

А.Ю. КОВАЛЕНКО  
**БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАЗНОРОДНОЙ  
СИСТЕМЫ КА С ЗАДАНЫМ ЦИКЛОМ ЗАМЫКАНИЯ  
ТРАССЫ**

---

*Коваленко А.Ю.* Баллистическое проектирование разнородной системы КА с заданным циклом замыкания трассы.

**Аннотация.** Разработан подход к формированию устойчивой разнородной системы КА. Сформулировано требование обеспечения кратности квазисинхронных орбит. Произведена декомпозиция задачи формирования орбит с заданным циклом замыкания трассы. Разработана методика формирования кратных квазисинхронных орбит различных геометрических характеристик с единым циклом замыкания трассы в заданных условиях движения.

**Ключевые слова:** разнородная система КА, квазисинхронные орбиты, уточнение параметров движения, цикл замыкания трассы.

*Kovalenko A.* Ballistic Design of Heterogeneous System of the Spacecraft with a Given Cycle of Track Circuit.

**Abstract.** An approach to the formation of a stable heterogeneous system of the spacecraft is developed. Requirement to provide quasi-synchronous orbits multiplicity is formed. Decomposition of problem of formation of orbits with a given cycle of track circuit is carried out. Method of forming multiple quasi-synchronous orbits of various geometric characteristics of a single cycle of track circuit in the given operating conditions is developed.

**Keywords:** heterogeneous system spacecraft, quasi-synchronous orbit, clarification of motion parameters, cycle of track circuit.

---

**1. Введение.** Формирование разнородной системы КА возможно как на основе уже функционирующих в космическом пространстве КА [1], так и на основе вновь запускаемых КА, то есть система изначально проектируется как разнородная.

В первом случае формируется временно-устойчивая структура системы КА, в которой по истечении заданного времени баллистическое построение изменится относительно начального [2]. Во втором случае, при проектировании разнородной системы КА, возможно формирование системы устойчивого баллистического построения с постоянным временным интервалом (периодом повторяемости системы), через который взаимное положение КА в системе повторяется.

Под периодом повторяемости системы понимается промежуток времени относительно начального момента времени, через который относительное положение всех КА системы в космическом пространстве повторяется.

Формирование системы устойчивого баллистического построения осуществляется с использованием квазисинхронных орбит [3],

которые обеспечивают стабильное положение орбиты относительно земной поверхности.

На квазисинхронную орбиту может быть наложено условие кратности, под которым понимается равенство с заданной точностью координат и проекций вектора скорости центра масс КА в Гринвичской системе координат через постоянный интервал времени ( $T_{\text{ЦЗТ}}$ ), называемый циклом замыкания трассы (ЦЗТ).

При использовании квазисинхронных орбит для построения системы обеспечивается не только повторяемость положения КА относительно земной поверхности, но и взаимное положение между КА системы в моменты времени отличающиеся на  $T_{\text{ЦЗТ}}$ . Поэтому использование квазисинхронных орбит позволяет сформировать устойчивую структуру разнородной системы КА, в которой КА находятся на разных орбитах, но имеют единый или близкий по величине ЦЗТ, который выбирается исходя из решаемых целевых задач, возможностей выведения КА и маневренных возможностей КА.

Баллистическое проектирование системы устойчивого баллистического построения разнородной системы КА начинается с выбором базовой квазисинхронной орбиты. Цикл замыкания трассы данной орбиты принимается в качестве циклов замыкания трассы для всех КА разнородной системы.

$$T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{Б}} = T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{КА1}} = \dots = T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{КАj}}, \quad (1)$$

где  $T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{Б}}$  – базовый цикл замыкания трассы;

$T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{КА1}}, \dots, T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{КАj}}$  – циклы замыкания трасс соответственно  $\text{КА}_1, \dots, \text{КА}_j$  разнородной системы.

Выбор базовой орбиты производится исходя из минимизации энергетических затрат на создание разнородной системы по отдельному алгоритму, который выходит за рамки данной статьи и поэтому не рассматривается.

**2. Методика формирование кратных квазисинхронных орбит.** Задача формирования орбит с заданным  $T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{Б}}$  разделяется на две подзадачи, а именно формирование квазисинхронных орбит на множестве орбит КА, входящих в состав разнородной системы, относительно проектной базовой квазисинхронной орбиты, и уточнение параметров движения КА с целью обеспечения требуемого  $T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{Б}}$  в заданных условиях движения. Под условиями движения понимается физическое состояние среды движения и движущегося в ней КА [4].

Условие кратности квазисинхронных орбит может быть представлено следующим равенством [3]:

$$\frac{T_{зв}}{T_{\Omega}} = \frac{T_{ЦЗТ}}{N}, \quad (2)$$

где  $T_{зв}$  – продолжительность звездных суток;

$T_{\Omega}$  – драконический период обращения;

$T_{ЦЗТ}$  – продолжительность ЦЗТ в сутках;

$N$  – количество целых витков за ЦЗТ.

Драконический период обращения для круговой орбиты с учетом второй зональной гармоники [5] в восходящем узле орбиты рассчитывается по формуле

$$T_{\Omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} R_0^2 \left[ 1 - \frac{3}{4} c_{20} \left( \frac{R_Э}{R_0} \right)^2 (1 + 5 \cos^2 i_0) \right], \quad (3)$$

где  $R_0$  – радиус-вектор в восходящем узле орбиты;

$i_0$  – наклонение в восходящем узле орбиты;

$R_Э = 6378,136$  км – экваториальный радиус Земли.

При баллистическом проектировании системы устойчивого баллистического построения принимается условие, что все КА имеют одинаковое наклонение.

Формирование квазисинхронных орбит КА с единым ЦЗТ  $T_{ЦЗТ}^Б$  осуществляется на основе выражения (2) методом последовательного увеличения или уменьшения количества витков (в зависимости уменьшения или увеличения высоты орбиты относительно начальной проектной квазисинхронной орбиты), укладываемых в ЦЗТ.

Количество витков за ЦЗТ квазисинхронной орбиты 1-го КА на соответствующей итерации приближения определяется следующим выражением:

$$N_i^{КА1} = N_{пр} \pm \Delta N \cdot i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

где  $N_{пр}$  – количество витков за ЦЗТ начальной проектной квазисинхронной орбиты;

$\Delta N$  – шаг изменения витков в ЦЗТ.

Драконический период обращения на данной итерации определяется из следующего соотношения:

$$T_{\Omega i}^{\text{KA1}} = \frac{T_{\text{ЗВ}} N_i^{\text{KA1}}}{T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{Б}}}.$$

Подставляя полученное значение периода обращения  $T_{\Omega i}^{\text{KA1}}$  в выражение (3) методом половинного деления получается значение радиус-вектора КА ( $R_0^i$ ) для заданного отношения количества витков к продолжительности ЦЗТ. На основании полученного значения  $R_0^i$  осуществляется проверка пригодности орбиты по критерию требуемой высоты полета КА ( $R_{mp}$ ) с заданной точностью  $\varepsilon$ :

$$\left| R_{mp} - R_0^i \right| = \varepsilon. \quad (5)$$

В случае выполнения равенства (5) с заданной точностью ( $\varepsilon$ ) квазисинхронная орбита является сформированной, в противном случае выполняется следующее приближение по количеству витков в выражении (4).

Таким образом формируется множество квазисинхронных орбит одинакового наклонения для каждого  $\text{KA}_1, \dots, \text{KA}_j$  разнородной системы, удовлетворяющее требованию единого ЦЗТ равного или близкого по величине ЦЗТ начальной проектной квазисинхронной орбиты, т.е. критерию (1).

В результате применения данного подхода к формированию системы устойчивого баллистического построения у квазисинхронных орбит формируются только их геометрические характеристики без изменения элементов орбиты, характеризующих ориентацию плоскости орбиты в пространстве.

Для управления группировкой КА необходимы параметры движения КА в проекциях на оси Гринвичской относительной системы координат для восходящего узла орбиты ( $\bar{q}_0$ ).

Рассчитанные по проектным параметрам значения параметров  $\bar{q}_0$  имеют сравнительно низкую точность. Уточнение параметров движения КА, с целью обеспечения требуемого  $T_{\text{ЦЗТ}}^{\text{Б}}$  в заданных условиях движения, а именно, совпадение с заданной точностью пара-

метров движения КА в проекциях на оси ГСК через  $T_{ЦЗТ}^B$  осуществляется при наличии следующих исходных данных:

- приближенные начальные условия движения ( $\vec{q}_0$ ), получаемые после выведения КА на заданную орбиту;
- набор возмущающих факторов, учитываемых при моделировании движения КА, которые составляют вектор условий движения ( $\vec{\lambda}$ ).

При заданных начальных условиях замыкание трасс через  $T_{ЦЗТ}^B$  обеспечивается уточнением (корректировкой) параметров движения в начальной точке. Задача сводится к отысканию таких поправок  $\Delta\vec{q}_0$  к начальным значениям параметров движения  $\vec{q}_0$ , при которых обеспечивается совпадение параметров движения КА в проекциях на оси гринвичской геоцентрической системы координат на моменты времени  $t_0$  и  $(t_0 + T_{ЦЗТ}^B)$ , соответствующие прохождению восходящего узла орбиты с заданной точностью:

$$\vec{q}(t_0 + T_{ЦЗТ}^B) - \vec{q}_0(t_0) \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – заданная точность.

В общем случае, при осуществлении прогнозирования движения КА на основе динамической модели вида, связь между параметрами движения  $\vec{q}$  и начальными условиями  $\vec{q}_0$  любого КА осуществляется нелинейной функцией  $f$  [4] вида:

$$\vec{q}(t) = f(\vec{q}_0, \vec{\lambda}, t). \quad (6)$$

Решение поставленной задачи может быть достигнуто при её формализации в рамках линейной теории.

Линеаризуем выражение (6) в окрестностях точки начального приближения  $\vec{q}_0$  и отнимем все нелинейные члены ряда, для этого разложим указанное выражение в ряд Тейлора:

$$\vec{q} = \vec{q}_0 + \frac{\partial \vec{q}}{\partial \vec{q}_0} \Delta \vec{q}. \quad (7)$$

В векторном виде выражение (7) принимает вид СЛУ:

$$\delta\bar{q} = A\Delta\bar{q}, \quad (8)$$

где  $\delta\bar{q}$  – вектор невязок параметров движения в моменты времени  $t_0$  и  $t_0 + T_{\text{ЦЗТ}}$ ;

$\Delta\bar{q}$  – вектор неизвестных поправок к уточняемому вектору  $q_0$ ;

$A_{\{6\}} = \left[ \frac{\partial q}{\partial q_0} \right]$  – матрица частных производных.

Решение СЛУ возможно при условии, что матрица  $A$  неособенная, тогда:

$$\Delta\bar{q} = A^{-1}\delta\bar{q}.$$

В связи с принятым допущением о линейном характере функции  $f$  полученное решение системы (8) будет иметь некоторую невязку:

$$\bar{\vartheta} = \delta\bar{q} - A\Delta\bar{q}.$$

Минимизация полученной невязки осуществляется итерационным способом путём последовательного уточнения начальных условий  $\bar{q}_0$ :

$$\bar{q}_{0,i} = \bar{q}_{0,i-1} + \Delta\bar{q}, \quad (9)$$

где  $i$  – номер итерации.

Итерационный процесс прекращается при достижении требуемой точности  $\varepsilon$ , т.е. до выполнения условия  $\Delta\bar{q} \leq \varepsilon$ .

Таким образом, параметры движения КА, удовлетворяющие требованию обеспечения замыкания трасс с заданной точностью через заданное время  $T_{\text{ЦЗТ}}$  определяются соотношением (9).

В связи с тем, что параметры движения ( $\bar{q}_0$ ) определяются для восходящего узла орбиты, то для повышения точности определения параметров движения на момент времени прохождения плоскости экватора СЛУ (8) может быть представлена в следующем виде [6]:

$$\delta\bar{q} = A\Delta\bar{q} - \dot{\bar{q}}\Delta t, \quad (10)$$

где  $\dot{\bar{q}}$  – производная вектора параметров движения по времени;

$\Delta t$  – поправка к времени прохождения восходящего узла орбиты.

Решение СЛУ (10) осуществляется таким же образом как и системы (8), за исключением того, что для каждого приближения итера-

ционного процесса (9) поправка к координате  $z_0$  определяется следующим выражением:

$$\Delta z_0 = \frac{z_0}{x_0^2 + y_0^2} (x_0 \Delta x_0 + y_0 \Delta y_0)$$

где  $x_0, y_0, z_0$  – координаты на момент прохождения восходящего узла орбиты;

$\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0$  – поправки к координатам на момент прохождения восходящего узла орбиты.

**3. Заключение.** Применение квазисинхронных орбит позволяет проектировать разнородные системы КА, включающие в себя орбиты с различными геометрическими характеристиками, но, в то же время, имеющими единую временную кратность повторяемости относительно Земли. Исходя из предложенного подхода к проектированию квазисинхронных орбит разнородной системы КА возможно формирование параметров орбит системы устойчивого баллистического построения разнородной системы КА, а также уточнять их для заданных условий движения.

Проведенное моделирование показывает существование квазисинхронных орбит с единым ЦЗТ для различных высот над поверхностью Земли. В качестве начальной проектной квазисинхронной орбиты использована квазисинхронная шестисуточная околокруговая орбита с наклоном  $67.1^\circ$  и высотой 1079.396 км.

Результаты моделирования квазисинхронных орбит с  $T_{\text{ЦЗТ}} = 6$  суток с учетом второй зональной гармоники гравитационного поля Земли представлены в виде графика на рисунке 1.

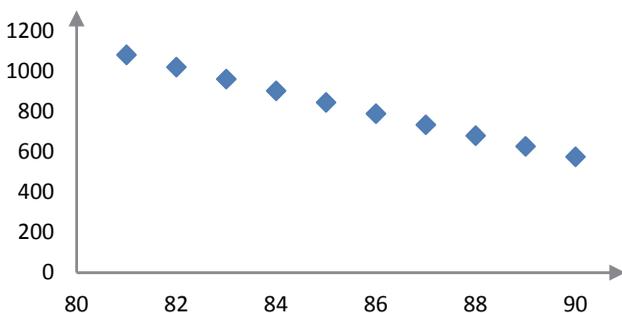


Рис. 1. Зависимость высоты квазисинхронной орбиты от количества витков в ЦЗТ

В результате уточнения одной из полученных квазисинхронных орбит высотой 913.25 км получен вектор параметров движения КА в

ГСК, соответствующий уточненной высоте 913.005 км, с учетом вторых зональных и тессеральных гармоник гравитационного поля Земли.

### Литература

1. Коваленко А.Ю., Мосин Д.А. Формирование баллистических структур спутниковых систем в ближней операционной зоне на основе функционирующих космических аппаратов // Актуальные проблемы защиты и безопасности: Труды пятнадцатой Всероссийской научно-практической конференции. Санкт-Петербург. 2012. Том 1. С. 470–474.
2. Коваленко А.Ю. Анализ структурной устойчивости разнородной системы КА // Труды СПИИРАН. 2014. №4(35). С. 108–116.
3. Власов С.А., Кульвиц А.В., Кубасов И.Ю., Мосин Д.А. Баллистическое проектирование систем космических аппаратов: учебное пособие // СПб.: ВКА имени А.Ф.Можайского. 2007. 86 с.
4. Ломako Г.И. Экспериментальная баллистика КА // СПб.: ВИКА имени А.Ф.Можайского. 1997. 454 с.
5. Баринов К.Н., Мамон П.А. Теория полета космических аппаратов // М.: МО СССР. 1974. 346 с.
6. Агаджанов П.А., Дулевич В.Е., Коростылев А.А. Космические траекторные измерения. Радиотехнические методы измерений и математическая обработка данных // М.: Советское радио. 1969. 504 с.

### References

1. Kovalenko A.Ju., Mosin D.A. [Formation of ballistic structures satellite systems operating in the near area on the basis of a functioning spacecraft]. *Aktual'nye problemy zashhity i bezopasnosti: Trudy pjatnadcatoj Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii* [Actual problems of protection and security: Collected papers]. Sankt-Peterburg. 2012. vol 1. pp. 470-474. (In Russ.).
2. Kovalenko A.Ju. [Analysis of the structural stability of the heterogeneous system KA]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. no. 4(35). pp. 108-116. (In Russ.).
3. Vlasov S.A., Kul'vic A.V., Kubasov I.Ju., Mosin D.A. *Ballisticheskoe proektirovanie sistem kosmicheskikh apparatov* [Ballistic design of spacecraft systems]. SPb.: VKA imeni A.F.Mozhajsogo. 2007. 86 p. (In Russ.).
4. Lomako G.I. *Jeksperimental'naja ballistika kosmicheskikh apparatov* [Experimental ballistics spacecraft]. SPb.: VIKa imeni A.F.Mozhajsogo, 1997. 454 p. (In Russ.).
5. Barinov K.N., Mamon P.A. *Teorija poleta kosmicheskikh apparatov* [Theory of flight spacecraft]. M.: MO SSSR. 1974. 346 p. (In Russ.).
6. Agadzhanov P.A., Dulevich V.E., Korostylev A.A. *Kosmicheskie traektornye izmerenija. Radiotekhnicheskie metody izmerenij i matematicheskaja obrabotka dannyh* [Space trajectory measurement. Electronic measurement techniques and mathematical processing of data]. M.: Sovetskoe radio. 1969. 504 p. (In Russ.).

**Коваленко Алексей Юрьевич** — к-т техн. наук, старший преподаватель кафедры навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полета летательных аппаратов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: экспериментальная баллистика, теория полета космических аппаратов, математическое моделирование. Число научных публикаций — 25. al\_nex\_239@mail.ru; ул. Ждановская 13, Санкт-Петербург, 197198; п.т.: +7(812)23719-60.

**Kovalenko Aleksey Yuryevich** — Ph.D., senior lecturer of navigation and ballistic support of the use of space assets and the theory of the flight of aircraft department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: experimental ballistics, theory of flight spacecraft, mathematical modeling. The number of publications — 25. al\_nex\_239@mail.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812) 237-19-60.

## РЕФЕРАТ

### *Коваленко А.Ю.* Баллистическое проектирование разнородной системы КА с заданным циклом замыкания трассы.

В данной статье рассматривается вопрос проектирования орбит КА, входящих в состав разнородной системы, с единым циклом замыкания трассы.

Формирование системы устойчивого баллистического построения осуществляется с использованием квазисинхронных орбит, которые обеспечивают стабильное положение орбиты относительно земной поверхности. В такой системе КА находятся на разных орбитах, но имеют единый или близкий по величине цикл замыкания трассы, который выбирается исходя из решаемых целевых задач, возможностей выведения КА и маневренных возможностей КА.

Предложен подход к формированию квазисинхронных орбит. Необходимым условием формирования структуры разнородной системы КА является наличие проектной базовой квазисинхронной орбиты. Цикл замыкания трассы данной орбиты принимается в качестве циклов замыкания трассы для всех КА разнородной системы.

Задача формирования орбит с заданным циклом замыкания трассы разделена на две подзадачи, а именно формирование квазисинхронных орбит на множестве орбит КА, входящих в состав разнородной системы, относительно проектной базовой квазисинхронной орбиты, и уточнение параметров движения КА с целью обеспечения требуемого цикла замыкания трассы в заданных условиях движения.

Проведено численное моделирование, подтверждающее существование квазисинхронных орбит разной высоты с единым по времени циклом замыкания трассы, а также уточнение параметров движения КА в условиях движения отличных от расчетных.

## SUMMARY

### *Kovalenko A.* **Ballistic Design of Heterogeneous Systems of the Spacecraft with a Given Cycle of Track Circuit.**

This article discusses the design of spacecraft orbits that are part of a heterogeneous system with a single cycle of track circuit.

Formation of sustainable construction of ballistic is carried out using quasi-synchronous orbits, which provide a stable position relative to the Earth's orbit. In this system, the spacecraft are in different orbits, but have the same or close to the value of the cycle of track circuit, which is selected from the solved targets, opportunities of spacecraft injection and maneuver capabilities of spacecraft.

The paper suggests an approach to the formation of quasi-synchronous orbits. A necessary condition for the formation of a heterogeneous structure of the spacecraft is the presence of a base design quasi-synchronous orbit. Cycle of track circuit of this orbit is taken as the track circuit cycles for all spacecraft heterogeneous systems.

The task of forming the orbit with a given cycle of track circuit is divided into two sub-tasks, namely the formation of quasi-synchronous orbits on the set of orbits of the satellites belonging to the hybrid system with respect to the project base quasi-synchronous orbit, and refinement of the parameters of motion of spacecraft in order to provide the desire cycle of track circuit in the given operating conditions

A numerical simulation is conducted, confirming the existence of quasi-synchronous orbits of different heights with a single time-cycle of track circuit, along with the specification of the parameters of spacecraft motion in operating conditions different from the calculated ones.