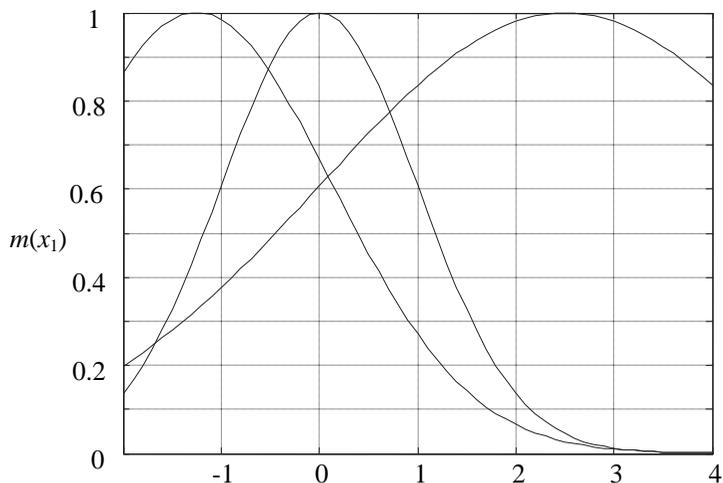


Рис. 8. Терм-множество для первой фазовой координаты

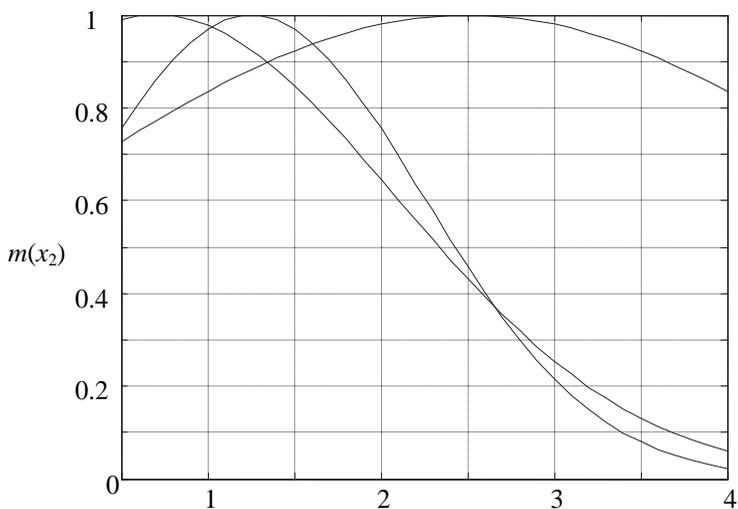


Рис. 9. Терм-множество для второй фазовой координаты

Таким образом, рассмотренный алгоритм структурной идентификации дал оценку  $N = 3$ , что соответствует количеству линейных участков траектории системы. Соответственно, нечеткая модель будет содержать всего три правила.

После определения центров термов возникает задача определения ширины гауссовых функций, соответствующих каждому терму. Для решения этой задачи можно использовать генетический алгоритм ([8] и другие) или другой метод глобальной оптимизации.

Были получены следующие оптимальные значения для локальных моделей:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.66 & 0.33 \\ -0.08 & 1.0 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.11 \\ 0.04 & 1.0 \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} 1.06 & -0.27 \\ 0.35 & 0.82 \end{bmatrix}.$$

Качество решения задачи иллюстрируют рисунки 10 и 11. Модель работоспособна для широкого диапазона начальных условий. Локальные регуляторы обеспечивают заданную динамику системы.

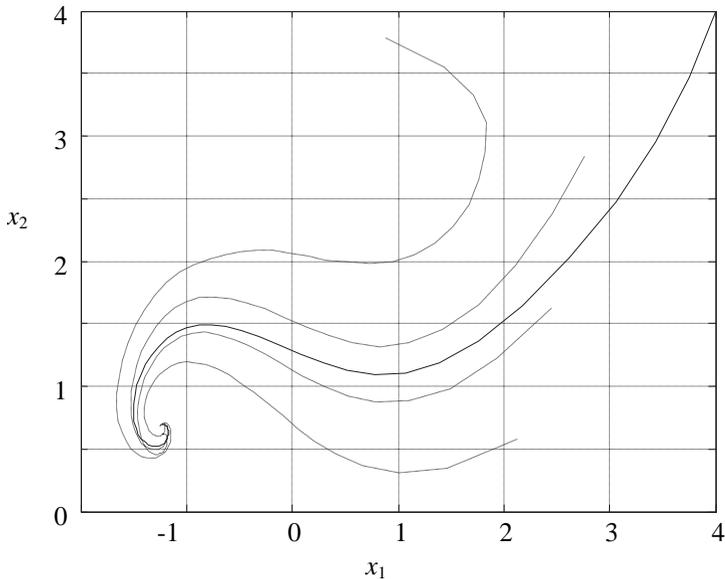


Рис. 10. Запуск нечеткой модели при различных начальных условиях

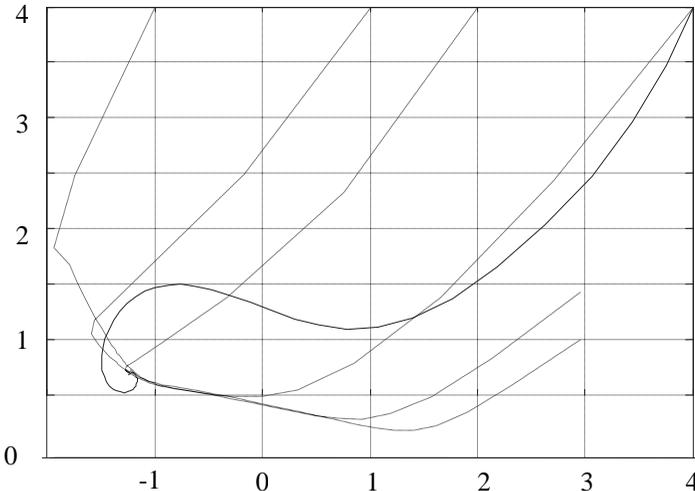


Рис. 11. Управление системой при различных начальных условиях

**Заключение.** Нечеткая идентификация на основании модели *Takagi-Sugeno* является универсальным инструментом при работе с нелинейными системами. Однако, как показало проведенное исследование, механизм разбиения пространства состояний на нечеткие области, соответствующий этапу структурной идентификации, может иметь большое значение для качества решения задачи идентификации и конструирования локальных регуляторов. Для обоснованного разбиения необходимо анализировать массив экспериментальных данных.

Предложенный алгоритм структурной идентификации предполагает два этапа работы: грубой настройка и точной настройка. Грубая настройка основана на последовательном применении процедуры расщепления пространства данных с помощью предлагаемого критерия проверки линейности процесса, рассматриваемого отдельно по каждой переменной. В результате определяется количество областей, для которых строятся локальные линейные модели. Каждой области соответствует свой терм, описываемый гауссовой функцией. При тонкой настройке может быть использован какой-либо метод нелинейной оптимизации, например – генетический алгоритм. В результате этого этапа определяется оптимальная ширина гауссовых функций.

Приведенный пример моделирования показал хорошее качество решения задачи идентификации нелинейной систем и управления ею на основе «нечеткой смеси» локальных линейных регуляторов. Таким образом, рассмотренный подход может быть полезен при разработке систем управления широким классом нелинейных динамических объектов.

## Литература

1. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 1985. Vol.15. № 116. pp. 116–132.
2. Buckley J.J. Sugeno-type controller are universal controllers // Fuzzy Sets and Systems. 1993. № 53. pp. 299–303.
3. Ljung L. System Identification: Theory for the User // 2nd ed. Prentice-Hall. Upper Saddle River, New Jersey, USA. 1999.
4. Eksin I., Erol O.K. A Fuzzy Identification Method for Nonlinear Systems // Turkey Journal of Electrical Engineering. 2000. vol. 8. № 2, pp. 125 -135.
5. Бураков М. В. Нечеткие регуляторы // СПб.: ГУАП. 2010 г. 237с.
6. Sugeno M., Kang G.T. Structure identification of fuzzy model // Fuzzy sets and systems. 1988. № 28, pp.15-33.
7. Angelov P. P. An Approach to Online Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models // IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics — part B: Cybernetics, 2004. vol. 34. № 1. pp. 484–498.
8. Бураков М.В. Генетический алгоритм: теория и практика // СПб.: ГУАП. 2008. 164с.

## References

1. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 1985. vol. 15, no. 116. pp. 116–132.
2. Buckley J.J. Sugeno-type controller are universal controllers. Fuzzy Sets and Systems. 1993. no. 53. pp. 299–303.
3. Ljung L. System Identification: Theory for the User. 2nd ed. Prentice-Hall. Upper Saddle River, New Jersey, USA. 1999.
4. Eksin I., Erol O.K. A Fuzzy Identification Method for Nonlinear Systems. Turkey Journal of Electrical Engineering. 2000. vol. 8, no. 2, pp. 125 -135.
5. Burakov M. V. *Nechetkie reguljatory* [Fuzzy controllers]. SPb.: GUAP. 2010. 237p. (In Russ.).
6. Sugeno M., Kang G.T. Structure identification of fuzzy model. Fuzzy sets and systems, 1988. no. 28, pp.15-33.
7. Angelov P. P. An Approach to Online Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models. IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics — part B: Cybernetics. 2004. vol. 34, no. 1, pp. 484–498.
8. Burakov M. V. *Geneticheskij algoritm: teorija i raktika* [Genetic algorithm: theory and practice]. SPb.: GUAP. 2008. 164p. (In Russ.).

**Бураков Михаил Владимирович** — к-т техн. наук, доцент, доцент кафедры управления в технических системах СПбГУАП. Область научных интересов: адаптивные и нечеткие системы, нейронные сети, генетические алгоритмы. Число научных публикаций — 120. bmv@sknt.ru, СПбГУАП, Б.Морская, д. 67, г. Санкт-Петербург, 190000, РФ; р.т. +7(812)4947031.

**Burakov Mikhail Vladimirovich** — Ph.D., associate professor, associate professor of chair of control system SUAI. Research interests: adaptive and fuzzy systems, neural net, genetic algorithm. The number of publications — 120. bmv@sknt.ru, SUAI, Bolshaya Morskaya, 67, St. Petersburg, 190000, Russia; office phone +7(812)4947031.

**Брунов Максим Сергеевич** — старший преподаватель кафедры управления в технических системах СПбГУАП. Область научных интересов: системы автоматического управления. Число научных публикаций — 20. mak-brunov@yandex.ru, СПбГУАП, Б.Морская, д. 67, г. Санкт-Петербург, 190000, РФ; р.т. +7(812)4947031.

**Brunov Maksim Sergeevich** — senior teacher of chair of control system SUAI. Research interests: automatic control systems. The number of publications — 20. mak-brunov@yandex.ru, SUAI, Bolshaya Morskaya, 67, St. Petersburg, 190000, Russia; office phone +7(812)4947031.

## РЕФЕРАТ

### *Бураков М.В., Брунов М.С.* Структурная идентификация нечеткой модели.

В реальной жизни функционирование почти всех физических динамических систем не может быть описано с помощью линейных дифференциальных уравнений, так как оно имеет нелинейный характер. Основная идея нечеткого моделирования и управления по методу Такаги-Сугено состоит в представлении нелинейной динамической системы в виде нескольких локально линеаризованных подсистем, таким образом, чтобы общее нелинейное поведение системы могло быть описано путем «нечеткой смеси» таких подсистем. Для каждой линеаризованной локальной модели должен быть синтезирован соответствующий линейный закон управления, гарантирующий требуемое размещение полюсов системы.

Основная проблема при использовании нечетких моделей Такаги-Сугено заключается в определении количества функций принадлежности, разделяющих входное пространство, или количества правил.

В данной работе рассматривается простой алгоритм для структурной идентификации нечетких моделей Такаги-Сугено.

Алгоритм делится на два этапа: грубой настройки и точной настройки. Грубая настройка основана на последовательном применении процедуры расщепления пространства данных с помощью предлагаемого критерия проверки. При тонкой настройке используется традиционный метод нелинейной оптимизации для выбора параметров функции принадлежности. Рассмотрено использование предложенного метода для конкретной задачи.

## SUMMARY

### *Burakov M.V., Brunov M.S.* Structural identification of fuzzy model.

Almost all of the physical dynamical systems in real life cannot be represented by linear differential equations and have a nonlinear nature. The main idea of the Takagi-Sugeno (TS) fuzzy modeling and control method is to partition the nonlinear system dynamics into several locally linearized subsystems, so that the overall nonlinear behavior of the system can be captured by fuzzy blending of such subsystems. For each linearized local model there must be a corresponding linear control law that guarantees desired pole placement of system.

The main problem in developing TS fuzzy models is to identify the number of membership functions partitioning each input variable or the number of rules. In this paper a simplest algorithm for structure identification of TS fuzzy models is proposed.

The algorithm is divided into two steps: coarse tuning and fine tuning. In coarse tuning, the model structure identification is based on sequential splitting procedure on data space through the proposed criterion for the verification. In fine tuning, a traditional nonlinear optimization method is used to adjust the parameter of membership function. The proposed methods are applied to an example.

С.Ф. Свиныин, И.А. Андрианов  
**ПРИМЕНЕНИЕ РАВНОМЕРНО РАЗРЕЖЕННЫХ СУФФИКСНЫХ ДЕРЕВЬЕВ ДЛЯ ЗАДАЧ ОБРАБОТКИ СТРОК**

---

*Свиныин С.Ф., Андрианов И.А. Применение равномерно разреженных суффиксных деревьев для задач обработки строк.*

**Аннотация.** Потребность в эффективных алгоритмах обработки строк возникает во многих практических задачах. Одним из наиболее универсальных подходов является применение суффиксных деревьев. Однако, данная структура предъявляет высокие требования к памяти ЭВМ, что ограничивает область её применения. В данной статье на примере задачи о максимальной симметричной подстроке рассматривается способ, позволяющий частично устранить данный недостаток. Описанный способ может быть использован и для других задач.

**Ключевые слова:** информационный поиск, разреженные суффиксные деревья, ближайший общий предок, максимальный палиндром, алгоритм Укконена.

Svinyin S.F., Andrianov I.A. **Application of evenly sparse suffix tree for string processing tasks.**

**Abstract.** The need for efficient algorithms for processing strings arises in many practical problems. One of the most universal approaches is the use of suffix trees. However, this data structure has high memory requirements, which limits area of its application. In this article we consider a way to partially eliminate this disadvantage and give an example of solving the problem of the longest symmetric substrings. The described method can be also be used for other problems too.

**Keywords:** information retrieval, sparse suffix trees, least common ancestor, maximal palindrome, Ukkonen's algorithm.

---

**1. Введение.** Эффективные структуры данных и алгоритмы для обработки строк и последовательностей являются актуальным объектом исследования в настоящее время, что объясняется потребностями практики в различных областях – информационно-поисковые системы, вычислительная биология и др.

Чтобы добиться высокой скорости работы, обычно используется подход, который заключается в проведении предобработки входных данных, то есть построении индексов над ними. Применение индексов позволяет получить алгоритмы поиска с меньшей вычислительной сложностью, чем в случае полного сканирования входных данных.

Важным вопросом при разработке индекса является выбор минимального индексируемого элемента. При выполнении поиска в документах, не являющихся текстами на естественном языке, удобным механизмом является декомпозиция на основе подстрок –  $n$ -грамм, префиксов или суффиксов.

Заметим, что для текстов на естественном языке данный подход также применим, хотя и имеет некоторые особенности. Например, в

статье [1] рассматривается модель на основе  $n$ -грамм, которые строятся не над отдельными символами, а над словами текста с учётом морфологии. Вообще, можно считать, что множество слов (словоформ) естественного языка образует алфавит, при этом каждое слово является его символом. С этой точки зрения последовательность слов, по сути, представляет собой символьную строку, к которой применимы все известные алгоритмы обработки строк.

Конечно, реализация такого типа индексов требует больших накладных расходов. Однако, с развитием средств вычислительной техники и совершенствованием алгоритмов становится возможным успешно применять подобные методы для данных всё больших размеров. При этом становится возможным выполнять, в частности, такие виды поиска, как поиск по сходству и регулярным выражениям.

Известно несколько структур данных для построения индексов на основе подстрок – суффиксные деревья, суффиксные массивы, строковые В-деревья, различные способы представления  $n$ -грамм (в том числе переменной длины) и др. Одной из наиболее универсальных структур данных является суффиксное дерево (далее СД). Известны по крайней мере несколько десятков задач, для которых может использоваться данная структура [2]. Например, СД может использоваться для поиска подстрок, при этом сложность поиска подстроки  $p$  в строке  $s$  составляет  $O(|p| + occ)$ , где  $|p|$  – длина  $p$ ,  $occ$  – число вхождений. СД могут быть использованы для эффективного поиска заданного набора строк (как альтернатива алгоритму Ахо–Корасик) и при решении ряда других задач.

**2. Основные понятия и обозначения.** Суффиксным деревом  $T$  для строки  $S$  длины  $m$  называется дерево с корнем, имеющее ровно  $m$  листьев, занумерованных от 1 до  $m$ . Каждая внутренняя вершина, отличная от корня, имеет не меньше двух детей, каждая дуга помечена дуговой меткой – парой чисел  $(i, d)$ , определяющих подстроку  $S[i..i+d-1]$  строки  $S$  (говорят, что дуга помечена этой подстрокой). Никакие две дуги, выходящие из одной и той же вершины, не могут быть помечены подстроками, начинающимися с одного и того же символа. Для каждого листа  $i$  конкатенация меток дуг на пути от корня к листу в точности составляет суффикс строки  $S$ , который начинается в позиции  $i$ . Пример СД представлен на рисунке 1.

Будем использовать далее следующие обозначения. Узлы СД обозначаются маленькими латинскими буквами. Каждому узлу в дереве соответствует единственная подстрока – конкатенация подстрок на дугах на пути из корня дерева в соответствующий узел. Подстроку,



Построив дерево за линейное время, можно использовать его для решения целого ряда задач. Классическим примером служит задача о подстроке. Задан текст  $T$  длины  $m$ . За время предобработки  $O(m)$  необходимо подготовиться к тому, чтобы, получив неизвестную строку  $S$  длины  $n$ , за время  $O(n)$  (то есть независимо от длины  $T$ ) определить, входит ли  $S$  в  $T$  как подстрока или нет. Решение выглядит следующим образом. Построив один раз суффиксное дерево для  $T$ , для каждой очередной строки  $S$  будем искать совпадения для её символов вдоль единственного пути от корня дерева до тех пор, пока либо  $S$  не исчерпается, либо очередное совпадение не станет невозможным. При этом в первом случае каждый лист в поддереве, начинающемся в месте последнего совпадения, определяет своим номером начальную позицию  $S$  в  $T$ . И наоборот, каждая позиция  $S$  в  $T$  нумерует такой лист.

**3. Основные недостатки суффиксных деревьев и способы их устранения.** Основными недостатками суффиксных деревьев являются высокие требования к памяти и плохая пространственная локальность. Несмотря на то, что размер дерева прямо пропорционален размеру исходного текста, коэффициент пропорциональности составляет около 10 – 15 даже в лучших программных реализациях. Это влечёт необходимость в существенных затратах памяти.

Кроме этого, построение больших деревьев затруднено, поскольку известные линейные алгоритмы построения рассчитаны на работу в оперативной памяти и предполагают наличие быстрого доступа к произвольным адресам, вследствие чего они плохо адаптируются под использование внешних носителей.

В результате на обычной вычислительной машине при достаточно скромных размерах входных данных СД перестаёт помещаться в физическую память. Использование же виртуальной памяти резко снижает скорость работы программы.

При работе с уже построенным суффиксным деревом во внешней памяти также часто будут происходить обращения к узлам дерева в разных страницах. В результате этой стратегии кеширования, используемые операционной системой, оказываются малоприменимыми.

Можно выделить два пути решения данной проблемы. Первый заключается в поиске специальных способов представления суффиксного дерева во внешней памяти, чтобы более эффективно использовать особенности блочного обмена с диском и используемый операционной системой способ кеширования (либо реализовать собственный механизм управления кешированием).

Второй способ заключается в использовании разреженных (неплотных) суффиксных деревьев [3], которые строятся не над всеми суффиксами индексируемых текстов, а лишь над некоторым их подмножеством (при этом критерий выбора суффиксов может определяться конкретной задачей). Однако, такая структура данных подходит для решения далеко не всех задач, которые можно решить с помощью обычных СД.

На рисунке 2 приведён пример обобщённого разреженного СД для строк 'abcabe\$' и 'bcabce#'. В дерево включены только суффиксы, начинающиеся с символов 'a' и 'b'. Дуги нагружены подстроками исходной строки (дерево слева), реально на дугах хранятся позиции подстрок в исходных строках (дерево справа). В тройках чисел на дугах дерева первое число соответствует номеру строки (1 или 2).

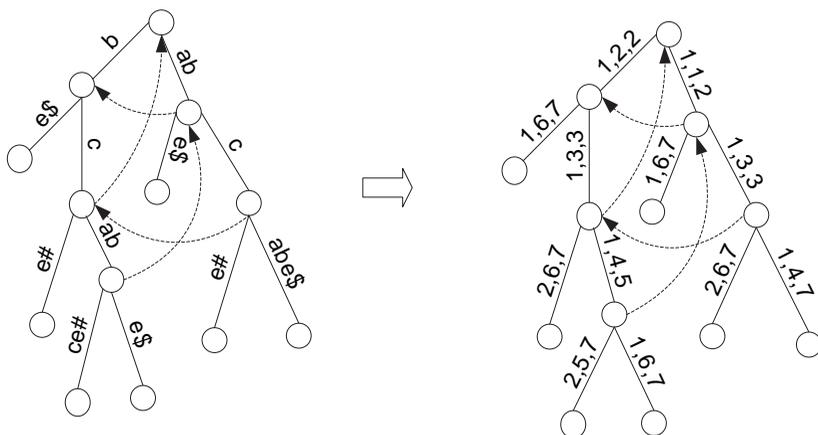


Рис. 2. Пример обобщенного разреженного суффиксного дерева. Пунктирными стрелками показаны суффиксные связи

Эффективное построение разреженного СД для общего случая (нет никаких ограничений на позиции суффиксов) представляет собой достаточно сложную задачу. В полной мере в настоящее время она пока не решена, однако, определённые наработки в данной области имеются. В частности, в статье [4] описывается вероятностный алгоритм построения разреженного СД. Дерево, построенное с его помощью, будет полностью корректным с вероятностью, близкой к единице. Временная сложность алгоритма составляет  $O(n \cdot \log^2(b))$ , требования к памяти –  $O(b)$ , где  $b$  – количество суффиксов.

Если ввести некоторые ограничения на позиции суффиксов, включаемых в разреженное СД, то становится возможным разработать

более быстрые специализированные алгоритмы. Так, в работе [5] предложен способ построения дерева за линейное время для случая, когда все суффиксы начинаются на границах слов.

Эта идея была обобщена в статье [6], где в качестве входных данных рассматривается последовательность кодовых слов какого-либо префиксного кода (например, кода Хаффмана), а индексные позиции располагаются на границах слов. В [6] предложен алгоритм построения дерева с временем работы  $O(n+m)$ , где  $m$  - размер детерминированного конечного автомата, распознающего данный префиксный код.

**4. Равномерно разреженные СД.** В работе [3] для уменьшения памяти, занимаемой деревом, предлагается хранить в нём не каждый суффикс исходной строки, а лишь каждый  $k$ -й суффикс. При этом объём памяти для хранения такой структуры уменьшается примерно в  $k$  раз. Полученную структуру Каркайнен и Укконен назвали равномерно разреженным суффиксным деревом ("evenly spaced sparse suffix tree") степени  $k$ .

Авторы статьи [3] показали, что можно модифицировать алгоритм Укконена так, чтобы он строил разреженное суффиксное дерево и при этом временная сложность алгоритма оставалась прежней. Пример равномерно разреженного СД степени  $k = 2$  для строки "bananas" показан на рисунке 3.

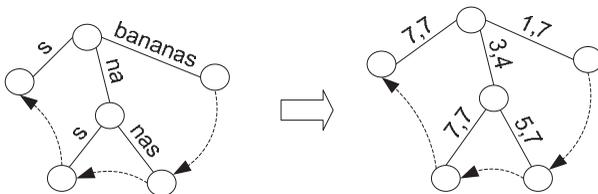


Рис. 3. Пример равномерно разреженного суффиксного дерева степени 2. Пунктирными стрелками показаны разреженные суффиксные связи

В работе [3] предложено несколько изменить определение суффиксной связи по сравнению с оригинальным алгоритмом Укконена. Пусть  $T$  - разреженное суффиксное дерево, содержащее каждый  $k$ -й суффикс исходной строки,  $u$  - некоторый внутренний узел дерева. Разреженная суффиксная связь для узла  $u$  определяется следующим образом.

Если  $\bar{u} = ap$ , где  $|a| = k$ , то разреженная суффиксная связь для узла  $u$  - указатель на узел  $v$ , для которого  $\bar{v} = p$ . Если  $|\bar{u}| \leq k$ , то разре-

женная суффиксная связь для узла  $u$  – указатель на корень дерева.

Изменения в алгоритме Укконена, которые необходимы при использовании разреженных суффиксных связей, в статье [3] в явном виде не приводятся. Поэтому опишем свой вариант (вероятно, совпадающий с оригинальным).

Пусть на очередном шаге алгоритма Укконена выполнилось явное продолжение суффикса  $j$ , и требуется сделать то же самое с суффиксом  $j+k$ . Для этого с помощью суффиксной связи перейдём от позиции  $\langle v, first, i \rangle$  к позиции  $\langle u := v.suffixlink, first, i \rangle$ .

Если узел  $u$ , в который мы перешли, отличен от корня, то мы действительно оказались в позиции  $j+k$ -го суффикса в дереве, и остаётся лишь привести позицию к каноническому виду.

Однако, если  $u$  – корень дерева, то, согласно определению разреженной суффиксной связи, результирующая позиция может соответствовать любому из суффиксов, начинающихся в  $\{j+1, \dots, j+k\}$ , и необходимо выполнить её корректировку. Для этого достаточно заметить, что раз  $u$  – корень дерева, то суффикс, задаваемый позицией  $\langle u, first, i \rangle$ , равен  $s[first..i]$ . Следовательно, нужно передвинуть  $first$  вправо на начало следующего суффикса. Обозначим через  $t$  начальное смещение, то есть позицию начала первого суффикса ( $1 \leq t \leq k$ ): Тогда изменение  $first$  можно найти, например, так:

```
delta := k - (first - t) mod k;  
if (delta ≠ k) then first := first + delta.
```

В работе [3] равномерно разреженные СД были предложены для решения задачи о поиске вхождений подстроки в строку для случая, когда полное дерево не помещается в память. Для решения этой задачи в [3] предложен алгоритм, учитывающий особенности структуры разреженного дерева. Впоследствии на его основе в диссертации [7] был разработан алгоритм с улучшенными характеристиками.

В нашей статье на конкретном примере демонстрируется, что разреженные суффиксные деревья могут быть использованы для эффективного решения более широкого круга задач обработки строк. При этом также зачастую удаётся получить существенно лучшие характеристики производительности по сравнению с обычными суффиксными деревьями. Это позволяет эффективно как по времени, так и по памяти решать задачи большой размерности.

**4. Использование равномерно разреженных СД на примере решения задачи о максимальном палиндроме.** В качестве конкретного примера рассмотрим решение задачи о поиск максимальной симметричной подстроки (палиндрома). Задача выглядит следующим образом. Требуется во входной строке найти подстроку наибольшей длины, которая одинаково читается в обоих направлениях.

Может показаться, что данная задача далека от потребностей практики. На самом деле, это не совсем так. Ведь палиндром – это случай симметрии, которая встречается в природе достаточно широко. Например, похожие реальные задачи возникают в вычислительной биологии при анализе ДНК.

В [2] описан следующий алгоритм решения. Необходимо взять исходную строку и её перевёрнутую копию, дописать к ним по специальному служебному символу, склеить полученные строки и над результатом построить суффиксное дерево.

Далее нужно решить следующую подзадачу. Пусть даны две позиции  $i$  и  $j$  в строке. Над строкой построено суффиксное дерево. Требуется найти длину наибольшего общего префикса строк, начинающихся с позиций  $i$  и  $j$ . Для этого возьмём два листа, соответствующие нашим строкам, и найдём их ближайшего общего предка.

Возникает следующая подзадача: за константное время найти ближайшего общего предка (LCA) двух заданных вершин дерева. При этом допускается выполнить предобработку дерева, но не более чем с линейной вычислительной сложностью. Имеется несколько эффективных алгоритмов для поиска ближайшего общего предка – алгоритм двоичного подъёма, Бендера–Фараха–Колтона, Шибера–Вишкина и др.

Теперь осталось только перебрать возможные варианты позиции середины палиндрома, взять эту позицию в исходной и перевёрнутой строке и найти наибольшее общее продолжение. Из всех найденных результатов запоминается лучший.

Стоит отметить, что есть небольшие особенности при работе с палиндромами чётной и нечётной длины, которые необходимо учитывать в программной реализации.

Описанный алгоритм выполняет поиск за линейное время, но имеет значительные требования к памяти как под суффиксное дерево, так и под дополнительные структуры данных, используемые в алгоритме поиска ближайшего общего предка. Можно предложить следующий способ снижения затрат памяти. Выберем такую минимальную степень разреженности  $k$ , чтобы полученное дерево вместе с до-

полнительными структурами данных занимало почти весь объём доступной физической памяти.

Пусть  $t$  - позиция первого суффикса в строке. Переберём все значения  $t$  от 1 до  $k$ , для каждого из них построим строку так, чтобы в построенном разреженном СД для каждого суффикса исходной строки имелся дополняющий его суффикс перевернутой строки. Для этого при конкатенации строк между ними придётся вставить не более чем  $2k$  служебных символов. На рисунке 4 показан пример для  $t = k = 3$ .

bananas\$\$\$\$sanab#  
^ ^ ^ ^ ^

Рис. 4. Позиции суффиксов в строке для равномерно разреженного суффиксного дерева при  $t = 3, k = 3$

Теперь осталось для каждого дерева применить алгоритм поиска ближайшего предка, найти максимальный палиндром и запомнить лучший из вариантов ответа.

Вычислительная сложность данного алгоритма составляет  $O(kn)$ , требуемый объём памяти –  $O(n/k)$ . Заметим, однако, что реальное время работы будет существенно зависеть от того, помещается ли построенная структура данных целиком в оперативную память – то есть при малых  $k$  время работы будет весьма высоким, а затем, начиная с некоторого  $k_0$ , время резко уменьшится, после чего продолжит расти с линейной сложностью. Подтвердим данные рассуждения экспериментально.

**5. Вычислительные эксперименты.** Экспериментальная проверка результатов выполнялась на вычислительной машине с частотой процессора 2,67 ГГц и объёмом оперативной памяти 1,5 Гб. При этом около 0,5 Гб было занято операционной системой и другим ПО, то есть нашей программе был доступен 1 гигабайт памяти.

В реализации разреженного СД требовалось 32 байта памяти на каждый узел дерева. Заметим, что это не самая эффективная программная реализация СД. Однако, для проверки вышеприведённых теоретических результатов этого вполне достаточно.

Размер входной строки был взят равным 10 миллионов символов. Заметим, однако, что в вышеописанном решении дерево строится над конкатенацией входной строки и её перевёрнутой копии. Поэтому реальный размер входных данных для построения дерева будет в два раза выше – то есть приблизительно 20 мегабайт.

В первом эксперименте мы проверили, как изменяется время работы и потребление памяти в зависимости от степени разреженности

$k$  при построении множества всех разреженных деревьев (то есть в совокупности содержащих все суффиксы исходной строки).

Полученные экспериментальные результаты показаны на рисунке 5, они полностью согласуются с теоретическими. При  $k=1$  дерево не помещается целиком в оперативную память. Вследствие использования виртуальной памяти и подкачки страниц время работы оказывается достаточно большим. Однако, уже при  $k=2$  дерево помещается в память целиком, и время работы сократилось более чем на порядок. При дальнейшем увеличении  $k$  время растёт линейно.

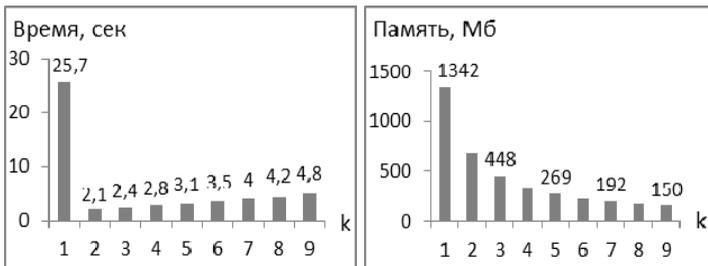


Рис. 5. Зависимость времени и памяти от степени разреженности при построении полного набора разреженных СД

Во втором эксперименте мы добавили в предыдущую программу построение необходимых структур данных для алгоритма Шибера-Вишкина, что почти вдвое увеличило объём памяти. Кроме того, был добавлен код, собственно решающий задачу о поиске максимального палиндрома. Результаты показаны на рисунке 6.

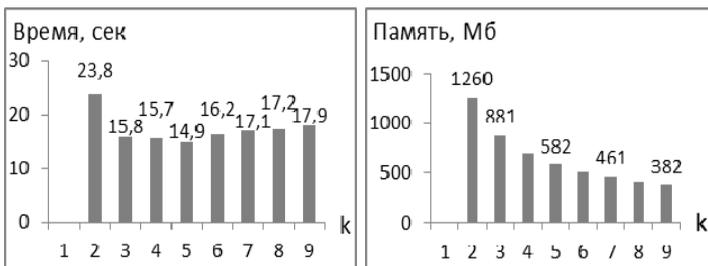


Рис. 6. Зависимость времени и памяти от степени разреженности при поиске максимального палиндрома

Как видно из рисунка, при  $k=1$  замеры не получены. Это связано с тем, что требуемый объём памяти превысил допустимые для 32-битных приложений два гигабайта. Интересно отметить, что оптимальное значение  $k$  оказалось равно уже не 2, а 5, что связано с особенностями работы алгоритма поиска ближайшего общего предка.

**6. Заключение.** Описанный подход можно обобщить для эффективного по объему используемой памяти ЭВМ решения ряда других задач обработки строк. Основная идея заключается в использовании известного принципа разбиения исходной задачи на более мелкие подзадачи таким образом, чтобы каждую из них можно было решать по отдельности, после чего на основе их решений восстановить решение исходной задачи.

В нашем случае критерием независимости подзадач является возможность разбиения множества суффиксов исходной строки на непересекающиеся подмножества (или, по крайней мере, с заведомо ограниченной мощностью пересечений) так, чтобы её решение могло бы быть использовано далее.

Основываясь на данных соображениях, удалось также получить эффективное по памяти решение другой задачи обработки строк – поиска наибольшей общей подстроки. Оно подробно описано в статье [8].

Таким образом, можно сделать вывод, что разреженные суффиксные деревья применимы для более широкого круга задач, чем задача, для которой они были изначально предложены. В качестве конкретных областей применения можно привести задачу поиска дубликатов в коллекциях исходного и бинарного программного кода, поиск в тексте по подмножествам регулярных выражений (в частности, по LIKE-шаблонам языка SQL) и др. При этом с помощью разреженных суффиксных деревьев становится возможным проводить обработку данных таких объёмов, которые было бы затруднительно обработать за приемлемое время другими методами.

## Литература

1. *Кипяткова И.С., Карпов А.А.* Автоматическая обработка и статистический анализ новостного текстового корпуса для модели языка системы распознавания русской речи // Информационно-управляющие системы. СПб. 2010. № 4. С. 2–8.
2. *Gusfield D.* Algorithms on Strings, Trees and Sequences: Computer Science and Computational Biology // Cambridge University Press. 1997. 654 p.
3. *Kärkkäinen J., Ukkonen E.* Sparse Suffix Trees // Proceedings of the Second Annual International Conference on Computing and Combinatorics (COCOON '96). 1996. pp. 219–230.
4. *Bille P., Fischer J., Gørtz I. L., Kopelowitz T., Sach B., Vildhøj H. W.* Sparse suffix tree construction in small space // Proceedings of the 40th international conference on Automata, Languages, and Programming (ICALP'13). 2013. pp. 148–159.
5. *Andersson A., Larsson N.J., Swansson K.* Suffix trees on words // Proceedings of 7<sup>th</sup> Symposium on Combinatorial Pattern Matching (CPM). 1996. pp. 102–115.
6. *Uemura T., Arimura H.* Sparse and truncated suffix trees on variable-length codes // Proceedings of the 22nd annual conference on Combinatorial pattern matching (CPM'11). 2011. pp. 246–260.
7. *Стариковская Т.А.* Эффективные алгоритмы для некоторых задач обработки слов: дис. канд. физ.-мат. наук // МГУ, Москва. 2012. 94 с.
8. *Лисс А.Р., Андрианов, И.А.* Использование разреженных суффиксных деревьев для задач обработки текстов // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ". 2013. № 3. С. 51–57.

## References

1. Kipjatkova I.S., Karpov A.A. [Automatic processing and statistical analysis of the news text corpus for model of language of the system for Russian speech recognition]. *Informacionno-upravljajushhie sistemy – Information and Control Systems*. 2010. no. 4. pp. 2–8. (In Russ.).
2. Gusfield D. *Algorithms on Strings, Trees and Sequences: Computer Science and Computational Biology*. Cambridge University Press, 1997. 654 p.
3. Kärkkäinen J., Ukkonen E. Sparse Suffix Trees. *Proceedings of the Second Annual International Conference on Computing and Combinatorics (COCOON '96)*. 1996. pp. 219–230.
4. Bille P., Fischer J., Gortz I. L., Kopelowitz T., Sach B., Vildhoj H. W. Sparse suffix tree construction in small space. *Proceedings of the 40th international conference on Automata, Languages, and Programming (ICALP'13)*. 2013. pp. 148–159.
5. Andersson A., Larsson N.J., Swansson K. Suffix trees on words // *Proceedings of 7<sup>th</sup> Symposium on Combinatorial Pattern Matching (CPM)*. 1996. pp. 102–115.
6. Uemura T., Arimura H. Sparse and truncated suffix trees on variable-length codes. *Proceedings of the 22nd annual conference on Combinatorial pattern matching (CPM'11)*. 2011. pp. 246–260.
7. Starikovskaja T.A. *Effektivnye algoritmy dlja nekotoryh zadach obrabotki slov: dis. kand. fiz.-mat. nauk* [Efficient algorithms for some word processing problems: Ph.D. dissertation]. MGU, Moskva. 2012. 94 p. (In Russ.).
8. Liss A.R., Andrianov I.A. [The use of sparse suffix trees for text processing tasks]. *Izvestija SPbGJeTU "LJeTI" – Proceedings of ETU "LETI"*. 2013. no. 3. pp. 51–57. (In Russ.).

**Свиньин Сергей Федорович** — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник лаборатории автоматизации научных исследований СПИИРАН. Область научных интересов: цифровая обработка биомедицинских сигналов. Число научных публикаций — 150. sergeus@iias.spb.su; СПИИРАН, 14 линия, Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)323-5139, факс+7(812)328-4450.

**Svinyin Sergey Fedorovich** — Ph.D., Dr. Sci., leading researcher, laboratory for research automation, SPIIRAS. Research interests: digital processing of biomedical signals. Number of publications — 150. sergeus@iias.spb.su; SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7 (812) 323-5139, fax: +7 (812) 328-4450.

**Андрианов Игорь Александрович** — к-т техн. наук, доцент, кафедры автоматизации и вычислительной техники Вологодского государственного университета. Область научных интересов: информационный поиск, методы доступа к данным. Число научных публикаций — 53. igand@mail.ru; ВоГУ, Ленина, 15, Вологда, 160000, РФ; р.т. +7(8172)72-8410, факс+7(8172)72-8410.

**Andrianov Igor Alexandrovich** — Ph.D., assistant professor, Department of Automatics and Computer Engineering, VoSU. Research interests: information retrieval, data access methods. Number of publications — 53. igand@mail.ru; VoSTU, Lenina street, 15, Vologda, 160000, Russia; office phone +7 (8172) 72-8410, fax: +7 (8172) 72-8410.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (Госконтракт №02.740.11.0625).

**Acknowledgements.** This research was supported by Russian Ministry of Education under the Federal Program "Scientific and scientific-pedagogical personnel of innovative Russia" (contract № 02.740.11.0625).

## РЕФЕРАТ

### *Свиньин С.Ф., Андрианов И.А.* **Применение равномерно разреженных суффиксных деревьев для задач обработки строк.**

В статье выполнен обзор способов предобработки (индексирования) строк и используемых для этого структур данных с целью ускорения поиска в строках. Показано, что одной из наиболее универсальных структур данных является суффиксное дерево. Приведены основные понятия и определения, касающиеся суффиксных деревьев.

Выявлены два основных недостатка суффиксных деревьев – высокие требования к памяти и плохая пространственная локальность, вследствие чего используемые операционной системой стратегии кэширования оказываются малоприменимыми. В результате суффиксное дерево почти не пригодно для обработки больших объёмов входных данных.

Рассмотрена модификация данной структуры - разреженное суффиксное дерево, которое строится не над всеми суффиксами индексированных текстов, а лишь над некоторым их подмножеством. Описаны необходимые изменения, которые делаются в алгоритме Укконе-на построения суффиксного дерева.

Сделано предположение, что разреженные суффиксные деревья могут быть эффективно использованы не только для ускорения поиска длинных подстрок (для чего эта структура была разработана), но и для решения широкого круга других задач обработки строк. В качестве конкретного примера рассмотрена задача о поиске максимальной симметричной подстроки (палиндрома).

Предложено решение данной задачи с использованием разреженных суффиксных деревьев. Показано, что данное решение может обрабатывать данные значительно большей размерности, чем с использованием обычных суффиксных деревьев.

Проведены вычислительные эксперименты, в которых замерялась зависимость времени работы и расхода памяти от степени разреженности дерева. Эксперименты успешно подтвердили теоретические результаты.

Также в статье приводится ссылка на описание полученного нами эффективного по объёму используемой памяти ЭВМ для решения задачи о наибольшей общей подстроке, где используются аналогичные идеи.

Сделан вывод, что описанный способ может быть применён и для ряда других задач обработки строк, в том числе поиск по сходству и подмножествам регулярных выражений.

## SUMMARY

Svinyin S.F., Andrianov I.A. **Application of evenly sparse suffix tree for string processing tasks.**

The article gives an overview of the ways of preprocessing (indexing) of strings to accelerate the search, and also of the data structures used for this purpose. It is shown that one of the most universal data structures is a suffix tree. The basic concepts and definitions related to suffix trees are given.

Two major shortcomings of suffix trees are revealed, it is high memory requirements and poor spatial locality. Consequently, the caching strategies used by operating systems are not useful. As a result, the suffix tree is almost not suitable for processing large amounts of input data.

An extended version of this structure is a sparse suffix tree. It is built over not all suffixes of indexed text, but only over a subset of them. The necessary changes in the Ukkonen's algorithm for sparse suffix trees are described.

It is suggested that the sparse suffix trees can be used not only to accelerate the search of the long substrings, but also for a wide range of other problems of processing strings. As a specific example, the problem of search of maximal symmetrical substring (palindrome) is taken.

A new solution to this problem with using sparse suffix trees is proposed. It is shown that this solution can process data of much larger volume than with conventional suffix trees.

The computational experiments were performed in which the dependence between the operation time and memory usage of the sparseness level was measured. The experiments successfully confirmed the theoretical results.

The link to our memory efficient solution for the search of the longest common substring is given. It uses similar ideas.

It is concluded that the described method can be applied to a number of problems of processing strings, including similarity search and search by a subset of regular expressions.



Взаимодействие автора с редакцией осуществляется через личный кабинет на сайте журнала «Труды СПИИРАН» <http://www.proceedings.spiiras.nw.ru>. При регистрации авторам рекомендуется заполнить все предложенные поля данных, так как это значительно ускорит процесс оформления метаданных к новым статьям.

Подготовка статьи ведется с помощью текстовых редакторов MS Word 2007 и выше. При подаче материала в редакцию сначала отправляется только статья в формате \*.docx. Для обеспечения требований слепого рецензирования при представлении статьи в журнал авторам необходимо удалить персональные данные, содержащиеся в тексте файла и его свойствах.

Объем основного текста – от 5 до 20 страниц включительно. Формат страницы документа – А5 (148 мм ширина, 210 мм высота); ориентация – портретная; все поля – 20 мм. Верхний и нижний колонтитулы страницы – пустые. Основной шрифт документа – Times New Roman, основной кегль (размер) шрифта – 10 pt. Переносы разрешены. Абзацный отступ устанавливается размером в 10 мм. Межстрочный интервал – одинарный. Номера страниц не проставляются.

Не допускается использования цветных шрифтов, цветовых выделений и цветных рисунков. Статьи должны быть полностью готовы к черно-белой печати.

Основная часть текста статьи разбивается на разделы, среди которых являются обязательными: введение, хотя бы один «содержательный» раздел и заключение. Допускается также мотивированное содержанием и структурой материала выделение подразделов.

В основную часть допускается помещать рисунки, таблицы, листинги и формулы. Правила их оформления подробно рассмотрены на нашем сайте в разделе «Руководство для авторов».

ISSN 2078-9181



9 772078 918785 >