

К. Л. ОВЧАРЕНКО, И. Ю. ЕРЕМЕЕВ, К. В. САЗОНОВ,
С. С. СЕМЕНЮК, А. Н. АБАКУМОВ

РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ЗЕМНЫХ СТАНЦИЙ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ С ПРИМЕНЕНИЕМ РЕТРАНСЛЯТОРА НА БЕСПИЛОТНОМ ЛЕТАТЕЛЬНОМ АППАРАТЕ

Овчаренко К. Л., Еремеев И. Ю., Сазонов К. В., Семенюк С. С., Абакумов А. Н. Разностно-дальномерный метод определения местоположения земных станций спутниковых систем связи с применением ретранслятора на беспилотном летательном аппарате.

Аннотация. Представлен разностно-дальномерный метод определения местоположения современных земных станций с узкими диаграммами направленности. Координаты земной станции предложено вычислять с применением метода максимального правдоподобия путем решения системы из трех дифференциальных уравнений одним из численных методов. При этом дополнительные оценки параметра положения, получаемые в результате измерения взаимной задержки сигналов земной станции, ретранслированных через космический аппарат на геостационарной орбите и подвижный ретранслятор на беспилотном летательном аппарате, позволяют повысить точность оценивания координат земной станции.

Для разработанного метода получены аналитические выражения потенциальной точности вычисления координат земной станции на основе нижней границы Рао-Крамера. Получены аналитические выражения для элементов матрицы Фишера.

Чтобы оценить точность определения местоположения земных станций предложено использовать эллипсоид ошибок, соответствующий положению источника радиоизлучения в пространстве с заданной вероятностью.

Проведен анализ типовых маршрутов движения ретранслятора на беспилотном летательном аппарате и сделан вывод о том, что наилучшая точность при наименьшей протяженности маршрута достигается при движении беспилотного летательного аппарата по окружности, описывающей район контроля.

Выполнен расчет потенциальной точности определения местоположения земной станции для района размером 50 на 50 км. Показано, что погрешность оценок, полученных в результате статистических испытаний, с заданной вероятностью не превосходит размера большой полуоси эллипсоида ошибок, найденного с применением аналитических выражений.

Применение разработанного метода возможно при реализации программной части комплексов радиоэлектронного контроля для противодействия нелегитимному использованию частотного ресурса космических аппаратов-ретрансляторов спутниковых систем связи.

Ключевые слова: определение местоположения, спутниковые системы связи, земная станция, беспилотный летательный аппарат, космический аппарат-ретранслятор, разностно-дальномерный метод, метод максимального правдоподобия.

1. Введение. В настоящее время операторами коммерческих спутниковых систем связи (ССС) отмечается неуклонное увеличение случаев нелегитимного использования частотно-временного ресурса космических аппаратов-ретрансляторов (КА-ретрансляторов), расположенных на геостационарной орбите (ГСО) [1, 2]. С целью противодействия функцио-

нированию нелегитимных земных станций (ЗС) требуется своевременно получать данные об их координатах [3]. Это позволяет вести борьбу с нарушителями на законной правовой основе.

Требуемая точность оценивания координат ЗС, должна быть достаточной для возможности своевременного пресечения несанкционированного использования частотного ресурса КА-ретранслятора. Так, например, при ведении радиоэлектронного контроля (РЭК) в районе с городской застройкой для уверенной локализации нарушителя в пределах одного квартала допустимая погрешность оценивания координат ЗС не должна превышать сотни метров.

На практике наиболее широкое распространение получили методы определения местоположения (ОМП) ЗС с применением нескольких КА-ретрансляторов, расположенных на ГСО, схема реализации которых изображена на рисунке 1. Так, например, в работах [4-7] предлагается использовать метод ОМП ЗС, основанный на измерении взаимных задержек и разностей несущих частот ретранслированных сигналов. При этом в качестве параметра положения (ПП) выступают разность расстояний и разность скоростей, а типовая погрешность оценивания координат ЗС, которая обеспечивается с применением указанных подходов, может достигать нескольких километров.

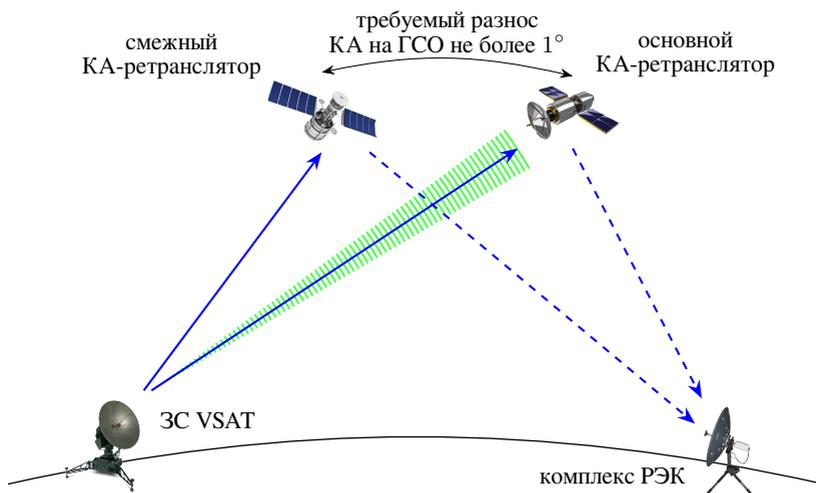


Рис. 1. Схема ОМП ЗС с применением нескольких КА-ретрансляторов

Следует отметить, что у коммерческих потребителей услуг связи все более широкое применение находят современные CCC, построенные на базе малогабаритных ЗС VSAT (Very Small Aperture Terminal) [8], динамика роста числа абонентов которых иллюстрируется на рисунке 2.

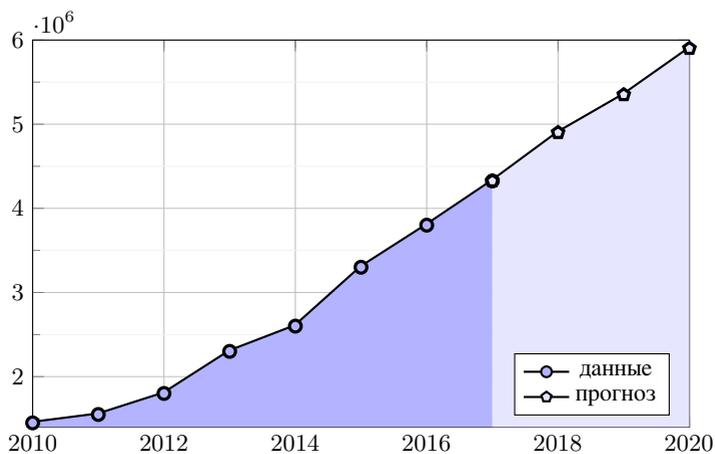


Рис. 2. Динамика роста числа абонентов VSAT в мире

Для ЗС CCC VSAT характерны сравнительно небольшие габариты антенных систем (до 1,8 м) и узкие диаграммы направленности (ДН), ширина основного лепестка которых не превышает нескольких градусов, а предельный уровень боковых лепестков ограничивается с целью недопущения создания помех смежным КА-ретрансляторам, расположенным на ГСО, и определяется следующим выражением [9]:

$$G(\theta) = \begin{cases} 29 - 25 \lg(\theta) & \text{при } 1^\circ < \theta \leq 20^\circ; \\ -3,5 & \text{при } 20^\circ < \theta \leq 26,3^\circ; \\ 32 - 25 \lg(\theta) & \text{при } 26,3^\circ < \theta \leq 48^\circ; \\ -10 & \text{при } 48^\circ < \theta \leq 180^\circ. \end{cases} \quad (1)$$

Вариант ДН в горизонтальной (вертикальной) плоскости для антенны ЗС VSAT изображен на рисунке 3.

Указанные особенности ДН антенных систем ЗС VSAT существенно затрудняют практическую реализацию методов ОМП с применением нескольких КА-ретрансляторов, вследствие сложности отыскания смежных КА-ретрансляторов для ЗС с узкими ДН.

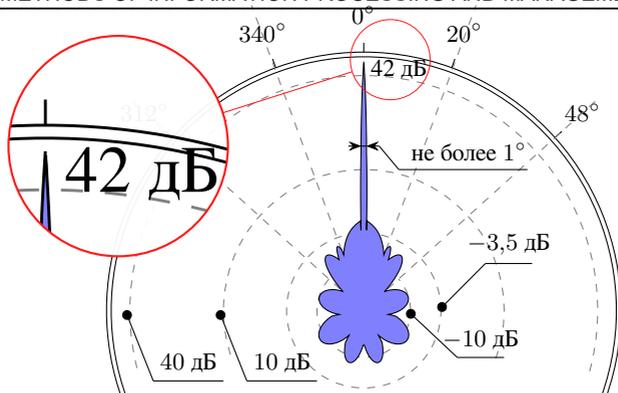


Рис. 3. Вариант диаграммы направленности антенны ЗС VSAT

В настоящее время широкое распространение получают комплексы ОМП на беспилотных летательных аппаратах (БЛА). Так в работах [10, 11] предлагается оценивать координаты на основе измерения энергетических параметров сигналов ЗС. При этом основным недостатком указанных подходов является низкая точность ОМП ЗС. Так, например, погрешность оценивания координат ЗС с применением подхода, описанного в работе [10], составляет несколько сотен метров.

Реализация методов ОМП источников радиоизлучения (ИРИ), где в качестве платформы для пеленгования выступает БЛА [12-15], приводит к возникновению ряда проблем [16], основными из которых являются:

- нестабильность ориентации БЛА в пространстве, которая приводит к резкому увеличению ошибок пеленгования и снижению точности оценивания координат ИРИ [17];
- ограничение массогабаритных показателей полезной нагрузки на БЛА, которые не позволяют разместить на нем громоздкие антенно-фидерные системы (АФС) и многоканальные радиоприемные устройства (РПРУ).

Следует отметить, что применение таких перспективных методов как поляризационное пеленгование [15] в условиях низких отношений сигнал/шум не позволяет обеспечить ошибку оценивания направления на ИРИ меньшую чем несколько градусов, что на расстоянии в десятки километров приводит к погрешности ОМП ИРИ более пяти сотен метров.

2. Постановка задачи. Таким образом, учитывая значимость решения задачи ОМП ЗС с узкими ДН, несанкционированно использующих частотно-временной ресурс КА-ретрансляторов коммерческих ССС, и несовершенство существующих подходов к ОМП современных ЗС VSAT

целью статьи является разработка нового метода ОМП ЗС, адаптированного к условиям применения узконаправленных ДН антенных систем ЗС.

Перспективным представляется разработка комбинированного метода ОМП ЗС с применением КА-ретранслятора и ретранслятора на БЛА. При этом низкое отношение сигнал/шум (ОСШ) на входе РПрУ комплекса РЭК обуславливает необходимость применения в качестве координатно-информативного параметра (КИП) взаимную задержку, многократно вычисляемую (N раз) при корреляционной обработке сигналов, ретранслированных в каналах ЗС-КА-РЭК и ЗС-БЛА-РЭК. Схема реализации предлагаемого метода изображена на рисунке 4.

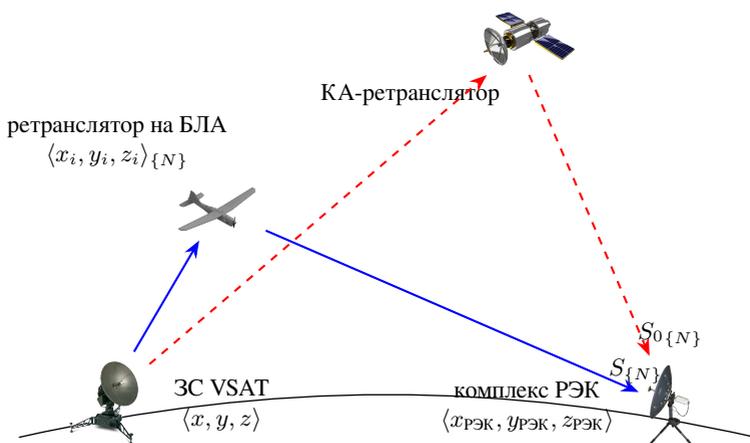


Рис. 4. Схема определения местоположения ЗС CCC

Исходными данными для разработанного метода ОМП ЗС CCC являются:

- множество реализаций сигналов $S_{0\{N\}}$, ретранслированных по линии ЗС-КА-РЭК;
- множество реализаций сигналов $S_{\{N\}}$, ретранслированных по линии ЗС-БЛА-РЭК;
- множество векторов координат $\langle x_{\text{БЛА}_i}, y_{\text{БЛА}_i}, z_{\text{БЛА}_i} \rangle_{\{N\}}$, соответствующих местоположению БЛА в i -й момент измерения КИП;
- вектор координат комплекса РЭК $\langle x_{\text{РЭК}}, y_{\text{РЭК}}, z_{\text{РЭК}} \rangle$,

где $\langle \circ \rangle$ — вектор-строка.

Как правило, при ведении РЭК ОМП ЗС, несанкционированно использующих ресурс коммерческих КА-ретрансляторов, выполняется в несколько этапов, а именно: обнаружение сигналов несанкционированно

функционирующей ЗС и измерение КИП, вычисление ПП и оценивание координат ЗС.

Принимая во внимание тот факт, что оценивание взаимной задержки $\Delta\tilde{\tau}$ сигналов ЗС, ретранслированных через КА $S_{0\{N\}}$ и БЛА $S_{\{N\}}$ в условиях частотного рассогласования, достаточно полно описано в работах [20-22]. Задача измерения КИП в рамках данной статьи рассматриваться не будет. Следовательно, требуется разработать метод ОМП ЗС с узконаправленными ДН, осуществляющий преобразование $F_{\text{ОМП}}$ множества КИП ретранслированных сигналов ЗС, множества координат БЛА и координат комплекса РЭК в координаты ЗС:

$$\langle \Delta\tilde{\tau}_{\{N\}}, \langle x_{\text{БЛА}_i}, y_{\text{БЛА}_i}, z_{\text{БЛА}_i} \rangle_{\{N\}}, \langle x_{\text{РЭК}}, y_{\text{РЭК}}, z_{\text{РЭК}} \rangle \rangle \xrightarrow{F_{\text{ОМП}}} \langle \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} \rangle. \quad (2)$$

3. Модель вычисления параметра положения. Наличие не менее четырех оценок КИП (взаимных задержек ретранслированных сигналов) делает возможным ОМП ИРИ в пространстве на основе разностно-дальномерного метода. При этом измерения КИП должны быть независимыми, а координаты измерителей в момент оценивания задержки не должны совпадать.

Вместе с тем наличие дополнительных измерений (избыточной информации о КИП) может быть использовано для повышения точности ОМП ИРИ. Так, например, накопление некоторого множества независимых измерений и последующая их обработка обеспечивает более высокую точность оценивания координат, чем при одиночном измерении.

В силу того, что искомая ЗС стационарна, а управление движением КА-ретранслятора на ГСО не представляется возможным, формирование базы измерений КИП (избыточности) целесообразно осуществлять путем изменения маршрута движения ретранслятора на БЛА.

Как следует из выражения (2), исходными данными для решения задачи ОМП ЗС являются: множество оценок КИП $\Delta\tilde{\tau}_{\{N\}}$; множество векторов координат, соответствующих местоположению БЛА в момент измерения КИП $\langle x_{\text{БЛА}_i}, y_{\text{БЛА}_i}, z_{\text{БЛА}_i} \rangle_{\{N\}}$; и вектор координат комплекса РЭК $\langle x_{\text{РЭК}}, y_{\text{РЭК}}, z_{\text{РЭК}} \rangle$.

Пусть ЗС излучает сигнал в момент времени t_0 , тогда на РПРУ комплекса РЭК он поступает в момент времени $t_{\text{КА}}$ (при ретрансляции через КА) и в момент времени $t_{\text{БЛА}}$ (при ретрансляции через БЛА)

$$\begin{aligned} t_{КА} &= t_{ЗС_КА} + t_{КА_РЭК}; \\ t_{БЛА} &= t_{ЗС_БЛА} + t_{БЛА_РЭК}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $t_{ЗС_КА}$ — время распространения сигнала на трассе ЗС-КА; $t_{КА_РЭК}$ — время распространения сигнала на трассе КА-РЭК; $t_{ЗС_БЛА}$ — время распространения сигнала на трассе ЗС-БЛА; $t_{БЛА_РЭК}$ — время распространения сигнала на трассе БЛА-РЭК.

С учетом выражения (3) величина взаимной задержки $\Delta\tau$ может быть найдена по формуле:

$$\Delta\tau = t_{ЗС_КА} + t_{КА_РЭК} - t_{ЗС_БЛА} - t_{БЛА_РЭК}. \quad (4)$$

Вместе с тем очевидно, что ни одно измерение, как бы тщательно оно ни проводилось, не может быть абсолютно точным, поэтому наряду с истинной задержкой $\Delta\tau$ присутствует случайная составляющая $\hat{\xi}_{\tau}$, с учетом которой выражение (4) примет вид:

$$\Delta\tilde{\tau} = \Delta\tau + \hat{\xi}_{\tau} = t_{ЗС_КА} + t_{КА_РЭК} - t_{ЗС_БЛА} - t_{БЛА_РЭК} + \hat{\xi}_{\tau}. \quad (5)$$

От разности моментов времени приема ретранслированных сигналов (5) можно перейти к разности расстояний $\Delta\tilde{R}$ умножив оценку взаимной задержки $\Delta\tilde{\tau}$ на скорость распространения радиоволн C (рисунок 5), а именно:

$$\Delta\tilde{R} = \Delta\tilde{\tau} \cdot C = R_{ЗС_КА} + R_{КА_РЭК} - R_{ЗС_БЛА} - R_{БЛА_РЭК} + \hat{\xi}_R, \quad (6)$$

где $R_{ЗС_КА}$ — расстояние от ЗС до КА-ретранслятора; $R_{КА_РЭК}$ — расстояние от КА-ретранслятора до комплекса РЭК; $R_{ЗС_БЛА}$ — расстояние от ЗС до ретранслятора на БЛА; $R_{БЛА_РЭК}$ — расстояние от ретранслятора на БЛА до комплекса РЭК; $\hat{\xi}_R$ — случайная величина, равная $\hat{\xi}_{\tau} \cdot C$.

По причине отклонения параметров орбит от номинальных КА, расположенный на квазигеостационарной орбите, дрейфует относительно своей подспутниковой точки, описывая в пространстве некоторую кривую. На рисунке 6 изображена траектория суточного движения КА «Экспресс-АМУ1», который активно используется в качестве ретранслятора сигналов ЗС VSAT.

Если баллистические данные КА-ретранслятора известны, например в виде информации, предоставляемой службой NORAD в формате

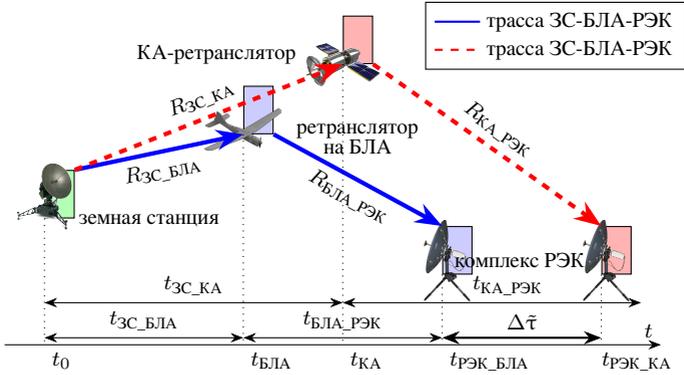


Рис. 5. Схема вычисления параметра положения

TLE (Two-line element), то, применяя модель движения КА [23, 24], можно вычислить вектор координат КА-ретранслятора в каждый i -й момент оценивания КИП.

С учетом этого в качестве ПП можно использовать разность расстояний, схема вычисления которой примет вид, указанный на рисунке 7.

Пусть положению ЗС в пространстве соответствует вектор координат в геоцентрической системе $\langle x, y, z \rangle$, тогда расстояние от ЗС до ретрансляторов на КА и БЛА можно описать следующими выражениями:

$$R_{ЗС_КА_i}(x, y, z) = \sqrt{(x - x_{КА_i})^2 + (y - y_{КА_i})^2 + (z - z_{КА_i})^2}; \quad (7)$$

$$R_{ЗС_БЛА_i}(x, y, z) = \sqrt{(x - x_{БЛА_i})^2 + (y - y_{БЛА_i})^2 + (z - z_{БЛА_i})^2}. \quad (8)$$

Расстояния $R_{КА_РЭК_i}$ и $R_{БЛА_РЭК_i}$ могут быть найдены по известным координатам ретранслятора на БЛА, КА и комплекса РЭК с некоторой погрешностью $\hat{\xi}_{РД_i}$, которая представляет собой сумму нескольких случайных величин, а именно:

$$\hat{\xi}_{РД_i} = \hat{\xi}_{R_i} + \hat{\xi}_{КА_РЭК_i} + \hat{\xi}_{БЛА_РЭК_i}, \quad (9)$$

где $\hat{\xi}_{R_i}$ — величина, пропорциональная погрешности i -го измерения взаимной задержки; $\hat{\xi}_{КА_РЭК_i}$ — погрешность i -го измерения расстояния КА-РЭК; $\hat{\xi}_{БЛА_РЭК_i}$ — погрешность i -го измерения расстояния БЛА-РЭК.

Основное влияние на погрешность оценки ПП оказывает случайная величина $\hat{\xi}_R = C \cdot \hat{\xi}_\tau$, которая определяется погрешностью измерения

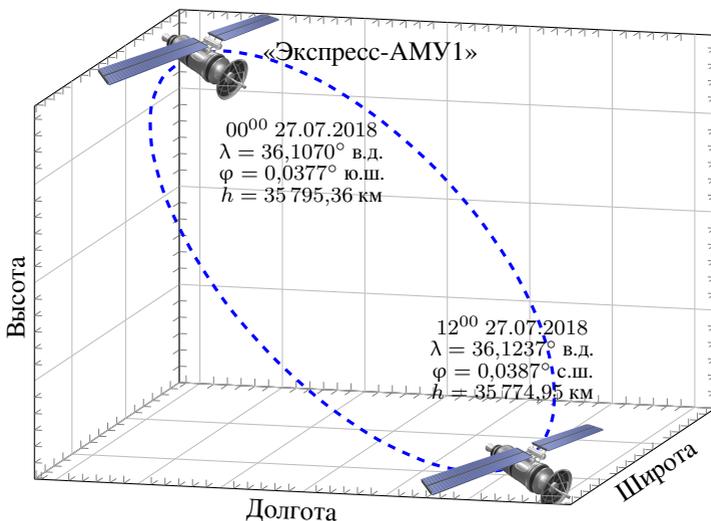


Рис. 6. Движение КА-ретранслятора на квазигеостационарной орбите

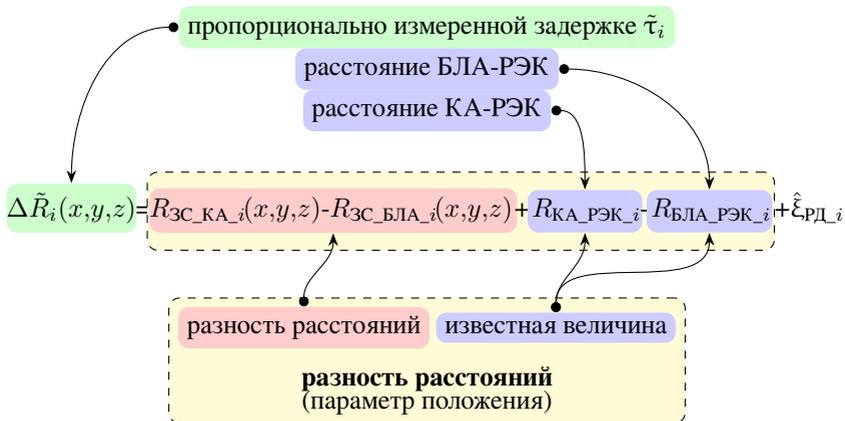


Рис. 7. Схема вычисления параметра положения при i -м измерении

взаимной задержки ретранслированных сигналов ЗС, зависящей от базы накопления сигналов и ОСШ [22].

Величины $\hat{\xi}_{КА_РЭК}$ и $\hat{\xi}_{БЛА_РЭК}$ представляет собой погрешности вычисления расстояния между объектами, которые зависят от точности используемой навигационной системы. Так, например, погрешность оцен-

ки координат, полученной с применением радионавигационных системы ГЛОНАСС и GPS, не превышает нескольких десятков метров [18].

Для оценивания закона распределения случайной величины $\tilde{\xi}_{рД_i}$ была проведена серия статистических испытаний [19] при следующих начальных условиях:

– база ретранслированных сигналов составляет $5 \cdot 10^4$, ОСШ равно минус 10 дБ, вычисление взаимной задержки производится корреляционным методом [21];

– погрешность местоопределения КА-ретранслятора и БЛА подчиняются нормальному закону с нулевым математическим ожиданием (МО) и среднеквадратическим отклонением (СКО) равным 15 м.

Применение метода К. Пирсона для проверки гипотезы о законе распределения случайных величин показало, что при проведении серии из 10 000 испытаний значение показателя согласованности не превышает критическую границу, соответствующую уровню значимости 0,01, а погрешность оценки ПП подчиняется нормальному закону распределения с нулевым МО.

Тот факт, что в рамках рассматриваемой модели оценки ПП независимы, а погрешность их измерения имеет нулевое МО и подчиняется нормальному закону распределения, делает возможным применение метода максимального правдоподобия для оценивания координат ЗС.

4. Метод определения местоположения ЗС с узконаправленными ДН. Метод максимального правдоподобия, как общий для нахождения оценок, впервые был предложен Р. Фишером [25]. Его основу составляет функция правдоподобия, выражающая плотность вероятности совместного появления результатов измерений в виде выборки $\langle \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N \rangle$ при некотором параметре Θ . Поскольку в рамках рассматриваемой модели оценки ПП независимы, функция правдоподобия представляет собой произведение условных гауссовских функций плотности вероятности случайной величины $\varphi_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}_i/\Theta)$:

$$L_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \dots, \tilde{\xi}_N/\Theta) = \prod_{i=1}^N \varphi_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}_i/\Theta). \quad (10)$$

Для случая, когда координаты КА-ретранслятора в момент измерения i -го ПП $\langle x_{КА_i}, y_{КА_i}, z_{КА_i} \rangle$ известны, функция правдоподобия (10) представляет собой произведение условных гауссовских функций плотности вероятности погрешности оценок разностей расстояний:

$$\begin{aligned}
 & L_{\hat{\xi}_{\text{рд}}}(\Delta\tilde{R}_1, \Delta\tilde{R}_2, \dots, \Delta\tilde{R}_N/x, y, z) = \\
 & = \prod_{i=1}^N \varphi_{\hat{\xi}_{\text{рд}}}(\Delta\tilde{R}_i/x, y, z) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^N \prod_{i=1}^N \left(\frac{1}{\sigma_{\text{рд}_i}}\right) \times \\
 & \times e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta\tilde{R}_i - R_{\text{ЗС_КА}_i}(x, y, z) + R_{\text{ЗС_БЛА}_i}(x, y, z) - R_{\text{КА_РЭК}_i} + R_{\text{БЛА_РЭК}_i}}{\sigma_{\text{рд}_i}}\right)^2},
 \end{aligned} \tag{11}$$

где $\sigma_{\text{рд}_i}$ — СКО случайной величины $\hat{\xi}_{\text{рд}}$ в условиях i -го измерения разности дальностей.

Нетрудно заметить, что функция правдоподобия (11) достигает наибольшего значения при максимальной величине аргумента экспоненты. Следовательно, оценкой координат ЗС по результатам измерений разностей дальности является аргумент минимизации целевой функции $F_{\text{рд}}(x, y, z) =$

$$= \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta\tilde{R}_i - R_{\text{ЗС_КА}_i}(x, y, z) + R_{\text{ЗС_БЛА}_i}(x, y, z) - R_{\text{КА_РЭК}_i} + R_{\text{БЛА_РЭК}_i}}{\sigma_{\text{рд}_i}}\right)^2$$

$$\begin{aligned}
 \langle \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} \rangle & = \operatorname{argmax}_{\{x, y, z\}} \left(L_{\hat{\xi}_{\text{рд}}}(\Delta\tilde{R}_1, \Delta\tilde{R}_2, \dots, \Delta\tilde{R}_N/x, y, z) \right) = \\
 & = \operatorname{argmax}_{\{x, y, z\}} \left(\ln \left(L_{\hat{\xi}_{\text{рд}}}(\Delta\tilde{R}_1, \Delta\tilde{R}_2, \dots, \Delta\tilde{R}_N/x, y, z) \right) \right) = \\
 & = \operatorname{argmin}_{\{x, y, z\}} (F_{\text{рд}}(x, y, z)).
 \end{aligned} \tag{12}$$

Равенству (12) удовлетворяют такие значения $\langle \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} \rangle$, которые соответствуют минимуму целевой функции $F_{\text{рд}}(x, y, z)$, и могут быть найдены путем решения системы дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial F_{\text{рд}}(x, y, z)}{\partial x} = 0; \\ \frac{\partial F_{\text{рд}}(x, y, z)}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial F_{\text{рд}}(x, y, z)}{\partial z} = 0, \end{cases} \tag{13}$$

где $\frac{\partial F_{\text{рД}}(x, y, z)}{\partial x}$, $\frac{\partial F_{\text{рД}}(x, y, z)}{\partial y}$, $\frac{\partial F_{\text{рД}}(x, y, z)}{\partial z}$ — частные производные функции $F_{\text{рД}}(x, y, z)$ по x, y, z .

Из теории вероятности известно, что дисперсия случайной величины $\hat{\theta}$ не может быть меньше нижней границы, определяемой неравенством Крамера–Рао [26]

$$D(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{I_{\hat{\theta}}}, \quad (14)$$

где $D(\circ)$ — знак дисперсии, I — информация Фишера [27].

В свою очередь, информацию Фишера можно связать с функцией правдоподобия следующим образом [27, 28]:

$$I_{\hat{\theta}} = -M \left(\frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \dots, \tilde{\xi}_N / \theta)}{\partial \theta^2} \right), \quad (15)$$

где $M(\circ)$ — знак математического ожидания.

Для многомерной случайной величины $\hat{\Theta} = \langle \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_i \rangle$ ковариационная матрица $K_{\hat{\Theta}}$ является аналогом дисперсии и характеризует степень случайного разброса отдельно по каждой одномерной составляющей $\langle \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_i \rangle$ и в целом по многомерной случайной величине $\hat{\Theta}$.

При подстановке функции правдоподобия (10) в выражение (15) информационная матрица Фишера принимает следующий вид:

$$I_{\xi} = -M \left\| \begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 \ln L_{\xi}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial z^2} \end{array} \right\|, \quad (16)$$

где $\tilde{\xi} = \langle \tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \dots, \tilde{\xi}_N \rangle$.

Далее, с целью оценивания точности ОМП ЗС представляется возможным подставить выражение для функции правдоподобия (11) в выражение (16).

Для случая, когда параметры движения КА-ретранслятора известны, функцию правдоподобия (11) можно представить следующим образом:

$$L_{\tilde{\xi}_{\text{РД}}}(\Delta\tilde{R}_1, \Delta\tilde{R}_2, \dots, \Delta\tilde{R}_N/x, y, z) = \prod_{i=1}^N \varphi_{\tilde{\xi}_{\text{РД}}}(\Delta\tilde{R}_i/x, y, z) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^N \cdot \prod_{i=1}^N \left(\frac{1}{\sigma_{\text{РД}_i}}\right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{R_{\text{РД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i}}{\sigma_{\text{РД}_i}}\right)^2}, \quad (17)$$

где $R_{\text{РД}_i}(x, y, z) = R_{\text{ЗС_БЛА}_i}(x, y, z) - R_{\text{ЗС_КА}_i}(x, y, z);$
 $\tilde{R}_{\Sigma_i} = \Delta\tilde{R}_i - R_{\text{КА_РЭК}_i} + R_{\text{БЛА_РЭК}_i}.$

С учетом замены, используемой в выражении (17), логарифм функции правдоподобия преобразуется к виду:

$$\ln L_{\tilde{\xi}_{\text{РД}}}(\Delta\tilde{R}_1, \Delta\tilde{R}_2, \dots, \Delta\tilde{R}_N/x, y, z) = N \cdot \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) + \sum_{i=1}^N \ln \left(\frac{1}{\sigma_{\text{РД}_i}}\right) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{R_{\text{РД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i}}{\sigma_{\text{РД}_i}}\right)^2, \quad (18)$$

тогда производные, входящие в состав информационной матрицы Фишера (16), можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \ln L_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x^2} = -\sum_{i=1}^N \left(\left(R_{\text{РД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i} \right) \times \frac{\partial^2 R_{\text{РД}_i}(x, y, z)}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_i}(x, y, z)}{\partial x} \right)^2 \right) \sigma_{\text{РД}_i}^{-2}; \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial y^2} = -\sum_{i=1}^N \left(\left(R_{\text{РД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i} \right) \times \frac{\partial^2 R_{\text{РД}_i}(x, y, z)}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_i}(x, y, z)}{\partial y} \right)^2 \right) \sigma_{\text{РД}_i}^{-2}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial z^2} = -\sum_{i=1}^N \left((R_{\text{PД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i}) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial^2 R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial z} \right)^2 \right) \sigma_{\text{PД}_i}^{-2}; \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x \partial y} = -\sum_{i=1}^N \left((R_{\text{PД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i}) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial^2 R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial x} \frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial y} \right) \sigma_{\text{PД}_i}^{-2}; \quad (22)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial x \partial z} = -\sum_{i=1}^N \left((R_{\text{PД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i}) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial^2 R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial x \partial z} + \frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial x} \frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial z} \right) \sigma_{\text{PД}_i}^{-2}; \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L_{\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}/x, y, z)}{\partial y \partial z} = -\sum_{i=1}^N \left((R_{\text{PД}_i}(x, y, z) + \tilde{R}_{\Sigma_i}) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial^2 R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial y \partial z} + \frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial y} \frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial z} \right) \sigma_{\text{PД}_i}^{-2}. \quad (24)$$

Принимая во внимание тот факт, что МО составляющей \tilde{R}_{Σ_i} описывается следующим выражением:

$$M(\tilde{R}_{\Sigma_i}) = R_{\text{ЗС}_\text{КА}_i}(x, y, z) - R_{\text{ЗС}_\text{БЛА}_i}(x, y, z), \quad (25)$$

МО суммы, входящей в состав производных (19)-(24), будет равно нулю $M(\tilde{R}_{\Sigma_i} + R_{\text{PД}_i}(x, y, z)) = 0$, а матрица (16) примет вид:

$$I_{\tilde{\xi}} = \|i_{mn}\|_3^3, \quad (26)$$

при этом ее элементы можно представить следующим образом:

$$i_{11} = \sum_{l=1}^N \sigma_{\text{РД}_l}^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial x} \right)^2; \quad (27)$$

$$i_{22} = \sum_{l=1}^N \sigma_{\text{РД}_l}^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial y} \right)^2; \quad (28)$$

$$i_{33} = \sum_{l=1}^N \sigma_{\text{РД}_l}^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial z} \right)^2; \quad (29)$$

$$i_{12} = i_{21} = \sum_{l=1}^N \sigma_{\text{РД}_l}^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial y} \right); \quad (30)$$

$$i_{13} = i_{31} = \sum_{l=1}^N \sigma_{\text{РД}_l}^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial z} \right); \quad (31)$$

$$i_{23} = i_{32} = \sum_{l=1}^N \sigma_{\text{РД}_l}^{-2} \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial z} \right). \quad (32)$$

Частные производные, входящие в состав выражений (27)–(32), примут вид:

$$\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial x} = \frac{x - x_{\text{БЛА}_l}}{\sqrt{(x-x_{\text{БЛА}_l})^2+(y-y_{\text{БЛА}_l})^2+(z-z_{\text{БЛА}_l})^2}} - \frac{x - x_{\text{КА}_l}}{\sqrt{(x-x_{\text{КА}_l})^2+(y-y_{\text{КА}_l})^2+(z-z_{\text{КА}_l})^2}}; \quad (33)$$

$$\frac{\partial R_{\text{РД}_l}(x, y, z)}{\partial y} = \frac{y - y_{\text{БЛА}_l}}{\sqrt{(x-x_{\text{БЛА}_l})^2+(y-y_{\text{БЛА}_l})^2+(z-z_{\text{БЛА}_l})^2}} - \frac{y - y_{\text{КА}_l}}{\sqrt{(x-x_{\text{КА}_l})^2+(y-y_{\text{КА}_l})^2+(z-z_{\text{КА}_l})^2}}; \quad (34)$$

$$\frac{\partial R_{\text{PД}_i}(x, y, z)}{\partial z} = \frac{z - z_{\text{БЛА}_i}}{\sqrt{(x-x_{\text{БЛА}_i})^2 + (y-y_{\text{БЛА}_i})^2 + (z-z_{\text{БЛА}_i})^2}} - \frac{z - z_{\text{КА}_i}}{\sqrt{(x-x_{\text{КА}_i})^2 + (y-y_{\text{КА}_i})^2 + (z-z_{\text{КА}_i})^2}}. \quad (35)$$

На основании полученных выражений (26)-(35) можно сделать вывод, что точность оценивания координат ЗС не зависит от вектора измеренного ПП \tilde{R}_i и определяется совокупностью координат БЛА $\langle x_{\text{БЛА}_i}, y_{\text{БЛА}_i}, z_{\text{БЛА}_i} \rangle$, КА-ретранслятора $\langle x_{\text{КА}_i}, y_{\text{КА}_i}, z_{\text{КА}_i} \rangle$ (в которых были сделаны N измерений разности дальностей), местоположением ЗС $\langle x, y, z \rangle$ и СКО оценки ПП $\sigma_{\text{PД}_i}$.

Важнейшей характеристикой качества функционирования системы ОМП является точность оценивания координат ИРИ. Ее можно оценить через статистические характеристики ошибки ОМП, а именно: среднеквадратическую ($\sigma_{\text{ОМП}}$), квазимаксимальную ($2\sigma_{\text{ОМП}}$) и максимальную ошибку ($3\sigma_{\text{ОМП}}$).

Вместе с тем наиболее полное представление о местоположении ИРИ дает эллипс ошибок на плоскости или эллипсоид в пространстве. Именно он соответствует области, внутри которой ИРИ находится с заданной вероятностью [29].

Оценки вектора координат ЗС $\tilde{S}_{\text{ЗС}} = \langle \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} \rangle$, полученные методом максимального правдоподобия, распределены по нормальному закону с математическим ожиданием $M(\tilde{S}_{\text{ЗС}})$, равным истинному положению ИРИ в пространстве. Поэтому трехмерная плотность распределения координат $\varphi_{\tilde{S}_{\text{ЗС}}}$ описывается многомерным распределением следующего вида:

$$\varphi_{\tilde{S}_{\text{ЗС}}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 |\mathbf{I}^{-1}|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{S}_{\text{ЗС}} - M(\tilde{S}_{\text{ЗС}})) \cdot \mathbf{I} \cdot (\mathbf{S}_{\text{ЗС}} - M(\tilde{S}_{\text{ЗС}}))^T}, \quad (36)$$

где \mathbf{I} — матрица Фишера, полученная на основе функции правдоподобия (10).

Поверхность равной плотности вероятности — эллипсоид ошибок может быть построен, если приравнять показатель степени экспоненты в выражении (36) к некоторой постоянной величине λ_P^2 :

$$(\mathbf{S}_{\text{ЗС}} - M(\tilde{S}_{\text{ЗС}})) \cdot \mathbf{I} \cdot (\mathbf{S}_{\text{ЗС}} - M(\tilde{S}_{\text{ЗС}}))^T = \lambda_P^2. \quad (37)$$

Следует отметить, что λ_P выбирается с учетом заданной вероятности нахождения ЗС внутри эллипсоида ошибок, которая вычисляется по формуле [29] и иллюстрируется графиком, представленным на рисунке 8.

$$P(\lambda_P) = \Phi(\sqrt{2}\lambda_P) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \lambda_P \cdot e^{-\lambda_P^2}, \quad (38)$$

где $\Phi(\circ)$ — функция распределения нормального закона (интеграл вероятности).

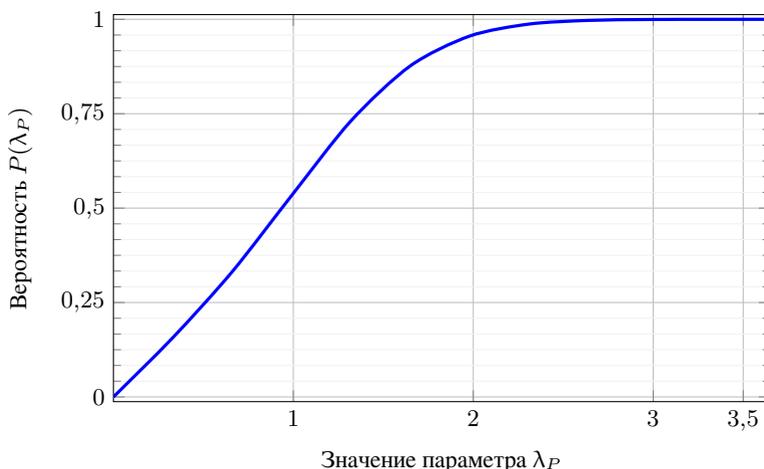


Рис. 8. Зависимость вероятности нахождения ЗС внутри эллипсоида ошибок от значения параметра λ_P

Методика вычисления параметров эллипсоида ошибок, к которым относится размер полуосей, а также его объем, подробно описана в работе [30] и в рамках данной статьи рассматриваться не будет.

5. Выбор маршрута движения ретранслятора на БЛА. Принимая во внимание тот факт, что для оценивания координат ИРИ в пространстве необходимо не менее четырех оценок ПП, а также то, что с увеличением числа независимых измерений снижается погрешность оценки координат ЗС, получаемой методом максимального правдоподобия, для проведения имитационного моделирования с целью выбора маршрута движения ретранслятора на БЛА представляется возможным ограничиться ста измерениями ПП.

Типовые маршруты полета ретранслятора БЛА и соответствующие им гистограммы объема эллипсоида ошибок, характеризующие величину погрешности ОМП ЗС [30], представлены на рисунках 9 и 10.

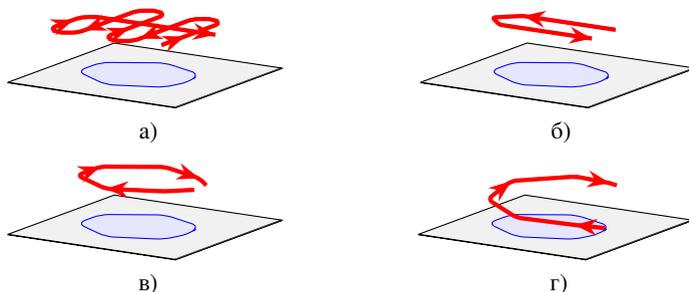


Рис. 9. Траектория движения ретранслятора на БЛА для маршрута:
а – № 1; б – № 2; в – № 3; г – № 4

Данные об объеме эллипсоида ошибок получены при условии $P(\lambda_P) = 0,95$ на основании оценок взаимной задержки, рассчитанных в момент нахождения ретранслятора в каждой из ста точек, равномерно распределенных по маршруту движения на БЛА, для фиксированного значения базы ретранслированного сигнала ЗС ($B = 10^5$).

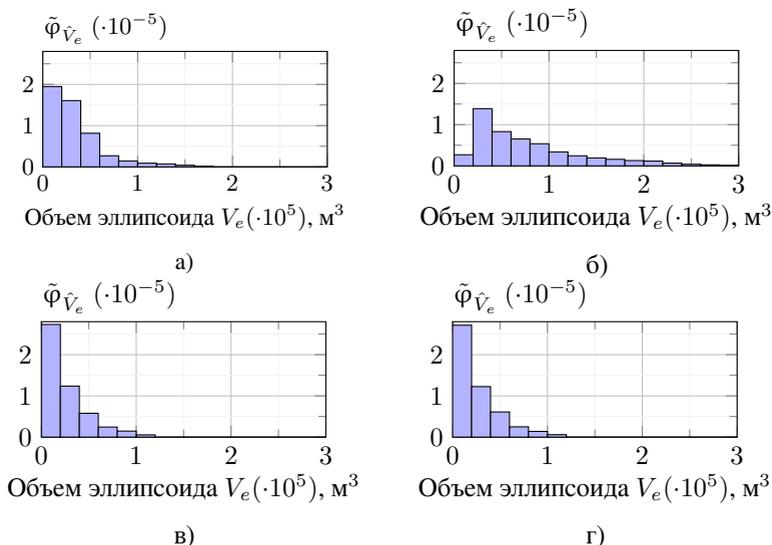


Рис. 10. Гистограмма объема эллипсоида ошибок для маршрута ретранслятора на БЛА: а – № 1; б – № 2; в – № 3; г – № 4

При построения гистограмм использована выборка значений объема эллипсоида ошибок, которые были получены для 400 точек,

соответствующих местоположению ЗС и равномерно распределенных в районе контроля.

Из гистограмм, изображенных на рисунке 10, следует, что наилучшую точность (минимальный объем эллипсоида ошибок) при наименьшей протяженности маршрута движения БЛА позволяет обеспечить круговая траектория (маршрут № 3) с радиусом, позволяющим облететь район контроля по периметру.

6. Потенциальная точность оценивания координат ЗС. Для иллюстрации потенциальной точности оценивания координат ЗС, достигаемой с применением разработанного метода, выполнен расчет параметров эллипсоида ошибок [30] при следующих условиях (рисунок 11):

- несанкционированно функционирующая ЗС VSAT находится в районе г. Санкт-Петербург ($59,84^\circ$ с.ш., $30,39^\circ$ в.д.);
- в качестве КА-ретранслятора выступает «Экспресс-АМУ1» (подспутниковая точка $36,0^\circ$ в.д.);
- комплекс РЭК расположен в точке с координатами $60,1^\circ$ с.ш., $30,64^\circ$ в.д.;
- ретранслятор на БЛА выполняет облет района вероятного нахождения ЗС по окружности с радиусом 25 км на высоте 2 000 м.

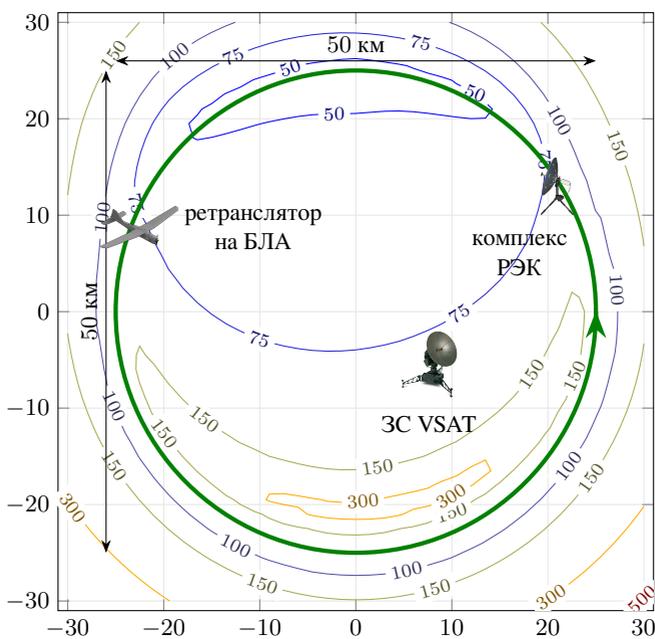


Рис. 11. Потенциальная точность ОМП ЗС VSAT

На рисунке 11 изображены изолинии потенциальной точности оценивания координат ЗС VSAT. В качестве показателя точности ОМП ЗС используется размер большой полуоси эллипсоида ошибок, полученный при вероятности попадания оценки координат ЗС VSAT внутрь эллипсоида ошибок, равной 0,95, на основании оценок взаимной задержки, рассчитанных в момент нахождения ретранслятора в каждой из ста точек, равномерно распределенных по маршруту движения БЛА.

С целью проверки соответствия результатов расчета потенциальной точности ОМП ЗС результатам вычисления координат ЗС предложенным методом проведено имитационное моделирование в среде Matlab.

Поиск минимума целевой функции $F_{\text{рд}}(x, y, z)$ выполнялся с применением встроенной процедуры *fminsearch*, основу которой составляет метод прямого поиска минимума функции нескольких переменных (метод Нелдера — Мида) [31]. Для минимизации целевой функции в качестве начальной была выбрана точка с координатами, соответствующими центру топоцентрической системы координат (рисунок 11).

По результатам проведения 10 000 испытаний в ходе которых выполнялось оценивание координат ЗС разработанным методом построена гистограмма погрешностей вычисления координат ЗС VSAT.

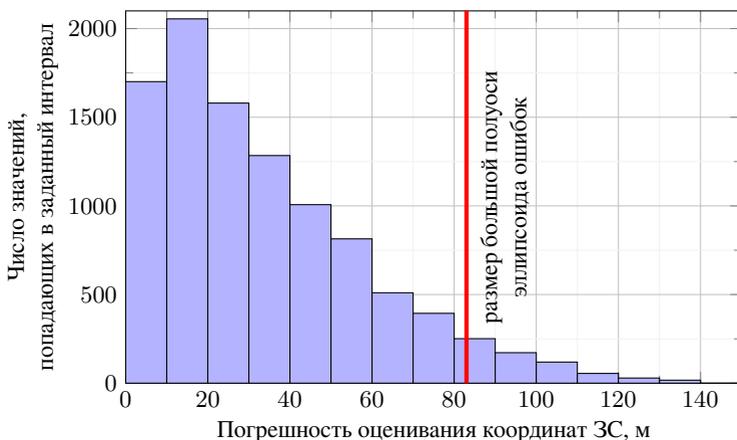


Рис. 12. Гистограмма погрешностей оценивания координат ЗС VSAT

Из гистограммы, изображенной на рисунке 12, следует, что погрешность оценивания координат ЗС VSAT с вероятностью 0,95 не превышает 83 м, что согласуется с результатами расчета потенциальной точности ОМП, полученными аналитическим путем.

7. Заключение. Применение разработанного метода определения местоположения земных станций ССС позволяет вычислять координаты земных станций с узкими диаграммами направленности. При этом в качестве параметра положения используется разность дальностей, полученная на основе оценок взаимной задержки сигналов земной станции, ретранслированных через космический аппарат и беспилотный летательный аппарат.

На основании полученных выражений потенциальной точности оценивания координат земных станций ССС можно сделать вывод о том, что погрешность определения местоположения не зависит от конкретных значений оценок параметра положения и определяется совокупностью координат беспилотного летательного аппарата, космического аппарата-ретранслятора (в которых были сделаны измерения разности дальностей), местоположением земной станции и среднеквадратическим отклонением оценок параметра положения.

При ведении радиоэлектронного контроля с применением разработанного метода в районе размером 50 на 50 км погрешность оценивания координат земных станций VSAT с вероятностью большей чем 0,95 не превышает сотни метров, что подтверждается аналитическими расчетами, а также результатами статистических испытаний при имитационном моделировании в среде Matlab.

Реализация на практике разработанного метода определения местоположения земных станций позволит существенно повысить точность оценивания их координат по сравнению с той, которая достигается в современных комплексах радиоэлектронного контроля, построенных на базе известных методов определения местоположения источников радиоизлучения [10, 15], что делает возможным уверенную локализацию нарушителя в пределах одного квартала района с городской застройкой.

Литература

1. *Верзунов Г. В., Корвяков П. В., Могучев В. И.* Спутниковая связь: радиопеленгация земных станций // Спутниковая связь и вещание. 2009. С. 98–102.
2. *Chan M. H.* Application of a dual satellite geolocation system on locating sweeping interference // World Academy of Science, Engineering and Technology. 2012. vol. 6. pp. 939–944.
3. *Haworth D. P., Smith N. G., Bardelli R., Clement T.* Interference localization for Eutelsat satellites – the first European transmitter location system // International Journal of satellite communications. 1997. vol. 15. pp. 155–183.
4. *Passion T., Chou S. I.* Sensitivity analysis of dual-satellite geolocation // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2000. vol. 36. no. 1. pp. 56–71.
5. *Hima S. K., Murali P. P.* Geolocation using TDOA and FDOA Measurements in sensor networks Using Non-Linear Elements // International Journal of Engineering Trends and Technology. 2014. vol. 14. no. 1. pp. 35–39.

6. *Cao Y., Li P., Yang L., Guo F.* A new iterative algorithm for geolocating a known altitude target using TDOA and FDOA measurements in the presence of satellite location uncertainty // Chinese Journal of Aeronautics. 2015. vol. 28. no. 5. pp. 1510-1518.
7. *Волков Р. В., Севидов В. В., Богдановский С. В., Теслевич С. Ф.* Модель поверхности Земли при определении местоположения земной станции по сигналам спутников-ретрансляторов // Наукоемкие технологии. 2016. Т. 17. № 12. С. 44–50.
8. Northern Sky Research's Broadband Satellite Markets Report. URL: <http://www.nsr.com/research-reports/satellite-communications-1/> (дата обращения: 19.04.2018).
9. *Maral G.* VSAT Networks, Second Edition // John Wiley & Sons. 2004. 294 p.
10. *Маренков И. А., Бережных Д. Л., Голиков И. Ю., Печурин В. В.* Способ определения местоположения наземного источника радиоизлучения системы спутниковой связи. Патент № 2583450. 2016. 7 с.
11. *Engebråten A. E.* RF Emitter geolocation using PDOA algorithms and UAVs // Norwegian University of Science and Technology Department of Computer and Information Science. 2015. 138 p.
12. *Robert J. B., Jay G. M., Ravi P. G., David H. S.* Autonomous Geolocation of RF Emitters Using Small, Unmanned Platforms // Johns Hopkins Apl Technical Digest. 2013. vol. 32. no. 3. pp. 636–646.
13. *Богдановский С. В., Овчаренко К. Л., Симонов А. Н.* Метод определения координат источников радиоизлучения на основе поляризационных измерений // Труды ВКА имени А.Ф.Можайского. 2017. № 657. С. 38–43.
14. *Richard G. P.* Electronic Warfare Target Location Methods, Second Edition // Artech House. 2012. 442 p.
15. *Богдановский С. В., Симонов А. Н., Теслевич С. Ф.* Поляризационный метод пеленгования источников радиоизлучения в пространстве // Наукоемкие технологии. 2016. Т. 17. № 12. С. 40–43.
16. *Овчаренко К. Л.* Определение координат источников радиоизлучения дальномерным методом на базе однопозиционного подвижного измерителя // Телекоммуникации. 2013. № 10. С. 27–34.
17. *Богдановский С. В., Симонов А. Н., Севидов В. В.* Поляризационный способ определения ориентации БЛА // Успехи современной радиоэлектроники. 2017. № 10. С. 15–19.
18. *Sarkar S., Bose A.* Contribution of GLONASS in Multi-GNSS Solution Accuracy // Coordinates. 2015. vol. 11. pp. 13-16.
19. *Юсупов Р. М. и др.* Статистические методы обработки результатов измерений // Министерство обороны СССР. 1984. 563 с.
20. *Замарин А. И., Еремеев И. Ю., Овчаренко К. Л.* Сравнительный анализ подходов к оцениванию задержки сигналов в условиях априорной неопределенности взаимного частотного сдвига // Естественные и технические науки. 2017. № 2. С. 126–130.
21. *Еремеев И. Ю., Овчаренко К. Л.* Метод вычислительно-эффективного оценивания взаимных временных задержек в условиях априорной неопределенности частотных сдвигов сигналов спутниковых терминалов // Труды ВКА имени А.Ф.Можайского. 2016. № 651. С. 98–105.
22. *Овчаренко К. Л.* Потенциальная точность оценивания задержки сигналов при наличии частотного рассогласования на основе вычисления взаимной корреляционной функции модифицированных комплексных огибающих // Успехи современной радиоэлектроники. 2017. № 7. С. 39–44.
23. *Ma L., Xu X., Pang F.* Accuracy Assessment of Geostationary-Earth-Orbit with Simplified Perturbations Models // Artificial satellites. 2016. vol. 51. no. 2. pp. 55–59.

24. *San-Juan J. F., Perez I., San-Martin M., Vergara E. P.* Hybrid SGP4 orbit propagator // *Acta Astronautica*. 2017. vol. 137. pp. 254–260.
25. *Aldrich J.* RA Fisher and the Making of Maximum Likelihood 1912 – 1922 // *Statistical Science*. 1997. vol. 12. no. 3. pp. 162–176.
26. *Kay S. M.* Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory // Prentice Hall. 1993. 595 p.
27. *Lehmann E. L., Casella G.* Theory of Point Estimation, Second Edition // Springer. 1998. 590 p.
28. *Steven M. K., Casella G.* Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory // Prentice Hall PTR. 1993. 608 p.
29. *Сайбель А. Г.* Основы теории точности радиотехнических методов местоопределения: учеб. пособие // М.: Оборонгиз. 1958. 56 с.
30. *Овчаренко К. Л., Еремеев И. Ю., Гайчук Ю. Н., Петухов П. Е.* Методика построения эллипсоида ошибок для оценивания точности определения местоположения земных станций систем спутниковой связи с применением беспилотного летательного аппарата // *Наукоёмкие технологии*. 2017. Т. 18. № 11. С. 22–26.
31. *Lagarias J. C., Reeds J. A., Wright M. H., Wright P. E.* Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions // *SIAM Journal of Optimization*. 1998. vol. 9. no. 1. pp.112–147.

Овчаренко Константин Леонидович — адъюнкт кафедры технических средств комплексного контроля ракетно-космических объектов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: определение местоположения источников радиоизлучения. Число научных публикаций — 20. kostao@ya.ru; ул. Ждановская, 13, г. Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7 (812) 347-95-57.

Еремеев Игорь Юрьевич — д-р техн. наук, профессор, начальник кафедры технических средств комплексного контроля ракетно-космических объектов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: обработка сигналов со сложной частотно-временной структурой в условиях априорной неопределенности относительно параметров сигналаобразования. Число научных публикаций — 100. eremeevii@yandex.ru; ул. Ждановская, 13, г. Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7 (812) 347-95-57.

Сазонов Константин Викторович — д-р техн. наук, доцент, начальник кафедры инженерного анализа, Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: системы сбора и обработки информации, обратное проектирование современных телекоммуникационных систем. Число научных публикаций — 70. Staffa78@mail.ru; ул. Ждановская, 13, г. Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7 (812) 230-28-15.

Семенов Сергей Сергеевич — канд. техн. наук, преподаватель кафедры технических средств комплексного контроля ракетно-космических объектов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: определение местоположения источников радиоизлучения. Число научных публикаций — 20. sergio_ss@bk.ru; ул. Ждановская, 13, г. Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7 (812) 347-95-57.

Абакумов Артем Николаевич — канд. техн. наук, преподаватель кафедры технических средств комплексного контроля ракетно-космических объектов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: определение местоположения источников радиоизлучения. Число научных публикаций — 20. koristinij_517@mail.ru; ул. Ждановская, 13, г. Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7 (812) 347-95-57.

K. L. OVCHARENKO, I. Yu. EREMEEV, K. V. SAZONOV,
S. S. SEMENJUK, A. N. ABAKUMOV

**DIFFERENTIAL RANGING METHOD OF LOCATING SATELLITE
COMMUNICATION SYSTEM EARTH STATIONS USING
REPEATER ON AN UNMANNED AERIAL VEHICLE**

Ovcharenko K. L., Ereemeev I. Yu., Sazonov K. V., Semenjuk S. S., Abakumov A. N. **Differential ranging method of locating satellite communication system earth stations using repeater on an unmanned aerial vehicle.**

Abstract. The article presents the differential ranging method of locating modern earth stations with narrow radiation patterns. Earth station position data is proposed to be calculated using maximum-likelihood procedure system solution from three differential equations using one of numerical methods. In this case supplementary assessment parameter of location, calculated by measuring a mutual signal delay of an earth station, relayed through a spacecraft on geostationary orbit and a mobile repeater on the unmanned aerial vehicle, can improve the accuracy of coordinate estimation earth station.

For the developed method the analytical expressions of potential accuracy of calculation of coordinates of the earth station on the basis of the Cramer–Rao lower bound are developed.

To measure the positioning accuracy of located emitters it is suggested to use the errors ellipsoid corresponding to the provision of a source of a radio emission in space.

The analysis of standard routes of the movement of a repeater on the unmanned aerial vehicle is carried out and the conclusion is drawn that the best accuracy and the shortest route simultaneously are achieved, if the unmanned aerial vehicle follows a circular trajectory along the control area.

Calculation of potential accuracy of positioning of the terrestrial station for the area of 50 by 50 km is executed. It is shown that the error of the estimates, received as a result of statistical tests, doesn't surpass the size of a big half shaft of the error ellipsoid calculated with application of analytical expressions.

The application of the developed method is possible in the implementation of the software of electronic control systems to counteract illegitimate use of frequency resource of space vehicles-satellite repeaters communication system.

Keywords: Position Location, Satellite Communications Systems, Earth Station, Unmanned Aerial Vehicle, Repeater Spacecraft, Differential Ranging Method, Method of Maximum Likelihood.

Ovcharenko Konstantin Leonidovich — Ph.D. student of the space-rocket object integrated control facilities department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: Definition of the Locations of Radiowaves Sources. The number of publications — 20. kostao@ya.ru; 13, Zhdanovskaya str., St. Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7 (812) 347-95-57.

Ereemeev Igor' Yur'evich — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of the space-rocket object integrated control facilities department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: Difficult Time-and-Frequency Structure Signal Processing under the Conditions Generation Signal Parameters Prior Indetermination. The number of publications — 100. eremeeviu@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya str., St. Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7 (812) 347-95-57.

Sazonov Konstantin Viktorovich — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, head of the reverse engineering department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: Data Acquisition

and Processing System, Reverse Engineering Modern Telecommunication System. The number of publications — 70. Staffa78@mail.ru; 13, Zhdanovskaya str., St. Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7 (812) 230-28-15.

Semenjuk Sergej Sergeevich — Ph.D., lecturer of the space-rocket object integrated control facilities department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: Definition of the Locations of Radiowaves Sources. The number of publications — 20. sergio_ss@bk.ru; 13, Zhdanovskaya str., St. Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7 (812) 347-95-57.

Abakumov Artjom Nikolaevich — Ph.D., lecturer of the space-rocket object integrated control facilities department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: Definition of the Locations of Radiowaves Sources. The number of publications — 20. koristnij_517@mail.ru; 13, Zhdanovskaya str., St. Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7 (812) 347-95-57.

References

1. Verzunov G. V., Korvyakov P. V., Moguchev V. I. [Satellite communication: ground station radio direction]. *Sputnikovaja svjaz' i veshhanie – Satellite communication and broadcasting*. 2009. pp. 98-102. (In Russ.).
2. Chan M. H. Application of a dual satellite geolocation system on locating sweeping interference. *World Academy of Science, Engineering and Technology*. 2012. vol. 6. pp. 939-944.
3. Haworth D. P., Smith N. G., Bardelli R., Clement T. Interference localization for Eutelsat satellites – the first European transmitter location system. *International Journal of satellite communications*. 1997. vol. 15. no. 4. pp. 155-183.
4. Passion T., Chou S. I. Sensitivity analysis of dual-satellite geolocation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2000. vol. 36. no. 1. pp. 56-71.
5. Hima S. K., Murali P. P. Geolocation using TDOA and FDOA Measurements in sensor networks Using Non-Linear Elements. *International Journal of Engineering Trends and Technology*. 2014. vol. 14. no. 1. pp. 35-39.
6. Cao Y., Li P., Yang L., Guo F. A new iterative algorithm for geolocating a known altitude target using TDOA and FDOA measurements in the presence of satellite location uncertainty // *Chinese Journal of Aeronautics*. 2015. vol. 28. no. 5. pp. 1510-1518.
7. Volkov R. V., Sevidov V. V., Bogdanovskij S. V., Teslevich S. F. [Earth surface model at ground station determining location by a satellite repeater signal]. *Naukoemkie tekhnologii – Intensive Technologies*. 2016. Issue 17. vol. 12. pp. 44-50. (In Russ.).
8. Northern Sky Research's Broadband Satellite Markets Report. Available at: <http://www.nsr.com/research-reports/satellite-communications-1/> (accessed: 19.04.2018).
9. Maral G. VSAT Networks, Second Edition. John Wiley & Sons. 2004. 294 p.
10. Marenkov I. A., Bereznyh D. L., Golikov I. Ju., Pechurin V. V. Sposob opredeleniya mestopolozheniya nazemnogo istochnika radioizlucheniya sistemy sputnikovoj svjazi [Method of satellite communication system radio source determining location]. Patent RF. no. 2583450. 2016. 7 c.
11. Engebråten A. E. RF Emitter geolocation using PDOA algorithms and UAVs. Norwegian University of Science and Technology Department of Computer and Information Science. 2015. 138 p.
12. Robert J. B., Jay G. M., Ravi P. G., David H. S. Autonomous Geolocation of RF Emitters Using Small, Unmanned Platform. *Johns Hopkins Apl Technical Digest*. 2013. vol. 32. no. 3. pp. 636-646.
13. Bogdanovskij S. V., Ovcharenko K. L., Simonov A. N. [Radio source determining location method based on the of polarization measurements]. *Trudy VKA imeni A.F. Mozhajskogo – Proceeding MSA n.a. A.F.Mozhajskogo*. 2017. vol. 657. pp. 38-43. (In Russ.).

14. Richard G. P. *Electronic Warfare Target Location Methods: Second Edition*. Artech House. 2012. 442 p.
15. Bogdanovskij S. V., Simonov A. N., Teslevich S. F. [A polarization method of spatial radio source direction finding]. *Naukoemkie tekhnologii – Intensive Technologies*. 2016. Issue. 17. vol. 12. pp. 40-43. (In Russ.).
16. Ovcharenko K. L. [Determination of coordinates of sources of a radio emission by a ranging method on the basis of the one-position mobile measuring instrument]. *Telekommunikacii – Telecommunications*. 2013. vol. 10. pp. 27–34. (In Russ.).
17. Bogdanovskij S. V., Simonov A. N., Sevidov V. V. [Polarization method of determining the orientation of the unmanned aerial vehicle]. *Uspekhi sovremennoj radioelektroniki – Achievements of Modern Radioelectronics*. 2017. vol. 10. pp. 15-19. (In Russ.).
18. Sarkar S., Bose A. Contribution of GLONASS in Multi-GNSS Solution Accuracy. *Coordinates*. 2015. vol. 11. pp. 13-16.
19. Jusupov R. M. et al. *Statisticheskie metody obrabotki rezul'tatov izmerenij* [Statistical methods for processing measurement result]. Ministerstvo oborony SSSR. 1984. 563 s. (In Russ.).
20. Zamarin A. I., Ereemeev I. Ju., Ovcharenko K. L. [Treatment comparative analysis of signal delay appraisalment in prior uncertainty mutual frequency offset conditions]. *Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Natural and technical science*. 2017. vol. 2. pp. 126-130. (In Russ.).
21. Ereemeev I. Ju., Ovcharenko K. L. [The method of computationally effective estimation of mutual time delays under conditions of a priori uncertainty in the frequency shifts of the signals of satellite terminals.] *Trudy VKA imeni A.F. Mozhajskogo – Proceeding MSA n.a. A.F. Mozhajskogo*. 2016. vol. 651. pp. 98-105. (In Russ.).
22. Ovcharenko K. L. [Signal delay appraisalment potential accuracy involving frequency derivation based on calculation modify complex envelope cross-correlation function]. *Uspekhi sovremennoj radioelektroniki – Achievements of Modern Radioelectronics*. 2017. vol. 7. pp. 39-44. (In Russ.).
23. Ma L., Xu X., Pang F. Accuracy Assessment of Geostationary-Earth-Orbit with Simplified Perturbations Models. *Artificial satellites*. 2016. vol. 51. no. 2. pp. 55–59.
24. San-Juan J. F., Perez I., San-Martin M., Vergara E. P. Hybrid SGP4 orbit propagator. *Acta Astronautica*. 2017. vol. 137. pp. 254–260.
25. Aldrich J. RA Fisher and the Making of Maximum Likelihood 1912 – 1922. *Statistical Science*. 1997. vol. 12. no. 3. pp. 162–176.
26. Kay S. M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice Hall. 1993. 595 p.
27. Lehmann E. L., Casella G. *Theory of Point Estimation*, Second Edition. Springer. 1998. 590 p.
28. Steven M. K., Casella G. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice Hall PTR. 1993. 608 p.
29. Saybel' A. G. *Osnovy teorii tochnosti radiotekhnicheskikh metodov mestoopredeleniya* [Bases of the theory of accuracy of radio engineering methods of a location determining]. M.: Oborongiz. 1958. 56 p. (In Russ.).
30. Ovcharenko K. L., Ereemeev I. Ju., Gajchuk Ju. N., Petuhov P. E. [A method of constructing the error ellipsoid for satellite communication system earth station position location determining accuracy appraisalment using UAV]. *Naukoemkie tekhnologii – Intensive Technologies*. 2017. Issue. 18. vol. 11. pp. 22-26. (In Russ.).
31. Lagarias J. C., Reeds J. A., Wright M. H., Wright P. E. Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM Journal of Optimization*. 1998. vol. 9. no. 1. pp.112–147.