

С.А. КАБАНОВ, А.И. КРИВУШОВ, Ф.В. МИТИН  
**МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО РАСКРЫТИЯ  
ЭЛЕМЕНТОВ КРУПНОГАБАРИТНОГО  
ТРАНСФОРМИРУЕМОГО РЕФЛЕКТОРА КОСМИЧЕСКОГО  
БАЗИРОВАНИЯ**

---

*Кабанов С.А., Кривушов А.И., Митин Ф.В. Моделирование совместного раскрытия элементов крупногабаритного трансформируемого рефлектора космического базирования.*

**Аннотация.** Крупногабаритные трансформируемые конструкции космического базирования доставляются на орбиту в сложном состоянии, в следствии чего встает задача их надежного раскрытия. В данной статье предлагается использовать в качестве исполнительного органа привод в виде электрической машины. Применение данного вида актюатора позволит управлять процессом раскрытия.

В качестве крупногабаритной трансформируемой конструкции рассматривается рефлектор космического базирования. В настоящее время перевод аппаратов из сложного состояния в рабочее осуществляется поэтапно. В работе рассмотрено совместное выполнение двух этапов: разворот корневого звена спицы и выдвигание промежуточного звена. Разработаны математические модели для вращательного и поступательного видов движений, учитывающие такие параметры как изгиб и сжатие спицы. Проведено моделирование и проанализированы результаты различных вариантов совместного раскрытия элементов рефлектора: использование двигателя на каждую из компонент движения и использование центробежной силы для выдвигания спицы.

Рассмотрено применение алгоритма коррекции параметров структуры управления. Одним из важных достоинств алгоритма является возможность построения управления в режиме реального времени. Его можно использовать для вычисления опорного управления в алгоритмах, основанных на принципе двухканальности.

**Ключевые слова:** математическая модель, вращательное движение, поступательное движение, моделирование, коррекция параметров структуры управления, крупногабаритный трансформируемый рефлектор.

---

**1. Введение.** В настоящее время антенны являются неотъемлемой частью современных космических аппаратов. История их создания неразрывно связана с историей развития космической и ракетной техники. Активные исследования и разработки, направленные на создание в космосе конструкций различного класса, имеющих большие размеры, ведутся как в России, так и за рубежом. Разработка раскрывающихся антенн, устанавливаемых на космические аппараты различного назначения, является одним из важных и стремительно развивающихся направлений в области создания крупногабаритных космических конструкций. Несмотря на значительные успехи в области проектирования раскрывающихся крупногабаритных трансформируемых конструкций космического базирования, остается важной задача их плавного и надежного раскрытия [1-5].

Отличительной особенностью крупногабаритных космических аппаратов (крупногабаритные антенны, космические телескопы и т.п.) является наличие в их составе множества подвижных узлов. Особый интерес представляют трансформируемые антенны, профиль которых можно изменять как на стадии подготовки к работе, так и в процессе функционирования. Вследствие больших размеров перевод рефлектора из сложного состояния в рабочее разбивается на этапы, которые можно рассматривать как независимые друг от друга.

Развертывание различных видов крупногабаритных трансформируемых рефлекторов (ферменных, зонтичных, кольцевых и др.) производится за счет энергии пружин или деформированных упругих элементов [6-11].

К недостаткам данного способа раскрытия можно отнести невозможность управлением процессом раскрытия, наличие колебаний и прогибов конструкции после завершения этапа раскрытия, необходимость создания макета и проведения дополнительных расчетов для определения степени сжатия пружин или закручивающих элементов.

Альтернативой классическим системам раскрытия могут являться автоматические системы, в которых энергия для развертывания элементов рефлектора производится за счет приводов, в частности электрических машин. Применение данного вида актуаторов позволит управлять процессом раскрытия, уменьшить колебания и прогибы конструкции крупногабаритного космического аппарата.

Управляемое раскрытие позволит уменьшить влияние возмущающих факторов и привести КА в рабочее состояние за заданное время.

Моделирование процесса создания и поддержания формы крупногабаритного трансформируемого рефлектора (КТР) космического базирования является сложной задачей. При этом возникают проблемы оптимального быстродействия системы, учета возмущений различного характера, действующих на конструкцию, как во время раскрытия, так и после. Для улучшения характеристик возникает необходимость использования различных методов активного управления. Имеет смысл применить принцип двухканальности Б.Н. Петрова, в котором сочетаются опорное управление и управление по возмущению. Опорное управление можно формировать с применением методов оптимального управления [12].

На базе имеющихся в настоящее время научных подходов для решения подобных задач требуется разработать методику и алгоритмы, которые позволят получать надежное решение задачи оптимизации.

Один из возможных подходов к решению задачи синтеза оптимального управления — разработка алгоритма оптимизации движения с коррекцией параметров структуры управления [13]. При этом управление может вычисляться в реальном времени в процессе движения как

функция текущих значений фазовых координат. В этом случае из применения принципа максимума определяется структура управления, параметры которой оптимизируются во вспомогательной задаче. Оптимизацию параметров удобно производить по критерию Красовского [20], известного также как функционал обобщенной работы, или ФОР, с использованием алгоритма с прогнозирующей моделью.

**2. Математическая модель совместного движения.** Процесс раскрытия крупногабаритного космического аппарата можно разбить на несколько отдельных этапов. Рассмотрим подробнее наиболее часто встречающиеся виды движения, описывающие эти этапы: вращательное и поступательное.

В ходе исследования было предложено осуществлять одновременное раскрытие нескольких звеньев КТР космического базирования для уменьшения времени выведения аппарата в рабочее положение.

Рассмотрим задачу раскрытия корневое звена 1 и одновременное выдвигание промежуточного звена 2 концевых звеньев силового каркаса, представленных на рисунке 1.

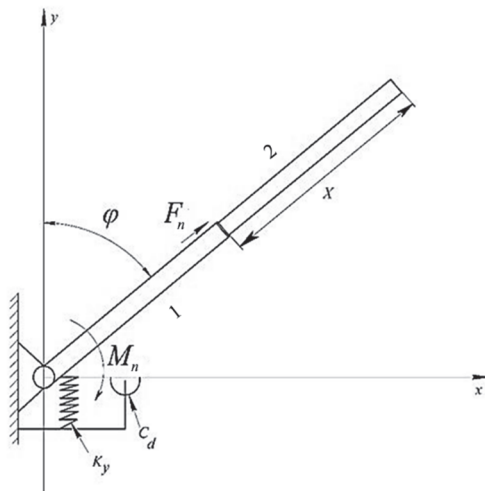


Рис. 1. Схема взаимного расположения звеньев спицы основания силового каркаса КТР

Необходимо за определенное время развернуть корневое звено спицы и одновременно выдвинуть промежуточное звено. На основе работ [14, 15] рассмотрим математические модели угловой и поступательной компоненты движения элементов конструкции.

Поскольку КТР предполагается к использованию на околоземной орбите, а также ввиду отсутствия механизмов с накоплением энергии (таких как пружины) примем, что рефлектор находится на бесконечно большом расстоянии от любых тел. Таким образом, КТР обладает общим нулевым уровнем потенциальной энергии сил всемирного тяготения  $W = 0$  [16].

Макроскопическое движение тел сопровождается необратимыми процессами трения, приводящими со временем к прекращению движения. Кинетическая энергия тел при этом переходит в тепло или диссипирует. Для рассматриваемого случая допустим, что имеет место линейное изотропное сопротивление [17].

При вращательном движении тела происходят следующие процессы:

- растяжение материала, причем абсолютное растяжение  $\Delta l$  зависит от угловой скорости вращения и влияет на момент инерции тела  $I$ ;
- изгиб тела относительно его средней линии.

Выражение для прогиба  $h$  [18] (отклонение спицы от луча с углом  $\varphi$ ) в первом приближении имеет вид (1):

$$h = \frac{Ml}{2EI}, \quad (1)$$

где  $M$  — момент, действующий на спицу,  $l$  — длина колеблющейся части,  $E$  — модуль Юнга,  $I$  — момент инерции.

Для создания полезного момента вращения  $M_n$  выбран бесколлекторный (вентильный) двигатель постоянного тока. Так как они обладают большим сроком службы, обеспечивают высокие моменты, высокую эффективность и низкое тепловыделение.

Управление раскрытием происходит за счет изменения напряжения питания электродвигателя  $u = U_1$ . Поскольку напряжение питания прямо пропорционально полезному моменту  $M_n$  электродвигателя:

$$M_n = \frac{m_1 \cdot p \cdot E_0 \cdot U_1}{\omega \cdot X_c} \cdot \sin \vartheta, \quad (2)$$

где  $m_1$  — число фаз ротора,  $p$  — число пар полюсов магнитного поля,  $E_0$  — действующее значение ЭДС на обмотке статора,  $X_c$  — синхронное сопротивление ( $X_c = X_\sigma + X_a$ , где  $X_\sigma$  и  $X_a$  — индуктивные сопротивления

ния рассеяния и реакции якоря соответственно),  $\vartheta$  — угол рассогласования (между  $U_1$  и  $E_0$ , для двигателя находится в пределах  $[0, \pi/2]$ ), то фактически управление происходит за счет изменения полезного момента.

При описании вращательного движения спицы следует учитывать действие механизма упора и фиксации. Реальные физические процессы, происходящие во время установки элементов конструкции на упоры и фиксаторы, довольно сложны. Простейшая модель таких устройств может быть представлена в виде упругого  $k_y$  и демпфирующего  $C_d$  элементов с соответствующими характеристиками [17].

Система дифференциальных уравнений, описывающая вращательное движение с учетом всех выше перечисленных допущений с использованием уравнения Лагранжа второго рода примет вид (3):

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \omega - \dot{h}, \\ \dot{\omega} &= \frac{M_n - M_{\text{тр}} - M_{\text{упор}} - M_{\text{фиксатор}} - \mu \dot{\varphi}}{I}, \\ \dot{h} &= \frac{M}{2EI}. \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\omega$  — угловая скорость;  $\varphi$  — угол поворота элемента конструкции;  $M_n$  — полезный момент;  $M_{\text{тр}}$  — момент трения;  $M_{\text{упор}}$  — момент, создаваемый упором;  $M_{\text{фиксатор}}$  — момент, создаваемый фиксатором;  $\mu$  — коэффициент диссипативности.

Здесь  $M_{\text{упор}} = (k_y \cdot \Delta\varphi + C_d \cdot \dot{\varphi}) \cdot H_y(\Delta\varphi)$ , где  $k_y$  — коэффициент жесткости упругой компоненты модели упора;  $C_d$  — коэффициент демпфирования вязкой компоненты модели упора;  $\Delta\varphi = (\varphi - \varphi_k)$  — относительный угол, соответствующий моменту установки на упор;  $\varphi_k$  — заданный конечный угол раскрытия спицы;  $H_y(\Delta\varphi)$  — функция, которая принимает значение 0 ( $\Delta\varphi > 0$ ) или 1 ( $\Delta\varphi < 0$ ).  $M_{\text{фиксатор}} = (k_\phi \cdot \Delta\varphi + C_\phi \cdot \dot{\varphi}) \cdot H_\phi(\Delta\varphi)$ , где  $k_\phi$  — коэффициент жесткости упругой компоненты модели фиксатора;  $C_\phi$  — коэффициент демпфирования вязкой компоненты модели фиксатора;  $H_\phi(\Delta\varphi)$  — функция,

которая принимает значение 1 ( $\Delta\varphi > 0$ ) или 0 ( $\Delta\varphi < 0$ ) после того, как сработала функция  $H_y(\Delta\varphi)$ .

Для получения уравнений поступательного движения штанги также воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода. Для вывода уравнений диссипативных сил и потенциальной энергии воспользуемся выводами, полученными для вращательного движения. Таким образом, КТР обладает общим нулевым уровнем потенциальной энергии сил всемирного тяготения  $W = 0$ . В рассматриваемом случае движение происходит вдоль одной оси. Примем, что толкающую силу задает электрический двигатель, аналогичный рассмотренному при вращательном движении.

Для создания полезной силы  $F_n$  необходимо учитывать конструкцию передачи, например цепную, зубчатую и так далее, что само по себе является отдельной технической задачей. Для полного описания необходимо учитывать люфты и «мертвые» зоны механизма. Ввиду всего вышесказанного уравнение для  $F_n$  будет состоять из полезного момента  $M_n$ , умноженного на коэффициент  $k_f$ , который отвечает за преобразование вращающего момента в толкающую силу (4):

$$F_n = k_f \cdot M_n. \quad (4)$$

Аналогично вращательному движению необходимо учитывать воздействие механизма фиксации. Продольную деформацию штанги  $\Delta x_{сж}$  [19], возникающую при ее выдвигении, можно записать в виде (5):

$$\Delta x_{сж} = \varepsilon \cdot x = \frac{F \cdot x}{E_1 \cdot S}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  — относительная продольная деформация,  $x$  — длина выдвигающегося участка штанги,  $E_1$  — модуль упругости,  $S$  — площадь поперечного сечения. Отметим, что растяжение и сжатие возникают при «жестко» закрепленном конце штанги.

С учетом вышесказанных замечаний система дифференциальных уравнений, описывающих динамику выдвигения штанги, будет иметь вид (6):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V - \Delta\dot{x}_{\text{сж}}, \\ \dot{V} &= \frac{F_{\text{п}} - F_{\text{тр}} - F_{\text{упор}} - F_{\text{фиксатор}} - \mu\dot{x}}{m}, \\ \Delta\dot{x}_{\text{сж}} &= \frac{F}{E_1 \cdot S}.\end{aligned}\tag{6}$$

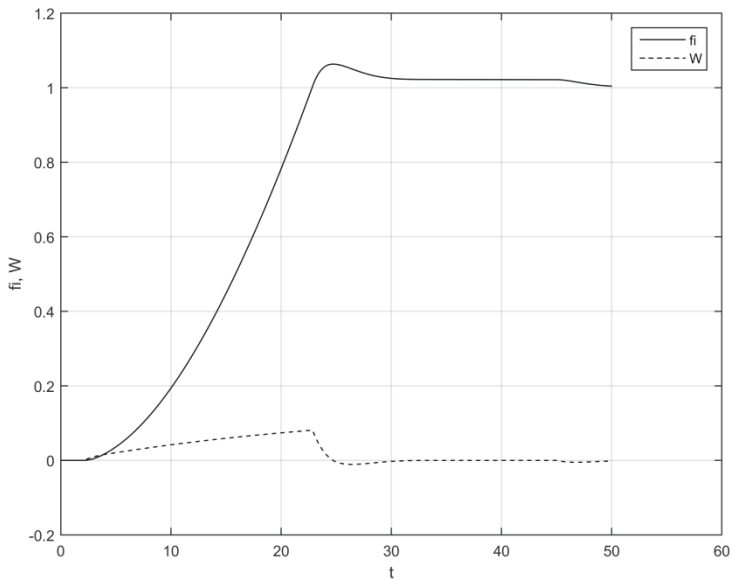
где  $V$  — линейная скорость;  $F_{\text{тр}}$  — сила трения,  $F_{\text{упор}}$  — сила, создаваемая упором;  $F_{\text{фиксатор}}$  — сила, создаваемая фиксатором,  $m$  — масса выдвигаемой части.

Здесь  $F_{\text{упор}}$ ,  $F_{\text{фиксатор}}$  задаются аналогичным образом, что и  $M_{\text{упор}}$ ,  $M_{\text{фиксатор}}$ .

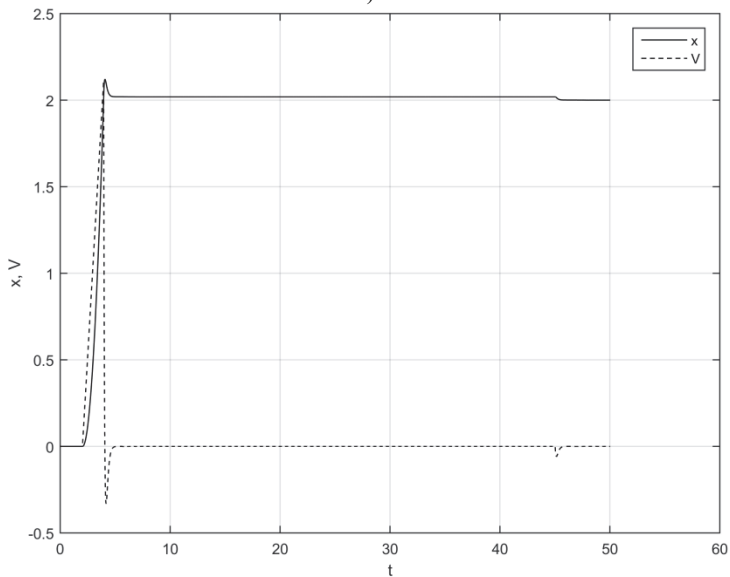
Система, описывающая совместное раскрытие элементов КТР, объединяет системы (3) и (6).

**3. Моделирование.** Первый способ совместного раскрытия элементов КТР космического базирования — использование двигателя на каждую из компонент движения. При моделировании динамики совместного раскрытия спицы варьировались коэффициенты демпфирования  $C_{\theta}$  и упругой компоненты упора  $k_y$ , исполнительные устройства на оба вида движений имели одинаковые параметры и включались одновременно. Были выбраны следующие параметры системы при моделировании: материал АБС пластик  $QH F$  — 0140:  $\rho = 1040$  кг·м<sup>3</sup>,  $E = 9900 \cdot 10^6$  Па, напряжение питания, подаваемое на исполнительный орган  $U_1 = 5$  В, конечное значение выдвигающейся части  $x_k = 2$  м, конечное значение угла раскрытия  $\varphi_k = 1$  рад. Поведение системы представлено на рисунках 2 и 3.

Исходя из рисунков 2 и 3, можно сделать вывод, что использование нескольких исполнительных устройств позволяет реализовывать различные программы раскрытия элементов конструкции, позволяющие корректировать управляющие воздействие. К недостаткам можно отнести тот факт, что с ростом количества исполнительных машин будет расти и масса всей конструкции, и инерционность ее звеньев. При этом изменение упругой составляющей упора  $k_y$  приводит к изменению характеристики переходного процесса.



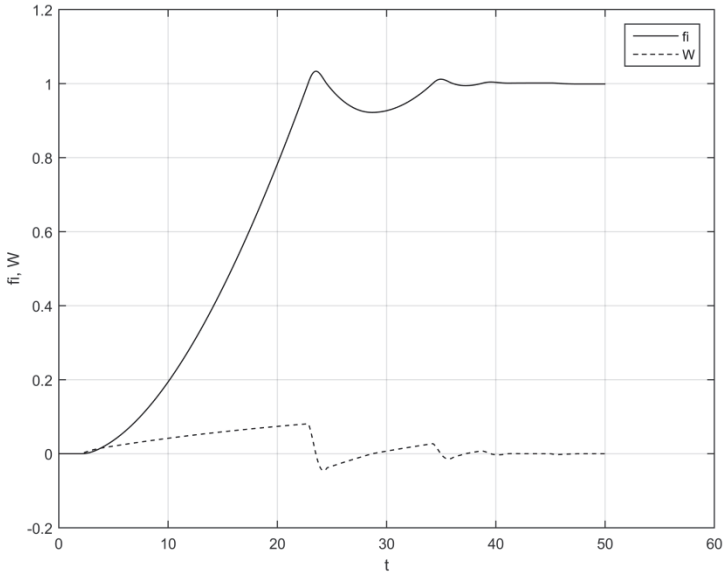
а)



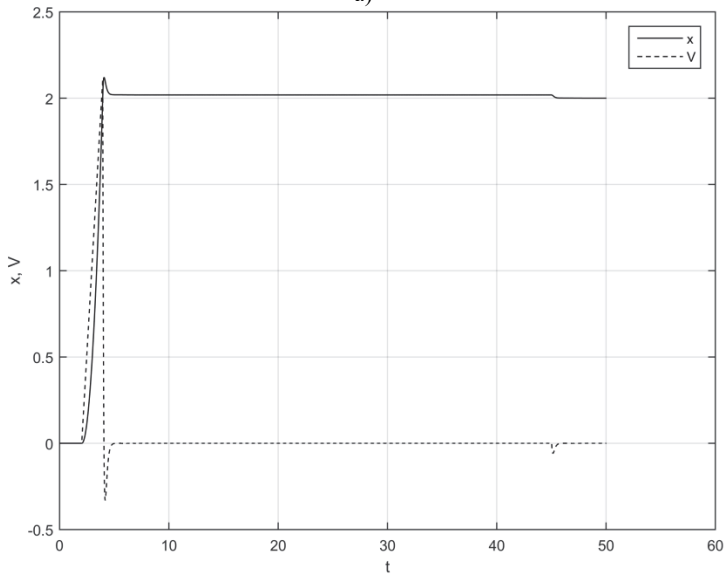
б)

Рис. 2. Характер динамики совместного раскрытия рефлектора: а) график  $\varphi(t)$  и  $\omega(t)$  при  $k_y = 10$ ,  $C_o = 25$ ; б) график  $x(t)$  и  $V(t)$  при  $k_\phi = 100$ ,  $C_\phi = 25$





а)



б)

Рис. 3. Характер динамики совместного раскрытия рефлектора: а) график  $\varphi(t)$  и  $\omega(t)$  при  $k_y = 100$ ,  $C_o = 25$ ; б) график  $x(t)$  и  $V(t)$  при  $k_\phi = 100$ ,  $C_\phi = 25$

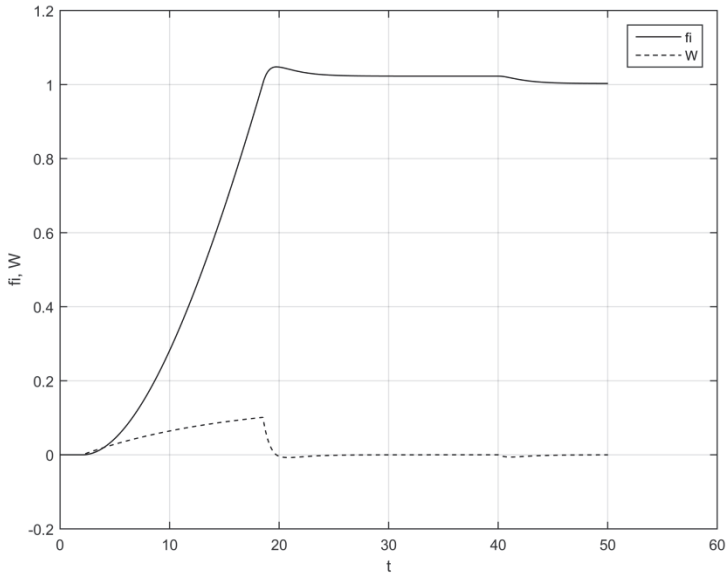
Напряжение питания  $U_1$  действует со второй по 45 секунду, этим объясняется наличие небольшого колебания после выключения электродвигателя.  $U_1$  становится равным нулю, момент или сила (в зависимости от вида движения) упора возвращает спицу к заданному конечному значению при этом срабатывает фиксатор (функция  $H_\phi(\Delta\varphi)$ ) и спица зажимается в заданном положении.

Второй способ — использование центробежной силы для выдвижения промежуточного звена спицы. В данном способе полезная сила  $F_n$  создается центробежной силой. Система, описывающая совместное раскрытие элементов конструкции имеет такой же вид, что и системы (3), (6), за исключением того, что (7):

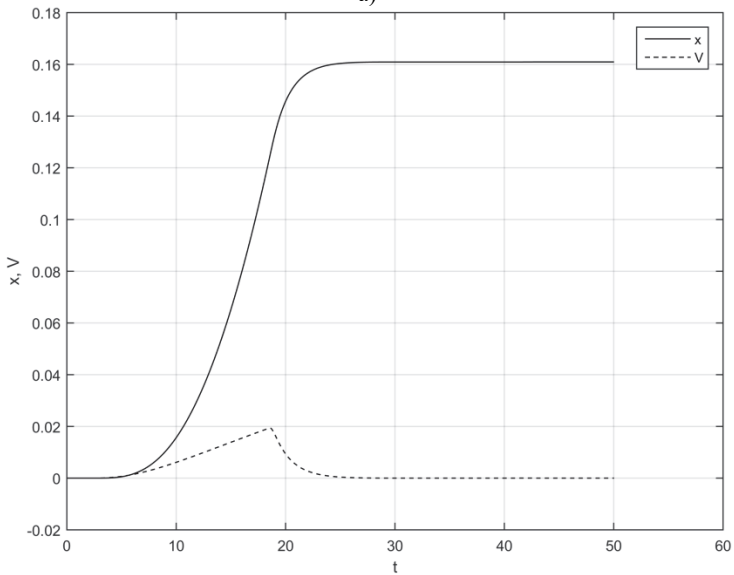
$$F_n = 0,5 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot (x + 0,5 \cdot l). \quad (7)$$

В ходе моделирования были использованы те же параметры системы, что и для первого способа. Из рисунка 4 видно, что исполнительное устройство углового движения создает недостаточную центробежную силу для полного выдвижения промежуточного звена при исходных параметрах. Исходя из этого, управляющий сигнал  $U_1$  был увеличен с 5 В до 15 В. Из-за увеличения управляющего сигнала увеличился и крутящий момент. На рисунке 5 показан процесс раскрытия и выдвижения при  $U_1 = 15$  В. Из полученной характеристики, можно сделать вывод о том, что удалось добиться выполнения постановки на упоры как корневого звена, так и промежуточного звена рефлектора.

Данный вариант реализации лишен недостатка первого способа в виде дополнительного веса исполнительных устройств. Задача управления напряжением усложняется, поскольку возникает необходимость варьировать  $U_1$  исполнительного устройства исходя из желаемых характеристик не только для углового движения, но и для поступательного.

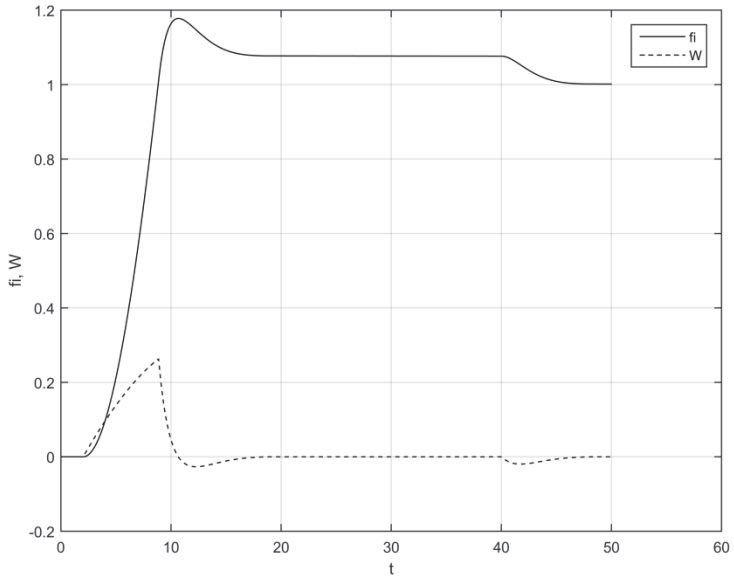


а)

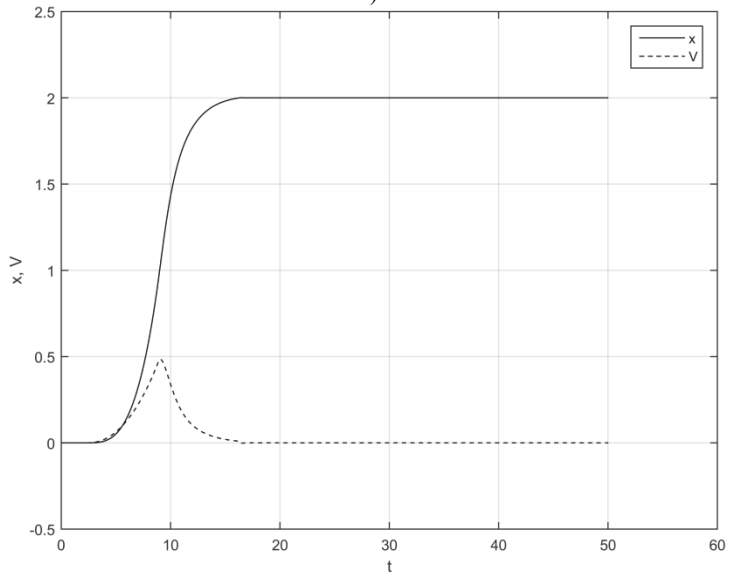


б)

Рис. 4. Характер динамики совместного раскрытия рефлектора при  $U_1 = 5$  В:  
а) график  $\varphi(t)$  и  $\omega(t)$ ; б) график  $x(t)$  и  $V(t)$



а)



б)

Рис. 5. Характер динамики совместного раскрытия рефлектора при  $U_1 = 15$  В:

а) график  $\varphi(t)$  и  $\omega(t)$ ; б) график  $x(t)$  и  $V(t)$

**4. Применение алгоритма коррекции параметров структуры управления.** Для максимального использования возможностей электродвигателя и практических требований к разворачиванию КТР, а также учитывая ограничения на мгновенные переключения, выберем релейную структуру управления с одним переключением для перевода системы из заданного начального положения в конечное.

Процесс динамики, описываемый системами (3), (6), можно в общем виде записать следующим образом (8):

$$\dot{\tilde{x}} = f(\tilde{x}, u, t), \quad (8)$$

где  $\tilde{x}$  —  $n$ -мерный вектор состояния,  $u$  —  $m$ -мерный вектор управления. Здесь  $f = (\varphi, \omega, h, x, V, \Delta x_{сж})^T$  — вектор переменных состояния. На управление накладывается ограничение  $u(t) \in \tilde{U}$ . Решается задача перевода системы из начального положения, полагая  $\tilde{x}(t_0) = \tilde{x}_0$ , в конечное:  $\tilde{x}(t_f) = \tilde{x}_f$ , при минимуме функционала (9):

$$J = \int_0^T dt. \quad (9)$$

Было выполнено решение задачи с использованием принципа максимума. Численное решение возникающей задачи осуществлялось методом Ньютона [12], результаты вычислений показали, что затруднительно выбрать начальные значения сопряженных переменных, обеспечивающих сходимость метода, при этом даже незначительное изменение этих параметров приводит к тому, что метод расходится.

Ввиду затруднений в сходимости метода Ньютона было рассмотрено применение метода И.А. Крылова — Ф. Л. Черноушко [12]. Данным методом удалось добиться решения поставленной задачи. Однако при учете существующих в реальных системах ограничений на управление применение этого метода значительно усложняется.

Для преодоления трудностей реализации известных численных решений целесообразно обратиться к алгоритму с коррекцией параметров структуры управления [13].

Используя момент времени переключения управления  $\tau$  в качестве параметра, представим структуру управления в виде (10):

$$u(t) = u_1(t) + \Delta u(t)l(t, \tau), \quad (10)$$

где  $i = 2$ ,  $i$  — номер участка структуры управления,  $l(t, \tau) = 1(t - \tau)$  — единичная функция Хэвисайда,  $\Delta u = -2 \cdot u_1 \cdot l(t, \tau)$ ,  $u_1$  — максимально допустимое значение управления, полученное исходя из поставленной задачи.

К исходной системе (8) добавляется уравнение  $\dot{\tau} = v$ , где,  $v$  — производная от  $\tau$  по времени, принимаемое за управление. За критерий оптимальности принимается ФОР (11):

$$J = V_f(x, t_f) + 0,5 \int_{t_0}^{t_f} v^2 k^{-2} dt + 0,5 \int_{t_0}^{t_f} v_0^2 k^{-2} dt, \quad (11)$$

где  $V(\tilde{x}, t_f) = 0,5 \Delta \tilde{x}_f^T \rho \Delta \tilde{x}_f$  — терминальная часть ФОР,  $\rho = \text{diag}(\rho_\varphi, \rho_\omega, \rho_h, \rho_x, \rho_V, \rho_{\Delta x_{\text{сж}}})$  — диагональная матрица весовых коэффициентов,  $\Delta \tilde{x}_f = \tilde{x}(t_f) - \tilde{x}_f$  — вектор разницы значений вектора переменных состояния в конечный момент времени  $t_f$  и заданных граничных значений,  $k$  — коэффициент,  $v_0$  — оптимальное значение  $v$ .

Тогда уравнения для обобщенного вектора состояния примут вид (12):

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= f(\tilde{x}, u, t) l(t, t_f), \\ \dot{\tau} &= v l(t, t_f). \end{aligned} \quad (12)$$

Время окончания  $t_f$  является корректируемым параметром, а  $u$  представляется в виде структуры (10). Введением нового управления  $v$  исходная задача оптимизации по определению  $u$  решается косвенно — через нахождение  $v$ .

Отметим, что если количество переключений больше одного, то при вычислениях последовательность переключений  $\tau_i$  остается неизменной. При сближении соседних значений моментов переключений до минимальной величины  $(\tau_{i+1} - \tau_i) < \varepsilon_0$  принимается  $\tau_{i+1} = \tau_i$ , и количество всех переключений в структуре уменьшается на единицу, где  $\varepsilon_0 > 0$  — заданная малая величина.

Рассмотрена задача оптимального управления раскрытием КТР, описываемая уравнениями вида (3), (6). В рассмотренном методе для различных случаев управления меняется не алгоритм, а начальные значения вектора сопряженных переменных и весовые коэффициенты при управлении в целевом функционале (11).

Для уравнения вращательного движения задача состоит в приведении разворачиваемого элемента с начальными условиями  $\varphi_0 = 0$ ,  $\omega_0 = 0$ ,  $h_0 = 0$  и для поступательной компоненты  $x_0 = 0$ ,  $V_0 = 0$ ,  $\Delta x_{\text{сж}0} = 0$  в заданное конечное состояние  $\varphi_f = 1$ ,  $x_f = 2$ ,  $h_f = 0$ ,

$\omega_f = 0$ ,  $V_f = 0$ ,  $\Delta x_{\text{сжс}f} = 0$  при ограничении на полезный момент  $M_n = \pm 0,25 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Гамильтониан систем (3) и (6) имеет вид (13):

$$\begin{aligned}
 H = & P_\varphi \cdot \omega - P_\varphi \cdot \dot{h} + P_\omega \cdot \frac{M_n - M_{\text{мп.}} - M_{\text{упор}} - M_{\text{фиксатор}} - \mu \cdot \dot{\varphi}}{I} + P_\omega \cdot \frac{M}{2EI} \\
 & + P_x \cdot V - P_x \cdot \Delta \dot{x}_{\text{сжс}} + P_V \cdot \frac{F_n - F_{\text{мп.}} - F_{\text{упор}} - F_{\text{фиксатор}} - \mu \cdot \dot{x}}{m} \\
 & + P_{\Delta \dot{x}_{\text{сжс}}} \cdot \frac{F}{ES} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{M}{k} \right)^2 dt.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Найдем сопряженные переменные (14):

$$\begin{aligned}
 \dot{P}_\varphi = & -\frac{\partial H}{\partial \varphi} = P_\omega \cdot \left( \frac{k_y}{I} \cdot H(\Delta\varphi) - \frac{k_\phi}{I} \cdot H_\phi(\Delta\varphi) \right), \\
 \dot{P}_\omega = & -\frac{\partial H}{\partial \omega} = -P_\varphi + P_\omega \cdot \left( \frac{H(\Delta\varphi)}{I} \cdot C_\pi - \frac{H_\phi(\Delta\varphi)}{I} \cdot C_\phi + \frac{\mu}{I} \right) - P_V \cdot \frac{m \cdot \omega \cdot (x + 0.5 \cdot l)}{E \cdot S}, \\
 \dot{P}_h = & -\frac{\partial H}{\partial h} = P_\varphi - P_\omega \cdot \left( \frac{H(\Delta\varphi)}{I} \cdot C_\pi - \frac{H_\phi(\Delta\varphi)}{I} \cdot C_\phi + \frac{\mu}{I} \right), \\
 \dot{P}_x = & -\frac{\partial H}{\partial x} = P_V \cdot \left( \frac{k_y}{m} \cdot H(\Delta x) - \frac{k_\phi}{m} \cdot H_\phi(\Delta x) - \frac{m \cdot \omega^2}{2 \cdot E \cdot S} \right), \\
 \dot{P}_V = & -\frac{\partial H}{\partial V} = -P_x + P_V \cdot \left( \frac{H(\Delta x)}{m} \cdot C_\pi - \frac{H_\phi(\Delta x)}{m} \cdot C_\phi + \frac{\mu}{m} \right), \\
 \dot{P}_{x_{\text{сжс}}} = & -\frac{\partial H}{\partial x_{\text{сжс}}} = P_x - P_V \cdot \left( \frac{H(\Delta x)}{m} \cdot C_\pi - \frac{H_\phi(\Delta x)}{m} \cdot C_\phi + \frac{\mu}{m} \right).
 \end{aligned} \tag{14}$$

Система (14) решается при граничных условиях (15):

$$\begin{aligned}
 P_\varphi(t_f) = & \rho_1 \cdot [\varphi(t_f) - \varphi_f], P_\omega(t_f) = \rho_2 \cdot [\omega(t_f) - \omega_f], \\
 P_h(t_f) = & \rho_3 \cdot [h(t_f) - h_f], P_x(t_f) = \rho_4 \cdot [x(t_f) - x_f], \\
 P_V(t_f) = & \rho_5 \cdot [V(t_f) - V_f], P_{x_{\text{сжс}}}(t_f) = \rho_6 \cdot [x_{\text{сжс}}(t_f) - x_{\text{сжс}f}].
 \end{aligned} \tag{15}$$

Алгоритм построения управления из последовательности следующих действий [12, 20]:

1. Интегрирование в прямом времени системы дифференциальных уравнений (12), включающей системы (3) и (6) при  $v = 0$  на интервале  $[t_0, t_f]$ .
2. Вычисление граничных условий по формулам (15).
3. Интегрирование в обратном времени систем (14) и вычисление управления  $v(t) = -k^2 \cdot P_t(t)$ .
4. Моделирование системы дифференциальных уравнений (3), (6) в прямом времени с найденным управлением.

На рисунке 6 представлены зависимости  $\varphi(t), \omega(t), x(t), V(t)$ . Из графика видно, что удалось добиться перевода и развертываемого, и выдвигающегося элемента из начального состояния в конечное при ограничении на управление.

Результаты, приведенные на рисунках 6-7, показывают, что алгоритм оптимизации с коррекцией параметров структуры управления позволяет обеспечить успешное выполнение поставленной задачи. Одним из важных достоинств алгоритма является возможность построения управления в режиме реального времени. Его можно использовать для вычисления опорного управления в алгоритмах, основанных на принципе двухканальности [12, 20].

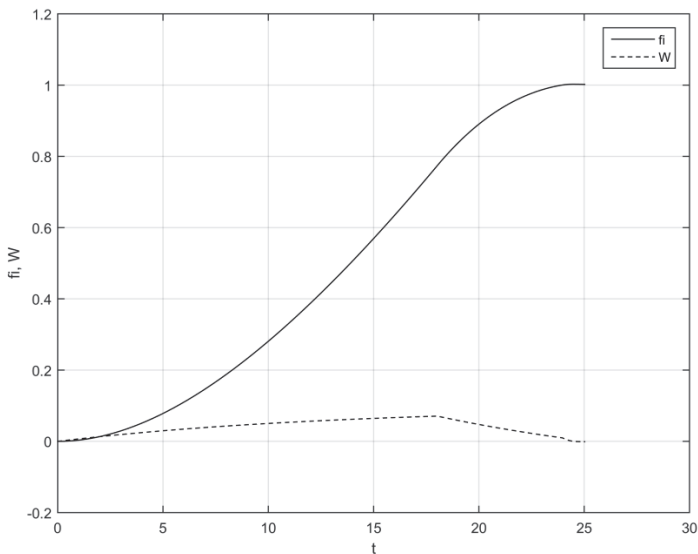


Рис. 6а. Характеристики раскрытия и выдвигения элементов конструкции:  
 $\varphi(t)$  и  $\omega(t)$



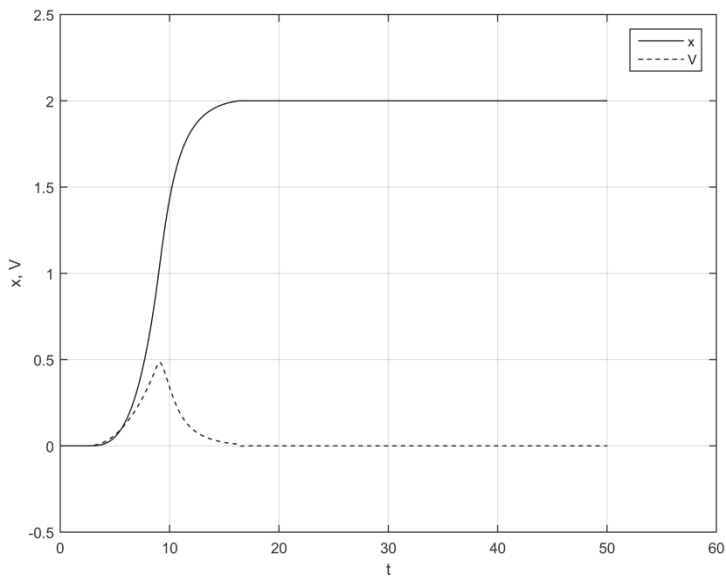


Рис. 6б. Характеристики раскрытия и выдвигения элементов конструкции:  $x(t)$  и  $V(t)$

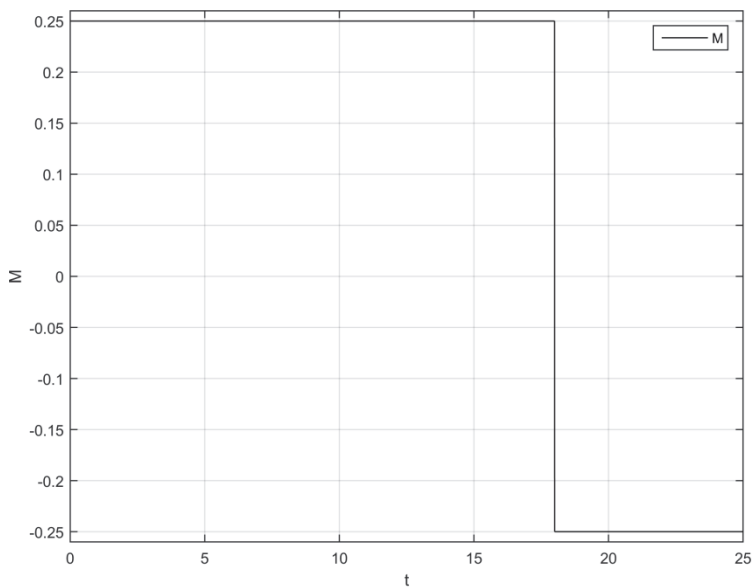


Рис. 7. Характеристика изменения структуры управления

В рассмотренном выше случае переход управления из одного предельного положения в другое осуществляется мгновенно (рисунок 7), что является идеализированным случаем. На самом деле смена управления осуществляется с некоторой задержкой: с ограничением на скорость изменения управления в структуре (10). При этом алгоритм позволяет реализовать различные варианты перехода.

Таким образом, можно рекомендовать предложенный в данной работе алгоритм к реализации совместного (вращательного и поступательного) раскрытия элементов КТР космического базирования в зависимости от времени раскрытия. Если время за которое необходимо произвести раскрытие КТР известно, то целесообразно использовать другую структуру управления, например, в виде экспоненты  $z = a \cdot e^{-b \cdot t}$  с управлением параметрами  $\dot{a} = v_1$ ,  $\dot{b} = v_2$  или полинома второй степени  $Z = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ ,  $\dot{a} = v_1$ ,  $\dot{b} = v_2$ ,  $\dot{c} = v_3$ .

**5. Заключение.** В ходе исследования были получены две универсальные модели одновременного осуществления нескольких этапов раскрытия рефлектора. Универсальность заключается в возможности их применения для конструкций с различными параметрами: от изменения материала, массы, габаритов до выбора управляющего органа (двигателя). Учет таких важных параметров, как величина прогиба элементов конструкции, диссипативность, динамическое удлинение, влияние свойств упора на угловое движение тела при постановке на упор, позволил описывать поведение системы с достаточно высокой точностью.

Два рассмотренных варианта позволяют управлять процессом раскрытия. При этом для реализации первого варианта требуется дополнительное исполнительное устройство, второй вариант лишен этого недостатка и является предпочтительным. При применении обоих методов стоит учитывать ограничения на максимальные нагрузки и моменты конструкции, поскольку создаваемые системой раскрытия усилия могут превысить критические.

Результаты данных исследований можно применять для выбора исполнительного органа, оценки необходимых усилий. Данная математическая модель является приближенной. Для повышения качества системы и точности результатов необходимо рассмотреть варианты решения прямых и обратных задач динамики для физических систем, включающих в себя учет энергетических составляющих движения, представленных в [21, 22].

Рассмотрен вариант управления процессом раскрытия КТР на основе алгоритма коррекции структуры управления. При этом реализация данного варианта позволяет менять компоненты структуры управления.

Использование центробежной силы, создаваемой при разворачивании корневого звена спицы силового каркаса, позволяет снизить предполагаемый вес системы. Важным достоинством алгоритма является возможность построения управления в режиме реального времени. Его можно использовать для вычисления опорного управления в алгоритмах, основанных на принципе двухканальности.

Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы», Министерство образования России, соглашение № 14.577.21.0201 (уникальный идентификатор ПНИЭР RFMEFI 57715X0201): «Создание высокоэффективной системы беспроводной узконаправленной передачи энергии и информации для управления состоянием объектов космического базирования на основе лазерных и волоконнооптических технологий». Работа выполнена на оборудовании ЦКП «Центр радиотехнических и оптических измерений».

### Литература

1. *Бей Н.А., Зимин В.Н.* Трансформируемые антенны больших размеров для геостационарных космических аппаратов. // Антенны. 2005. Вып. 10 (101). С. 24–27.
2. *Лопатин А. В., Рутковская М. А.* Обзор конструкций современных трансформируемых космических антенн (часть 1) // Вестник СибГАУ. 2007. № 2. С. 78–81.
3. *Seefeldt P. et al.* Gossamer-1: Mission concept and technology for a controlled deployment of gossamer spacecraft // *Advances in Space Research*. 2017. vol. 59. Issue 1. pp. 434–456.
4. *Khoroshilov V.S., Zakrzhevskii A.E.*, Dynamics of spacecraft due to elastic ring antenna deployment // *Vibrations in Physical Systems*. 2012. vol. 25. pp. 229–234.
5. *Isaenko S., Sochivko O., Dalyaev I.* Analysis of Vibration Modelling Validity of Space-Borne Robotic System // *Proceedings of the 26th DAAAM International Symposium*. 2016. pp. 0548–0553.
6. *Гриневич Д.В.* Исследование динамики раскрывающихся протяженных конструкций // *Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ*. 2013. Т. 134. С. 37–42.
7. *Кабдулин Г.В., Комков В.А., Мельников В.М., Харлов Б.Н.* Динамика управляемого раскрытия центробежными силами космических конструкций с компенсацией кинетического момента // *Космонавтика и ракетостроение*. 2009. №1(54). С. 189–198.
8. *Bagheri G.P., Malaek S.M.* On dynamic stiffness of spacecraft flexible appendages in deployment phase // *Aerospace Science and Technology*. 2015. vol. 47. pp. 1–9.
9. *Van Dyne D., Jennings A., Black J.* Simulation of Locking Space Truss Deployments // *2nd AIAA Spacecraft Structures Conference*. 2015. pp. 0227.
10. *Zakrzhevskii A.E.* Spacecraft dynamics with regard to elastic pantograph deployment // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2013. vol. 50. no. 2. pp. 475–479.
11. *Wang Y. et al.* Design and deployment analysis of modular deployable structure for large antennas // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2015. vol. 52. no. 4. pp. 1101–1111.
12. *Кабанов С.А.* Оптимизация динамики систем при действии возмущений // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008. 200 с.
13. *Кабанов С.А., Емельянов В.Ю., Митин Ф.В.* Оптимизация динамики системы создания формы крупногабаритных трансформируемых антенн космического базирования // *Вопросы радиоэлектроники. Серия ОТ*. 2016. № 8. Вып.6. С. 54–58.

14. *Кривушов А.И.* Создание и исследование математической модели вращательного движения спицы крупногабаритного рефлектора космического базирования // Вопросы радиоэлектроники. 2017. Вып. 7. С. 126–130.
15. *Митин Ф.В.* Разработка и анализ математической модели поступательного движения трансформируемых космических конструкций // Вопросы радиоэлектроники. 2017. Вып. 7. С. 121–125.
16. *Зубов В.Г.* Механика // М.: Наука. 1978. 352 с.
17. *Зимин В.Н.* Механика трансформируемых структурных космических конструкций // Вестник Самарского государственного университета. 2007. № 4(54). С. 105–114.
18. *Работонов Ю.Н.* Сопротивление материалов // М. Физматгиз. 1962. 456 с.
19. *Дарков А.В., Шапиро Г.С.* Сопротивление материалов // М.: Высшая школа. 1975. 654 с.
20. Справочник по теории автоматического управления/ Под ред. А.А. Красовского // М.: Наука. 1987. 712 с.
21. *Костин Г.В., Саурин В.В.* Метод интегриродифференциальных соотношений для анализа собственных колебаний мембран // Прикладная математика и механика. 2009. Том 73. Вып. 3. С. 459–473.
22. *Костин Г.В., Саурин В.В.* Моделирование пространственных движений упругой балки на основе метода интегриродифференциальных соотношений // Труды XIV международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». 2010. Том 2. С. 165–169.

**Кабанов Сергей Александрович** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры систем управления и компьютерных технологий, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова). Область научных интересов: процессы управления. Число научных публикаций — 150. kaba-sa@mail.ru; 1-я Красноармейская ул., 1, Санкт-Петербург, 199005; р.т.: +7(812)317-82-49.

**Кривушов Алексей Игоревич** — инженер НИЛ РИУС, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова). Область научных интересов: оптимальное управление. Число научных публикаций — 2. krivushov.alexey@yandex.ru; 1-я Красноармейская ул., 1, г. Санкт-Петербург, 199005; р.т.: +7 (963) 328-41-72.

**Митин Фёдор Васильевич** — аспирант кафедры систем управления и компьютерных технологий, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова). Область научных интересов: системы обработки информации и управления. Число научных публикаций — 6. fedor28@list.ru; 1-я Красноармейская ул., 1, Санкт-Петербург, 199005; р.т.: +7 (905) 254-41-49.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы», Министерство образования России, соглашение № 14.577.21.0201 (уникальный идентификатор ПНИЭР RFMEFI 57715X0201): «Создание высокоэффективной системы беспроводной узконаправленной передачи энергии и информации для управления состоянием объектов космического базирования на основе лазерных и волоконнооптических технологий». Работа выполнена на оборудовании ЦКП «Центр радиотехнических и оптических измерений».

S.A. KABANOV, A.I. KRIVUSHOV, F.V. MITIN  
**MODELING OF JOINT DEPLOYMENT OF UNITS OF THE LARGE-SIZED TRANSFORMABLE REFLECTOR OF SPACE BASING**

*Kabanov S.A., Krivushov A.I., Mitin F.V. Modeling of Joint Deployment of Units of the Large-Sized Transformable Reflector of Space Basing.*

**Abstract.** The transformable designs of space basing are delivered into orbit in a folded state, which creates the task of their reliable disclosure. In this paper we propose to use an actuator in the form of electrical machines as the executive body. The use of this type of actuator allows controlling the process of deployment.

As a large-sized transformable structure we consider the space-based reflector. At present, the transfer of the machines from the folded state to the operation state is carried out by stages. The paper considers the joint implementation of two stages: the rotation of the root unit of the spoke and the extension of the intermediate unit. Mathematical models for rotational and translational motions are developed which take into account such parameters as bending and contraction of the spoke. Modeling and analysis of the results of different variants of the joint disclosure of the reflector elements are made: the use of the engine for each of the components of the motion and the use of centrifugal force for the extension of the spoke.

The application of the algorithm for correcting the control parameters is considered. One of the important advantages of the algorithm is the ability to carry control in real time. It can be used to calculate the reference control in algorithms based on the two-channel principle.

**Keywords:** mathematical model, rotational motion, translational motion, modeling, correction of the parameters of the control structure, large-sized transformable reflector.

**Kabanov Sergei Aleksandrovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor of control systems and computer technologies department, Baltic State Technical University "Voenmeh" D.F.Ustinov. Research interests: control processes. The number of publications — 150. kaba-sa@mail.ru; 1, 1-st Krasnoarmeyskaya, St.-Petersburg, 190005, Russia; office phone: +7(812)317-82-49.

**Krivushov Aleksei Igorevich** — engineer of NIL RIUS, Baltic State Technical University "Voenmeh" D.F.Ustinov. Research interests: optimal control. The number of publications — 2. krivushov.alexey@yandex.ru; 1, 1-st Krasnoarmeyskaya, St.-Petersburg, 190005, Russia; office phone: +7 (963) 328-41-72.

**Mitin Fedor Vasilievich** — Ph.D. student of control systems and computer technologies department, Baltic State Technical University "Voenmeh" D.F.Ustinov. Research interests: information processing and control systems. The number of publications — 6. fedor28@list.ru; 1, 1-st Krasnoarmeyskaya, St.-Petersburg, 190005, Russia; office phone: +7 (905) 254-41-49.

**Acknowledgements.** The work was carried out within the framework of the implementation of the Federal Target Program «Research and Development in Priority Areas for the Development of the Russian Science and Technology Complex for 2014–2020», the Ministry of Education of Russia, agreement No. 14.577.21.0201 (unique identifier of the RFMEFI 57715X0201): «Creating a highly efficient wireless system Focused transmission of energy and information for managing the state of space-based objects based on laser and fiber-optic technologies». The work was performed on the equipment of the Center for Radio-Technical and Optical Measurements.

## References

1. Bei N.A., Zimin V.N. [Transformable large antenna for geostationary spacecraft]. *Antenny – Antennas*. 2005. vol. 10(101). pp. 24–27. (In Russ.).

2. Lopatin A. V., Rutkovskaja M.A. [Overview of the designs of modern transformed space antennas (Part 1)]. *Vestnik SibGAU – Vestnik of SibGAU*. 2007. vol 2. pp. 78–81. (In Russ.).
3. Seefeldt P. et al. Gossamer-1: Mission concept and technology for a controlled deployment of gossamer spacecraft. *Advances in Space Research*. 2017. vol. 59. Issue 1. pp. 434–456.
4. Khoroshilov V.S., Zakrzhevskii A.E., Dynamics of spacecraft due to elastic ring antenna deployment. *Vibrations in Physical Systems*. 2012. vol. 25. pp. 229–234.
5. Isaenko S., Sochivko O., Dalyaev I. Analysis of Vibration Modelling Validity of Space-Borne Robotic System. Proceedings of the 26th DAAAM International Symposium. 2016. pp. 0548–0553.
6. Grinevich D.V. [Investigation of the dynamics of unfolding extended structures]. *Voprosy jelectromehaniki. Trudy VNIIEJEM – Electromechanical matters. VNIIEJEM studies*. 2013. Issue 134. pp. 37–42. (In Russ.).
7. Kabdulin G.V., Komkov V.A., Mel'nikov V.M. Harlov B.N. [Dynamics of controlled opening by centrifugal forces of cosmic structures with compensation of the kinetic moment]. *Kosmonavtika i raketostroenie – Cosmonautics and rocket engineering*. 2009. vol. 1(54). pp. 189–198. (In Russ.).
8. Bagheri G.P., Malaek S.M. On dynamic stiffness of spacecraft flexible appendages in deployment phase. *Aerospace Science and Technology*. 2015. vol. 47. pp. 1–9.
9. Van Dyne D., Jennings A., Black J. Simulation of Locking Space Truss Deployments. 2nd AIAA Spacecraft Structures Conference. 2015. pp. 0227.
10. Zakrzhevskii A.E. Spacecraft dynamics with regard to elastic pantograph deployment. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2013. vol. 50. no. 2. pp. 475–479.
11. Wang Y. et al. Design and deployment analysis of modular deployable structure for large antennas. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2015. vol. 52. no. 4. pp. 1101–1111.
12. Kabanov S.A. *Optimizacija dinamiki sistem pri dejstvii vozmushhenij* [Optimization of the dynamics of systems under the influence of perturbations]. M.: FIZMATLIT. 2008. 200 p. (In Russ.).
13. Kabanov S.A., Emel'janov V.Ju., Mitin F.V. [Optimization of the dynamics of the system for creating the shape of large-size transformed space-based antennas]. *Voprosy radioelektroniki. Serija OT – Questions of radio-electronics. General technical series*. 2016. vol. 8. no. 6. pp. 54–58. (In Russ.).
14. Krivushov A.I. [Creation and investigation of the mathematical model of the rotational movement of the spokes of a large-sized space-based reflector]. *Voprosy radioelektroniki – Questions of radio-electronics*. 2017. vol. 7. pp. 126–130. (In Russ.).
15. Mitin F.V. [Development and analysis of the mathematical model of translational motion of transformed space structures]. *Voprosy radioelektroniki – Questions of radio-electronics*. 2017. vol. 7. pp. 121–125. (In Russ.).
16. Zubov V.G. *Mehanika* [Mechanics]. M.: Nauka. 1978. 352 p. (In Russ.).
17. Zimin V.N. [Mechanics of transformable structural space structures]. *Vestnik Samarskogo gosuniversiteta – Vestnik of Samara State University*. 2007. vol. 4(54). pp. 105–114. (In Russ.).
18. Rabotonov Ju.N. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. M. Fizmatgiz. 1962. 456 p. (In Russ.).
19. Darkov A.V., Shapiro G.S. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. M.: Vysshaja shkola. 1975. 654 p. (In Russ.).
20. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija. Pod red. A.A. Krasovskogo* [Handbook on the theory of automatic control. Edited by A.A. Krasovskij]. M.: Nauka. 1987. 712 p. (In Russ.).
21. Kostin G.V., Saurin V.V. [The method of integro differential relations for the analysis of natural vibrations of membranes]. *Prikladnaja matematika i mehanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2009. Issue 73. vol. 3. pp. 459–473. (In Russ.).
22. Kostin G.V., Saurin V.V. [Modeling of spatial motions of an elastic beam on the basis of the method of integro-differential relations]. *Trudy XIV mezhdunarodnoj konferencii «Sovremennye problemy mehaniki sploshnoj sredy»* [Proceedings of the XIV International Conference "Contemporary Problems of Continuum Mechanics"]. 2010. vol. 2. pp. 165–169. (In Russ.).