

## Е.А. ШУШЛЯПИН, В.А. КАРАПЕТЬЯН, А.Е. БЕЗУГЛАЯ, А.А. АФОНИНА НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ ДЛЯ УДЕРЖАНИЯ СУДНА НА ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ ПРИ «СИЛЬНЫХ» МАНЕВРАХ

*Шушляпин Е.А., Карапетьян В.А., Безуглая А.Е., Афонина А.А. Нелинейные регуляторы для удержания судна на заданной траектории при «сильных» маневрах.*

**Аннотация.** Исследования являются частью работ по созданию маломерного роботизированного научно-исследовательского судна для комплексного экологического мониторинга морской прибрежной акватории Черного моря, а также озер и рек, с базированием в Севастополе. На основе сформированной аналитической нелинейной модели судна катамаранного типа с двумя винторулевыми колонками, учитывающей его массогабаритные и тяговые характеристики, разработаны первоначальный и упрощенный способы управления угловой скоростью и курсом судна при «сильных» маневрах с использованием метода конечных состояний. Под «сильными» маневрами в судовождении понимаются маневры с большими углами перекладки рулей, когда линеаризованные модели судов неприменимы. Разработанные способы управления имеют вид простых структур, явно зависящих от задающего воздействия, длины судна, упоров винторулевых колонок, момента инерции судна, а также известных нелинейных функций текущего состояния — скоростей по продольной и поперечной осям судна, угловой скорости и угла поворота винторулевых колонок. В упрощенном способе значения измерений скоростей не используются.

**Ключевые слова:** нелинейные системы, катамаран, удержание судна на траектории, управление угловой скоростью, управление курсом, метод конечного состояния, сильные маневры.

**1. Введение.** Исследования выполнены в рамках госбюджетных НИР, являющихся составной частью работ по созданию маломерного роботизированного научно-исследовательского судна для комплексного экологического мониторинга морской прибрежной акватории Черного моря, а также озер и рек, с базированием в г. Севастополе, в частности, для безэкипажного режима эксплуатации судна. Для удержания судна на предварительно спланированном маршруте необходимо управлять им в автоматическом режиме таким образом, чтобы в случае отклонения от маршрута судно возвращалось на маршрут. При этом могут быть ситуации (при обходе внезапно появившегося препятствия, при движении в узкостях и т.п.), когда маневр судна производится при большом угле перекладки руля или поворота винторулевой колонки (ВРК). При этом динамика судна оказывается нелинейной и методы управления должны быть адекватными. В судовождении такие маневры судна называют «сильными» [1].

Особенности задачи удержания судна на маршруте, а также специфика математических моделей судна ограничивают спектр возможных методов управления для успешного решения поставленной задачи.

В значительной степени это касается полученной нами нелинейной модели судна [2]. Для решения задачи управления судном при

«сильных» маневрах, когда линеаризация модели затруднительна и нет возможности применять модальные регуляторы [3] или другие для линейных стационарных систем, известны несколько методов, которые в принципе можно применить.

Во-первых, отметим способы, защищенные патентами [4, 5]. Суть данных изобретений в том, что, во-первых, управление осуществляется по информации от спутников и бортовых измерителей, а во-вторых, с использованием «инженерных» приемов формирования управляющих сигналов, то есть интуитивно понятных алгоритмов, которые не требуют использования математической модели судна. Так, например, угол отклонения пера руля (перекладки) рассчитывается путем численного решения дифференциального уравнения [4]:

$$\frac{d\delta}{dt} = k_1(K - K^*) + k_2\omega - k_3\delta,$$

где  $\delta, K, K^*, \omega$  — угол перекладки руля, текущий курс, заданный курс, угловая скорость поворота судна вокруг центра масс;  $k_1, k_2, k_3$  — неопределенные коэффициенты.

При использовании носовых подруливающих устройств предлагается дополнительно использовать алгоритм в виде дифференциального уравнения относительно поперечной управляющей силы [5]:

$$\frac{dP}{dt} = k_1\beta + k_2 \int \beta dt - k_3P,$$

где  $\beta, P$  — угол дрейфа судна и поперечная управляющая сила на выходе подруливающего устройства соответственно;  $k_1, k_2, k_3$  — неопределенные коэффициенты.

При этом используются алгоритмы расчета «упреждающих» точек, от которых реализуются предварительно рассчитанные программные управления для поворота судна на новый курс, а также условия обратного включения режима стабилизации вдоль заданного курса  $K^*$ .

Общим недостатком указанных методов, а также и других (например, [6, 7]), основанных на использовании линейных и нелинейных обратных связей от координат состояния, является то, что они содержат неопределенные коэффициенты, которые заранее неизвестны и могут зависеть от условий функционирования. Для приспособления к условиям функционирования используются принципы адаптивного и

интеллектуального управления [8, 9]. В меньшей степени такие недостатки присущи методам, основанным на использовании математических моделей объекта управления [10–12].

Часто при синтезе нелинейных систем используются методы для решения обратной задачи динамики. К ним относятся: «линеаризационный по входу/выходу метод (ЛМ)» [13, 14], метод Батенко [15], а также «метод конечного состояния (МКС)» [16]. Метод [13, 14] предназначен для решения задач стабилизации или слежения и по назначению подходит для задачи удержания судна на маршруте. Другие два метода [15, 16] являются терминальными, то есть предназначены для приведения системы в заданный момент времени к заданному состоянию. Их применение к задаче удержания судна на маршруте возможно при разбиении интервала времени функционирования системы на малые интервалы, на каждом из которых применяется терминальный метод.

Имеются и другие методы, которые относят к современным — дифференциально-геометрические [17], на основе искусственных нейронных сетей [18], нечеткой логики [19].

Критериями для выбора метода решения поставленной задачи являлись следующие: математическая модель судна; постановка задачи управления; опыт разработчиков; простота и возможность практической реализации. С учетом указанных критериев были выбраны ЛМ и МКС. При этом не последнюю роль играло то, что указанные два метода опробованы на реальном оборудовании [20, 21].

В процессе анализа применения ЛМ и МКС была выявлена практическая невозможность применения ЛМ к модели судна ввиду чрезвычайно сложных выражений для управления, которые к тому же оказались крайне чувствительными к вычислительным погрешностям. В то же время для более простых моделей, например линеаризованных, ЛМ может оказаться пригодными.

**2. Математическая модель судна.** Математические модели для применения МКС и ЛМ должны относиться к классу аффинных систем или систем с линейно входящим (аддитивным) управлением вида:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \Phi(t, z) + B(t, z)u, \\ t &\in [t_0, t_f], \quad z(t_0) = z^0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z$  —  $n$ -мерный вектор состояния;  $u$  —  $r$ -мерный вектор управления;  $t_0, t_f$  — начальное и конечное время функционирования системы;  $z^0$  — вектор начальных условий. При этом элементы вектор-функции  $\Phi$  предполагаются дифференцируемыми по всем своим аргументам.

Математическая модель получена в [2] по методикам [1, 22] при предположении о безынерционности приводов ВРК. В соответствии с постановкой задачи управления, управление судном производится посредством поворота двух ВРК на один и тот же угол  $\delta$  при заданных одинаковых упорах  $Tv1, Tv2$  обеих ВРК, то есть  $Tv1 = Tv2 = Tv$ .

Вектор состояния судна состоит из семи компонент:

$$z = colon(V_x, V_y, \omega, x_1, y_1, K, \delta)$$

где  $\delta, K, \omega$  определены выше;  $V_x, V_y, x_1, x_2$  — соответственно, скорости и положения центра масс (ЦМ) судна в направлениях продольной и поперечной его осей. При этом седьмая компонента  $\delta \equiv z_7$ , являющаяся, по сути, управляющим воздействием, входит в уравнения модели судна неаддитивно (см. ниже). Для приведения системы к аффинному виду ее вектор состояния расширен на одну компоненту  $z_7 \equiv \delta$  с дифференциальным уравнением для нового состояния:

$$\frac{d\delta}{dt} = u, \quad (2)$$

где  $u$  — новое управляющее воздействие. Преобразованная система седьмого порядка, в соответствии с формой (1) и расширенным вектором состояния, будет иметь следующие составляющие:

$$\Phi(t, z) := \begin{pmatrix} \frac{2 \cdot Tv1 \cdot \cos(z_7) - R_x(z) - m_y \cdot z_3 \cdot z_2}{m_x} \\ \frac{2 \cdot Tv1 \cdot \sin(z_7) - m_x \cdot z_3 \cdot z_1}{m_y} \\ \frac{L \cdot Tv1 \cdot \sin(z_7) + M_{rez}(z) + M_D(z) - z_1 \cdot z_2 \cdot (m_x - m_y)}{J_w} \\ V(z) \cdot \cos(z_6 - \beta(z)) \\ V(z) \cdot \sin(z_6 - \beta(z)) \\ z_3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$B(t, z) := colon(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) \quad (4)$$

Функции состояния  $V$ ,  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $M_K$ ,  $M_D$ ,  $\beta$  через переменные  $z$  определяются выражениями [1, 20]:

$$V = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}, \quad \beta = \arctg\left(\frac{z_2}{z_1}\right), \quad (5)$$

$$R_x(V, z_1, z_2) = 2000 \cdot R_K \cdot V \cdot \cos \beta, \quad (6)$$

$$R_y(V, z_1, z_2) = 2000 \cdot R_K \cdot V \cdot \sin \beta, \quad (7)$$

$$R_K(V) = 8,1 - 8,436 \cdot V + 2,536 \cdot V^2, \quad (8)$$

$$M_K(V, z_1, z_2) = R_y(V, z_1, z_2) \cdot l_K, \quad (9)$$

$$l_K = 0,4 \cdot L \cdot \left(0,5 - \frac{\beta}{\pi}\right),$$

$$M_D(V, z_3) = -0,148 \frac{\rho}{2} V \cdot 24,092 \cdot L^2 z_3, \quad (10)$$

В выражениях (3 – 10)  $V$  — результирующая скорость судна в системе координат, связанной с судном;  $R_x$ ,  $R_y$  — силы сопротивления судна в продольном и поперечном направлениях с учетом двух корпусов катамарана и преобразованием размерности силы из килоньютонов в ньютонь;  $R_K$  — аппроксимированная полиномом зависимость сопротивления судна (в килоньютонах)  $R_K$  от скорости хода (в  $m \cdot s^{-1}$ ), полученная путем моделирования судна в среде OpenFOAM;  $L$  — длина судна в метрах;  $m_x$ ,  $m_y$  — массы судна с учетом присоединенных масс воды в продольном и поперечном движениях.

Массы и момент из (3) определяются соотношениями [22]:

$$m_x = (1 + k_{11})D, \quad m_y = (1 + k_{22})D, \quad J_\omega = (1 + k_{66})J_Z, \quad (11)$$

где  $J_Z$  — момент инерции судна;  $D$  — весовое водоизмещение (масса) судна в килограммах. Коэффициенты присоединенных масс и момента выбираются из диапазонов:  $k_{11} = 0.05 \div 0.15$ ;  $k_{22} = 0.7 \div 1.2$ ;  $k_{66} = 0.6 \div 1.3$ . Для рассматриваемого судна малого водоизмещения  $D = 155000$  кг взяты нижние границы указанных коэффициентов.

**3. Решение задачи удержания судна на заданном курсе методом конечного состояния.** Как отмечалось во введении, из рассмотренных методов, пригодных для решения задачи по указанным там же критериям, ЛМ оказался очень сложным и практически неприменимым. Поэтому воспользуемся терминальным методом конечного состояния (МКС) [16].

Метод конечного состояния разработан для решения задач терминального управления нелинейными аффинными системами с гладкими функциями в критерии и динамических ограничениях разного рода (дифференциальных, дифференциальных с запаздываниями, конечно-разностных и др.). Для рассматриваемой задачи критерий имеет вид гладкой функцией конечного состояния:

$$J = J(z(t_f)) \rightarrow J^*, \quad (12)$$

а ограничения — вид дифференциальных уравнений (1).

Управление в данном методе (МКС-управление) рассчитывается по выражениям:

$$\begin{aligned} u(t, z(t)) &= G^+ \cdot f_J, \\ G^+ &= G^T (GG^T)^{-1}, \\ G &= \left. \frac{\partial J(z)}{\partial z} \right|_{z=\bar{z}(t_f, t, z(t))} \cdot W(t_f, t, z(t)) B(t, z(t)), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $f_J = (J^* - J(\bar{z}(t_f, t, z(t))))/T_u$  — правая часть дифференциального

уравнения  $\frac{dJ}{dt} = \frac{J^* - J}{T_u}$ , которое задает экспоненциальное с постоянной

времени  $T_u$  приближение критериальной функции времени  $t$

$J(\bar{z}(t_f, t, z(t)))$  к желаемому значению  $J^*$ , что имеет место при до-

статочно малом  $T_u \ll t_f$ . При переменном во времени  $T_u = t_f - t$

форма линии, по которой критериальная функция «приближается» к  $J^*$ , уже не экспонента, а прямая.

В выражениях (13) используются переменные конечного состояния (ПКС)  $\bar{z}$  и нелинейная переходная матрица (ПМ) В. М. Алексеева [23], определяемая совместной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{z}(\vartheta, t, z(t))}{d\vartheta} &= \Phi(\vartheta, \bar{z}), \\ \frac{dW(\vartheta, t, z(t))}{d\vartheta} &= \left. \frac{\partial \Phi(\vartheta, z)}{\partial z} \right|_{z=\bar{z}(\vartheta, t, z(t))} \cdot W, \\ \vartheta \in [t, t_f], \bar{z}(t, t, z(t)) &= z(t), W(t, t, z(t)) = I, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $I$  — единичная матрица.

Заметим, что ПКС и ПМ в (13) нужны как функции второго аргумента  $t$ , а по (14) они определяются как функции первого аргумента  $\vartheta$  для каждого из значений  $t$ .

Для применения данного метода к задаче удержания судна на заданной траектории разобьем временной интервал  $[t_0, t_f]$  на  $N$  малых интервалов длительностью  $h = t_{i+1} - t_i$  и преобразуем (14) в предположении малости указанных интервалов. В результате с учетом  $W(t_i, t_i, z(t_i)) = I$  (см. начальные условия в (14)) получаются следующие приближенные выражения:

$$\begin{aligned} \bar{z}(t_{i+1}, t_i, z(t_i)) &= z(t_i) + \Phi(t_i, z(t_i)) \cdot h, \\ W(t_{i+1}, t_i, z(t_i)) &= I + \left[ \frac{\partial \Phi(t_i, z)}{\partial z} \right]_{z=z(t_i)} \cdot h, \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (15)$$

Чтобы удержать судно на заданном курсе  $K^* \equiv z_6^*$ , зададимся косвенным критерием:

$$J = z_3(t) \rightarrow z_3^*(t), \quad (16)$$

где  $z_3^*(t) = \omega^*(t)$  — заданное поведение угловой скорости. Из шестого уравнения системы (1), (3) для угла курса  $dz_6/dt = z_3$ , при постоянной угловой скорости  $z_3(t) = const = z_3^* = \omega^*$  следует:

$$z_6^* = z_6(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \omega^* dt = z_6(t_0) + \omega^* \cdot (t^* - t_0),$$

$$t^* = t_0 + \frac{z_6^* - z_6(t_0)}{\omega^*},$$

$$z_3^*(t) = if(t < t^*, \omega^*, 0).$$
(17)

Второе выражение из (17) определяет тот момент  $t^*$ , когда судно выйдет на заданный курс  $z_6^*$ . Поэтому переменное во времени задающее воздействие  $z_3^*(t)$  вычисляется с помощью условного выражения, записанного в третьей строке (17) по правилам записи таких выражений в MathCAD (если условие  $t < t^*$  истинно, то  $z_3^*(t) = \omega^*$ , иначе  $z_3^*(t) = 0$ ). При этом произойдет мгновенное изменение величины задающего воздействия, что может привести к нежелательному переходному процессу. Для плавного выхода на заданный курс можно реализовать ступенчатый процесс, как это часто практикуется в технических системах, например, при мягком пуске электродвигателей.

Таким образом, посредством критерия (16), могут быть решены разнообразные задачи. Задавая  $z_3^*(t)$  некоторыми функциями времени, можно получать разные траектории движения судна, например, синусоидальные. При постоянном значении  $z_3^*$ , рассчитываемом по выражению (17), получаем выход судна на заданный постоянный курсовой угол  $z_6^*$ .

**4. Расчет управления и результаты моделирования.** Согласно (13), (15), имеем:

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} W_{11} & \dots & W_{17} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ W_{71} & \dots & W_{77} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = W_{37}.$$

$$G^+ = \frac{1}{G} = \frac{1}{W_{37}}.$$

Элемент переходной матрицы  $W_{37}$  в соответствии с (15) и с учетом:

$$\Phi_3(t, z) = \frac{L \cdot Tv \cdot \sin(z_7) + M_K(z_1, z_2) + M_D(z_1, z_2) - (m_x - m_y) z_1 z_2}{J_\omega}, \quad (18)$$

определяется следующим выражением:

$$W_{37}(t_{i+1}, t_i, z(t_i)) = 0 + h \cdot \left. \frac{\partial \Phi_3(t_i, z)}{\partial z_7} \right|_{z_7=z_7(t_i)} = \frac{h \cdot L \cdot Tv \cdot \cos(z_7)}{J_\omega}. \quad (19)$$

Тогда, при  $f_J = (z_3^* - \bar{z}_3(t_{i+1}, t_i, z(t_i))) / T_u$ , получаем следующее выражение для управления:

$$u(t, z) = \frac{z_3^* - \bar{z}_3(t)}{T_u W_{37}(t, z)}, \quad (20)$$

$$\bar{z}_3(t) = z_3 + \Phi_3(t, z) \cdot h.$$

Моделирование показало, что во всяком случае для рассматриваемого судна вместо последней формулы можно использовать упрощенную формулу:

$$u(t, z) = \frac{z_3^* - z_3(t)}{T_u W_{37}(t, z)}. \quad (21)$$

в силу малости функции  $\Phi_3(t, z)$  (углового ускорения), которая немного отличается от нуля (порядка  $10^{-2}$ ) на начальном (порядка нескольких секунд) временном участке, а затем вообще практически нулевая. Для иллюстрации этого приведем график зависимости  $\Phi_3(t, z)$ , а также графики переходных процессов для угловой скорости, полученные для  $z_3^* = 0.008 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  при управлении (20).

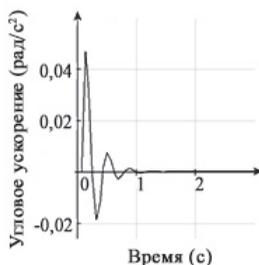


Рис. 1. Зависимость от времени углового ускорения  $\Phi_3$  для

$$z_3^* = 0.008 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ и управления (20)}$$

Как видно из графиков рисунков 2 и 3, усложненный алгоритм оказывает положительное влияние на качество переходного процесса на начальном временном участке длительностью в несколько секунд. Переходные же процессы по линейным скоростям при этом не имеют перерегулирований как для усложненного (20), так и для упрощенного (21) управлений.

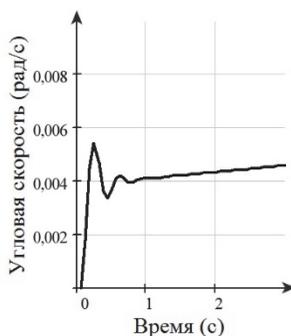


Рис. 2. Зависимость от времени угловой скорости для  $z_3^* = 0.008 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  и управления (20)

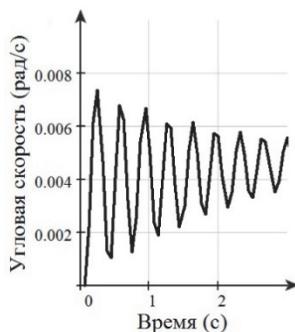


Рис. 3. Зависимость от времени угловой скорости для  $z_3^* = 0.008 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  и управления (21)

Следует обратить внимание на то, что от математической модели судна в упрощенном способе (21) используются только его длина  $L$ , момент инерции  $J_Z$  (пересчитываемый в  $J_\omega$  по третьей формуле из (11)), а также упор  $Tv$ . Используются измеренные в каждый момент

времени значение угловой скорости  $z_3(t)$  и задающее значение для угловой скорости, которое может зависеть от времени. В усложненном же способе (20), как следует из (18), используются дополнительно измерения линейных скоростей  $z_1, z_2$ , угла поворота ВРК  $z_7$ , рассчитанные по выражениям (11), (9), (10) присоединенные массы воды  $m_x, m_y$  и моменты  $J_\omega, M_K, M_D$ . Кроме того, используются постоянная времени  $T_u$  и шаг  $h$ . Произведение  $T_u \cdot h$  образует свободный параметр, посредством которого можно регулировать свойства управляемой системы.

Ниже в таблице 1 приведен текст MathCAD-программы, реализующий данный метод.

Таблица 1. Текст MathCAD-программы моделирования движения судна под воздействием упрощенного МКС-управления (21)

Управление угловой скоростью с помощью МКС			
Модель судна			
Водоизмещение в кг: $D := 155000$	$k11 := 0.05$	$k22 := 0.7$	$k66 := 0.6$
$m_x := (1 + k11) \cdot D$	$m_y := (1 + k22) \cdot D$	Плотность воды: $\rho_{ov} := 1.025$	Длина судна (м): $L := 22.3$
Момент инерции через водоизмещение в кг: $J_{zz} := \frac{0.05}{1000} \cdot \rho_{ov} \cdot D \cdot L^2$		Коэффициент полноты корпуса: $\sigma := 0.697$	Осадка (м): $T_m := 1.55$
$A_Ls := L \cdot T_m \cdot \sigma$		Расстояние от ВРК до ДП: $r_{VRK} := 3$	
Скорость судна: $V_{\text{судна}}(z) := \sqrt{(z_1)^2 + (z_2)^2}$		Наклонное расстояние от ВРК до ЦМ: $dn := \sqrt{r_{VRK} \cdot r_{VRK} + L \cdot \frac{L}{4}}$	
Упоры двух ВРК в ньютонах: $T_{v1} := 20400 \quad T_{v2} := 20400$		Угол дрейфа: $\beta(z) := \text{atan}\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$	
Расчет момента демпфирующей силы [17]:			

$$Cd := \left( 0.739 + 8.7 \cdot \frac{Tm}{L} \right) \cdot \left( 1.611 \cdot \sigma^2 - 2.873 \cdot \sigma + 1.33 \right)$$

$$Md(z) := -Cd \cdot V(z) \cdot \frac{rov}{2} \cdot ALs \cdot L^2 \cdot z_3$$

Полиномиальная аппроксимация зависимости силы сопротивления (в Кн) одного корпуса катамарана от скорости (в м/с) по данным моделирования

$$\text{в FOAM: } pp2(xx) := 8.1 - 8.436 \cdot xx + 2.536 \cdot xx^2$$

Проекция силы сопротивления:

$$Rx(z) := 2000 \cdot pp2(V(z)) \cdot \cos(\beta(z))$$

$$Ry(z) := 2000 \cdot pp2(V(z)) \cdot \sin(\beta(z))$$

Момент позиционных сил:

$$Mk(z) := 0.4 \cdot L \cdot \left( 0.5 - \frac{\beta(z)}{3.14} \right) \cdot Ry(z)$$

Правые части однородной системы уравнений для судна:

Коэффициенты при управлениях:

$$\Phi(t, z) := \begin{pmatrix} \frac{(2 \cdot Tv1 \times \cos(z_7) \times -Rx(z) - my \times z_3 \times z_2)}{mx} \\ \frac{2 \cdot Tv1 \times \sin(z_7) - mx \times z_3 \times z_1}{my} \\ \frac{L \times Tv1 \times \sin(z_7) + Mrez(z) + Md(z) - z_1 \times z_2 \times (mx - my)}{Jw} \\ V(z) \times \cos(z_6 - \beta(z)) \\ V(z) \times \sin(z_6 - \beta(z)) \\ z_3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B(t, z) := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Расчет МКС-управления

$$tf := 1500$$

$$N := 24000$$

$$h := \frac{tf}{N}$$

$$z3\_ (t, z) := z_3 + \Phi(t, z)_3 \cdot h$$

$$Tu := 0.1$$

$$z3z (t) := 0.08$$

$$W37(t, z) := \frac{L \cdot Tv1 \cdot \cos(z_7)}{Jw} \cdot h$$

$$G(t, z) := W37(t, z)$$

$$Gplus(t, z) := \frac{1}{G(t, z)}$$

$$u_-(t, z) := Gplus(t, z) \cdot \frac{z_3 z(t) - z_3}{T_u}$$

Начальные условия: Правые части с управлением:

$$z := \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, z) := \begin{pmatrix} \frac{\cos(z_7) \times (2Tv1) + (-Rx(z) - my \times z_3 \times z_2)}{mx} \\ \frac{L}{2} \times \sin(z_7) \times (2Tv1) + Mrez(z) + Md(z) - z_1 \times z_2 \times (mx - my) \\ Jw \\ V(z) \times \cos(z_6 - \beta(z)) \\ V(z) \times \sin(z_6 - \beta(z)) \\ z_3 \\ u(t, z) \end{pmatrix}$$

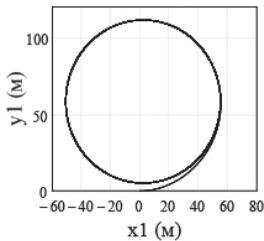
Интегрирование уравнений:

zz := rkfixed(z, 0, tf, N, D)

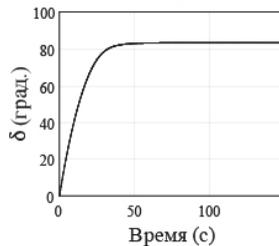
n := 1.. N + 1

Результаты моделирования

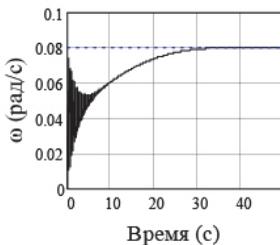
Траектория



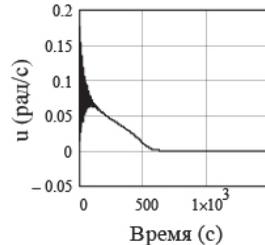
Угол поворота ВРК



Угловая скорость



Управление



В тексте программы представлены результаты моделирования для  $z_3^* \equiv z_3 z = 0.08 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  рад. Как видим, данное задающее воздействие точно обрабатывается алгоритмом управления (график  $w$  для угловой скорости) при повороте ВРК на угол  $85^\circ$  (график Delta) и обеспечивают диаметр циркуляции порядка 95 м (график Trajectory для траектории).

Выбором  $z_3^*$  достигаются разнообразные формы траекторий — от циркуляций с разным радиусом до криволинейных траекторий с разной степенью кривизны. При этом значение  $z_3^* = 0,08 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  является близким к предельному. При дальнейшем его увеличении уменьшается диаметр циркуляции, но при этом ухудшается форма процессов, а далее процессы становятся неустойчивыми.

Заметим, что предложенный алгоритм (21) существенно улучшает формы переходных процессов судна по колебательности за счет некоторого уменьшения быстродействия. Для сравнения приведем графики переходных процессов линейных и угловой скорости судна для случая, когда в модель (1), (3), (4) вместо  $z_7$  подается постоянный угол поворота ВРК при  $\delta = 0,6 \text{ rad} = 34,4^\circ$ . При получении сопоставляемых графиков для алгоритма (21) подобрано значение  $z_3^* = 0,00072 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , когда установившийся угол отклонения руля также  $0,6 \text{ rad}$ .

Сопоставляя графики рисунков 4 и 5 для начального интервала времени, видим, что переходные процессы по линейным скоростям для предложенного алгоритма не имеют перегулирования.

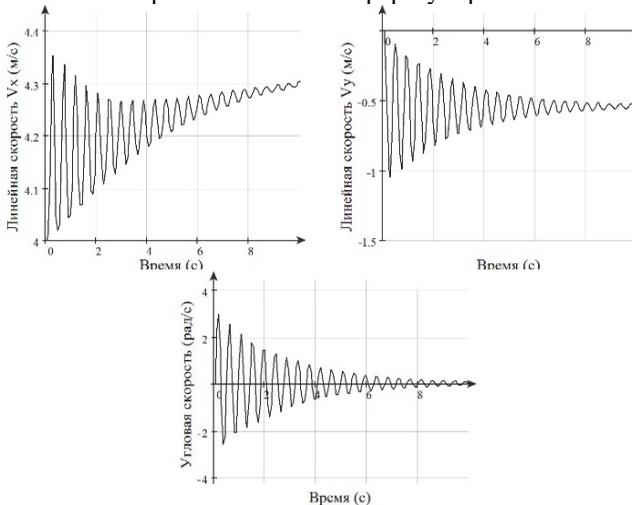


Рис. 4. Переходные процессы при постоянном угле поворота ВРК  $0,6 \text{ rad}$  на начальном временном участке

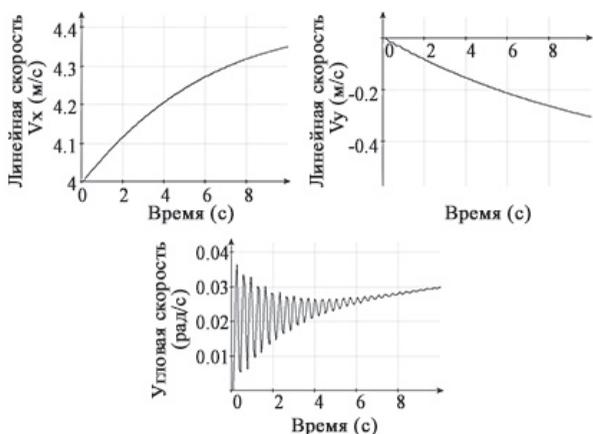


Рис. 5. Переходные процессы при управлении (21) на начальном временном участке

Сильно колебательный процесс имеет место для угловой скорости, однако при исчезающе малых ее значениях (порядка  $10^{-4}$  рад/сек). В то же время при постоянном угле поворота ВРК наблюдаются сильно колебательные процессы, невыносимые для судна и экипажа (угловое ускорение – до  $10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ , линейные ускорения – до  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ). Время регулирования для предлагаемого алгоритма, как видно из графика рисунка 6, составляет величину порядка 50 сек. Для постоянного угла поворота время регулирования — порядка 30 сек (соответствующие графики для длинного временного участка не приводим), но при значительно худшем качестве переходных процессов.

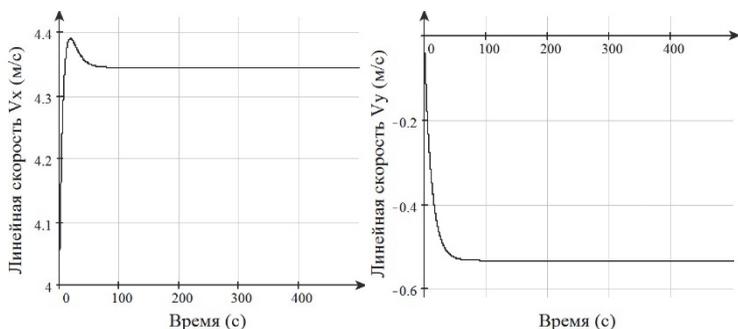


Рис. 6. Переходные процессы при управлении (21) на длинном временном участке

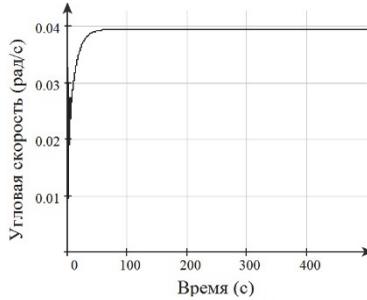


Рис. 6. Переходные процессы при управлении (21) на длинном временном участке

Приведенные выше результаты моделирования получены для постоянных задающих воздействий. Ниже приведены результаты для переменного во времени воздействия  $z_3^*(t) = 0.0072 \cdot \sin(8\pi/t_f)$  (рисунок 7).

Как следует из результатов, показанных на графиках рисунка 7, получена извилистая траектория, а зависимости  $z_3^*(t)$  (пунктир на третьем графике) и  $z_3(t) \equiv \omega(t)$  (сплошная кривая на этом же графике) близки, что свидетельствует о высокой точности решения рассмотренной задачи слежения.

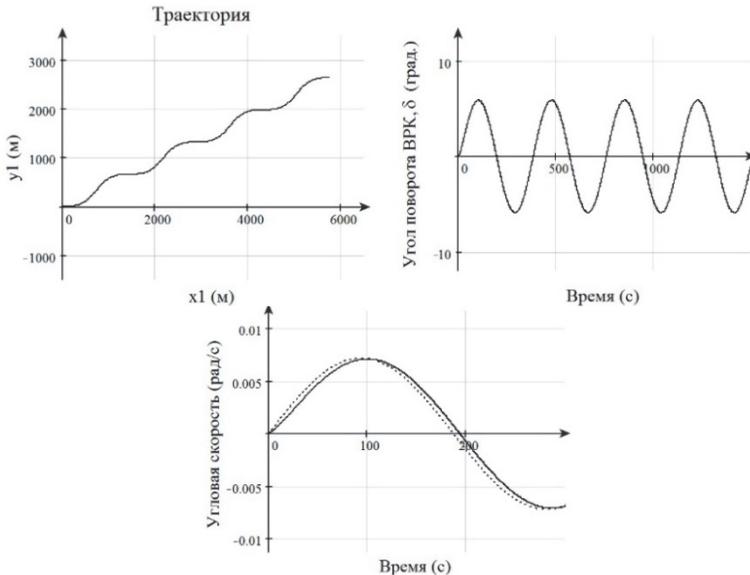


Рис. 7. Траектория и переходные процессы при управлении (21) и задающем воздействии  $z_3^*(t) = 0.0072 \cdot \sin(8\pi/t_f)$

Приведем также графики, иллюстрирующие выход судна на заданный курс  $K^* \equiv z_6^* = 45,84^\circ = 0,8 \text{ rad}$  при  $\omega^* = 0,0022$  посредством алгоритма (17).

Результаты, представленные на графиках рисунка 8, показывают, что цель управления достигнута с очень высокой точностью, не менее трех знаков после запятой.

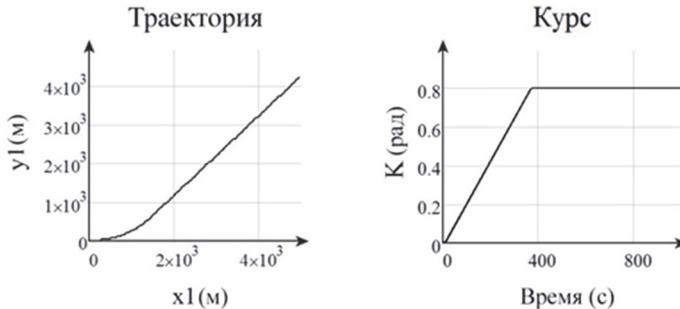


Рис. 8. Траектория и переходный процесс по курсу, полученные в результате применения алгоритма (21) при расчете  $z_3^*(t)$  по выражению (17) при

$$K^* \equiv z_6^* = 45,84^\circ = 0,8 \text{ rad}, \quad \omega^* = 0,0022$$

И наконец получим управление при учете динамики приводов ВРК, когда вместо (2) в модели используется уравнение динамики привода в виде инерционного звена первого порядка [1]:

$$\frac{dz_7}{dt} = -\frac{1}{T_\delta} z_7 + \frac{k_\delta}{T_\delta} v \quad (22)$$

с коэффициентом  $k_\delta$ , постоянной времени  $T_\delta$  и управляющим воздействием  $v$ .

Приравняем правые части (22) управлению  $u$ , рассчитываемому по выражениям (20) или (21). В результате получим:

$$-\frac{1}{T_\delta} z_7 + \frac{k_\delta}{T_\delta} v = u,$$

откуда следует:

$$v = \frac{1}{k_\delta} z_7 + \frac{T_\delta}{k_\delta} u. \quad (23)$$

Управление (23), где вместо  $u$  подставляются выражения (20) или (21) в зависимости от того, первоначальное или упрощенное управления используются, приведет к заданному углу поворота ВРК, но уже при учете динамики привода.

**5. Заключение.** В результате исследований получены способы управления угловой скоростью и курсом судна-катамарана на основе применения терминального метода конечного состояния для нелинейных систем, адаптированного для задач стабилизации и слежения. Основной способ предназначен для отслеживания постоянного или переменного во времени задающего воздействия для угловой скорости. Получен алгоритм для вычисления задающего значения угловой скорости судна, обеспечивающего выход судна за заданное время на заданный курс. На основе сформированной аналитической нелинейной модели судна катамаранного типа с двумя винторулевыми колонками, учитывающей его массогабаритные и тяговые характеристики, разработаны первоначальный (20) и упрощенный (21) способы управления угловой скоростью судна при «сильных» маневрах с использованием метода конечных состояний. Под «сильными» маневрами в судовождении понимаются маневры с большими углами перекладки рулей, когда линеаризованные модели судов неприменимы. Разработанные способы управления имеют вид простых структур, явно зависящих от задающего воздействия, длины судна, упоров винторулевых колонок, момента инерции, а также известных нелинейных функций текущего состояния — скоростей по продольной и поперечной осям судна, угловой скорости и угла поворота винторулевых колонок. В упрощенном способе измерения скоростей не используются. Моделирование управляемой системы предложенными способами посредством MathCAD, текст программы которой приложен, подтверждают работоспособность и особенности первоначального (20) и упрощенного (21) способов управления при постоянных и переменных во времени задающих воздействиях по угловой скорости. Показана возможность использования указанных способов для вывода судна с высокой точностью на заданный курс посредством алгоритма (17), а также возможность учета динамики приводов ВРК с помощью преобразования (23) управлений (20) или (21). Для учета ветро-волновых воздействий можно воспользоваться соответствующими моделями, например, из [24].

### Литература

1. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна // М.: ТрансЛит, 2007. 376 с.
2. Шушляпин Е.А., Карапетьян В.А., Афонина А.А., Филлер И.Ю. Задачи безэкипажного судноходства и математическая модель научно-исследовательского судна «Пионер-М» // Робототехника и искусственный интеллект – 2016: Материалы

- ВИИИ Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. Красноярск: БИК СФУ. 2016. С. 117–122.
3. *Nariprasad S.A. et al.* A Design Approach to Rudder Controller // *International Journal of Computer Science*. 2012. vol. 3. Issue 3. pp. 23–29.
  4. *Дорри М.Х., Острецов Г.Э., Роцин А.А.* Способ управления движением судна по заданной траектории // Патент РФ. № 2465169. 2012. 9 с.
  5. *Острецов Г.Э., Клячко Л.М., Памухин С.Г.* Способ управления движением судна по заданной траектории // Патент РФ. № 2483973. 2013. 7 с.
  6. *Aguilar A.P., Pascoal A.M.* Dynamic positioning and way-point tracking of underactuated AUVs in the presence of ocean currents // *International Journal of Control*. 2007. vol. 80. no. 7. pp. 1092–1108.
  7. *Zhao Y., Huang H., Zhuang Y.* The Heading Control of POD-Driven Ship Using Adaptive Integrator Backstepping // *Proceedings of the 5th International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control*. 2016. pp. 173–179.
  8. *Корицов А.М.* Интеллектуальное управление в технических системах // *Научный вестник НГТУ*. 2014. № 154). С. 18–26.
  9. *Witkowska A., Smierzchalski R.* Designing a ship course controller by applying the adaptive backstepping method // *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. 2012. vol. 22. no. 4. pp. 985–997.
  10. *Sutulo S., Moreira L., Soares C.G.* Mathematical models for ship path prediction in manoeuvring simulation systems // *Ocean engineering*. 2002. vol. 29. no. 1. pp. 1–19.
  11. *Yoshimura Y.* Mathematical model for manoeuvring ship motion (MMG Model) // *Workshop on Mathematical Models for Operations involving Ship-Ship Interaction*. 2005. pp. 1–6.
  12. *Ashrafioun H., Muske K. R., McNinch L. C., Soltan R. A.* Sliding Mode Tracking Control of Surface Vessels // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2008. vol. 55. no. 11. pp. 4004–4012.
  13. *Isidori A.* *Nonlinear Control Systems: 3rd Ed* // N.Y.: Springer Verlag, 1995. 485 p.
  14. *Wu W.* Lyapunov-Based Design Procedures for a State-Delay Chemical Process // *14th World Congress of IFAC*. 1999. vol. N. pp. 127–132.
  15. *Батенко А.П.* Системы терминального управления // М.: Радио и связь. 1984. 160 с.
  16. *Шушлятин Е.А.* Управление нелинейными системами на основе прогноза конечного состояния неуправляемого движения // Севастополь: СевНТУ. 2012. 282 с.
  17. *Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5-ти тт. Т.5: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова // М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2004. 784 с.*
  18. *Xu T., Liu X., Yang X.* A novel approach for ship trajectory online prediction using BP neural network algorithm // *Advances in information Sciences and Service Sciences (AISS)*. 2012. vol. 4. no. 11. pp. 271–277.
  19. *Седова Н.А.* Формирование лингвистических переменных для задач судовождения // *Эксплуатация морского транспорта*. 2013. № 2(72). С. 19–23.
  20. *Шушлятин Е.А., Безуглая А.Е., Афонина А.А.* Управление мобильным роботом «ArctobotsSparki» методом конечного состояния // *Системы контроля окружающей среды*. 2016. Вып. 5(25). С.34–40.
  21. *Афонина А.А., Безуглая А.Е., Шушлятин Е.А., Подольская О.Г.* Управление двухколесным роботом дискретным методом конечного состояния // *Наука и мир*. 2016. № 4(32). С. 28–36.
  22. *Справочник по теории корабля: В трех томах. Том 3. Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания / Под ред. Я.И. Войткунского // Л.: Судостроение. 1985. 544 с.*

23. *Алексеев В.М.* Об одной оценке возмущений обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестн. Москов. ун-та. Сер.1. Математика, механика. 1961. № 2. С. 28–36.
24. *Zan Y. et al.* Research on Real-Time Simulation System of Ship Motion Based on Simulink // Open Mechanical Engineering Journal. 2014. vol. 8. pp. 820–827.

**Шушляпин Евгений Андреевич** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры информатики и управления в технических системах института информационных технологий и управления в технических системах, ФГАОУ ВО "Севастопольский государственный университет". Область научных интересов: управление нелинейными системами. Число научных публикаций — 127. bu6@bk.ru; ул. Университетская, 33, Севастополь, 299053; р.т.: +7(8692)435-130.

**Карапетьян Валерий Артёмович** — к-т техн. наук, доцент, доцент кафедры информатики и управления в технических системах института информационных технологий и управления в технических системах, ФГАОУ ВО "Севастопольский государственный университет". Область научных интересов: анализ и синтез систем автоматического управления. Число научных публикаций — 42. karvalart@mail.ru; ул. Университетская, 33, Севастополь, 299053; р.т.: +7(8692)435-130.

**Безуглая Анна Евгеньевна** — к-т техн. наук, доцент кафедры информационных систем института информационных технологий и управления в технических системах, ФГАОУ ВО "Севастопольский государственный университет". Область научных интересов: робототехника, управление нелинейными системами. Число научных публикаций — 24. anna\_bezuglaya@list.ru; ул. Университетская, 33, Севастополь, 299053; р.т.: +7(8692)435-130.

**Афонина Анастасия Александровна** — аспирант кафедры информатики и управления в технических системах института информационных технологий и управления в технических системах, ФГАОУ ВО "Севастопольский государственный университет". Область научных интересов: управление нелинейными системами. Число научных публикаций — 4. a.afonina@ubk.su; ул. Университетская, 33, Севастополь, 299053; р.т.: +7(8692)435-130.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности (проекты № АААА-А16-116081910041-0 и № 2.8629.2017/БЧ).

E.A. SHUSHLYAPIN, V.A. KARAPETYAN, A.E. Bezuglaya, A.A. Afonina  
**NONLINEAR REGULATORS FOR DEDUCTION OF THE VESSEL  
 ON THE SET TRAJECTORY AT "STRONG" MANEUVERS**

---

*Shushlyapin E.A., Karapetyan V.A., Bezuglaya A.E., Afonina A.A. Nonlinear Regulators for Deduction of the Vessel on the Set Trajectory at "Strong" Maneuvers.*

**Abstract.** Researches are part of works on creation of the small size robotic research vessel for complex environmental monitoring of the sea coastal water area of the Black Sea, and also lakes and the rivers, with basing in Sevastopol. On the basis of the created analytical nonlinear model of the vessel of catamaran type with two rudder propellers, considering its mass-dimensional and traction characteristics, the initial and simplified ways of management of angular speed and ship's heading at "strong" maneuvers with the use of the method of final states are developed. "Strong" maneuvers in navigation are understood as maneuvers with big corners of turn of wheels when the linearized models of vessels are inapplicable. The developed ways of management have appearance of the simple structures which obviously depend on the setting influence, length of the vessel, emphasis of rudder propellers, vessel moment of inertia, and also the known nonlinear functions of current status — speeds on longitudinal and cross axes of the vessel, angular speed and turning angle of rudder propellers. In the simplified way values of measurements of speeds are not used.

**Keywords:** nonlinear systems, catamaran, deduction of the vessel on trajectories, management of angular speed, steering, method of final state, strong maneuvers.

---

**Shushlyapin Evgeny Andreevich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, professor of informatics and control in technical systems department in Institute of information technologies and control in technical systems, Sevastopol State University. Research interests: control of nonlinear systems. The number of publications — 127. [6u6@bk.ru](mailto:6u6@bk.ru); 33, St. Universitetskaya, Sevastopol, 299053, Russia; office phone: +7(8692)435-130.

**Karapetyan Valery Artyomovich** — Ph.D., associate professor, associate professor of informatics and control in technical systems department in Institute of information technologies and control in technical systems, Sevastopol State University. Research interests: analysis and synthesis of linear control systems. The number of publications — 42. [karvalart@mail.ru](mailto:karvalart@mail.ru); 33, St. Universitetskaya, Sevastopol, 299053, Russia; office phone: +7(8692)435-130.

**Bezuglaya Anna Evgenyevna** — Ph.D., associate professor, associate professor of information systems department in Institute of information technologies and control in technical systems, Sevastopol State University. Research interests: control of nonlinear systems, robotics. The number of publications — 24. [anna\\_bezuglaya@list.ru](mailto:anna_bezuglaya@list.ru); 33, St. Universitetskaya, Sevastopol, 299053, Russia; office phone: +7(8692)435-130.

**Afonina Anastasia Aleksandrovna** — Ph.D. student of informatics and control in technical systems department in Institute of information technologies and control in technical systems, Sevastopol State University. Research interests: control of nonlinear systems. The number of publications — 4. [a.afonina@ubk.su](mailto:a.afonina@ubk.su); 33, St. Universitetskaya, Sevastopol, 299053, Russia; office phone: +7(8692)435-130.

**Acknowledgements.** The research is supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation in the framework of the basic part of the state order (projects № AAAA-A16-116081910041-0 and № 2.8629.2017/БЧ).

## References

1. Vagushchenko L.L., Tsymbal N.N. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya dvizheniem sudna* [System of automatic control of ship motion]. M.: TransLit. 2007. 376 p. (In Russ.).
2. Shushlyapin E.A., Karapet'yan V.A., Afonina A.A., Filler I.Y. [The problem of unmanned navigation and the mathematical model of the research vessel "Pioneer-M"]. *Robototekhnika i iskusstvennyj intellekt – 2016: Materialy VIII Vserossijskoj nauchno-tekhnichejskoj konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem* [Robotics and artificial intelligence – 2016: materials of the VIII all-Russian scientific-technical conference with international participation]. Krasnoyarsk: BIK SFU. 2016. pp. 117–122. (In Russ.).
3. Hariprasad S.A. et al. A Design Approach to Rudder Controller. *International Journal of Computer Science*. 2012. vol. 3. Issue 3. pp. 23–29.
4. Dorri M.H., Ostretsov G.E., Roshchin A.A. *Sposob avtomaticheskogo upravleniya dvizheniem sudna* [Method of automatic control of ship motion]. Patent RF. no. 2465169. 2012. 9 p. (In Russ.).
5. Ostretsov G.E., Klyachko L.M., Pamuhin S.G. *Sposob upravleniya dvizheniem sudna po zadannoj traektorii* [A method of controlling movement of a vessel along a predetermined path]. Patent RF. no. 2483973. 2013. 7 p. (In Russ.).
6. Aguiar A.P., Pascoal A.M. Dynamic positioning and way-point tracking of underactuated AUVs in the presence of ocean currents. *International Journal of Control*. 2007. vol. 80. no. 7. pp. 1092–1108.
7. Zhao Y., Huang H., Zhuang Y. The Heading Control of POD-Driven Ship Using Adaptive Integrator Backstepping. Proceedings of the 5th International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control. 2016. pp. 173–179.
8. Korikov A.M. [Intelligent control in technical systems]. *Nauchnyj vestnik NGTU – Science bulletin of NSTU*. 2014. vol. 1(54). pp. 18–26. (In Russ.).
9. Witkowska A., Smierczalski R. Designing a ship course controller by applying the adaptive backstepping method. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. 2012. vol. 22. no. 4. pp. 985–997.
10. Sutulo S., Moreira L., Soares C.G. Mathematical models for ship path prediction in manoeuvring simulation systems. *Ocean engineering*. 2002. vol. 29. no. 1. pp. 1–19.
11. Yoshimura Y. Mathematical model for manoeuvring ship motion (MMG Model). Workshop on Mathematical Models for Operations involving Ship-Ship Interaction. 2005. pp. 1–6.
12. Ashrafiuon H., Muske K.R., McNinch L.C., Soltan R.A. Sliding Mode Tracking Control of Surface Vessels. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2008. vol. 55. no. 11. pp. 4004–4012.
13. Isidori A. *Nonlinear Control Systems: 3rd Ed.* N.Y.: Springer Verlag, 1995. 485 p.
14. Wu W. Lyapunov-Based Design Procedures for a State-Delay Chemical Process. 14th World Congress of IFAC. 1999. vol. N. pp. 127–132.
15. Batenko A.P. *Sistemy terminalnogo upravleniya*. [System terminal control]. M.: Radio i svyaz. 1984. 160 p. (In Russ.).
16. Shushlyapin E.A. *Upravlenie nelinejnymi sistemami na osnove prognoza konechnogo sostoyaniya neupravlyаемого dvizheniya*. [Control of nonlinear systems based on the forecast end-state unmanaged traffic]. Sevastopol: SevNTU. 2012. 282 p. (In Russ.).
17. *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya: Uchebnik v 5-ti tt. T.5: Metody sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya. Pod red. K.A. Pupkova, N.D. Egupova* [Methods of classical and modern automatic control theory: Textbook in 5

- vols.; vol. 5: Methods of modern theory of automatic control. Edited by K.A. Pupkova, N.D. Egupova]. M.: Izdatelstvo MGTU im. N.EH. Baumana. 2004. 784 p. (In Russ.).
18. Xu T., Liu X., Yang X. A novel approach for ship trajectory online prediction using BP neural network algorithm. *Advances in information Sciences and Service Sciences (AISS)*. 2012. vol. 4. no. 11. pp. 271–277.
  19. Sedova N.A. [The formation of linguistic variables for task navigation]. *Jekspluatacija morskogo transporta – Operation of Maritime transport*. 2013. No. 2(72).p.19-23. (In Russ.).
  20. Shushlyapin E.A., Bezuglaya A.E., Afonina A.A. *Upravlenie mobilnym robotom «ArcboticsSparki» metodom konechnogo sostoyaniya*. [Mobile Robot Control «ArcboticsSparki» by the final state metod]. *Sistemy kontrolya okruzhayushchej sredy – Environmental monitoring systems*. 2016. vol. 5(25). pp. 34–40. (In Russ.).
  21. Afonina A.A., Bezuglaya A.E., Shushlyapin E.A., Podolskaya O.G. [Control two-wheeled robot discrete finite state metod]. *Nauka i mir – Science and world*. 2016. vol. 4(32). pp. 28–36. (In Russ.).
  22. *Spravochnik po teorii korablya: V trekh tomah. Tom 3. Upravlyаемost vodoizmeshchayushchih sudov. Gidrodinamika sudov s dinamicheskimi principami podderzhaniya. Pod red. Ja.I. Vojtkunskogo* [Handbook of ship theory: In three volumes. Volume 3. The controllability of the displacement vessels. Hydrodynamics of vessels with dynamic principles of maintenance. Edited by Y.I. Vojtkunskogo]. L.: Sudostroenie, 1985. 544 p. (In Russ.).
  23. Alekseev V.M. *Ob odnoj ocenke vozmushchenij obyknovennykh differentsialnykh uravnenij* [On one estimate perturbations of ordinary differential equations]. *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 1. Matematika. Mekhanika*. 1961. vol. 2. pp. 28–36. (In Russ.).
  24. Zan Y. et al. Research on Real-Time Simulation System of Ship Motion Based on Simulink. *Open Mechanical Engineering Journal*. 2014. vol. 8. pp. 820–827.