

БАТЕНКОВ К.А.

СИНТЕЗ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ НЕПРЕРЫВНЫХ КАНАЛОВ СВЯЗИ

Батенков К.А. Синтез детерминированных нелинейных дискретных отображений непрерывных каналов связи.

Аннотация. Формально описаны нелинейные детерминированные дискретные отображения непрерывных каналов связи на основе функциональных рядов Вольтерра. Оценка сложности реализации нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований с заданными степенью нелинейности и размерностью сигналов демонстрирует значительную вычислительную сложность дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований. Предложена структурная схема нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований на основе функциональных рядов.

Ключевые слова: непрерывный канал связи, дискретное отображение непрерывных каналов связи, оператор, ряд Вольтерра, функциональный ряд.

Batenkov K.A. Synthesis of Deterministic Nonlinear Discrete Mappings of Continuous Channel.

Abstract. Deterministic nonlinear discrete mappings of continuous channel are formally derived on basis of functional Volterra series. Nonlinear discrete-continuous and continuous-discrete transform development complexity estimate with specified level of nonlinearity and signal dimension is displayed significant discrete-continuous and continuous-discrete transform computational complexity. Nonlinear discrete-continuous and continuous-discrete transform block diagram on basis of functional Volterra series is proposed.

Keywords: continuous channel, discrete mappings of linear continuous channel, operator, Volterra series, functional series.

1. Введение. Возможность представления входного и выходного пространственно-временных сигналов в виде бесконечного ряда некоррелированных случайных функций не позволяет точно описывать процессы в канале связи, поскольку практическая реализация осуществима лишь для конечного числа слагаемых. Однако в большинстве случаев полезный сигнал изменяется существенно медленнее, чем помеха, либо имеет какую-либо локализацию, выражающуюся в различиях их статистических свойств. В результате в каноническом разложении пространственно-временного сигнала на выходе канала связи можно ограничиться некоторым числом членов ряда, дающих с определенной степенью точности описание входного сигнала. При этом либо число, либо последовательность коэффициентов разложения входного и искаженного стохастическим каналом связи выходного сигналов оказываются несогласованными в смысле точности их аппроксимации, что приводит к необходимости одновременного учета

ошибок приближения как на входе, так и на выходе канала связи. Очевидно, что с точки зрения среднеквадратической ошибки аппроксимации пространственно-временных сигналов на входе и выходе канала связи конечным рядом ответом на данный вопрос служит какая-нибудь форма канонического представления [1]. Однако при синтезе систем связи критерии в основном направлены на точность воспроизведения передаваемого сигнала, то есть задачи синтеза трактуются как задачи принятия статистических решений, показателями качества которых являются те или иные степени схожести переданного сообщения и вынесенного решения [2]. Следовательно, разложение в ряд должно рассматриваться с позиции точного воспроизведения передаваемых сигналов на приемной стороне, а не с точки зрения точности аппроксимации передаваемых и принимаемых сигналов. Произвольность выбора базисных функций в ограниченном каноническом разложении позволяет подбирать их таким образом, чтобы обеспечить в некотором смысле точность приема сигнала. Другие же способы конечномерного представления входных и выходных сигналов (например, разложение Карунена-Лоэва, различного рода системы ортогональных функций) делают возможным лишь выбор наиболее лучших представителей из заданного класса функций [3].

В целом же достаточность корреляционных свойств выходного пространственно-временного сигнала для его представления в виде канонического разложения скрывает в себе и серьезный недостаток [4]. В данном случае фиксируется класс функций, придающих коэффициентам соответствующего разложения свойство некоррелированности, что с одной стороны делает возможным более простое описание дальнейших преобразований этих коэффициентов [5], а с другой — не только не обеспечивает их независимости в наиболее общих случаях негауссовских процессов, но и потенциально снижает качество синтезируемой системы, так как сокращает вариативность получаемых решений [6]. Следовательно, в общей постановке (негауссовские процессы) задача синтеза должна формулироваться без введения ограничений на класс функций или же свойства коэффициентов разложения. Даже независимость коэффициентов разложения не может гарантировать оптимальность по определенному критерию синтеза. Таким образом, дискретное отображение непрерывного канала связи должно основываться на разложениях типа [7] с конечным числом членов ряда, в которых базисные функции вычисляются в соответствии с критерием оптимальности воспроизведения передаваемой информации (рисунк 1).

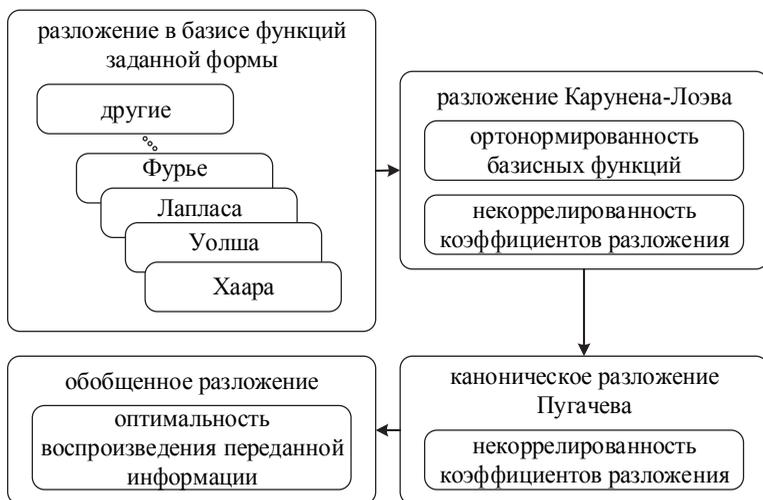


Рис. 1. Типы разложений, используемых для дискретного отображения непрерывного канала связи

2. Формальное описание нелинейных детерминированных дискретных отображений непрерывных каналов связи на основе функциональных рядов Вольтерра. Следует также отметить, что преобразования из конечномерного пространства в бесконечномерное Φ и обратно Φ' [8] оказываются линейными, поскольку удовлетворяют свойству однородности и принципу суперпозиции [9]. Разумно предположить, что в более общем случае данные отображения должны быть нелинейными, а их представление в виде подобных рядов с ограниченным числом членов по существу является только частным случаем. Как упоминалось ранее, наиболее общее описание нелинейных преобразований можно получить на основе рядов Вольтерра типа [10]. Однако при этом следует учесть, что в каноническом виде такой ряд определяет нелинейные преобразования между бесконечномерными пространствами, а дискретно-аналоговое Φ и аналого-дискретное Φ' преобразования задают отношения между конечномерными и бесконечномерными пространствами. Таким образом, необходимо несколько видоизменить ряды Вольтерра путем представления сигналов на соответствующих конечномерных концах в виде рядов из взвешенных дельта-функций, то есть сигналы на входе и выходе аналого-дискретного преобразователя можно записать в непрерывном виде как следующие суммы [11]:

$$\mathbf{x}(t_j, \mathbf{r}_j) = \sum_{k_j=1}^N x_{k_j} \delta(k_j - t_j) \delta(t_j \mathbf{1}_{n_a} - \mathbf{r}_j), \quad j = \overline{1, \infty}, \quad (1)$$

$$\mathbf{x}'(t', \mathbf{r}') = \mathbf{H} \{ \mathbf{x}(t, \mathbf{r}) \} = \sum_{k=1}^{N'} x'_k \delta(k - t') \delta(t' \mathbf{1}_{n_b} - \mathbf{r}'), \quad (2)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$, $\mathbf{x}' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_{N'})^T$ — векторы на входе и выходе дискретного канала связи (на входе дискретно-аналогового и выходе аналого-дискретного преобразователя) размерности N и N' , соответственно; $\mathbf{1}_n$ — единичный вектор размерности n ; n_a, n_b — число измерений пространства на входе и выходе непрерывного канала связи соответственно.

При этом постоянная составляющая $h_0(t', \mathbf{r}')$ считается равной нулю как при описании дискретно-аналогового, так и аналого-дискретного преобразований, а кроме того, весовые функции $h_i(t', \mathbf{r}', t_1, \dots, t_i, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_i)$, $i = \overline{1, \infty}$ (ядра Вольтерра) трактуются в смысле некоторых функций (базисных или несущих), то есть, по сути, являются системными характеристиками, но не канала, а дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразователей и обозначаются $\varphi_i(t, \mathbf{r}, t_1, \dots, t_i, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_i)$ и $\varphi'_i(t, \mathbf{r}, t_1, \dots, t_i, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_i)$ соответственно. Использование непрерывного вида сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя (1), а также учет нелинейности, не превышающей величины N_a (число членов ряда Вольтерра ограничено данным значением), и замена переменных делают возможным следующее представление:

$$\begin{aligned} x(t, \mathbf{r}) = & \sum_{i=1}^{N_a} \int_{\Omega_{t_1}} \dots \int_{\Omega_{t_i}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}_1}} \dots \int_{\Omega_{\mathbf{r}_i}} \left\{ \prod_{j=1}^i \sum_{k_j=1}^N x_{k_j} \delta(k_j - t_j) \delta(t_j \mathbf{1}_{n_a} - \mathbf{r}_j) \right\} \times \\ & \times \varphi_i(t, \mathbf{r}, t_1, \dots, t_i, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_i) dt_1 \dots dt_i d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_i. \end{aligned}$$

Раскрытие произведения, перегруппировка слагаемых внутри него, а также использование фильтрующего свойства дельта-функции трансформирует нелинейное дискретно-аналоговое преобразование к следующему виду:

$$x(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_a} \left[\sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^N \dots \sum_{k_i=1}^N \left\{ \prod_{j=1}^i x_{k_j} \right\} \varphi_i(t, \mathbf{r}, k_1, \dots, k_i, k_1 \mathbf{1}_{n_a}, \dots, k_i \mathbf{1}_{n_a}) \right]. \quad (3)$$

Отсюда следует важное условие осуществимости нелинейного дискретно-аналогового преобразования, выражающееся в обязательном превышении или по крайней мере равенности размерности сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя N степени его нелинейности N_a , то есть $N_a \leq N$. В обратном случае ($N_a > N$) произведения в фигурной скобке (3) не существуют, что означает идентичность дискретно-аналогового преобразования с нелинейностью большей N_a дискретно-аналоговому преобразованию с нелинейностью N_a .

Следует также заметить, что вследствие свойства коммутативности операции умножения (то есть $\prod_{j=1}^i x_{k_j} = \prod_{j'=1}^i x_{k'_{j'}}$, даже при условии, что $\exists k_j \neq k'_{j'}$) число суммируемых базисных функций можно существенно сократить. Количество одинаковых произведений соответствует числу перестановок упорядоченного множества индексов сигнала на входе дискретно-аналогового преобразователя $\{k_j\}$, $j = \overline{1, i}$, $k_j < k_{j'}$ | $j < j'$, $j' = \overline{1, i}$, а само данное множество перестановок целесообразно обозначить как P_i , каждый элемент которого $P_{i,p} = \{k_{j_p}\}$, $j_p = \overline{1, i}$, $p = \overline{1, i!}$, $i = \overline{1, N_a}$ представляет собой уникальную перестановку исходного упорядоченного множества. Следовательно, базисные функции дискретно-аналогового преобразования являются функциями только временных и пространственных выходных координат, так как входные координаты дискретны и имеют следующий вид:

$$\varphi_{k_1, \dots, k_i}(t, \mathbf{r}) = \sum_{\{k_{j_p}\} \in P_i} \varphi_i(t, \mathbf{r}, k_1, \dots, k_i, k_1 \mathbf{1}_{n_a}, \dots, k_i \mathbf{1}_{n_a}), \quad (4)$$

где число элементов множества перестановок P_i равно числу всех возможных перестановок, то есть $i!$ [12]. Перегруппировка слагаемых в (3) и использование (4) приводит к формуле нелинейного дискретно-аналогового преобразования в виде:

$$x(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_a} \left[\sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=k_1}^N \dots \sum_{k_i=k_{i-1}}^N \left\{ \prod_{j=1}^i x_{k_j} \right\} \varphi_{k_1, \dots, k_i}(t, \mathbf{r}) \right]. \quad (5)$$

Для описания оператора нелинейного дискретно-аналогового преобразования Φ' также следует использовать непрерывный вид сигналов, но на выходе аналого-дискретного преобразователя (2). Учет нелинейности, не превышающей величины N_b (число членов ряда Вольтерра ограничено данным значением), и замена переменных делают возможным следующее представление:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{N'} x'_k \delta(k-t') \delta(t' \mathbf{1}_{n_b} - \mathbf{r}') = \\ & = \sum_{i=1}^{N_b} \int_{\Omega_{r'_1}} \dots \int_{\Omega_{r'_i}} \dots \int_{\Omega_{r'_i}} \dots \int_{\Omega_{r'_i}} \left\{ \prod_{j=1}^i x'(t'_j, \mathbf{r}'_j) \right\} \times \\ & \times \varphi'_i(t', \mathbf{r}', t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i) dt'_1 \dots dt'_i d\mathbf{r}'_1 \dots d\mathbf{r}'_i. \end{aligned}$$

Использование свойства дельта-функции отличия от нуля только в случае равенства нулю аргумента позволяет представить выражение для координат сигнала на выходе аналого-дискретного преобразователя в виде:

$$\begin{aligned} x'_k &= \sum_{i=1}^{N_b} \int_{\Omega_{r'_1}} \dots \int_{\Omega_{r'_i}} \dots \int_{\Omega_{r'_i}} \dots \int_{\Omega_{r'_i}} \left\{ \prod_{j=1}^i x'(t'_j, \mathbf{r}'_j) \right\} \times \\ & \times \varphi'_i(k, k \mathbf{1}_{n_b}, t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i) dt'_1 \dots dt'_i d\mathbf{r}'_1 \dots d\mathbf{r}'_i, \quad k = \overline{1, N'}. \end{aligned}$$

Естественно, что в отличие от дискретно-аналогового преобразования соотношения между размерностью выходного сигнала N' и степенью нелинейности аналого-дискретного преобразования N_b оказываются произвольными. Следует также заметить, что равенства между размерностями сигналов на входе дискретно-аналогового N и выходе аналого-дискретного N' преобразователей, а также между степенями нелинейности дискретно-аналогового N_a и аналого-дискретного N_b преобразований также являются необязательными, то есть в общем случае $N \neq N'$ и $N_a \neq N_b$. Следовательно, единственным ограничением на данные величины остается условие осуществимости нелинейного дискретно-аналогового преобразования ($N_a \leq N$).

Таким образом, базисные функции аналого-дискретного преобразования являются функциями временных и пространственных входных координат, так как выходные координаты дискретны, и подобные функции имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi'_{i,k}(t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i) &= \\ &= \varphi'_i(k, k\mathbf{1}_{n_b}, t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i), \quad i = \overline{1, N_a}, \quad k = \overline{1, N^i}. \end{aligned}$$

На основе этого выражения нелинейное аналого-дискретное преобразование преобразуется к форме:

$$\begin{aligned} x'_k &= \sum_{i=1}^{N_b} \int_{\Omega_{r'_1}} \dots \int_{\Omega_{r'_i}} \int_{\Omega_{r'_i}} \dots \int_{\Omega_{r'_1}} \left\{ \prod_{j=1}^i x'(t'_j, \mathbf{r}'_j) \right\} \times \\ &\times \varphi'_{i,k}(t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i) dt'_1 \dots dt'_i d\mathbf{r}'_1 \dots d\mathbf{r}'_i, \quad k = \overline{1, N^i}. \end{aligned} \quad (6)$$

3. Оценка сложности реализации нелинейных детерминированных дискретных отображений непрерывных каналов связи на основе функциональных рядов. Следует отметить, что по сравнению с (3) выражение (5) содержит значительно меньшее количество слагаемых, что бесспорно упрощает процедуру реализации нелинейного дискретно-аналогового преобразования. При этом число элементов сумм соответствует количеству базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_φ , зависимость которого (количества) от параметров дискретно-аналогового преобразователя и делает возможным оценку сложности реализации нелинейного дискретно-аналогового преобразователя с заданными степенью нелинейности и размерностью сигналов. Так, каждая сумма по k_j в (3) содержит N элементов:

$$N'_{\Sigma_{k_j}} = N, \quad j = \overline{1, i}.$$

В результате все суммы по k_j имеют N^i членов как число размещений с повторениями:

$$N'_{\Sigma_{k_1}} = N^i.$$

Тогда количество слагаемых в сумме по i , соответствующее числу базисных функций дискретно-аналогового преобразования N'_φ , вычисляется как сумма геометрической прогрессии N_a элементов со знаменателем и первым членом равными N , то есть:

$$N'_\varphi = \sum_{i=1}^{N_a} N \cdot N^{i-1} = \frac{N(N^{N_a} - 1)}{N - 1}. \quad (7)$$

В (5) же крайняя правая сумма по k_i имеет только

$$N_{\Sigma_{k_i}} = k_{i-1} + 1 = C_{k_{i-1}+1}^1$$

элементов как число сочетаний без повторов $C_b^a = \frac{b!}{a!(b-a)!}$, $a \leq b$, $a, b = \overline{0, \infty}$ [12], по k_{i-1} :

$$N_{\Sigma_{k_{i-1}}} = \sum_{k_{i-1}=0}^{k_{i-2}} C_{k_{i-1}+1}^1 = C_{k_{i-2}+2}^2$$

членов в соответствии с формулой для сумм биномиальных коэффициентов [13]. Следовательно по индукции сумма по k_1 содержит:

$$N_{\Sigma_{k_1}} = \sum_{k_1=0}^{N-1} C_{k_1+i-1}^{i-1} = C_{N+i-1}^i \quad (8)$$

слагаемых. В итоге количество элементов в сумме по i вычисляется как число сочетаний из N_a+N по N :

$$N_{\varphi} = \sum_{i=1}^{N_a} C_{N+i-1}^i = C_{N_a+N}^N \quad (9)$$

Таким образом, в (3) количество элементов сумм (7) показательно зависит от степени нелинейности дискретно-аналогового преобразования N_a и полиномиально (с показателем степени N_a) от разности входного сигнала N , то есть:

$$N_{\varphi} \approx N^{N_a}, \quad N \gg 1.$$

В (5) же зависимости числа слагаемых подобны, однако величина масштабирующего коэффициента отлична от единицы и зависит от степени нелинейности дискретно-аналогового преобразования N_a . Так, использование приближенной формулы Стирлинга [12] и сокращение подобных множителей преобразует выражение для числа слагаемых (9) в (5) к виду:

$$N_{\varphi} \approx \frac{(N_a + N)^{N_a + N + 1/2}}{N_a^{N_a + 1/2} N^{N + 1/2} \sqrt{2\pi}} \quad (10)$$

Деление числителя и знаменателя на $N^{N_a+N+1/2}$, внесение обратной величины этого значения в выражение внутри скобок, сокращение и применение свойства произведения показательных функций с одинаковыми основаниями трансформируют данное выражение в следующую форму:

$$N_\varphi \approx \frac{(N_a/N+1)^{N_a+1/2} (N_a/N+1)^N N^{N_a}}{N_a^{N_a+1/2} \sqrt{2\pi}}.$$

Применение следствия второго замечательного предела при $N \gg 1$, а также приближенное равенство единице первого выражения в скобках, так как $N_a/N \rightarrow 0$, приводят к асимптотическому равенству:

$$N_\varphi \approx \frac{e^{N_a}}{\sqrt{2\pi} N_a^{N_a+1/2}} N^{N_a}, \quad N \gg 1, \quad (11)$$

которое доказывает полиномиальную зависимость числа базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_φ от достаточно больших размерностей сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя N с показателем степени, соответствующим степени нелинейности N_a , и масштабирующим множителем $\frac{e^{N_a}}{\sqrt{2\pi} N_a^{N_a+1/2}}$, меньшим

единицы при $N_a > 1$ и уменьшающимся по мере роста N_a , что свидетельствует о значительном сокращении числа базисных функций дискретно-аналогового преобразования, определяемых выражением (5) по сравнению с (3). Для примера, на рисунке 2 представлены полученные на основе (7), (9) и (11) зависимости количества базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_φ от размерности сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя N при различных степенях нелинейности N_a . Данные графики подтверждают достаточно высокую точность приближения при $N \gg 1$, а также снижение числа слагаемых, определяемое масштабирующим коэффициентом в (11).

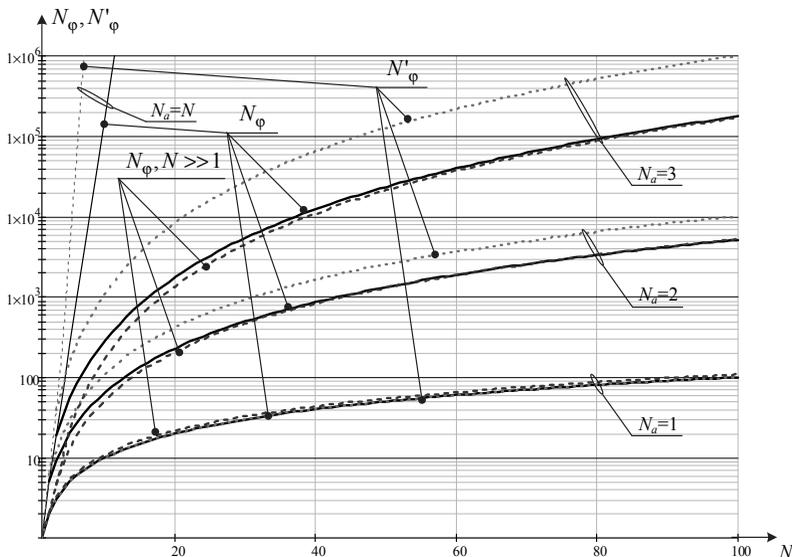


Рис. 2. Зависимости количества базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_ϕ от размерности сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя N при различных степенях нелинейности N_a

При исследовании поведения числа элементов в суммах (3) и (5) при увеличении степени нелинейности дискретно-аналогового преобразования N_a следует учитывать условие осуществимости подобного типа дискретно-аналогового преобразования, то есть неравенство $N_a \leq N$. В результате при больших степенях нелинейности N_a они становятся сопоставимы с размерностями сигналов N , что выражается в форме $N_a \approx N$, $N_a \gg 1$. Таким образом (7) преобразуется к виду:

$$N_{\Sigma_i} \approx N_a^{N_a} = 2_{N_a}, \quad N_a \approx N, \quad (12)$$

известному как степенная башня порядка два, или тетрация 2_{N_a} . Количество базисных функций дискретно-аналогового преобразования определяется на основе (10) при условии $N_a \approx N$. В результате после сокращения подобных множителей данное выражение приводится к форме:

$$N_\phi \approx \frac{4^{N_a}}{\sqrt{\pi N_a}}, \quad N_a \approx N. \quad (13)$$

Таким образом, согласно (13) число базисных функций дискретно-аналогового преобразования растет даже медленнее, чем по показательному закону, в то время как в соответствии с (12) увеличение числа слагаемых подчиняется гипероператорному закону с высотой два, значительно превосходящему показательный по скорости нарастания функции. Для примера на рисунке 3 представлены полученные на основе (7), (9) и (13) зависимости числа базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_Φ от степени нелинейности N_a при различных размерностях сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя N . Данные графики подтверждают достаточно высокую точность приближения при $N_a \approx N$, а также значительное снижение числа слагаемых, определяемое различием между ростом тетрации 2_{N_a} и полиномиально-показательной функции (13).

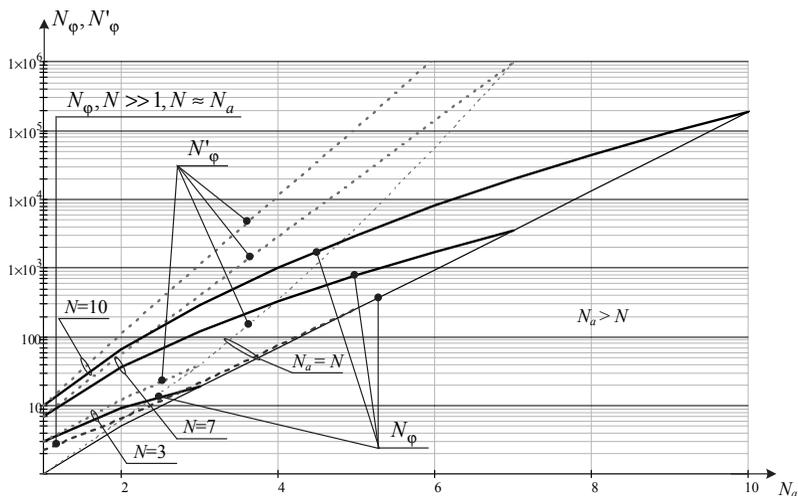


Рис. 3. Зависимости числа базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_Φ от степени нелинейности N_a при различных размерностях сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя N

Следует также отметить, что определенное число базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_Φ в операторе (9) задает максимально возможное их количество, поскольку в общем случае возможно использование меньшего числа членов ряда (5) вплоть до всего одного. Именно поэтому формулы (9), (11) и (13) позволяют вычислять верхние границы сложности нелинейного дискрет-

но-аналогового преобразования, причем последние две используют достаточно простые степенные зависимости в отличие от первой, требующей вычисления факториалов, что не всегда оказывается возможным. Данное обстоятельство оказывается в ряде случаев довольно критичным при реализации алгоритмов дискретно-аналогового преобразования программно-аппаратными средствами.

Число же базисных функций аналого-дискретного преобразования (аналог количества базисных функций дискретно-аналогового преобразования N_Φ) определяется как произведение размерности сигналов на выходе аналого-дискретного преобразователя N' на степень его нелинейности N_b :

$$N_{\Phi'} = N' N_b . \quad (14)$$

Именно данное соотношение и задает аналитическую модель сложности реализации нелинейного аналого-дискретного преобразования с заданной степенью нелинейности и размерности сигналов. Несмотря на их малое по сравнению с базисными функциями дискретно-аналогового преобразования количество, имеющее линейную зависимость как от размерности сигналов на выходе аналого-дискретного преобразователя, так и от степени его нелинейности, сложности операций нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований оказываются сопоставимыми. В первую очередь данное обстоятельство обусловлено увеличенным количеством переменных в функциях аналого-дискретного преобразования порядка нелинейности большего двух по сравнению с дискретно-аналоговыми.

Снижение числа базисных функций аналого-дискретного преобразования вполне возможно, даже вплоть до одной, поэтому (14) определяет верхнюю границу их количества. Однако в этом случае, подобно ситуации с нелинейным дискретно-аналоговым преобразователем, сужается класс исследуемых операторов аналого-дискретных преобразований. В то же время снижение сложности аналого-дискретного преобразования допустимо на основе учета свойств входящих в оператор функционалов. Так, все данные функционалы являются $\{i(n'+1)\}$ -линейными, поскольку по каждой из пространственных или временной координатам они являются линейными [14]. Кроме того, подобные функционалы оказываются также и однородными со степенью i по каждой из координат при фиксированных остальных,

что предполагает возможность их представления с симметричными ядрами в рамках определенных координат [14]. В результате функционалы рассматриваются как регулярные однородные, в которых регулярность следует трактовать как симметричность базисных функций $\varphi'_{i,k}(t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i)$ относительно переменных t'_1, \dots, t'_i , описывающих временную координату, при всех $\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i$, описывающих пространственные координаты, а также относительно переменных $r'_{j,1}, \dots, r'_{j,i}$, $j = \overline{1, n'}$, описывающих j -ю пространственную координату, при фиксированных t'_1, \dots, t'_i , $r'_{j,1}, \dots, r'_{j,i}$, $j \neq j'$, $j' = \overline{1, n'}$, $\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i$, описывающих временную и остальные пространственные координаты. Таким образом, сам оператор нелинейного аналого-дискретного преобразования (6) образует функциональный полином степени N_b при нулевых начальных условиях [14]. Использование же свойства симметричности базисных функций аналого-дискретного преобразования позволяет определять их вид только для части области определения, граница которой задается осью симметрии — $t'_1 \leq t'_2 \leq \dots \leq t'_i$, $\mathbf{r}'_1 \leq \mathbf{r}'_2 \leq \dots \leq \mathbf{r}'_i$. Естественно, что вследствие однородности функционалов в (6) возможна произвольная нумерация как пространственных, так и временных переменных. Для оставшейся области определения значения базисных функций аналого-дискретного преобразования вычисляются из условия симметрии:

$$\varphi'_{i,k}(P'_{i,p}) = \varphi'_{i,k}(P'_{i,p'}), \quad p, p' = \overline{1, i!},$$

где $P'_{i,p} = \{t'_{j_p}, \mathbf{r}'_{j_p}\}$ — представляет собой уникальную перестановку исходного упорядоченного множества временных и пространственных переменных $\{t'_j, \mathbf{r}'_j\}$, $j = \overline{1, i}$.

Еще большей общностью обладают дискретные отображения непрерывного канала связи на базе нелинейных дискретно-аналогового (5) и аналого-дискретного (6) преобразований, но в которых базисные функции являются случайными процессами, а не детерминированными. Подобные функции задают частный случай стохастических отображений сигнала на входе дискретно-аналогового преобразователя \mathbf{x} в пространственно-временной сигнал на входе непре-

ровного канала связи $x(t, \mathbf{r})$ Φ и пространственно-временного сигнала на выходе непрерывного канала связи $x'(t', \mathbf{r}')$ в сигнал на выходе аналого-дискретного преобразователя \mathbf{x}' Φ' , задаваемых в общем случае бесконечномерными условными плотностями вероятностей:

$$\Phi: \omega_{x/x'}[\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}; \{t_j, \mathbf{r}_j\}] = P[\bar{x}_j = x(t_j, \mathbf{r}_j) | \mathbf{x}], \quad j = \overline{1, \infty}$$

и

$$\Phi': \omega_{x'/x'}[\mathbf{x}', \bar{\mathbf{x}}'; \{t'_j, \mathbf{r}'_j\}] = P[\bar{x}'_j = x'(t'_j, \mathbf{r}'_j) | \mathbf{x}'],$$

где

$$\{t_j, \mathbf{r}_j\} = t_1, \mathbf{r}_1, t_2, \mathbf{r}_2, \dots, t_\infty, \mathbf{r}_\infty$$

и

$$\{t'_j, \mathbf{r}'_j\} = t'_1, \mathbf{r}'_1, t'_2, \mathbf{r}'_2, \dots, t'_\infty, \mathbf{r}'_\infty$$

обозначают упорядоченные множества временных и пространственных переменных, а $P(A|B)$ — вероятность появления события A при условии, что имеет место событие B .

Поскольку детерминированные функции являются частным случаем стохастических, то рассмотрение подобного рода базисных функций существенно расширяет класс операторов нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований и обобщает понятие разложений случайных функций в нелинейный стохастический ряд (рисунок 1). При этом разумно ожидать роста показателей качества воспроизведения переданной информации по аналогии с задачами оценки параметров, для которых рандомизированные правила принятия решений оказываются для ряда критериев наилучшими, в то время как детерминированные существенно уступают им по используемому показателю качества [15, 16].

Тип случайных базисных функций может быть также довольно произвольным. Возможно использование стохастических процессов и полей, обладающих свойством марковости, имеющих заданные значения определенных моментов, а также некоторых параметров и т. п. При этом любой тип случайности расширяет класс операторов нелинейных-дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований, поскольку детерминированные функции могут быть получены из стохас-

тических путем введения определенных допущений и по сути, как упоминалось ранее, являются лишь частным случаем случайных. Однако задание вида случайных функций несколько уступает в общности наиболее широкому классу случайных функций, для которых ограничения на какие-либо зависимости мгновенных значений или на параметры и функции от них не накладываются вообще. Однако подобные ограничения в ряде случаев существенно упрощают решение задачи оптимального синтеза дискретного отображения непрерывного канала связи.

4. Структурная схема нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразователей на основе функциональных рядов. Для представления структурной схемы дискретного канала связи, включающего нелинейные дискретно-аналоговый и аналого-дискретный преобразователи, необходимо несколько видоизменить операторы нелинейных дискретно-аналогового (5) и аналого-дискретного (6) преобразований. Так, оператор дискретно-аналогового преобразования целесообразно рассматривать не как множество сумм произведений координат входных сигналов x_k , $k = \overline{1, N}$ на базисные функции дискретно-аналогового преобразования $\varphi_{k_1, \dots, k_i}(t, \mathbf{r})$, $i = \overline{1, N_a}$, $k_j = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, i}$, $k_j < k_{j'}$, $j < j'$, $j' = \overline{1, i}$, а как всего одну сумму произведений вектора различных упорядоченных произведений координат входных сигналов и вектор-функции упорядоченных базисных функций. Первоначально следует рассмотреть случай линейного дискретно-аналогового преобразования ($i = 1$), для которого в операторе дискретно-аналогового преобразования (5) сохраняется всего лишь одна сумма, достаточно просто представимая в матричном виде:

$$\sum_{k_1=1}^N x_{k_1} \varphi_{k_1}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{x}_1^T \Phi_1(t, \mathbf{r}), \quad (15)$$

где $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}$ — вектор сигнала на входе дискретного канала связи (на входе дискретно-аналогового преобразователя) размерности N ; $\Phi_1(t, \mathbf{r}) = [\varphi_1(t, \mathbf{r}), \varphi_2(t, \mathbf{r}), \dots, \varphi_N(t, \mathbf{r})]^T$ — вектор базисных функций дискретно-аналогового преобразования первого порядка.

Дискретно-аналоговое преобразование исключительно второго порядка ($i = 2$) целесообразно представить в форме рекуррентного соотношения:

$$\sum_{k_1=1}^N x_{k_1} \sum_{k_2=k_1}^N x_{k_2} \varphi_{k_1, k_2}(t, \mathbf{r}) = \sum_{k_1=1}^N x_{k_1} \mathbf{x}_{1, k_1}^T \Phi_{2, k_1}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{x}_2^T \Phi_2(t, \mathbf{r}), \quad (16)$$

где $\mathbf{x}_{1, k} = (x_k, x_{k+1}, \dots, x_N)^T$, $k = \overline{1, N}$, — усеченный вектор сигнала на входе дискретно-аналогового преобразователя размерности $N-k+1$ (очевидно, что $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_{1,1} = \mathbf{x}$, а $\mathbf{x}_{1, N} = x_N$); $\mathbf{x}_2 = (x_1 \mathbf{x}_{1,1}^T, x_2 \mathbf{x}_{1,2}^T, \dots, x_N \mathbf{x}_{1,N}^T)^T$ — вектор произведений второго порядка сигнала на входе дискретно-аналогового преобразователя размерности C_{N+1}^2 согласно (8); $\Phi_{2, k}(t, \mathbf{r}) = [\varphi_{k, k}(t, \mathbf{r}), \varphi_{k, k+1}(t, \mathbf{r}), \dots, \varphi_{k, N}(t, \mathbf{r})]^T$ — усеченный вектор базисных функций дискретно-аналогового преобразования второго порядка (очевидно, что $\Phi_{2, N}(t, \mathbf{r}) = \varphi_{N, N}(t, \mathbf{r})$);

$\Phi_2(t, \mathbf{r}) = [\Phi_{2,1}^T(t, \mathbf{r}), \Phi_{2,2}^T(t, \mathbf{r}), \dots, \Phi_{2,N}^T(t, \mathbf{r})]^T$ — вектор базисных функций дискретно-аналогового преобразования второго порядка.

Дискретно-аналоговое преобразование исключительно третьего порядка ($i = 3$) также представимо в форме рекуррентного соотношения:

$$\begin{aligned} & \sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=k_1}^N \sum_{k_3=k_2}^N \left\{ \prod_{j=1}^3 x_{k_j} \right\} \varphi_{k_1, k_2, k_3}(t, \mathbf{r}) = \\ & = \sum_{k_1=1}^N x_{k_1} \sum_{k_2=k_1}^N x_{k_2} \mathbf{x}_{1, k_2}^T \Phi_{3, k_1, k_2}(t, \mathbf{r}) = \\ & = \sum_{k_1=1}^N x_{k_1} \mathbf{x}_{2, k_1}^T \Phi_{3, k_1}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{x}_3^T \Phi_3(t, \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\mathbf{x}_{2, k} = (x_k \mathbf{x}_{1, k}^T, x_{k+1} \mathbf{x}_{1, k+1}^T, \dots, x_N \mathbf{x}_{1, N}^T)^T$, $k = \overline{1, N}$, — усеченный вектор произведений второго порядка сигнала на входе дискретно-аналогового преобразователя; $\mathbf{x}_3 = (x_1 \mathbf{x}_{2,1}^T, x_2 \mathbf{x}_{2,2}^T, \dots, x_N \mathbf{x}_{2,N}^T)^T$ — вектор произведений третьего порядка сигнала на входе дискретно-

аналогового преобразователя размерности C_{N+2}^3 согласно (8); $\Phi_{3,k_1,k_2}(t, \mathbf{r}) = [\varphi_{k_1,k_2,k_2}(t, \mathbf{r}), \varphi_{k_1,k_2,k_2+1}(t, \mathbf{r}), \dots, \varphi_{k_1,k_2,N}(t, \mathbf{r})]^T$ — усеченный по третьему индексу вектор базисных функций дискретно-аналогового преобразования третьего порядка; $\Phi_{3,k_1}(t, \mathbf{r}) = [\Phi_{3,k_1,k_1}^T(t, \mathbf{r}), \Phi_{3,k_1,k_1+1}^T(t, \mathbf{r}), \dots, \Phi_{3,k_1,N}^T(t, \mathbf{r})]^T$ — усеченный по второму индексу вектор базисных функций дискретно-аналогового преобразования третьего порядка; $\Phi_3(t, \mathbf{r}) = [\Phi_{3,1}^T(t, \mathbf{r}), \Phi_{3,2}^T(t, \mathbf{r}), \dots, \Phi_{3,N}^T(t, \mathbf{r})]^T$ — вектор базисных функций дискретно-аналогового преобразования третьего порядка.

Далее по индукции дискретно-аналоговое преобразование исключительно i -го порядка имеет рекуррентный вид:

$$\sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=k_1}^N \dots \sum_{k_i=k_{i-1}}^N \left\{ \prod_{j=1}^i x_{k_j} \right\} \varphi_{k_1, \dots, k_i}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{x}_i^T \Phi_i(t, \mathbf{r}), \quad i = \overline{1, N_a}, \quad (18)$$

где $\mathbf{x}_i = (x_1 \mathbf{x}_{i-1,1}^T, x_2 \mathbf{x}_{i-1,2}^T, \dots, x_N \mathbf{x}_{i-1,N}^T)^T$ — вектор произведений i -го порядка входных сигналов, каждый элемент которого является произведением упорядоченных по возрастанию координат входного сигнала, размерность данного вектора определяется на основе (8);

$\Phi_i(t, \mathbf{r}) = [\Phi_{i,1}^T(t, \mathbf{r}), \Phi_{i,2}^T(t, \mathbf{r}), \dots, \Phi_{i,N}^T(t, \mathbf{r})]^T$ — вектор базисных функций дискретно-аналогового преобразования i -го порядка.

Таким образом, оператор нелинейного дискретно-аналогового преобразования порядка N_a (5) представим в виде суммы дискретно-аналоговых преобразований меньших порядков (15)–(18):

$$x(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{x}_i^T \Phi_i(t, \mathbf{r}). \quad (19)$$

Следовательно, структурную схему дискретно-аналогового преобразователя целесообразно представить в виде блоков, каждый из которых выполняет исключительно дискретно-аналоговые преобразования некоторого порядка. Между блоками же дискретно-аналоговых преобразований следует разместить устройства коммутации, формирующие векторы произведений соответствующего порядка сигнала на

входе дискретно-аналогового преобразователя. В результате структурная схема имеет вид, изображенный на рисунке 4.

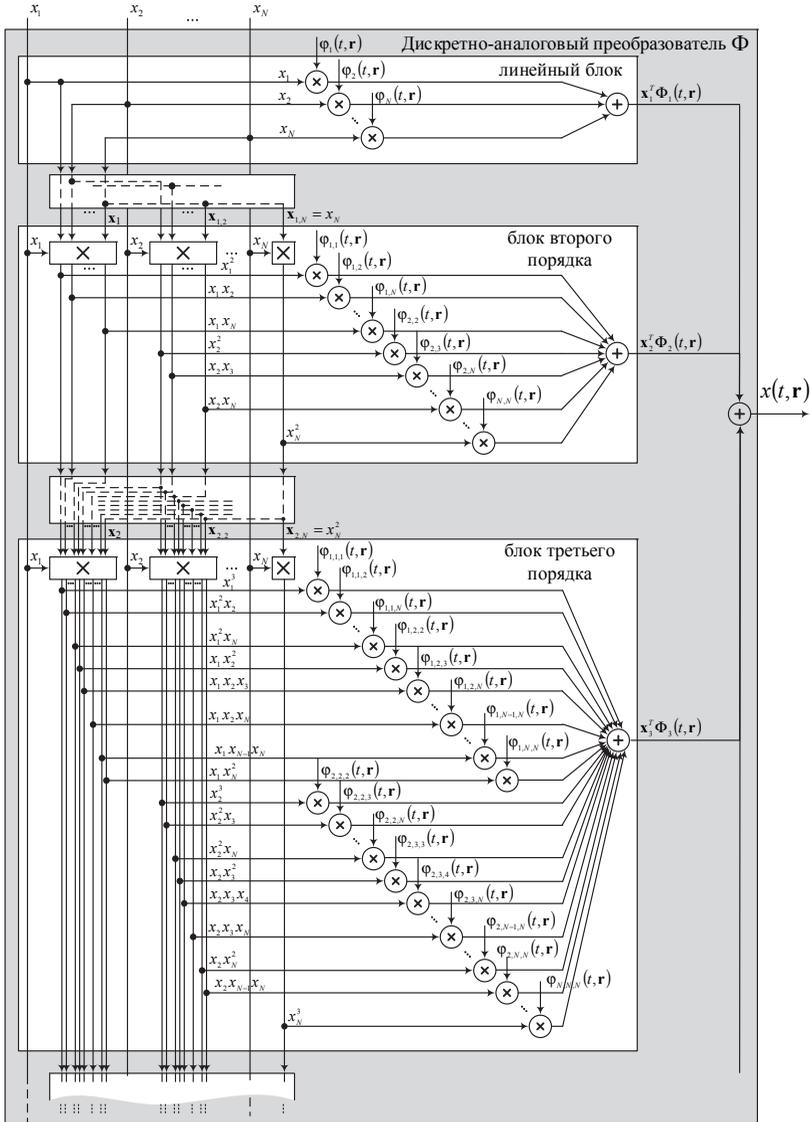


Рис. 4. Структурная схема нелинейного дискретно-аналогового преобразователя

Оператор аналого-дискретного преобразования также следует разбивать на составляющие, выполняющие аналого-дискретные преобразования определенного порядка. Так, аналого-дискретное преобразование первого порядка на основе свойства линейности операций интегрирования и суммирования представимо в виде:

$$x'_k = \int_{\Omega_{t'_1}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_1}} x'(t'_1, \mathbf{r}'_1) \{ \varphi'_{1,k}(t'_1, \mathbf{r}'_1) + x'_k(t'_1, \mathbf{r}'_1) \} dt'_1 d\mathbf{r}'_1, \quad k = \overline{1, N'}, \quad (20)$$

где

$$x'_k(t'_1, \mathbf{r}'_1) = \sum_{i=2}^{N_b} \int_{\Omega_{t'_2}} \dots \int_{\Omega_{t'_i}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_2}} \dots \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_i}} \left\{ \prod_{j=2}^i x'(t'_j, \mathbf{r}'_j) \right\} \times \\ \times \varphi'_{i,k}(t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i) dt'_2 \dots dt'_i d\mathbf{r}'_2 \dots d\mathbf{r}'_i$$

сигнал на выходе блока аналого-дискретного преобразования второго порядка. Аналого-дискретное преобразование второго порядка имеет подобную рекуррентную форму:

$$x'_k(t'_1, \mathbf{r}'_1) = \int_{\Omega_{t'_2}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_2}} x'(t'_2, \mathbf{r}'_2) \{ \varphi'_{2,k}(t'_1, t'_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) + \\ x'_k(t'_1, t'_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) \} dt'_2 d\mathbf{r}'_2, \quad (21)$$

где

$$x'_k(t'_1, t'_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = \sum_{i=3}^{N_b} \int_{\Omega_{t'_3}} \dots \int_{\Omega_{t'_i}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_3}} \dots \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_i}} \left\{ \prod_{j=3}^i x'(t'_j, \mathbf{r}'_j) \right\} \times \\ \times \varphi'_{i,k}(t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i) dt'_3 \dots dt'_i d\mathbf{r}'_3 \dots d\mathbf{r}'_i$$

сигнал на выходе блока аналого-дискретного преобразования третьего порядка.

По индукции аналого-дискретное преобразование m -го порядка представима в рекуррентном виде:

$$x'_k(t'_1, \dots, t'_{m-1}, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{m-1}) = \\ = \int_{\Omega_{t'_m}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_m}} x'(t'_m, \mathbf{r}'_m) \{ \varphi'_{m,k}(t'_1, \dots, t'_m, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_m) + \\ + x'_k(t'_1, \dots, t'_m, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_m) \}, \quad m = \overline{1, N_b}, \quad (22)$$

где

$$x'_k(t'_1, \dots, t'_m, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_m) = \sum_{i=m+1}^{N_b} \int_{\Omega_{t'_{m+1}}} \dots \int_{\Omega_{t'_i}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_{m+1}}} \dots \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_i}} \left\{ \prod_{j=m+1}^i x'(t'_j, \mathbf{r}'_j) \right\} \times \\ \times \varphi'_{i,k}(t'_1, \dots, t'_i, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_i) dt'_{m+1} \dots dt'_i d\mathbf{r}'_{m+1} \dots d\mathbf{r}'_i$$

сигнал на выходе блока аналого-дискретного преобразования m -го порядка.

Также по индукции аналого-дискретное преобразование N_b -го порядка задается в форме интеграла произведения входного сигнала и базисной функции аналого-дискретного преобразования N_b -го порядка:

$$x'_k(t'_1, \dots, t'_{N_b-1}, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{N_b-1}) = \\ = \int_{\Omega_{t'_{N_b}}} \int_{\Omega_{\mathbf{r}'_{N_b}}} x'(t'_{N_b}, \mathbf{r}'_{N_b}) \varphi'_{N_b,k}(t'_1, \dots, t'_{N_b}, \mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{N_b}) dt'_{N_b} d\mathbf{r}'_{N_b}. \quad (23)$$

Таким образом, структурную схему нелинейного аналого-дискретного преобразователя целесообразно рассматривать как соединение блоков аналого-дискретных преобразований определенного порядка, каждый выход которых является входом блоков меньшего на единицу порядка нелинейности. В результате данная схема имеет вид, изображенный на рисунке 5.

Следовательно, в наиболее обобщенном структурированном виде уравнения (5) и (6), являющиеся операторами нелинейных дискретно-аналогового Φ и аналого-дискретного Φ' [7] преобразований соответственно, задают дискретное отображение непрерывного канала связи. Выражения же (19) и (20)–(23) делают возможным представление данных операций в виде структурных схем, реализующих последовательно дискретно-аналоговое и аналого-дискретное преобразования от низкого порядка нелинейности к более высокому. Следует подчеркнуть еще одно немаловажное достоинство дискретного отображения именно структурного типа. Так, в наиболее общем виде подобное отображение предполагает учет нелинейности произвольно большой степени вплоть до бесконечной. В результате и реализация, и синтез оптимальных как дискретно-аналогового, так и аналого-дискретного преобразований оказываются весьма затруднительными, за исключением случаев определенной заданной формы используемых базисных

функций. Однако данное обстоятельство является достаточно сильным ограничением, поскольку способно существенно сократить класс операторов отображения. Представление же операций в параметризованном виде (5) и (6) делает возможным как выбор заданного числа базисных функций в рамках определенного порядка нелинейности, так и введение ограничения на максимальную нелинейность оператора дискретного отображения.

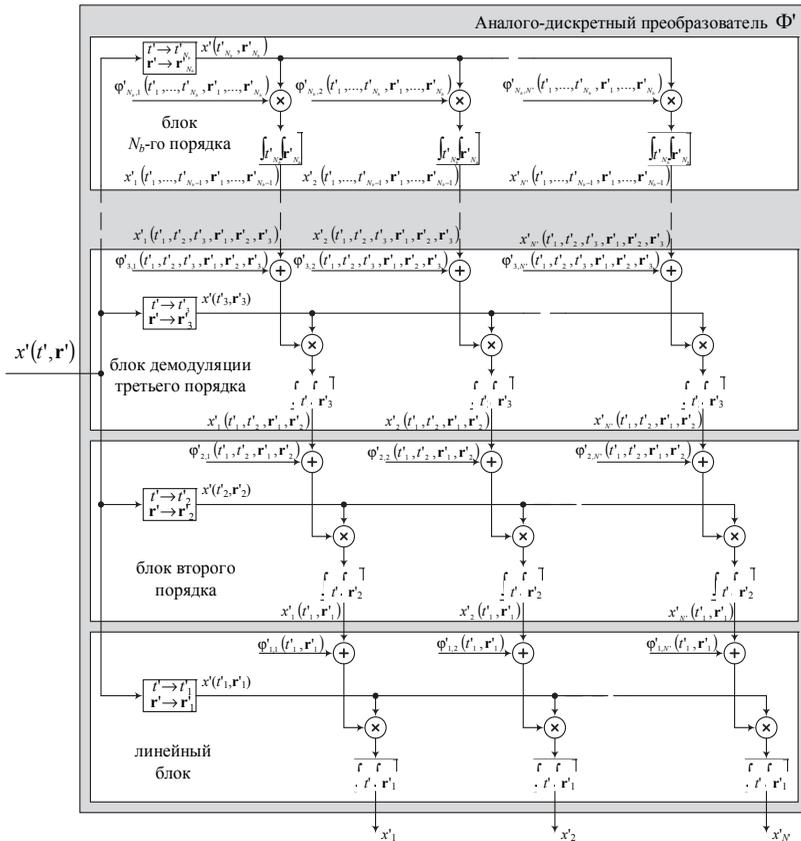


Рис. 5. Структурная схема нелинейного аналого-дискретного преобразователя

В итоге решение задач синтеза оптимальных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований возможно как в общем виде (при устремлении степени нелинейности к бесконечно-

сти), что должно быть подобно оптимальным нелинейным системам, как правило трудно реализуемым на практике, так и при достаточно произвольных ограничениях на число и порядок нелинейности базисных функций, что приводит к сравнительно простым реализациям вышеописанных процедур.

5. Заключение. Анализ существующих методов синтеза линейных дискретных отображений непрерывных каналов связи показал, что в общей постановке задача синтеза подобных отображений должна формулироваться без введения ограничений на класс функций или же свойства коэффициентов разложения в соответствии с критерием оптимальности воспроизведения передаваемой информации.

Формально описаны нелинейные детерминированные дискретные отображения непрерывных каналов связи на основе функциональных рядов Вольтерра, видоизмененных путем представления входных и выходных конечномерных сигналов в виде рядов из взвешенных дельта-функций. Оператор нелинейного дискретно-аналогового преобразования представляет собой сумму соответствующих произведений координат входных сигналов (точек сигнального созвездия) на базисные функции дискретно-аналогового преобразования и в отличие от линейного аналога включает не только линейные комбинации. Оператор нелинейного аналого-дискретного преобразования представляет собой набор корреляторов, в которых входными функциями являются соответствующие произведения входных сигналов (на выходе непрерывного канала) с различными аргументами, а опорными — многоаргументные базисные функции аналого-дискретного преобразования, и в отличие от линейного аналога включает не только линейную свертку (согласованный фильтр или коррелятор первого порядка).

Оценка сложности реализации нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований с заданными степенью нелинейности и размерностью сигналов демонстрирует значительную вычислительную сложность дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований. Число базисных функций дискретно-аналогового преобразования имеет полиномиальную зависимость от достаточно больших размерностей сигналов на входе дискретно-аналогового преобразователя и растет по показательному закону при увеличении степени нелинейности дискретно-аналогового преобразования. Число же базисных функций аналого-дискретного преобразования определяется как произведение размерности сигналов на выходе аналого-дискретного преобразователя на степень его нелинейности. Однако вследствие значительного количества переменных в функциях

аналого-дискретного преобразования порядка нелинейности большего двух по сравнению с дискретно-аналоговыми сложность операций нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований оказываются сопоставимыми.

Предложена структурная схема нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований на основе функциональных рядов. В качестве ее параметров используются не только форма и количество базисных функций дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований, но и степень их нелинейности. В результате существует возможность реализации нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований с заданной их вычислительной сложностью путем регулирования степени их нелинейности.

В качестве направлений дальнейших исследований целесообразно рассматривать поиск подходов к практической реализации предложенных процедур модуляции и демодуляции на базе современной микропроцессорной техники. В этой связи следует отметить необходимость трансформации обобщенных нелинейных преобразований, использующих многомерные ядра в виде непрерывных функций, в преобразования, использующие исключительно дискретные последовательности.

Литература

1. *Пузачев В.С.* Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления // М.: Физматгиз. 1962. 883 с.
2. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника // М.: Советское радио. 1966. 681 с.
3. *Abdel-Hamid G.M., Abdel-Rahman S., Farrag H.G.* Performance Improvement of MIMO-OFDM Wireless Systems using PAPR Reduction Techniques // International Journal of Computer Applications. 2012. vol. 53. no. 18. pp. 7–12.
4. *Батенков К.А.* Подходы к решению задачи оптимального дискретного отображения непрерывного канала связи на основе обобщенной штрафной функции // Информационные системы и технологии. 2014. № 2(82). С. 78–83.
5. *Mazin A.M., Crosby G.V.* Reducing the peak to average power ratio of MIMO-OFDM systems // International Journal of Computer Networks & Communications (IJCNC). 2013. vol. 5. no. 3. pp. 33–51.
6. *Hwang W.* OFDM Systems for Broadband Wireless Communications in Shadowed Multipath Channels: dissertation // Kwangju Institute of Science and Technology. 2003. pp. 176.
7. *Батенков К.А.* Моделирование и синтез линейных дискретных отображений непрерывных каналов связи // Труды СПИИРАН. 2015. № 5(42). С. 112–139.
8. *Батенков К.А.* Математическое моделирование непрерывных многопараметрических каналов связи в операторной форме // Телекоммуникации. 2013. № 10. С. 2–4.
9. *Батенков К. А.* Проблема синтеза функциональных узлов дискретного канала связи по информационным критериям // Труды СПИИРАН. 2014. № 1. С. 5–23.

10. *Батенков К.А.* Дискретные отображения непрерывного канала связи на основе обобщенного ряда Фурье // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. Рязань. 2013. № 1(43). С. 12–20.
11. *Батенков К.А.* Моделирование непрерывных каналов связи в форме операторов преобразования некоторых пространств // Труды СПИИРАН. 2014. № 1. С. 171–198.
12. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов // М.: Наука. 1986. 544 с.
13. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений // М.: Наука. 1963. 1100 с.
14. *Пупков К.А., Капалин В.И., Юценко А.С.* Функциональные ряды в теории нелинейных систем // М.: Наука. 1976. 448 с.
15. *Репин В.Г., Тартаковский Г.П.* Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем // М.: Советское радио. 1977. 432 с.
16. *Репин В.Г., Тартаковский Г.П., Слепокуров А.А.* Проверка многоальтернативных гипотез в условиях априорной неопределенности // Проблемы передачи информации. 1991. Т. 27. Вып. 3. С. 39–56.

References

1. Pugachev B.C. *Teorija sluchajnyh funkcij i ee primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravlenija* [The theory of stochastic functions and its application to problems of automatic control]. М. Fizmatgiz. 1962. 883 p. (In Russ.).
2. Tihonov V.I. *Statisticheskaja radiotekhnika* [Statistical radio engineering]. М. Sovetskoeradio. 1966. 681 p. (In Russ.).
3. Abdel-Hamid G.M. Performance Improvement of MIMO-OFDM Wireless Systems using PAPR Reduction Techniques. *International Journal of Computer Applications*. 2012. Vol. 53. no 18. pp. 7–12.
4. Batenkov K.A. [Approaches to the solution of a problem of optimum discrete display of a continuous channel of communication on the basis of the generalized penalty area of function]. *Informacionnye sistemy i tehnologii – Information systems and technologies*. 2014. no 2(82). pp. 78–83. (In Russ.).
5. Mazin A.M., Crosby G.V. Reducing the peak to average power ratio of MIMO-OFDM systems. *International Journal of Computer Networks & Communications (IJNC)*. 2013. vol. 5, no. 3. pp. 33–51.
6. Hwang W. OFDM Systems for Broadband Wireless Communications in Shadowed Multipath Channels: dissertation. Kwangju Institute of Science and Technology. 2003. 176 p.
7. Batenkov K.A. [Modelling and synthesis of linear discrete mappings of continuous channels]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. no. 5. pp. 112–139.
8. Batenkov K.A. [Mathematical modeling of continuous multiple parameter communication channels in an operator form]. *Telekommunikacii – Telecommunications*. 2013. no. 10. pp. 2–4. (In Russ.).
9. Batenkov K.A. [Problem of synthesis of functional knots of a discrete communication channel by information criteria]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. no. 1. pp. 5–23.
10. Batenkov K.A. [Discrete displays of a continuous channel of communication on the basis of the generalized Fourier's number]. *Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Ryazan State University of Radio Engineering*. Rjazan', 2013. no 1(43). pp. 12–20. (In Russ.).

11. Batenkov K.A. [Modeling of continuous channels of communication in the form of operators of transformation of some spaces]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. no 1. pp. 171–198. (In Russ.).
12. Bronshtejn I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchihsya vtuzov* [Mathematics handbook for engineers and higher technical school students]. M.: Nauka. 1986. 544 p. (In Russ.).
13. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Tablicy integralov, summ, ryadov i proizvedenij* [Integral, sum, series and product tables]. M.: Nauka. 1963. 1100 p. (In Russ.).
14. Pupkov K.A., Kapalin V.I., YUshchenko A.C. *Funkcional'nye ryady v teorii nelinejnyh sistem* [Functional series in nonlinear system theory]. M.: Nauka. 1976. 448 p. (In Russ.).
15. Repin V.G., Tartakovskij G.P. *Statisticheskij sintez pri apriornoj neopredelennosti i adaptaciya informacionnyh sistem* [Statistical synthesis on prior uncertainty and information system adaptation]. M.: Sovetskoe radio. 1977. 432 p. (In Russ.).
16. Repin V.G., Tartakovskij G.P., Slepokurov A.A. [Multiple-choice hypothesis verification on prior uncertainty]. *Problemy peredachi informacii – Problems of Information Transmission*. 1991. vol. 27. no. 3. pp. 39–56. (In Russ.).

Батенков Кирилл Александрович — к-т техн. наук, сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации. Область научных интересов: статистическая теория связи, модели и методы обработки сигналов. Число научных публикаций — 120. pustur@yandex.ru; Приборостроительная, 35, Орел, 302034; р.т.: +7(486)254-13-25.

Batenkov Kirill Aleksandrovich — Ph.D., researcher, The Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: statistical communication theory, models and methods of signal processing. The number of publications — 120. pustur@yandex.ru; 35, Priborostroitelnaya Street, Orel, 302034, Russia; office phone: +7(486)254-13-25.

РЕФЕРАТ

Батенков К. А. **Синтез детерминированных нелинейных дискретных отображений непрерывных каналов связи.**

Анализ существующих методов синтеза линейных дискретных отображений непрерывных каналов связи показал, что в общей постановке задача синтеза подобных отображений должна формулироваться без введения ограничений на класс функций или же свойства коэффициентов разложения в соответствии с критерием оптимальности воспроизведения передаваемой информации.

Формально описаны нелинейные детерминированные дискретные отображения непрерывных каналов связи на основе функциональных рядов Вольтерра.

Оператор нелинейного дискретно-аналогового преобразования представляет собой сумму соответствующих произведений координат входных сигналов (точек сигнального созвездия) на базисные функции дискретно-аналогового преобразования и в отличие от линейного аналога включает не только линейные комбинации.

Оператор нелинейного аналого-дискретного преобразования представляет собой набор корреляторов, в которых входными функциями являются соответствующие произведения входных сигналов (на выходе непрерывного канала) с различными аргументами, а опорными — многоаргументные базисные функции аналого-дискретного преобразования, и в отличие от линейного аналога включает не только линейную свертку (согласованный фильтр или коррелятор первого порядка).

Оценка сложности реализации нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований с заданными степенью нелинейности и размерностью сигналов демонстрирует значительную вычислительную сложность дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований.

Предложена структурная схема нелинейных дискретно-аналогового и аналого-дискретного преобразований на основе функциональных рядов.

SUMMARY

Batenkov K. A. Synthesis of Deterministic Nonlinear Discrete Mappings of Continuous Channel.

Linear discrete mappings of continuous channel synthesis method analysis is indicated that in general such mappings synthesis task can be formulated without function class or expansion coefficient property conditions by optimal transmission playback criterion.

Deterministic nonlinear discrete mappings of continuous channel are formally derived on the basis of functional Volterra series.

Nonlinear discrete-continuous operator is the sum of input signal coordinate on discrete-continuous transform basis function product. It includes not only linear combinations unlike in linear analog.

Nonlinear continuous-discrete operator correlators in which input functions are input signal product and support functions are multi-argument basis functions of continuous-discrete transform. It includes not only linear convolution unlike in linear analog.

Nonlinear discrete-continuous and continuous-discrete transform development complexity estimate with specified level of nonlinearity and signal dimension is displayed. Significant discrete-continuous and continuous-discrete transform computational complexity.

Nonlinear discrete-continuous and continuous-discrete transform block diagram on the basis of functional Volterra series is proposed.