

Р.Б. ТРЕГУБОВ, Ю.Г. АЛЕКСИКОВ, С.И. САИТОВ
**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКИХ МНОГОУРОВНЕВЫХ
МАРШРУТИЗИРУЮЩИХ СИСТЕМ В ТЕОРЕТИКО-
МНОЖЕСТВЕННОМ БАЗИСЕ**

Трегубов Р.Б., Алексиков Ю.Г., Саитов С.И. **Представление иерархических многоуровневых маршрутизирующих систем в теоретико-множественном базисе.**

Аннотация. В статье предлагается вариант применения положений теории множеств и теории иерархических систем для формального описания элементов открытых систем, реализующих взаимосвязанные многоуровневые процессы маршрутизации. В качестве реальных прототипов таких открытых систем могут служить инфраструктурные объекты, в которых реализуется распределение материальных ресурсов, энергии или информации с использованием иерархически вложенных функций управления потоками и/или маршрутизации.

Ключевые слова: маршрутизация, иерархическая многоуровневая маршрутизирующая система, открытые системы, инфокоммуникационная система, теория множеств, теория иерархических систем.

Tregubov R.B., Alekshikov Yu.G., Saitov S.I. **Representation of the Hierarchical Multilayer Routing Systems in a Set-Theoretic Base.**

Abstract. In the article the option of application of provisions of the theory of sets and the theory of hierarchical systems for the formal description of elements of the open systems realizing interdependent multi-level processes of routing is offered. Infrastructure facilities, in which distribution of the material resources, energy or information with the use of hierarchically nested functions of control of flows and/or routings is realized, can serve as real prototypes of such open systems.

Keywords: routing; the hierarchical multilayer routing system; open systems; infocommunication system; the theory of sets; the theory of hierarchical systems.

1. Введение. Инфраструктурные объекты, такие как нефте- и газораспределительные системы, авто- и железнодорожные сети, системы электрификации, инфокоммуникационные системы и пр. играют важнейшую роль для государства и общества. Вопросы их моделирования, анализа и синтеза (оптимизации) являются актуальными для многих отраслей научного знания [1, 2].

Реализуя функции распределения материальных ресурсов, энергии или информации, в инфраструктурных объектах предусмотрены подсистемы, обеспечивающие реализацию иерархически вложенных функций управления потоками и/или маршрутизации. Основное назначение *маршрутизирующих подсистем* — это преобразование наименования или адреса элемента маршрутизирующей подсистемы в маршрут в пределах маршрутизирующей подсистемы для достижения этого элемента. Следовательно, формальное представление архитектуры инфраструктурного объекта обязательно должно содержать строгое

математическое описание соответствующих элементов и процедур. К сожалению, в ряде случаев описание инфраструктурных объектов ограничивается вербальными понятиями «сложный», «распределенный», «многоуровневый», «вложенные функции распределения» и пр. Ниже предлагается вариант применения теории множеств (ТМ) для формального представления этих и других свойств больших технических систем на примере инфокоммуникационной системы и эталонной модели взаимодействия открытых систем.

2. Общие положения. Инфокоммуникационная система (ИКС) в настоящее время представляет собой [3] взаимоувязанную совокупность систем обработки и хранения информации, телекоммуникационных систем, их объединяющих, функционирующих под единым управлением с целью сбора, обработки, хранения, защиты, передачи и распределения, отображения и использования информации в интересах абонентов (пользователей). Общая архитектура ИКС традиционно описывается эталонной моделью взаимодействия открытых систем (ЭМВОС), которая включает (рисунок 1) семь уровней иерархии: прикладной, представления данных, сеансовый, транспортный, сетевой, звена данных и физический [4]. При этом сам термин *архитектура* определяется как совокупность принципов логической и физической организации технических и программных средств, протоколов и интерфейсов.

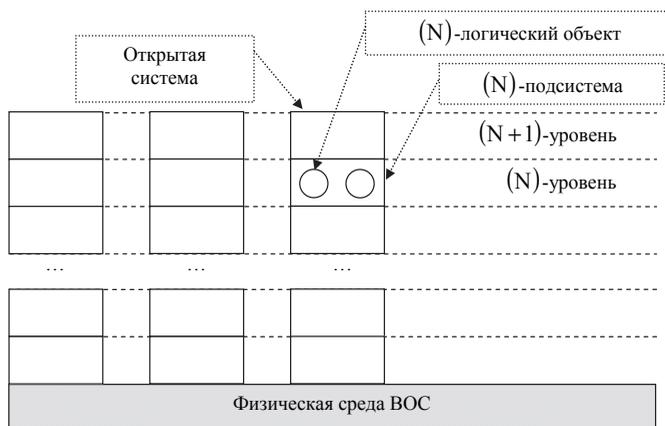


Рис. 1. Организация уровней во взаимосвязанных открытых системах

Уже на основе анализа этой самой общей архитектуры можно утверждать, что информационная инфраструктура является *иерархической* системой [5], т. е. множеством, частично упорядоченным так, что существует ровно один элемент этого множества, не имеющий

предшествующего, а все остальные элементы имеют ровно один предшествующий [6].

В соответствии с ЭМВОС, (N)-подсистема — элемент иерархической структуры открытой системы, который непосредственно взаимодействует только с элементами смежного верхнего или смежного нижнего подразделений этой открытой системы (рисунок 1) [6]. В ИКС (N)-подсистемы, как правило, имеют индивидуальные или групповые адреса (например, *Bridge ID*, *Router ID* и др.). Маршрутизирующими подсистемами в ИКС являются физический, каналный и сетевой уровни ЭМВОС.

Таким образом, формальная постановка и решение задач моделирования, анализа и оптимизации характеристик ИКС, как и любого другого инфраструктурного объекта, должны учитывать наличие многих одновременно функционирующих маршрутизирующих подсистем, взаимодействие которых осуществляется иерархическим образом.

Естественно, формальное описание структурно-простых объектов (последовательных, параллельных, древовидных) такого класса не вызовет затруднений. Следовательно, дальнейшие рассуждения будут относиться только к структурно-сложным распределенным техническим системам, в которых реализуются функции маршрутизации. Для их обозначения ниже используется термин *иерархическая многоуровневая маршрутизирующая система* (ИММС), т. е. открытая система, реализующая функции маршрутизации, структура которой при описании не может быть сведена к простым последовательным, параллельным или древовидным структурам.

Понятие ИММС с системных позиций является более общим, чем ИКС, и предполагается к использованию в тех случаях, когда описываемые формализмы могут быть использованы и для других инфраструктурных объектов, в которых предусмотрена реализация функций маршрутизации.

3. Теоретико-множественное представление преобразований блоков данных в узлах инфокоммуникационной системы. Представление элементов ИММС (в частности ИКС) в теоретико-множественном базисе далее опирается на введении ряда обозначений для устоявшихся в предметной области терминов и определений. Пусть $SS_l^{(n)}$ — подсистема n -го уровня, а $SS_n = \{ \dots, ss_l^{(n)}, \dots \}$ — множество подсистем n -го уровня. При этом обозначения (N), (N+1) и (N-1), определяют

смежные уровни и соотношения между ними [6]: $(N+1)$ -уровень — верхний уровень, смежный с (N) -уровнем; $(N-1)$ -уровень — нижний уровень, смежный с (N) -уровнем.

Целевое предназначение ИКС — обеспечение пользователей информацией с заданным качеством. При этом блоком данных называется битовая последовательность, передаваемая как единое целое между устройствами ИКС [6].

Далее под протокольным блоком данных (ПБД) понимается блок данных ИКС, передаваемый между логическими объектами одного и того же уровня [4]. ПБД получает наименование того уровня, который его формирует. Так, например, к ПБД физического уровня можно отнести циклы технологий *PDH* (плезиохронной цифровой иерархии) или *SDH* (синхронной цифровой иерархии). ПБД канального уровня является *Ethernet*-кадр, а ПБД сетевого уровня — *IP*-пакет. ПБД включает сервисный блок данных и протокольную управляющую информацию (рисунок 2). Сервисный блок данных (СБД) при этом трактуется как блок данных, в который отображаются протокольные блоки данных смежного верхнего уровня при их переносе в смежный нижний уровень [4]. (N) -протокольная управляющая информация (ПУИ) понимается как информация, которой обмениваются (N) -логические объекты для координации их совместной работы через $(N-1)$ -соединение.

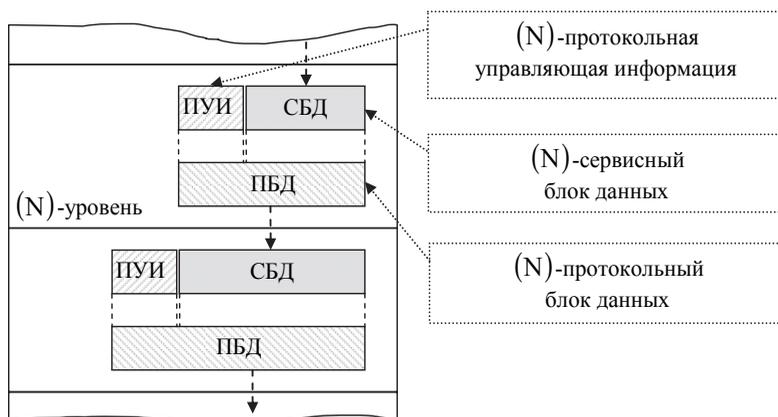


Рис. 2. Взаимоотношения между блоками данных в ИКС

Ниже используются следующие обозначения: $pdu_i^{(n)}$ — протокольный блок данных n -го уровня; $PDU_n = \{ \dots, pdu_i^{(n)}, \dots \}$ — множество протокольных блок данных n -го уровня; $sdu_i^{(n)}$ — сервисный блок данных n -го уровня; $SDU_n = \{ \dots, sdu_i^{(n)}, \dots \}$ — множество сервисных блок данных n -го уровня; $pci_i^{(n)}$ — протокольная управляющая информация n -го уровня; $PCI_n = \{ \dots, pci_i^{(n)}, \dots \}$ — множество протокольной управляющей информации n -го уровня.

В ходе функционирования ИКС осуществляет различные действия над ПБД. Например, сцепление (рисунок 3) — функция, выполняемая (N)-логическим объектом для преобразования нескольких (N)-ПБД в один (N-1)-СБД. Расцепление — функция, выполняемая (N)-логическим объектом для выделения нескольких (N)-ПБД, содержащихся в одном (N-1)-СБД. Эта функция является обратной сцеплению (рисунок 3) [7].

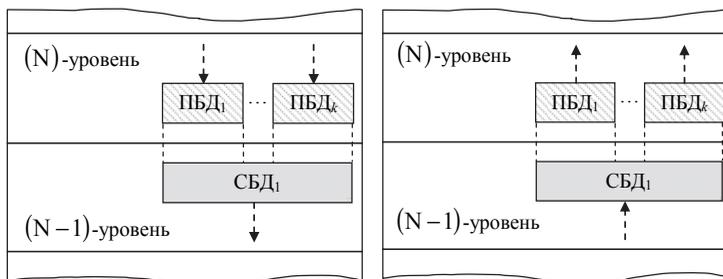


Рис. 3. Сцепление и расцепление блоков данных в ИКС

С теоретико-множественной точки зрения преобразование блока данных между смежными уровнями — это соответствие между k -й декартовой степенью множества протокольных блоков данных n -го уровня и r -й декартовой степенью множества сервисных блоков данных $(n-1)$ -го уровня, т. е.:

$$\left(PDU_n^{\times k}, SDU_{n-1}^{\times r}, CDUBL_{n-1,k,r} \right) \Leftrightarrow PDU_n^{\times k} \xrightarrow{CDUBL_{n-1,k,r}} SDU_{n-1}^{\times r}, \quad (1)$$

где $CDUBL_{n-1,k,r} = \{ \dots, cdubl_m^{(n-1,k,r)}, \dots \}$ — подмножество множества

пар $cdubl_m^{(n-1,k,r)} = \left(\left(\underbrace{\dots, pdu_i^{(n)}, \dots}_k \right), \left(\underbrace{\dots, sdu_j^{(n-1)}, \dots}_r \right) \right)$, состоящих из

кортежа протокольных блоков данных n -го уровня с числом компонентов k и кортежа сервисных блоков данных $(n-1)$ -го уровня с числом компонентов r , которые связаны представленным преобразующим соответствием.

При этом если $(k > 1) \wedge (r = 1)$ соответствие $CDUBL_{n-1,k,r}$ называется сцепление, а обратное ему соответствие $CDUBL_{n-1,k,r}^{-1}$ — расцепление.

Аналогично с помощью ТМ можно математически описать объединение, разъединение (рисунок 4), сегментирование и сборку блоков данных, производимых в рамках одного уровня ИКС (рисунок 5) [4].

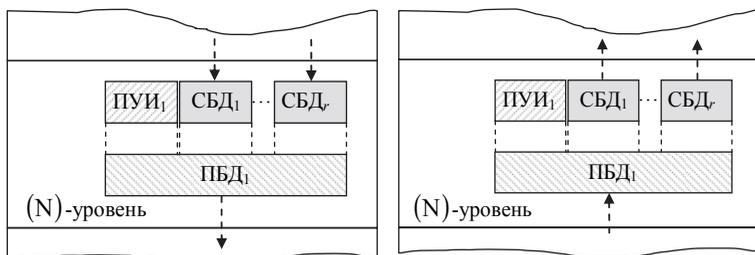


Рис. 4. Объединение и разделение блоков данных в ИКС

С точки зрения ТМ преобразование блока данных в пределах одного уровня — это соответствие между s -й декартовой степенью множества протокольной управляющей информации n -го уровня, r -й декартовой степенью множества сервисных блоков данных n -го уровня и k -й декартовой степенью множества протокольных блоков данных n -го уровня:

$$\begin{aligned} & (PCI_n^{\times s}, SDU_n^{\times r}, PDU_n^{\times k}, CDUWL_{n,s,r,k}) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow PCI_n^{\times s} \times SDU_n^{\times r} \xrightarrow{CDUWL_{n,s,r,k}} PDU_n^{\times k}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $CDUWL_{n,s,r,k} = \{ \dots, cduwl_m^{(n,s,r,k)}, \dots \}$ — подмножество множества

$$\text{троек } cduwl_m^{(n,s,r,k)} = \left(\left(\underbrace{\dots, pci_t^{(n)}, \dots}_s \right), \left(\underbrace{\dots, sdu_j^{(n)}, \dots}_r \right), \left(\underbrace{\dots, pdu_l^{(n)}, \dots}_k \right) \right),$$

состоящих из кортежа протокольной управляющей информации n -го уровня с числом компонентов s , кортежа сервисных блоков данных n -го уровня с числом компонентов r и кортежа протокольных блоков данных n -го уровня с числом компонентов k , которые связаны представленным преобразующим соответствием.

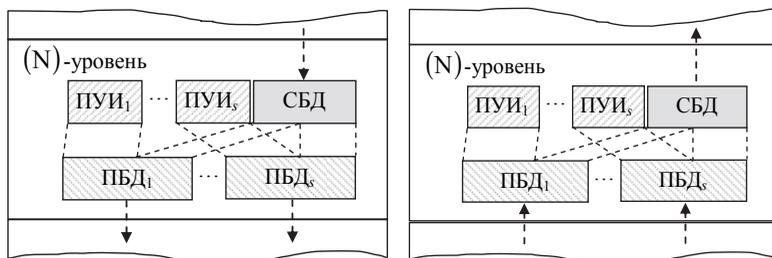


Рис. 5. Сегментирование и сборка блоков данных

При этом если:

— $(s=1) \wedge (r>1) \wedge (k=1)$ соответствие $CDUWL_{n,s,r,k}$ называется объединение, а обратное ему соответствие $CDUWL_{n,s,r,k}^{-1}$ — разделение;

— $(s>1) \wedge (r=1) \wedge (k=s)$ соответствие $CDUWL_{n,s,r,k}$ называется сегментирование, а обратное ему соответствие $CDUWL_{n,s,r,k}^{-1}$ — сборка.

4. Теоретико-множественное представление процессов передачи блоков данных между узлами инфокоммуникационной системы. Аппаратно-программные средства (АПС), входящие в состав ИКС, используются для формирования, приема, обработки, хранения, передачи, доставки информации. К таковым целесообразно относить и иные технические и программные средства, применяемые при оказании услуг связи и информатизации или обеспечении функционирования ИКС [8]. С точки зрения ЭМВОС данные АПС являются открытыми системами.

Результатом функционирования ИКС (услугой ИКС) является передача определенного ПБД к определенному адресу с требуемыми характеристиками качества. С точки зрения ЭМВОС процесс передачи ((N)-передача данных) — есть (N)-средство, которое передает (N)-сервисные блоки данных от одного (N+1)-логического объекта к одному или нескольким другим (N+1)-логическим объектам [7]. При этом услуга уровня — функциональная возможность, которую данный уровень взаимосвязи открытых систем вместе с нижерасположенными уровнями обеспечивает смежному верхнему уровню [4]. Другими словами (N)-услуга — функциональная возможность (N)-уровня и нижерасположенного уровня, предоставляемая (N+1)-логическому объекту на границе между (N) - и (N+1)-уровнями [7].

Известно, что протокол — набор семантических и синтетических правил, определяющий взаимосвязь логических объектов уровня при обмене данными (рисунок 6) [4]. Следовательно, (N)-протокол — набор правил и форматов (семантических и синтаксических), определяющих процедуры связи (N)-логических объектов при выполнении (N)-функций [7].

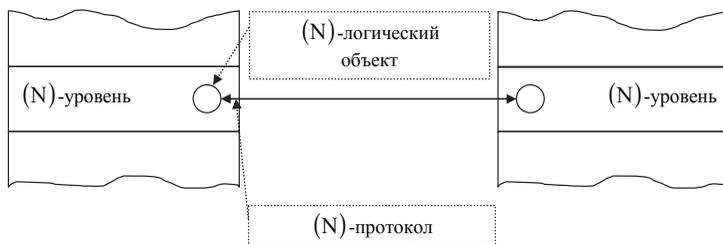


Рис. 6. Протокол взаимосвязи уровня (N), т. е. (N)-протокол

Логический объект является одним из важнейших понятий как для ЭМВОС, так и для теоретико-множественного представления ИММС. Логический объект уровня далее определяется как активный элемент уровня взаимосвязи открытых систем, выполняющий определенное подмножество его функций [4], т. е. (N)-логический объект — активный элемент внутри (N)-подсистемы, воплощающий комплекс

возможностей, определенных для (N)-уровня, который соответствует конкретному типу (N)-логического объекта [7].

В ИКС логические объекты n -го уровня имеют индивидуальные и/или групповые адреса (например, MAC-адрес, IP-адрес, TCP-порт, UDP-порт, адрес электронной почты и т.д.).

Пусть $a_i^{(n)}$ — логический объект n -го уровня;

$A_n = \{ \dots, a_i^{(n)}, \dots \}$ — множество логических объектов n -го уровня.

Исходя из изложенного ранее, логический объект n -го уровня ИММС может принадлежать только одной подсистеме n -го уровня, в тоже время как одной подсистеме n -го уровня может принадлежать несколько логических объектов n -го уровня, для описания данного свойства используется соответствие представленное ниже:

$$(SS_n, A_n, B_n) \Leftrightarrow SS_n \xrightarrow{B_n} A_n, \quad (3)$$

где $B_n = \{ \dots, b_k^{(n)}, \dots \}$ — подмножество множества пар

$b_k^{(n)} = (ss_i^{(n)}, a_j^{(n)})$, состоящих из адреса подсистемы n -го уровня и адреса логического объекта n -го уровня, которые связаны представленным соответствием принадлежности.

Логическое соединение — взаимосвязь, обеспечиваемая некоторым уровнем, между двумя или более логическими объектами смежного верхнего уровня с целью обмена данными [4]. Тогда (N)-соединение — ассоциация, устанавливаемая (N)-уровнем между двумя или более (N+1)-логическими объектами для передачи данных [7].

Соединение ИММС при этом получает наименование того уровня, который его обеспечивает (например, соединение физического уровня, соединение канального уровня, соединение сетевого уровня и т.д.) [4].

С точки зрения ТМ, логическое соединение — это отношение между s -й декартовой степенью множества адресов логических объектов n -го уровня и k -й декартовой степенью множества адресов логических объектов этого же уровня, обеспечиваемое смежным нижним уровнем. Для наглядности на рисунке 7 показана ИКС, включающая два оконечных узла (ОУ) и три транзитных узла (ТУ). При этом ТУ1 и ТУ3 включают три уровня ЭМВОС (физический, канальный и сетевой), а ТУ2 — четыре (включает транспортный).

Для логического соединения ИММС можно записать:

$$\left(A_n^{\times s}, A_n^{\times k}, LC_{n-1,s,k} \right) \Leftrightarrow A_n^{\times s} \xrightarrow{LC_{n-1,s,k}} A_n^{\times k}, \quad (4)$$

где $LC_{n-1,s,k} = \left\{ \dots, l_{c_m}^{(n-1,s,k)}, \dots \right\}$ — подмножество множества пар

$$l_{c_m}^{(n-1,s,k)} = \left(\left(\underbrace{\dots, a_i^{(n)}, \dots}_s \right), \left(\underbrace{\dots, a_j^{(n)}, \dots}_k \right) \right)$$

состоящих из кортежа адресов

логических объектов n -го уровня с числом компонентов s и кортежа адресов логических объектов n -го уровня с числом компонентов k , которые взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

При этом если:

— $(s = 1) \wedge (k = 1)$ соответствие $LC_{n-1,s,k}$ называется логическое соединение "точка-точка";

— $(s > 1) \wedge (k = 1)$ соответствие $LC_{n-1,s,k}$ называется логическое соединение "многоточка-точка";

— $(s = 1) \wedge (k > 1)$ соответствие $LC_{n-1,s,k}$ называется логическое соединение "точка-многоточка";

— $(s > 1) \wedge (k > 1)$ соответствие $LC_{n-1,s,k}$ называется логическое соединение "многоточка".

Установление логического соединения связано в ИКС с выбором определенного метода коммутации и схемы мультиплексирования [8].

Далее под *коммутацией каналов* понимается совокупность операций на станции или узле вторичной сети, обеспечивающих последовательное соединение каналов (линий) вторичной сети связи [9]. Пространственная коммутация — коммутация в сетях связи, осуществляемая соединением пространственных или временных каналов вторичной сети без изменения их временных позиций [10]. Временная коммутация — коммутация в сетях связи, осуществляемая соединением временных позиций каналов вторичной сети [10].

В современных ИКС часто применяется коммутация с накоплением. Под *коммутацией сообщений* далее понимается совокупность операций на коммутационной станции, узле коммутации вторичной сети, состоящих в приеме сообщения, его накопления и последующей передаче в соответствии с содержащимся в нем адресным признаком. Коммутация пакетов — совокупность операций на коммутационной станции и узле коммутации вторичной сети, состоящих в приеме отрезков сообщений и передачи их в соответствии с содержащимся в них адресным признаком [9].

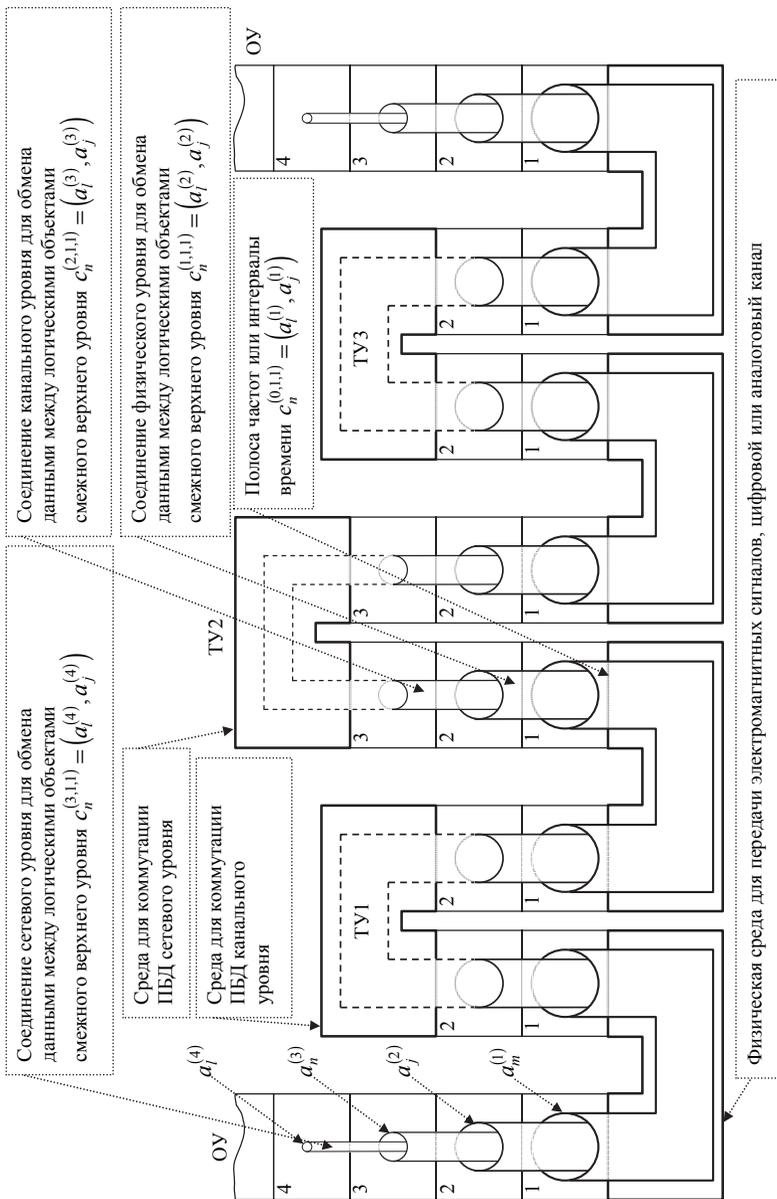


Рис. 7. Логические соединения в исследуемой ИКС

Для описания методов коммутации средствами ТМ необходимо задать множество моментов времени следующим образом:

$$T = \left\{ t_j \mid (t_j \in \mathbf{R}) \wedge (t_j \geq 0) \right\} . \quad (5)$$

Отсюда можно определить, что (N) -коммутация — это отношение между декартовым произведением следующих множеств: t -я декартова степень множества логических объектов n -го уровня, r -я декартова степень множества протокольной управляющей информации n -го уровня, d -я декартова степень множества моментов времени и декартовым произведениями следующих множеств: j -я декартова степень множества логических объектов n -го уровня, x -я декартова степень множества протокольной управляющей информации n -го уровня, y -я декартова степень множества моментов времени (рисунок 8).

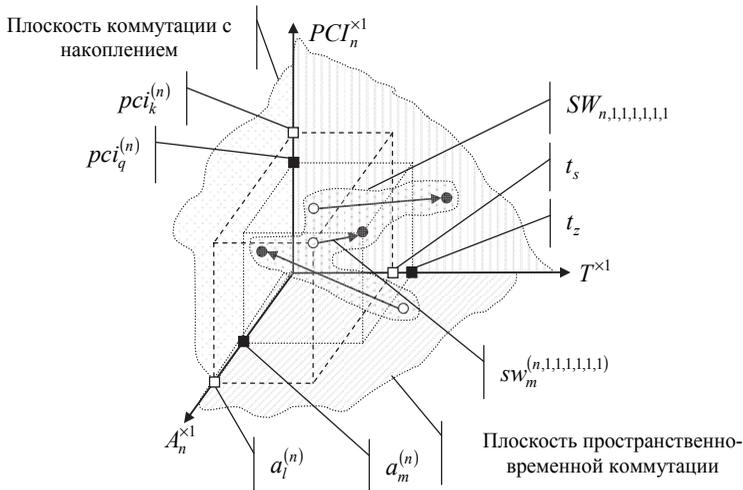


Рис. 8. (N) -коммутация (N) -коммутация описывается следующим выражением:

$$\begin{aligned} & \left(A_n^{x1} \times PCI_n^{xr} \times T^{xd}, A_n^{xj} \times PCI_n^{xx} \times T^{xy}, SW_{n,t,r,d,j,x,y} \right) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow A_n^{x1} \times PCI_n^{xr} \times T^{xd} \xrightarrow{SW_{n,t,r,d,j,x,y}} A_n^{xj} \times PCI_n^{xx} \times T^{xy}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $SW_{n,t,r,d,j,x,y} = \{ \dots, SW_m^{(n,t,r,d,j,x,y)}, \dots \}$ — подмножество множества

пар $SW_m^{(n,t,r,d,j,x,y)} = \left(\left(\underbrace{(\dots, a_l^{(n)}, \dots)}_t, \underbrace{(\dots, pci_k^{(n)}, \dots)}_r, \underbrace{(\dots, t_s, \dots)}_d \right), \right.$

$\left. \left(\underbrace{(\dots, a_m^{(n)}, \dots)}_j, \underbrace{(\dots, pci_q^{(n)}, \dots)}_x, \underbrace{(\dots, t_z, \dots)}_y \right) \right)$, состоящих из кортежа,

включающего три элемента: кортеж из t адресов логических объектов n -го уровня $\underbrace{(\dots, a_l^{(n)}, \dots)}_t$, кортеж из r протокольной управляющей

информации n -го уровня $\underbrace{(\dots, pci_k^{(n)}, \dots)}_r$, кортеж из d моментов време-

ни $\underbrace{(\dots, t_s, \dots)}_d$ и кортежа, включающего также три элемента: кортеж

из j адресов логических объектов n -го уровня $\underbrace{(\dots, a_m^{(n)}, \dots)}_j$, кортеж

из x протокольной управляющей информации n -го уровня $\underbrace{(\dots, pci_q^{(n)}, \dots)}_x$, кортеж из y моментов времени $\underbrace{(\dots, t_z, \dots)}_y$, которые

взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

Таким образом, получено теоретико-множественное описание методов коммутации. Учитывая, что нулевая декартова степень произвольного множества $X^{\times 0}$ содержит единственный элемент — пустой кортеж, можно утверждать, что если:

$$- (t \geq 1) \wedge (r = 0) \wedge (d = 0) \wedge (j \geq 1) \wedge (x = 0) \wedge (y = 0) \wedge (n = 1),$$

тогда отношение $SW_{n,t,r,d,j,x,y}$ это пространственная коммутация;

$$- (t = 0) \wedge (r = 0) \wedge (d \geq 1) \wedge (j = 0) \wedge (x = 0) \wedge (y \geq 1) \wedge (n = 1),$$

тогда отношение $SW_{n,t,r,d,j,x,y}$ это временная коммутация;

$$- (t \geq 1) \wedge (r = 0) \wedge (d \geq 1) \wedge (j \geq 1) \wedge (x = 0) \wedge (y \geq 1) \wedge (n = 1),$$

тогда отношение $SW_{n,t,r,d,j,x,y}$ это пространственно-временная коммутация [10];

$$- (t \geq 1) \wedge (r \geq 1) \wedge (d = 0) \wedge (j \geq 1) \wedge (x \geq 1) \wedge (y = 0) \wedge (n \geq 2),$$

тогда отношение $SW_{n,t,r,d,j,x,y}$ это коммутация с накоплением;

$$- (t \geq 1) \wedge (r \geq 1) \wedge (d = 0) \wedge (j \geq 1) \wedge (x \geq 1) \wedge (y = 0) \wedge (n = 2),$$

тогда отношение $SW_{n,t,r,d,j,x,y}$ это коммутация кадров (ячеек);

$$- (t \geq 1) \wedge (r \geq 1) \wedge (d = 0) \wedge (j \geq 1) \wedge (x \geq 1) \wedge (y = 0) \wedge (n = 3),$$

тогда отношение $SW_{n,t,r,d,j,x,y}$ это коммутация пакетов;

$$- (t \geq 1) \wedge (r \geq 1) \wedge (d = 0) \wedge (j \geq 1) \wedge (x \geq 1) \wedge (y = 0) \wedge (n > 3),$$

тогда отношение $SW_{n,t,r,d,j,x,y}$ это коммутация сообщений.

Тогда коммутационное соединение можно определить, как отношение между s -й декартовой степенью множества адресов логических объектов n -го уровня и k -й декартовой степенью множества адресов логических объектов этого же уровня, обеспечиваемое коммутационной средой подсистем этого же уровня (рисунок 2).

В терминах ТМ коммутационное соединение описывается выражением:

$$\left(A_n^{\times s}, A_n^{\times k}, WC_{n,s,k} \right) \Leftrightarrow A_n^{\times s} \xrightarrow{WC_{n,s,k}} A_n^{\times k}, \quad (7)$$

где $WC_{n,s,k} = \left\{ \dots, wc_m^{(n,s,k)}, \dots \right\}$ — подмножество множества пар

$wc_m^{(n,s,k)} = \left(\left(\underbrace{\dots, a_l^{(n)}, \dots}_s \right), \left(\underbrace{\dots, a_j^{(n)}, \dots}_k \right) \right)$ состоящих из кортежа адресов логических объектов n -го уровня с числом компонентов s и кортежа адресов логических объектов n -го уровня с числом компонентов k , которые взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

При этом если:

— $(s = 1) \wedge (k = 1)$ соответствие $WC_{n,s,k}$ называется коммутационное соединение "точка-точка";

- $(s > 1) \wedge (k = 1)$ соответствие $WC_{n,s,k}$ называется коммутационное соединение "многоточка-точка";
- $(s = 1) \wedge (k > 1)$ соответствие $WC_{n,s,k}$ называется коммутационное соединение "точка-многоточка";
- $(s > 1) \wedge (k > 1)$ соответствие $WC_{n,s,k}$ называется коммутационное соединение "многоточка".

Аналогичным образом в рамках принятого подхода можно описать схемы *мультиплексирования*. Здесь и далее под мультиплексированием логических соединений понимается функция, выполняемая логическим объектом — отправителем уровня, использующая одно соединение смежного нижнего уровня для обеспечения нескольких соединений данного уровня [4]. Другими словами, мультиплексирование — функция (N)-уровня, посредством которой одно (N-1)-соединение используется для поддержания нескольких (N)-соединений [7].

Следовательно, *демультиплексирование* — это функция, выполняемая (N)-логическим объектом, посредством которой распознаются (N)-протокольные блоки данных, относящиеся к нескольким (N)-соединениям, в составе (N-1)-СБД, принимаемых по одному (N-1)-соединению. Эта функция является обратной мультиплексированию, выполняемой (N)-логическим объектом, передающим (N-1)-СБД.

Здесь и далее под *интерфейсом* (рисунок 9) понимается совокупность средств и правил, обеспечивающих взаимодействие устройств вычислительной машины или системы обработки информации и (или) программ [12]. Традиционно интерфейсное соединение получает наименование смежного нижнего уровня взаимосвязи систем обработки данных.

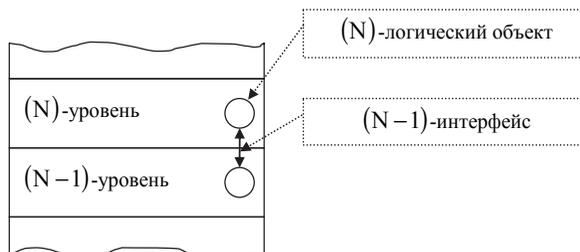


Рис. 9. Интерфейс (N-1) уровня, т. е. (N-1)-интерфейс

В рамках ТМ интерфейсное соединение предлагается представить как соответствие между s -й декартовой степенью множества адресов логических объектов n -го уровня и k -й декартовой степенью множества адресов логических объектов $(n-1)$ -го уровня.

Интерфейсное соединение далее описывается выражением:

$$\left(A_n^{\times s}, A_{n-1}^{\times k}, IC_{n-1,s,k} \right) \Leftrightarrow A_n^{\times s} \xrightarrow{IC_{n-1,s,k}} A_{n-1}^{\times k}, \quad (8)$$

где $IC_{n-1,s,k} = \left\{ \dots, ic_m^{(n-1,s,k)}, \dots \right\}$ — подмножество множества пар

$$ic_m^{(n-1,s,k)} = \left(\left(\underbrace{\dots, a_i^{(n)}, \dots}_s \right), \left(\underbrace{\dots, a_j^{(n-1)}, \dots}_k \right) \right)$$

состоящих из кортежа адресов логических объектов n -го уровня с числом компонентов s и кортежа адресов логических объектов $(n-1)$ -го уровня с числом компонентов k , которые взаимосвязаны с помощью представленного соответствия связности.

При этом если:

— $(s > 1) \wedge (k = 1)$ соответствие $IC_{n-1,s,k}$ называется интерфейсное соединение с функцией мультиплексирования, а обратное ему соответствие $IC_{n-1,s,k}$ — интерфейсное соединение с функцией демultipлексирования;

— $(s = 1) \wedge (k > 1)$ соответствие $IC_{n-1,s,k}$ называется интерфейсное соединение с функцией расщепления, а обратное ему соответствие $IC_{n-1,s,k}$ — интерфейсное соединение с функцией рекомбинация.

5. Теоретико-множественное представление процессов маршрутизации блоков данных в инфокоммуникационной системе. Простейшими в задачах маршрутизации являются одношаговые соединения. При теоретико-множественном представлении одношаговое соединение "точка-точка" — это отношение связности, обеспечиваемое коммутационным соединением "точка-точка" подсистемы n -го уровня и логическим соединением "точка-точка" $(n-1)$ -го уровня, между логическими объектами n -го уровня:

$$\left(A_n^{\times 1}, A_n^{\times 1}, SHC_{n-1,1,1} \right) \Leftrightarrow A_n^{\times 1} \xrightarrow{SHC_{n-1,1,1}} A_n^{\times 1} = A_n^{\times 1} \xrightarrow{LC_{n-1,1,1} \circ WC_{n,1,1}} A_n^{\times 1}, \quad (9)$$

где $SHC_{n-1,1,1} = \{ \dots, shc_k^{(n-1,1,1)}, \dots \}$ — подмножество множества пар адресов $shc_k^{(n-1,1,1)} = (a_l^{(n)}, a_j^{(n)})$ логических объектов n -го уровня, которые взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

Многошаговое соединение "точка-точка" с числом шагов равным $k \geq 2$ — это отношение связности, обеспечиваемое $k \geq 2$ одношаговыми соединениями "точка-точка" $(n-1)$ -го уровня, между логическими объектами n -го уровня:

$$(A_n^{\times 1}, A_n^{\times 1}, MHC_{n-1,k,1,1}) \Leftrightarrow A_n^{\times 1} \xrightarrow{MHC_{n-1,k,1,1}} A_n^{\times 1} = A_n^{\times 1} \xrightarrow{\overbrace{SHC_{n-1,1,1} \circ \dots \circ SHC_{n-1,1,1}}^k} A_n^{\times 1}, \quad (10)$$

где $MHC_{n-1,k,1,1} = \{ \dots, mhc_m^{(n-1,k,1,1)}, \dots \}$ — подмножество множества пар адресов $mhc_m^{(n-1,k,1,1)} = (a_l^{(n)}, a_j^{(n)})$ логических объектов n -го уровня, которые взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

Целесообразно ввести следующее обозначение для многошагового соединения "точка-точка" с числом шагов равным единицы:

$$(A_n^{\times 1}, A_n^{\times 1}, MHC_{n-1,1,1,1}) \Leftrightarrow A_n^{\times 1} \xrightarrow{MHC_{n-1,1,1,1}} A_n^{\times 1} = A_n^{\times 1} \xrightarrow{SHC_{n-1,1,1}} A_n^{\times 1}. \quad (11)$$

Маршрутизируемое соединение "точка-точка" — это отношение связности, получаемое в результате объединения композиций многошагового соединения "точка-точка" (10) с числом шагов $h \in \{ 1, 2, \dots, hl \}$ и коммутационного соединения "точка-точка" (7):

$$\begin{aligned} (A_n^{\times 1}, A_n^{\times 1}, RC_{n-1,hl,1,1}) \Leftrightarrow A_n^{\times 1} \xrightarrow{RC_{n-1,hl,1,1}} A_n^{\times 1} &= \left(A_n^{\times 1} \xrightarrow{WC_{n,1,1} \circ MHC_{n-1,1,1,1}} A_n^{\times 1} \right) \cup \\ &\left(A_n^{\times 1} \xrightarrow{WC_{n,1,1} \circ MHC_{n-1,2,1,1}} A_n^{\times 1} \right) \cup \left(A_n^{\times 1} \xrightarrow{WC_{n,1,1} \circ MHC_{n-1,3,1,1}} A_n^{\times 1} \right) \cup \dots \cup \\ &\left(A_n^{\times 1} \xrightarrow{WC_{n,1,1} \circ MHC_{n-1,hl,1,1}} A_n^{\times 1} \right) = \bigcup_{h=1}^{h=hl} \left(A_n^{\times 1} \xrightarrow{WC_{n,1,1} \circ MHC_{n-1,h,1,1}} A_n^{\times 1} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где hl — это предельное число шагов в многошаговом соединении, $RC_{n-1,hl,1,1} = \{ \dots, rc_k^{(n-1,hl,1,1)}, \dots \}$ — подмножество множества пар адресов $rc_k^{(n-1,hl,1,1)} = (a_l^{(n)}, a_j^{(n)})$ логических объектов n -го уровня, которые взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

Условия наличия маршрута в ИММС также можно описать в ТМ.

Отношение $a_l^{(n)} \xrightarrow{RC_{n-1,hl,1,1}} a_j^{(n)}$ считается выполненным, если существует хотя бы одна последовательность элементов $z_0 = a_l^{(n)}, z_1, \dots, z_m = a_j^{(n)}$ из множества A_n (рисунок 10), для которой выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned}
 & a_l^{(n)} \xrightarrow{RC_{n-1,hl,1,1}} a_j^{(n)} \Leftrightarrow (a_l^{(n)}, a_j^{(n)}) \in RC_{n-1,hl,1,1} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \exists (z_0 = a_l^{(n)}, z_1, \dots, z_m = a_j^{(n)}) \in A_n, \\
 & \forall i \in \{0, 1, \dots, m-2\} \left(z_i \xrightarrow{SHC_{n-1,1,1}} z_{i+1} \right), \\
 & \forall i \in \{m-1\} \left(z_i \xrightarrow{WC_{n,1,1}} z_{i+1} \right), 0 < m \leq hl.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Однако на практике допустимы не все последовательности элементов $z_0 = a_l^{(n)}, z_1, \dots, z_m = a_j^{(n)}$, данное множество ограничивается возможностями маршрутизирующего и маршрутизируемого протоколов.

Таким образом, функция маршрутизации в (N)-уровне ИММС позволяет транслировать связь по цепочке (N)-логических объектов. Прохождение маршрута связи через промежуточные (N)-логические объекты остается неизвестным ни нижним, ни верхним уровням. (N)-логический объект ИКС, принимающий участие в маршрутизации, может содержать таблицу маршрутизации [7].

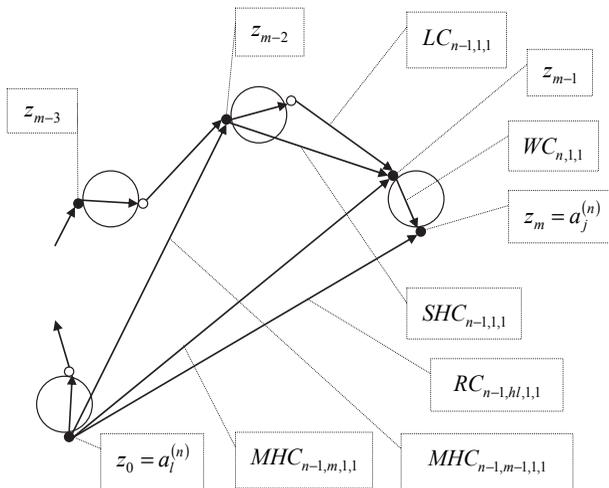


Рис. 10. $(N - 1)$ -маршрутизируемое соединение "точка-точка"

Далее *маршрутизируемый* протокол ИММС трактуется как протокол, с помощью которого передаваемые данные ретранслируются от одного равноправного логического объекта другому равноправному логическому объекту (например в ИКС, это *IP*, *AppleTalk*, *DECnet* и др.). Для ретрансляции данных маршрутизируемый протокол использует информацию, предоставляемую маршрутизирующим протоколом [13]. При этом *маршрутизирующий* протокол — протокол, позволяющий логическому объекту с помощью алгоритма маршрутизации определить маршрут, по которому может быть установлена связь с другим логическим объектом или другими логическими объектами (например, *OSPF*, *IS-IS*, *RIP* и др.). С помощью маршрутизирующего протокола формируются и поддерживаются таблицы маршрутизации [13].

В теоретико-множественном представлении *таблица маршрутизации* соединений "точка-точка" — отношение связности, обеспечиваемое логическим соединением $(n - 1)$ -го уровня между двумя логическими объектами N -го уровня соседних подсистем того же уровня с учетом адреса логического объекта-приемника того же уровня:

$$\left(A_n^{\times 2}, A_n^{\times 1}, RT_n \right) \Leftrightarrow A_n^{\times 2} \xrightarrow{RT_n} A_n^{\times 1}, \quad (14)$$

где $RT_n = \left\{ \dots, rt_k^{(n)}, \dots \right\}$ — подмножество множества кортежей из трех элементов $rt_k^{(n)} = \left(ta^{(n)}, da^{(n)}, ha^{(n)} \right)$, включающих: адрес логического

объекта текущего шага $ta^{(n)}$, адрес логического объекта-приемника $da^{(n)}$, адрес логического объекта следующего шага $ha^{(n)}$, которые взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

Маршрутизирующий протокол ИММС в процессе определения оптимального маршрута сравнивает между собой метрики альтернативных маршрутов [13]. Под метрикой при этом понимается абстрактный способ измерения степени близости между двумя логическими объектами [14]. Для измерения длины маршрута могут быть использованы разные метрики: количество транзитных логических объектов ИММС, линейная протяженность маршрута, стоимость маршрута и др.

Пусть задано множество метрик n -го уровня следующим образом:

$$MC_n = \left\{ mc_i^{(n)} \mid \left(mc_i^{(n)} \in \mathbf{R} \right) \wedge \left(mc_{\min}^{(n)} \leq mc_i^{(n)} \leq mc_{\max}^{(n)} \right) \right\}, \quad (15)$$

где $mc_{\min}^{(n)}$ — минимально возможное значение метрики n -го уровня; $mc_{\max}^{(n)}$ — максимально возможное значение метрики n -го уровня. Тогда метрика логического соединения "точка-точка" — это соответствие между логическим соединением "точка-точка" $(n-1)$ -го уровня и метрикой n -го уровня:

$$\left(LC_{n-1,1,1}, MC_n, MLC_{n-1,1,1} \right) \Leftrightarrow LC_{n-1,1,1} \xrightarrow{MLC_{n-1,1,1}} MC_n, \quad (16)$$

где $MLC_{n-1,1,1} = \left\{ \dots, mlc_i^{n-1,1,1}, \dots \right\}$ — подмножество множества пар $mlc_i^{(n-1,1,1)} = \left(lc_k^{(n-1,1,1)}, mc_j^{(n)} \right)$, включающих логическое соединение "точка-точка" $(n-1)$ -го уровня и метрику n -го уровня, взаимосвязанных с помощью рассмотренного соответствия.

Следовательно, метрика коммутационного соединения "точка-точка" — это соответствие между коммутационным соединением "точка-точка" n -го уровня и метрикой n -го уровня:

$$\left(WC_{n,1,1}, MC_n, MWC_{n,1,1} \right) \Leftrightarrow WC_{n,1,1} \xrightarrow{MWC_{n,1,1}} MC_n, \quad (17)$$

где $MWC_{n,1,1} = \{ \dots, mwc_l^{n,1,1}, \dots \}$ — подмножество множества пар $mwc_i^{(n,1,1)} = (wc_k^{(n,1,1)}, mc_j^{(n)})$, включающих коммутационное соединение "точка-точка" n -го уровня и метрику n -го уровня, взаимосвязанных с помощью представленного соответствия.

Множество параметров алгоритма маршрутизации n -го уровня ИММС целесообразно сформировать следующим образом:

$$RAP_n = \left\{ rap_i^{(n)} \mid \left(rap_i^{(n)} \in \mathbf{N} \right) \wedge \left(1 \leq rap_i^{(n)} \leq K \right) \right\}, \quad (18)$$

где K — максимальное число маршрутов для одной пары логического объекта-источника и логического объекта-приемника.

Это позволяет определить *алгоритм маршрутизации* соединения "точка-точка" ИММС как соответствие между метриками логических соединений "точка-точка" $(n-1)$ -го уровня, метриками коммутационных соединений "точка-точка" n -го уровня, параметром алгоритма маршрутизации n -го уровня и таблицей маршрутизации соединений "точка-точка" n -го уровня:

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{MLC}_{n-1,1,1}, \mathbf{MWC}_{n,1,1}, RAP_n, \mathbf{RT}_n, RA_n \right) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \mathbf{MLC}_{n-1,1,1} \times \mathbf{MWC}_{n,1,1} \times RAP_n \xrightarrow{RA_n} \mathbf{RT}_n \end{aligned} \quad (19)$$

где $\mathbf{MLC}_{n-1,1,1} = \{ \dots, MLC_{n-1,1,1,l}, \dots \}$ — множество различных вариантов метрик логических соединений "точка-точка"; $\mathbf{MWC}_{n,1,1} = \{ \dots, MWC_{n,1,1,j}, \dots \}$ — множество различных вариантов метрик коммутационных соединений "точка-точка"; $RAP_n = \{ \dots, rap_s^{(n)}, \dots \}$ — множество параметров алгоритма маршрутизации; $\mathbf{RT}_n = \{ \dots, RT_{n,h}, \dots \}$ — множество вариантов таблицы маршрутизации соединений "точка-точка"; $RA_n = \{ \dots, ra_g^{(n)}, \dots \}$ подмножество множества кортежей из четырех элементов $ra_g^{(n)} = (MLC_{n-1,1,1,l}, MWC_{n,1,1,j}, rap_s^{(n)}, RT_{n,h})$, включающих: метрики отношений связности логических объектов $MLC_{n-1,1,1,l}$, принадлежащих разным подсистемам n -го уровня; метрики отношений связности

логических объектов $MWC_{n,1,1,j}$, принадлежащих одной подсистеме n -го уровня; параметр алгоритма маршрутизации $rap_s^{(n)}$, таблицу маршрутизации соединений "точка-точка" $RT_{n,h}$, которые взаимосвязаны с помощью рассмотренного соответствия связности.

Следовательно, маршрут соединения "точка-точка" между логическим объектом с адресом $a_l^{(n)}$ n -го уровня и логическим объектом $a_j^{(n)}$ того же уровня, полученный на основании таблицы маршрутизации соединений "точка-точка" $RT_{n,h}$ того же уровня может быть представлен кортежем адресов логических объектов следующего вида:

$$\begin{aligned} \mu_{a_l^{(n)}, a_j^{(n)}, RT_{n,h}, hl}^{(n)} &= (z_0 = a_l^{(n)}, z_1, z_2, \dots, z_{m-1}, z_m = \\ &= a_j^{(n)}) \mid \forall i \in \{0, 1, \dots, m\} (z_i \in A_n), \\ \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} (z_i &= RT_{n,h}(z_{i-1}, z_m)), \\ \forall i \in \{0, 1, \dots, m-2\} (z_i &\xrightarrow{SHC_{n-1,1,1}} z_{i+1}), \\ \forall i \in \{m-1\} (z_i &\xrightarrow{WC_{n,1,1}} z_{i+1}), 0 < m \leq hl. \end{aligned} \quad (20)$$

Множество маршрутов соединений "точка-точка" между всеми логическими объектами n -го уровня, полученные на основании всех таблиц маршрутизации соединений "точка-точка" того же уровня можно определяется выражением:

$$M_n = \left\{ \mu_{a_l^{(n)}, a_j^{(n)}, RT_{n,h}, hl}^{(n)} \mid (l \in I) \wedge (j \in I) \wedge \right. \\ \left. \wedge (l \neq j) \wedge (h \in H) \wedge ((a_l^{(n)}, a_j^{(n)}) \notin WC_{n,1,1}) \right\}, \quad (21)$$

где I — это множество всех номеров элементов множества A_n ; H — это множество всех номеров элементов множества RT_n .

В современных ИКС между парой пользователей имеется целая совокупность каналов (маршрутов) передачи блоков данных. Это позволяет выделить на ее структуре некоторый сегмент узлов и линий, определяемый как *двухполюсная сеть связи* (ДСС), то есть часть сети связи,

обеспечивающая передачу информации между парой абонентов сети [15]. Аналогичную структуру можно выделить в ИММС для пары корреспондирующих оконечных пунктов "отправитель"—"получатель". Существующее положение дел требует введения следующего определения.

ДСС — это множество маршрутов соединений "точка-точка" между логическим объектом с адресом $a_i^{(n)}$ n -го уровня и логическим объектом $a_j^{(n)}$ того же уровня, полученные на основании всех таблиц маршрутизации соединений "точка-точка" того же уровня. Для математической записи этого определения в теоретико-множественном базисе целесообразно использовать выражение:

$$v_{a_i^{(n)}, a_j^{(n)}, hl}^{(n)} = \left\{ \mu_{a_i^{(n)}, a_j^{(n)}, RT_{n,h,hl}}^{(n)} \mid h \in H \right\}. \quad (22)$$

Тогда множество двухполюсных сетей связи между всеми логическими объектами n -го уровня определяется согласно следующего выражения:

$$Y_n = \left\{ v_{a_i^{(n)}, a_j^{(n)}, hl}^{(n)} \mid (i \in I) \wedge (j \in I) \wedge (i \neq j) \wedge ((a_i^{(n)}, a_j^{(n)}) \notin WC_{n,1,1}) \right\}. \quad (23)$$

В ИКС многополюсной сетью связи (МСС) называют часть сети связи, обеспечивающая одновременную передачу информации нескольких ДСС [15]. Аналогичные объекты можно выделить и в иных ИММС. Следовательно, в рамках настоящего исследования, МСС — это множество двухполюсных сетей связи между заданной группой логических объектов n -го уровня, определяемое следующим образом

$$w_{I_g, hl}^{(n)} = \left\{ v_{a_i^{(n)}, a_j^{(n)}, hl}^{(n)} \mid (i \in I_g) \wedge (j \in I_g) \wedge (i \neq j) \wedge ((a_i^{(n)}, a_j^{(n)}) \notin WC_{n,1,1}) \right\}, \quad (24)$$

где $I_g \subseteq I$ — это подмножество множества всех номеров элементов множества A_n .

Множество многополюсных сетей связи между всеми логическими объектами n -го уровня целесообразно представить в виде:

$$W_n = \left\{ w_{I_g, hl}^{(n)} \mid g \in G \right\}, \quad (25)$$

где G — это множество всех номеров заданных подмножеств множества A_n .

Вышеизложенное позволяет уточнить выражение (13) с учетом введенных выше понятий следующим образом. Соотношение $a_l^{(n)} \xrightarrow{RC_{n-1,hl,1,1}} a_j^{(n)}$ считается выполненным, если степень множества маршрутов соединений "точка-точка" $v_{a_l^{(n)}, a_j^{(n)}, hl}^{(n)}$ между логическим объектом с адресом $a_l^{(n)}$ n -го уровня и логическим объектом $a_j^{(n)}$ того же уровня, полученные на основании всех таблиц маршрутизации соединений "точка-точка" того же уровня больше единицы (другими словами его подмножеством является не только пустое множество):

$$a_l^{(n)} \xrightarrow{RC_{n-1,hl,1,1}} a_j^{(n)} \Leftrightarrow (a_l^{(n)}, a_j^{(n)}) \in RC_{n-1,hl,1,1} \Leftrightarrow 2^{\wedge \left(v_{a_l^{(n)}, a_j^{(n)}, hl}^{(n)} \right)} > 1. \quad (26)$$

Учитывая (8) и (26), можно записать выражение связывающее логическое соединение "точка-точка" n -го уровня и маршрутизируемое соединение "точка-точка" $(n-1)$ -го уровня (рисунок 11):

$$\left(A_{n+1}^{\times 1}, A_{n+1}^{\times 1}, LC_{n,1,1} \right) \Leftrightarrow A_{n+1}^{\times 1} \xrightarrow{LC_{n,1,1}} A_{n+1}^{\times 1} = A_{n+1}^{\times 1} \xrightarrow{IC_{n,1,1}^{-1} \circ RC_{n-1,hl,1,1} \circ IC_{n,1,1}} A_{n+1}^{\times 1}, \quad (27)$$

где $LC_{n,1,1} = \{ \dots, l_c^{(n,1,1)}, \dots \}$ — подмножество множества пар адресов $l_c^{(n,1,1)} = (a_l^{(n+1)}, a_j^{(n+1)})$ логических объектов $(n+1)$ -го уровня, которые взаимосвязаны с помощью соответствующего отношения связности.

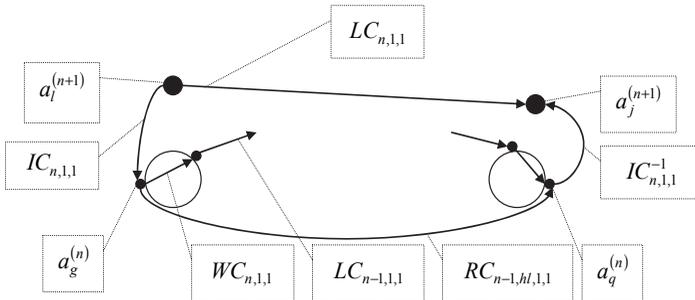


Рис. 11. Взаимосвязь между (N) -логическим соединением "точка-точка" и $(N-1)$ -маршрутизируемым соединением "точка-точка"

Таким образом, на примере ИКС получены строгие математические выражения для описания различных аспектов реализации функций маршрутизации в ИММС.

6. Заключение. В статье на базе теории иерархических систем [5], эталонной модели взаимодействия открытых систем и теории множеств представлено иерархическое семейство формализмов [16], каждый из которых описывает поведение ИММС с точки зрения различных уровней абстрагирования. В качестве системного обобщения изложенного на рисунке 12 представлено стратифицированное представление соединений ИКС, включающее следующие уровни: (N)-логическое соединение; (N)-интерфейсное соединение и (N-1)-маршрутизируемое соединение; (N)-коммутационное соединение и (N-1)-многошаговое соединение; (N-1)-одношаговое соединение; (N-1)-логическое соединение и (N)-коммутационное соединение; (N-1)-интерфейсное соединение и (N-2)-маршрутизируемое соединение.

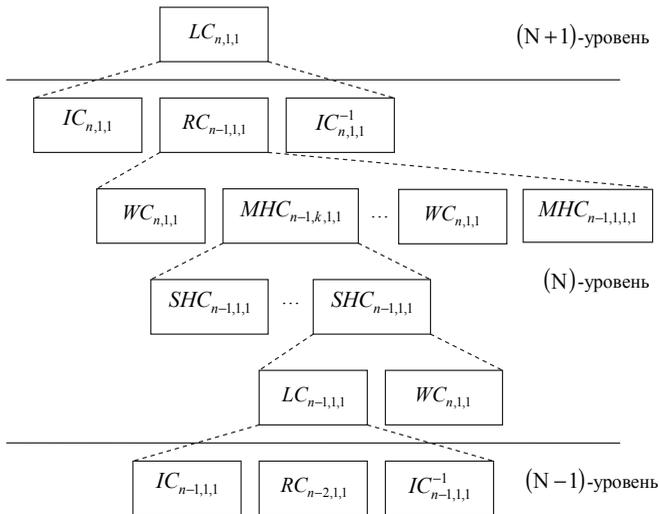


Рис. 12. Стратифицированное описание соединений в ИКС в рамках ЭМВОС

При дальнейшем развитии представленная в статье система формализмов должна способствовать решению актуальной научной проблемы разработки конструктивного подхода к решению задач моделирования, анализа и синтеза (оптимизации) ИММС, который бы

позволил с единых методологических позиций осуществить системную композицию разнородных существующих и вновь создаваемых методов исследования больших технических систем.

В качестве *достоинств теории множеств* в контексте проводимых исследований целесообразно выделить:

- возможность математически строго сформулировать как основные понятия, так и получаемые результаты исследований, получить ряд строго сформулированных понятий относительно элементов [11] и свойств систем, которые прежде могли быть описаны лишь на вербальном уровне;
- возможность зафиксировать систему исходных данных и последовательность процедур их использования для анализа и синтеза (оптимизации) ИММС;
- возможность определить и контролировать как начальные условия, так и узловые моменты моделирования от этапа к этапу исследования с помощью математических методов и моделирования на ЭВМ;
- возможность использования полученных формализмов и атрибутов в качестве формального языка описания ИММС в современных средствах автоматизации управления (в том числе средствах моделирования, проектирования и пр.).

Направлением дальнейших исследований в предметной области является использование системы формализмов, предложенной в статье, для решения конкретных задач моделирования, анализа и синтеза (оптимизации) ИММС, традиционно представляемых в базах теории графов, теории массового обслуживания и теории надежности.

Литература

1. Тихонов А.Н., Иванников А.Д., Соловьев И.В. и др. Основы управления сложной организационно-технической системой. Информационный аспект: монограф. // М.: МАКС Пресс. 2010. 136 с.
2. Манов, Н. А., Хохлов М. В., Чукуреев Ю. Я. и др. Методы и модели исследования надежности электроэнергетических систем: монограф // Сыктывкар: НИЦ УрО РАН, 2010. 292 с.
3. Саитов И.А., Басов О.О., Карнов А.А. Методологические основы синтеза полимодальных инфокоммуникационных систем государственного управления: монограф // Орел: Академия ФСО России. 2015. 272 с.
4. ГОСТ 24402-88 Телеобработка данных и вычислительные сети. Термины и определения // М.: Стандартинформ. 2005. 19 с.
5. Mesarovic M., Macko D., Takahara Y. Hierarchical Multilevel Systems Theory // Academic Press. New York. 1970. 344 p.
6. ГОСТ 20886-85 Организация данных в системах обработки данных. Термины и определения // М.: Стандартинформ. 2005. 24 с.
7. ГОСТ Р ИСО/МЭК 7498-1-99 Информационная технология. Взаимосвязь открытых систем. Базовая эталонная модель. Часть 1. Базовая модель // М.: Стандартинформ. 2006. 62 с.

8. Саитов И. А. Основы теории построения защищенных мультипротокольных оптических транспортных сетей телекоммуникационных систем: монограф // Орел: Академия ФСО России. 2008. 220 с.
9. ГОСТ 22348-86 Сеть связи автоматизированная единая. Термины и определения // М.: Госстандарт России. 1990. 14 с.
10. ГОСТ 19472-88 Система автоматизированной телефонной связи общегосударственная. Термины и определения // М.: Госстандарт России. 1990. 47 с.
11. Трегубов Р.Б., Федоров М.В., Дворякин В.В. и др. Способ пространственно-временной коммутации // Патент РФ №. 2530673. 2013.
12. ГОСТ 15971-90 Системы обработки информации. Термины и определения // М.: Госстандарт России. 1992. 14 с.
13. Томас Т.М. II Структура и реализация сетей на основе протокола OSPF: 2-е изд.: Пер. с англ. // М.: Издательский дом «Вильямс». 2004. 816 с.
14. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: учебник для вызов. 3-е изд // СПб.: Питер. 2006. 958 с.
15. Филин Б.П. Методы анализа структурной надежности сетей связи // М.: Радио и связь. 1988. 208 с.
16. Takahara Y., Mesarovic M. Organization Structure: Cybernetic Systems Foundation // New York: Springer. 2012. 288 p.

References

1. Tikhonov A.N., Ivannikov A.D., Solov'ev I.V. et. al. *Osnovy upravleniya slozhnoy organizatsionno-tekhnicheskoy sistemoy. Informatsionnyy aspekt: monograf* [Fundamentals of management of complex organizational and technical system. Information aspect: a monograph]. М.: MAKS Press. 2010. 136 p. (In Russ.).
2. Manov N.A., Hohlov M.V., Chukreev Y.Y. et. al. *Metody i modely issledovaniya nadezhnosti elektroenergeticheskikh sistem : monograf* [Methods and models for the study of reliability of electric power systems: monograph]. Syktyvkar, NZ UrO RAN, 2010. 292 p. (In Russ.).
3. Saitov I.A., Basov O.O., Karpov A.A. *Metodologicheskie osnovy sinteza polimodal'nykh infokommunikatsionnykh sistem gosudarstvennogo upravleniya: monograf* [Methodological bases of synthesis of multimodal infocomm governance systems: Monograph]. Orel: Akademiya FSO Rossii. 2015. 272 p. (In Russ.).
4. *GOST 24402-88 Teleobrabotka dannykh i vychislitel'nye seti. Terminy i opredeleniya* [State Standart 24402-88. Teleprocessing and computer network. Terms and definitions]. Standartinform Publ. 2005. 19 p. (In Russ.).
5. Mesarovic M., Macko D., Takahara Y. Hierarchical Multilevel Systems Theory. Academic Press. 1970. New York. 344 p.
6. *GOST 20886-85 Organizatsiya dannykh v sistemakh obrabotki dannykh. Terminy i opredeleniya* [State Standart 20886-85. Data organization in data processing systems. Terms and definitions]. Standartinform Publ. 2005. 24 p. (In Russ.).
7. *GOST R ISO/MEK 7498-1-99 Informatsionnaya tekhnologiya. Vzaimosvyaz' otkrytykh sistem. Bazovaya etalonnyaya model'. Chast' 1. Bazovaya model'* [State Standart R ISO/MEK 7498-1-99. Information technology. Open Systems Interconnection. Basic Reference Model. Part 1: Basic Model]. Standartinform Publ. 2006. 62 p. (In Russ.).
8. Saitov I.A. *Osnovy teorii postroeniya zashchishchennykh mul'tiprotokol'nykh opticheskikh transportnykh setey telekommunikatsionnykh sistem: monograf* [Fundamentals of the theory of building secure multiprotocol optical transport networks telecommunication systems: Monograph]. Orel: Akademiya FSO Rossii. 2008. 220 p. (In Russ.).
9. *GOST 22348-86 Set' svyazi avtomatizirovannaya edinaya. Terminy i opredeleniya* [State Standart 22348-86 United automatic telecommunication network. Terms and definitions]. М.: Gosstandart Rossii. 1990. 14 p. (In Russ.).
10. *GOST 19472-88 Sistema avtomatizirovannoy telefonnoy svyazi obshchegosudarstvennaya. Terminy i opredeleniya* [State Standart 19472-88 National

- automatic telephone communication system. Terms and definitions]. M.: Gosstandart Rossii. 1990. 47 p. (In Russ.).
11. Tregubov R.B., Fedorov M.V., Dvoryadkin V.V. et al. *Sposob prostranstvenno-vremennoy kommutatsii* [Method of spatio-temporal switching]. Patent RF no. 2530673. 2013.
 12. *GOST 15971-90 Sistemy obrabotki informatsii. Terminy i opredeleniya* [State Standart 15971-90 Information processing systems. Terms and definitions]. M.: Gosstandart Rossii. 1992. 14 p. (In Russ.).
 13. Tomas T. M. II — OSPF Network Design Solution: Second Edition. Indianapolis: Cisco Press. 2003. 747p. (Russ. ed.: Tomas T. M. II Struktura i realizatsiya setey na osnove protokola OSPF. 2-e izd. M.: Izdateľ'skiy dom "Vil'yams". 2004. 816 p.).
 14. Olifer V.G. *Komp'yuternye seti. Printsipy, tekhnologii, protokoly: Uchebnyk dlya vuzov. 3-e izd.* [Computer networks. Principles, technologies, protocols: a textbook for high schools. 3rd ed]. SPb.: Piter. 2006. 958 p.
 15. Filin B.P. *Metody analiza strukturnoy nadezhnosti setey svyazi* [Methods of analysis of structural reliability of communications networks]. M.: Radio i svyaz'. 1988. 208 p.
 16. Takahara Y., Mesarovic M. *Organization Structure: Cybernetic Systems Foundation*. New York: Springer. 2012. 288 p.

Трегубов Роман Борисович — к-т техн. наук, сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации. Область научных интересов: теория графов, теория массового обслуживания, теория вероятностей, применение методов математического моделирования в телекоммуникациях. Число научных публикаций — 61. treba@list.ru; ул. Приборостроительная, 35, Орел, 302034; п.т.: +7(4862)54-9731.

Tregubov Roman Borisovich — Ph.D., researcher, The Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: graph theory, waiting theory, probability theory, application of mathematical model approaches in telecommunications. The number of publications — 61. treba@list.ru; 35, Priborostroitelnaya Street, Orel, 302034, Russia; office phone: +7(4862)54-9731.

Алексиков Юрий Григорьевич — к-т техн. наук, сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации. Область научных интересов: теория графов, теория массового обслуживания, теория вероятностей, применение методов математического моделирования в телекоммуникациях. Число научных публикаций — 29. allexic@mail.ru; ул. Приборостроительная, 35, Орел, 302034; п.т.: +7(4862)54-9731.

Aleksikov Yuriy Grigor'evich — Ph.D., researcher, The Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: graph theory, waiting theory, probability theory, application of mathematical model approaches in telecommunications. The number of publications — 29. allexic@mail.ru; 35, Priborostroitelnaya Street, Orel, 302034, Russia; office phone: +7(4862)54-9731.

Сайтов Сергей Игоревич — сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации. Область научных интересов: теория графов, теория массового обслуживания, теория вероятностей, применение методов математического моделирования в телекоммуникациях. Число научных публикаций — 6. serg-saitov@yandex.ru; ул. Приборостроительная, 35, Орел, 302034; п.т.: +7(4862)54-9731.

Saitov Sergey Igorevich — researcher, The Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: graph theory, waiting theory, probability theory, application of mathematical model approaches in telecommunications. The number of publications — 6. serg-saitov@yandex.ru; 35, Priborostroitelnaya Street, Orel, 302034, Russia; office phone: +7(4862)54-9731.

РЕФЕРАТ

Трегубов Р.Б., Алексиков Ю.Г., Саитов С.И. **Представление иерархических многоуровневых маршрутизирующих систем в теоретико-множественном базисе.**

В статье предлагается вариант применения положений теории множеств и теории иерархических систем для формального описания элементов открытых систем, реализующих взаимосвязанные многоуровневые процессы маршрутизации. В качестве реальных прототипов таких открытых систем могут служить инфраструктурные объекты, в которых реализуется распределение материальных ресурсов, энергии или информации с использованием иерархически вложенных функций управления потоками и/или маршрутизации.

В работе для наглядности теоретические конструкции рассматриваются на примерах из инфокоммуникаций. Это обусловлено, с одной стороны, высокой сложностью инфокоммуникационной системы, как объекта исследования. С другой стороны — это связано с многолетним опытом решения задач и разнообразием методов маршрутизации в таких системах. В соответствие инфокоммуникационной системе поставлен формальный объект — иерархическая многоуровневая маршрутизирующая система, т. е. открытая система, реализующая функции маршрутизации, структура которой при описании не может быть сведена к простым последовательным, параллельным или древовидным структурам.

В статье сделан вывод, что с теоретико-множественной точки зрения преобразование блока данных между смежными уровнями открытой системы, внутри одного уровня и между одноименными уровнями открытых систем могут быть описаны в виде различных отношений между декартовыми степенями соответствующих множеств. Аналогичным образом могут быть представлены логические и коммутационные соединения, процессы мультиплексирования и демультиплексирования, а также маршруты установления таких соединений.

В работе в качестве достоинств предлагаемого подхода выделены следующие его возможности:

- математически строго сформулировать как основные понятия, так и получаемые результаты исследований, получить ряд строго сформулированных понятий относительно элементов и свойств систем, которые прежде могли быть описаны лишь на вербальном уровне;
- зафиксировать систему исходных данных и последовательность процедур их использования для анализа и синтеза (оптимизации) ИММС;
- определить и контролировать как начальные условия, так и узловые моменты моделирования от этапа к этапу исследования с помощью математических методов и моделирования на ЭВМ;
- использовать полученные формализмы и атрибуты в качестве формального языка описания ИММС в современных средствах автоматизации управления (в том числе средствах моделирования, проектирования и пр.).

SUMMARY

Tregubov R.B., Aleksikov Yu.G., Saitov S.I. **Representation of the Hierarchical Multilayer Routing Systems in a Set-Theoretic Base.**

In the article we propose the option of application of provisions of the theory of sets and the theory of hierarchical systems for the formal description of elements of the open systems realizing interdependent multi-level processes of routing. Infrastructure facilities, in which the distribution of the material resources, energy or information with the use of hierarchically nested functions of control of flows and/or routings is realized, can serve as real prototypes of such open systems.

In the article, for descriptive reasons theoretical constructions are considered with examples from infocommunications. On the one hand, this is due to the high complexity of the infocommunication system as an object of research. On the other hand, it is connected to long-term experience in problem solving as well as a variety of routing methods in such systems. The infocommunication system is associated with the formal object, the hierarchical multilayer routing system, i.e. the open system realizing functions of routing whose structure in the description cannot be reduced to simple sequential, parallel or tree structures.

In the article the conclusion is drawn that, from the set-theoretic point of view, the conversion of a data unit between adjacent levels of open system, within one level, and between the levels of open systems of the same name can be described in the form of different relations between the Cartesian levels of the appropriate sets. Logical and switching connections, processes of multiplexing and demultiplexing, and also routes of establishment of such connections can be similarly represented.

In the article, the advantages of the proposed approach are the following:

- mathematically strict formulation of both the basic concepts and the received results of researches; acquisition of a row of strictly formulated concepts concerning elements and properties of systems which formerly could only be described at a verbal level;
- recording of a system of basic data and a sequence of procedures of their use for the analysis and synthesis (optimization) of IMMS;
- step-by-step definition and control of both initial conditions and focal points in simulation during research by means of mathematical methods and simulation on a computer;
- use of the received formalisms and attributes as the formal language of the description of IMMS in the modern control automation equipment (including simulation and design tools, and so forth).