УДК 004.8+519.2

К.В. Фроленков

УТОЧНЕНИЕ ОЦЕНОК ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ АПОСТЕРИОРНОМ ВЫВОДЕ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ БАЙЕСОВСКОЙ СЕТИ В СЛУЧАЕ НЕТОЧНОГО СВИДЕТЕЛЬСТВА

Фроленков К.В. **Уточнение оценок вероятностей при локальном апостериорном выводе в алгебраической байесовской сети в случае неточного свидетельства.**
Аннотация. Для алгебраической байесовской сети существует несколько степеней непротиворечивости. В случае скалярного представления вероятности доказана глобальная непротиворечивость результата алгоритма глобального апостериорного вывода. В случае интервальных оценок задача получения непротиворечивого результата осложняется необходимостью использования приближённых методов для получения оценок апостериорной вероятности. Проанализированы результаты работы алгоритмов локального апостериорного вывода в случае интервальных оценок вероятности для всех видов поступающего свидетельства. Предложены дополнительные ограничения для случая нечеткого свидетельства. Доказана экстернальная непротиворечивость сети, полученной в результате глобального апостериорного вывода с использованием данных ограничений.
Ключевые слова: алгебраические байесовские сети, вероятностные графические модели систем знаний, логико-вероятностный вывод, неточное свидетельство.

Frolenkov K.V. **Elaboration of posteriori probability estimates for local inference in algebraic Bayesian networks in case of imprecise evidence.**
Abstract. For an algebraic Bayesian network, there are several degrees of consistency. In the case of a scalar representation of the probability the global consistency of the algorithms posteriori global output is proven. In the case of interval probability estimates the problem of obtaining consistent results is complicated by the need to use approximate methods to obtain estimates of the a posteriori probability. Results of the algorithms of local inference on the posterior interval estimates of the probabilities for all types of incoming evidence are analyzed. Additional restrictions in the case of imprecise evidence are proposed. The consistency of the resulting from global posteriori algorithm using these constraints network is proven.
Keywords: algebraic Bayesian networks, probabilistic graphical knowledge models, logical and probabilistic inference, imprecise evidence.

1. Введение. В данной статье объектом исследования является результат алгоритма глобального апостериорного вывода в алгебраической байесовской сети (АБС). АБС — модель, позволяющая представлять знания в виде пропозициональных формул и оценок вероятностей их истинности. Наряду с классическим представлением оценок вероятности истинности пропозициональных формул (будем называть это представление скалярным), аппарат АБС даёт возможность использовать неточные вероятности, то есть интервальные оценки вероятности. Такое представление является особенно востребованным при построении экспертных оценок [5], а также при синтезе баз знаний по данным и знаниям с неопределенностью, поступающим из различных источников [16, 18, 19]

Среди основных задач, поставленных перед АБС, выделяют [9, 14, 16, 18, 22, 23, 26] обучение, априорный вывод (получение оценок вероятности истинности пропозициональной формулы) и апостериорный вывод. Задачами апостериорного вывода являются определение вероятности свидетельства и получение апостериорных вероятностей пропозициональных формул, содержащихся в АБС, при условии поступившего свидетельства. Как отмечалось, в данной статье будет рассмотрена вторая из задач апостериорного вывода.

АБС, как и другие вероятностные графические модели, осуществляющие вывод, использует графическое представление для задания предположений об условной независимости [27] (либо, что несколько дополняет сказанное, непосредственных зависимостей [16]) моделируемых случайных элементов, которые позволяют преодолеть необходимость задания колоссального числа параметров. Для формирования таких предположений множество всех пропозициональных переменных (атомов) разбиваются на пересекающиеся множества тесно связанных утверждений. Идеалы конъюнктов переменных из таких множеств вместе с оценками вероятностей их элементов формируют фрагменты знаний (ФЗ), точнее — математические модели ФЗ. Отдельный ФЗ может быть рассмотрен как АБС, для которой решаются все вышеупомянутые задачи. Решаемые для фрагментов знаний, такие задачи называются локальными. Те же задачи, решаемые в отношении сети фрагментов знаний (то есть, собственно АБС), называются глобальными.

Для случая скалярных оценок вероятностей доказано соотношение [11] между задачами глобального и локального апостериорного вывода. В случае интервальных оценок применяются [1, 18] приближенные методы вычислений, что может нарушить такое соотношение.

Цель работы — исследовать влияние алгоритмов решения задачи локального апостериорного вывода на результат работы алгоритма глобального апостериорного вывода, в частности на непротиворечивость результата его работы; модифицировать алгоритм решения задачи локального апостериорного вывода для достижения экстернальной непротиворечивости результата.

2. Используемые определения и методы.

2.1. Основные структуры АБС. Будем следовать системе терминов, используемой в работах [20, 21, 24, 25].

Алфавит — множество атомарных пропозициональных формул (атомов) $A = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Идеал цепочек конъюнкций (идеал конъюнктов) – это множество формул $\{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} \big| 0 \le i_1 < \dots < i_k \le n-1, k \le n\}$, где $x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}$ означает конъюнкцию соответствующих переменных.

Фрагмент знаний (ФЗ), построенный над подалфавитом алфавита A, — пара (C, p), где C — идеал конъюнктов, p — скалярные или интервальные оценки вероятностей для каждого конъюнкта из C.

Нагрузка фрагмента знаний $W(C, p) = \{x_i | x_i \in C, x_i \in A\}$ — подалфавит заданного алфавита, состоящий из атомов, содержащихся в C. Именно над этим подалфавитом и построен идеал конъюнктов — носитель фрагмента знаний.

Набор максимальных фрагментов знаний (МФЗ) — это набор фрагментов знаний, ни одна из нагрузок которых не содержится в нагрузке какого-либо другого фрагмента знаний из данного набора. Набор МФЗ — это *первичная структура АБС*. $\forall\, i \ne j (W(V_i) \not\subset W(V_j))$ и $(W(V_j) \not\subset W(V_i))$. Под *первичной структурой АБС* будем понимать какой-либо набор МФЗ.

Сепаратор двух МФЗ V_i, V_j — подалфавит, являющийся пересечением нагрузок этих фрагментов знаний $W(\{V_i, V_j\}) = W(V_i) \cap W(V_j)$. Два МФЗ называются *сочлененными*, если их сепаратор не пуст: $W(\{V_i, V_j\}) \ne \emptyset$.

Граф максимальных фрагментов знаний — ненаправленный граф, вершины которого соответствуют фрагментам знаний, вошедшим в АБС, ребра в котором возможны только между вершинами, соответствующими сочлененным ФЗ.

Нагрузка $W(\{V_i, V_j\})$, ребра $\{V_i, V_j\} \in E(G)$, графа G определяется как сепаратор его концов: $W(\{V_i, V_j\}) = W(V_i) \cap W(V_j)$. *Нагрузка* $W(H)$ подграфа $H \subseteq G$ — наибольший по включению подалфавит, который входит в нагрузки всех его вершин: $W(H) = \bigcap_{V \in H} W(V)$.

Магистральный путь между двумя сочлененными вершинами V_i и V_j — это такой путь между ними, что нагрузка каждой его вершины содержит сепаратор концов этого пути:

$$\left(V_i = v_1, v_2 \dots, v_n = V_j \middle| \forall k, W(v_k, v_{k+1}) \subset W(V_i, V_j)\right).$$

Граф *магистрально связен*, если между каждой парой сочлененных вершин, существует магистральный путь. *Граф смежности* — магистрально связный граф МФЗ.

Минимальный граф смежности (МГС) — граф смежности, число ребер которого минимально. Так как в данной статье анализируется алгоритм, основным требованием которого является ацикличность МГС, *вторичной структурой АБС* будем называть ацикличный МГС.

2.2. Алгоритмы локального апостериорного вывода. Целью алгоритма глобального апостериорного вывода (при рассмотрении второй задачи) является получение апостериорных оценок вероятностей формул, содержащихся в АБС, с учётом поступившего свидетельства. В теории АБС выделяют три вида свидетельств [6, 18].

Детерминированное свидетельство — это предположение, что один или несколько атомов получили конкретные означивания. Будем обозначать такое свидетельство $\langle\tilde{X}\rangle$, где $\tilde{X}$ — конъюнкция литералов. Для всех атомов, вошедших в $\tilde{X}$ с отрицанием будем предполагать отрицательное означивание, и без отрицания, положительное означивание.

Стохастическое свидетельство — это предположение о том, что на подыдеале ФЗ задан непротиворечивый фрагмент знаний со скалярными оценками, которые определяют вероятности истинности элементов соответствующего подыдеала. Данное свидетельство обозначается $\langle p_{[a]}(\tilde{X})\rangle$, где $p_{[a]}(\tilde{X})$ — вероятности квантов $\tilde{X} = \{\bigwedge_{i=1}^{n} \tilde{x_i}\}$, $\tilde{x_i} = x_i$ или $\tilde{x_i} = \overline{x_i}$, n — число атомов ФЗ.

Неточное свидетельство — это предположение о том, что на поыдеале ФЗ задан непротиворечивый фрагмент знаний с интервальными оценками, которые определяют вероятности истинности элементов соответствующего поыдеала. Данное свидетельство обозначается $\langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})\rangle$, где $\mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})$ — набор интервалов, ограничивающих значения $p_{[a]}(\tilde{X})$.

Были предложены [3, 4] алгоритмы для получения апостериорных вероятностей для каждого из видов свидетельств. В случае интервальных оценок вероятностей в АБС их пересчёт внутри ФЗ производится следующим образом:

$$p^{-}\left(Z\middle|\langle\tilde{X}\rangle\right) = \min_{E \cup D} \frac{p(Z\tilde{X})}{P(\tilde{X})}, \qquad p^{+}\left(Z\middle|\langle\tilde{X}\rangle\right) = \max_{E \cup D} \frac{p(Z\tilde{X})}{P(\tilde{X})}$$

для детерминированного свидетельства $\langle\tilde{X}\rangle$, где наборы линейных ограничений E и D выражают требования аксиоматики теории вероятностей [2] и требования принадлежности конъюнктов заданным интервалам соответственно и конструируются E: $I_n \times P_c > 0$, где I_n — матрица переходов от вероятностей конъюнктов к вероятностям квантов, P_c — искомый вектор вероятностей конъюнктов и D: $\{p(x) \in [p^+(x); p^-(x)]\}_1^n$;

$$\hat{p}_a^-\big(Z\big|\langle p_{[a]}(\tilde{X})\rangle\big) = \sum_{\tilde{X}} p_a^-\big(Z\big|\langle\tilde{X}\rangle\big)p_{[a]}(\tilde{X}),$$
$$\hat{p}_a^+\big(Z\big|\langle p_{[a]}(\tilde{X})\rangle\big) = \sum_{\tilde{X}} p_a^+\big(Z\big|\langle\tilde{X}\rangle\big)p_{[a]}(\tilde{X})$$

для стохастического свидетельства;

$$p^+\left(Z\middle|\langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \Pr_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})\rangle\right) = \max_{p_{[a]}(\tilde{Y})\in\Pr_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})} \sum_{\tilde{X}} p_a^+\big(Z\big|\langle\tilde{X}\rangle\big)p_{[a]}(\tilde{Y})$$

для неточного свидетельства.

Данные алгоритмы будем называть *алгоритмами локального апостериорного вывода* [9].

2.3. Алгоритмы глобального апостериорного вывода. На данный момент существуют несколько алгоритмов, решающих вторую задачу глобального апостериорного вывода [13, 25]. Далее будут анализироваться результаты работы алгоритма пропагации свидетельства по графу смежности [8, 13]. Приведем краткое описание основных этапов его работы [11, 17]. Поступившее свидетельство передается в один из ФЗ, нагрузка которого содержит его нагрузку. После пересчета вероятностей в ФЗ с помощью алгоритмов локального апостериорного вывода формируются виртуальные свидетельства, которые передаются по ребрам графа смежности из рассмотренного во все соседние ФЗ, для которых ещё не проводился апостериорный вывод. Нагрузки таких свидетельств совпадают с нагрузками данных рёбер, а вероятности с апостериорными вероятностями его соответствующих формул.

2.4. Непротиворечивость АБС. Для единственного фрагмента знаний понятия непротиворечивости выглядят следующим образом.

Пусть задан фрагмент знаний со скалярными оценками (C, p). Мы говорим, что он *непротиворечив* [6, 7, 10, 12, 13, 15, 16, 18], тогда и только тогда, когда существует вероятность p_f, заданная над множеством пропозициональных формул фрагмента знаний, такая что $\forall c \in C, p_f(c) = p(c)$.

Пусть задан фрагмент знаний с интервальными оценками $(C, \boldsymbol{p})$ (отображение $\boldsymbol{p}$ — отображение из C в множество интервалов $I \subset [0; 1]$ – оценок вероятности). Мы говорим, что он *непротиворечив* (согласован), тогда и только тогда, когда для любого конъюнкта $c \in C$ и любого $\varepsilon \in \boldsymbol{p}(\mathrm{c})$ найдётся функция $p_{\mathrm{c,e}} : C \to [0;\ 1]$ такая, что $p_{\mathrm{c,e}}(\mathrm{c}) = \varepsilon$, $\forall x \in C\ p_{\mathrm{c,e}}(\mathrm{x}) \in \boldsymbol{p}(x)$, и $\left(C, p_{\mathrm{c,e}}\right)$ — непротиворечивый.

Для АБС, состоящей более чем из одного ФЗ, введены четыре уровня непротиворечивости [2, 16, 18]. АБС, удовлетворяющая какой-либо степени непротиворечивости, удовлетворяет всем предыдущим степеням непротиворечивости [2, 18].

Локально непротиворечивой называют сеть, в которой задание каждого фрагмента знаний непротиворечиво (связи между фрагментами не рассматриваются); таким образом, при поддержании локальной непротиворечивости структура АБС не имеет значения.

Экстернально непротиворечивой называют локально непротиворечивую сеть, в которой интервальные оценки вероятностей пропозиций, входящих в два или более фрагментов знаний, совпадают.

Интернально непротиворечивой называют экстернально непротиворечивую сеть, в которой при выборе точки из интервальной оценки вероятности любого конъюнкта в остальных интервальных оценках можно выбрать такие точки, что получившееся распределение вероятностей непротиворечиво внутри каждого ФЗ.

Глобально непротиворечивой называют сеть, которая может быть погружена в непротиворечивый объемлющий фрагмент знаний; объемлющий фрагмент знаний строится над множеством всех атомарных пропозициональных формул, вошедших в сеть, из нее же в ФЗ переносятся оценки истинности, а затем определяется его непротиворечивость.

Доказано [16], что алгоритм локального апостериорного вывода порождает непротиворечивые ФЗ. Поэтому АБС, полученная в результате алгоритмов глобального апостериорного вывода, обладает свойством локальной непротиворечивости.

3. Анализ задач линейного программирования. Известно [1], что ЗЛП, возникающая при апостериорном выводе в случае неточного свидетельства, позволяет получить в общем случае приближенное решение, построив в качестве оценки вероятности накрывающий интервал.

Это обстоятельство может привести к потере экстернальной непротиворечивости АБС при проведении глобального логико-вероятностного вывода на ней. Действительно, если один фрагмент знаний $(\mathrm{C}, \boldsymbol{p})$ порождает виртуальное свидетельство $(E, \boldsymbol{p_e})$: $E \subset C$, $\boldsymbol{p}(x) = \boldsymbol{p_e}(x)\ \forall x \in E$, а затем это свидетельство поступает во фрагмент знаний, апостериорные оценки вероятности $\boldsymbol{p}'$ в котором таковы, что $\exists y \in E$: $\boldsymbol{p_e}(y) \neq \boldsymbol{p}'(y)$, то в результате мы имеем экстернально противоречивую сеть, потому что $\boldsymbol{p}(y) \neq \boldsymbol{p}'(y)$.

Разберем случаи различных видов свидетельств, поступающих во фрагмент знаний $(\mathrm{C}, \boldsymbol{p})$.

В случае детерминированного свидетельства $e = \langle X \rangle : X \in E, Z \in E$ следуя формулам для данного случая $p^-(Z|\langle X \rangle) = \min_{E \cup D} \frac{p(ZX)}{P(X)}$, $p^+(Z|\langle X \rangle) = \max_{E \cup D} \frac{p(ZX)}{P(X)}$, получим $p^-(Z|\langle X \rangle) = \min_{E \cup D} I_x(Z)$, где $I_x(Z) = \begin{cases} 1, & \text{если Z согласован с x,} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$

Аналогичным образом, для случая детерминированного свидетельства $p^+(Z|\langle X \rangle) = I_x(Z)$.

Утверждение 1. Для случая стохастического свидетельства $e = \langle p_{[a]}(X) \rangle$, $\hat{p}_a^+\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \rangle\right) = \hat{p}_a^-\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \rangle\right) = p_{[a]}(Z)$.

Доказательство. $\hat{p}_a^-\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \rangle\right) = \sum_{\tilde{X}} p_a^-\left(Z \middle| \langle \tilde{X} \rangle\right) p_{[a]}(\tilde{X}) = \sum_{\tilde{X}} I_{\tilde{X}}(Z) p_{[a]}(\tilde{X}) = \sum_{I_{\tilde{X}}(Z)=1} 1 \cdot p_{[a]}(\tilde{X})$. В случае непротиворечивости полученного свидетельства данное выражение равно $p_{[a]}(Z)$. Аналогично, $\hat{p}_a^+\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \rangle\right) = p_{[a]}(Z)$.

Замечание. Если при проведении пропагации свидетельства были порождены только стохастические виртуальные свидетельства, экстернальная непротиворечивость результата гарантирована.

В случае неточного свидетельства $e = \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}}) \rangle$, $p^+\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}}) \rangle\right) = \max_{p_{[a]}(\tilde{Y}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})} \sum_{\tilde{X}} p_a^+\left(Z \middle| \langle \tilde{X} \rangle\right) p_{[a]}(\tilde{Y}) =$
$= \max_{p_{[a]}(\tilde{Y}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})} \sum_{\tilde{X}} I_x(Z) p_{[a]}(\tilde{Y}) = \max\limits_{p_{[a]}(\tilde{Y}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})} \sum_{I_{\tilde{X}}(Z)=1} p_{[a]}(\tilde{Y})$.

Такое выражение может не равняться $\mathrm{Pr}_{[a]}(Z)^+$, так как набор $p_{[a]}(\tilde{Y})$, построенный при решении соответствующей задачи линейного программирования, может и не образовывать вероятностного распределения

Пример 1. Алгоритм локального апостериорного вывода вычисляет оценку вероятности формулы из свидетельства, не равную оценке внутри свидетельства. Пусть фрагмент знаний, заданный над атомами $\{a, b\}$, обладает оценками $\boldsymbol{p}(a) = [0.4; 0.95]$, $\boldsymbol{p}(b) = [0.5; 0.5]$ и $\boldsymbol{p}(ab) = [0.4; 0.45]$, при поступлении такого же фрагмента знаний в качестве неточного свидетельства, имеем апостериорные оценки $\boldsymbol{p}(a) = [0.4; 0.95]$, $\boldsymbol{p}(b) = [0.45; 0.55]$ и $\boldsymbol{p}(ab) = [0.4; 0.45]$. Таким образом, следующее равенство оказывается справедливым $p^+\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}}) \rangle\right) = \max\limits_{p_{[a]}(\tilde{Y}) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(\tilde{\mathrm{X}})} \sum_{I_{\tilde{X}}(Z)=1} p_{[a]}(\tilde{Y}) \neq p_{[a]}(Z)^+$.

Пример 2. Применение алгоритма глобального апостериорного вывода ведет к потере экстернальной непротиворечивости сети. В случае сети, состоящей из двух фрагментов знаний с нагрузками abc и

acd соответственно, где первый содержит оценки вероятности $\boldsymbol{p}(a) = [0.4; 0.95]$, $\boldsymbol{p}(b) = [0.5; 0.5]$, $\boldsymbol{p}(ab) = [0.4; 0.45]$ и $\boldsymbol{p}(\mathrm{c}) = 1$, при поступлении в первый из них детерминированного свидетельства $\langle \mathrm{c} \rangle$, порождается виртуальное свидетельство с нагрузкой ab и оценками $\boldsymbol{p}(a) = [0.4; 0.95]$, $\boldsymbol{p}(b) = [0.5; 0.5]$, $\boldsymbol{p}(ab) = [0.4; 0.45]$. При поступлении такого свидетельства во второй фрагмент знаний получим несовпадение вероятностей формулы b в первом и втором фрагменте знаний, то есть результатом алгоритма пропагации свидетельства может являться экстернально противоречивая АБС.

Чтобы не допустить потерю экстернальной непротиворечивости, введем дополнительные линейные ограничения

$$\sum_{\tilde{x}} p(\tilde{x}y) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(y) \text{ для каждого конъюнкта } y \in E. \qquad (*)$$

Утверждение 2. В полученных ограничениях результат удовлетворяет равенству $\boldsymbol{p}\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \mathrm{Pr}_{[\mathrm{a}]}(\tilde{\mathrm{X}}) \rangle\right) = \mathrm{Pr}_{[\mathrm{a}]}(\mathrm{Z})$.

Доказательство.

$$p^{+}\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \mathrm{Pr}_{[\mathrm{a}]}(\tilde{\mathrm{X}}) \rangle\right) = \max_{\substack{\sum_{\tilde{x}} p(\tilde{x}y) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(y) \\ p_{[a]}(\tilde{Y}) \in \mathrm{Pr}_{[\mathrm{a}]}(\tilde{\mathrm{X}})}} \sum_{I_{\tilde{X}}(Z)=1} p_{[a]}(\tilde{Y}) =$$

$$= \max_{\substack{\sum_{\tilde{x}} p(\tilde{x}y) \in \mathrm{Pr}_{[a]}(y) \\ p_{[a]}(\tilde{Y}) \in \mathrm{Pr}_{[\mathrm{a}]}(\tilde{\mathrm{X}})}} \sum_{\tilde{w}} p_{[a]}(Z\tilde{w}) = \mathrm{Pr}_{[a]}(Z)^{+}.$$

Аналогичным образом $p^{-}\left(Z \middle| \langle p_{[a]}(\tilde{X}) \in \mathrm{Pr}_{[\mathrm{a}]}(\tilde{\mathrm{X}}) \rangle\right) = \mathrm{Pr}_{[a]}(Z)^{-}$.

Следствие. Использование ограничений (*) в алгоритме глобального апостериорного вывода гарантирует получение экстернально непротиворечивой сети.

Доказательство. Рассмотрим два произвольных фрагмента знаний K и P с непустым сепаратором w. При выполнении алгоритма глобального апостериорного вывода один из них (предположим P) первым подвергался процессу пересчета вероятностей. Поскольку сепаратор непуст, будет порождено виртуальное свидетельство с нагрузкой, содержащей w, и вероятностями, совпадающими с апостериорными вероятностями формул из P. Из утверждения 2 следует, что оценки вероятности, поступающие в ФЗ, без изменения попадают в порожденное им виртуальное свидетельство. Таким образом, все свидетельства, порожденные на пути от P к K, будут содержать вероятности формул из P. Ещё раз воспользовавшись утверждением, получим, что вероятности из P и из K совпадут на их сепараторе.

4. Заключение. В настоящей статье рассмотрено влияние расхождения интервальных оценок при локальном апостериорном выводе на непротиворечивость результата алгоритма глобального апостериорного вывода. Приведён пример АБС, которая теряет свойство экстернальной непротиворечивости при пропагации свидетельства. Как средство избежать подобной утраты корректности, предложены дополнительные линейные ограничения, которыми дополняется система ограничений задач оптимизации, возникающих при решении второй задачи апостериорного вывода в случае неточного свидетельства. Доказано, что в таких ограничениях сужение интервалов, задающих вероятности формул, сохраняет экстернальную непротиворечивость. Открытым остается вопрос интернальной непротиворечивости результата.

Литература

1. *Сироткин А.В., Мусина В.Ф., Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: нелинейная задача оптимизации в локальном апостериорном выводе при атомарном стохастическом свидетельстве // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 20. С. 200–215.
2. *Сироткин А.В.* Проверка и поддержание непротиворечивости алгебраических байесовских сетей: вычислительная сложность алгоритмов. // Тр. СПИИРАН. № 15. 2010. С. 162-192.
3. *Сироткин А. В., Тулупьев А. Л.* Матрично-векторные уравнения локального логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях //Тр. СПИИРАН, 6 (2008), 131–139
4. *Сироткин А. В., Тулупьев А. Л.* Матричные уравнения локального логико-вероятностного вывода оценок истинности элементов в алгебраических байесовских сетях // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: Математика. Механика. Астрономия. 2012. № 3. С. 63-72.
5. *Стернин М. Ю., Чугунов Н. В., Шепелев Г. И.* Обобщенные интервальные оценки в моделях предметных областей систем поддержки экспертных решений. // Труды института системного анализа российской академии наук. Т. 12. 2005. С. 95-113
6. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: глобальный логико-вероятностный вывод в деревьях смежности. СПб.: СПбГУ; ООО Издательство «Анатолия», 2007. 40 с. (Элементы мягких вычислений).
7. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: логико-вероятностный подход к моделированию баз знаний с неопределенностью. СПб.: СПИИРАН, 2000. 282 с.
8. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: система операций глобального логико-вероятностного вывода // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2010. №11. С. 65–72.
9. *Тулупьев А. Л.* Алгебраические байесовские сети: система операций локального логико-вероятностного вывода //Информационно-измерительные и управляющие системы, 2009, №4, 41–44.
10. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: теоретические основы и непротиворечивость. СПб.: СПИИРАН, 1995. 75 с.
11. *Тулупьев А. Л.* Апостериорные оценки вероятностей в алгебраических байесовских сетях //Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикл. матем. Информ. Проц. упр., 2012, № 2, 51–59.
12. *Тулупьев А.Л.* Непротиворечивость оценок вероятностей в идеалах конъюнктов и дизъюнктов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2009. Вып. 2. С. 121–131

13. *Тулупьев А.Л.* Байесовские сети: логико-вероятностный вывод в циклах. СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2008. 140 с. (Элементы мягких вычислений).
14. *Тулупьев А. Л.* Задача локального автоматического обучения в алгебраических байесовских сетях: логико-вероятностный подход // Тр. СПИИРАН. 7. 2008. С. 10-25.
15. *Тулупьев А.Л.* Непротиворечивость оценок вероятностей в алгебраических байесовских сетях // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2009. Вып. 3. С. 144–151.
16. *Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В.* Байесовские сети: логико-вероятностный подход. СПб.: Наука, 2006. 607 с.
17. *Тулупьев А.Л., Никитин Д.А.* Экстремальные задачи в апостериорном выводе над идеалами цепочек конъюнкций, Тр. СПИИРАН, 2:2 (2005), 12–52.
18. *Тулупьев А.Л., Сироткин А.В., Николенко С.И.* Байесовские сети доверия: логико-вероятностный вывод в ациклических направленных графах. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та. 2009. 400 с.
19. Тулупьев А.Л., Сироткин А.В., Николенко С.И. Синтез согласованных оценок истинности утверждений в интеллектуальных информационных системах // Известия высших учебных заведений: Приборостроение. 2006. №7. 20–26 с.
20. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Алгоритм выявления ацикличности первичной структуры алгебраической байесовской сети на основе оценки числа ребер в минимальном графе смежности.
21. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Анализ циклов в минимальных графах смежности алгебраических байесовских сетей // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 17. С. 151–173
22. *Тулупьев А.Л., Фильченков А.А., Вальтман Н.А.* Алгебраические байесовские сети: задачи автоматического обучения // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2011. № 11, т. 9. С. 57-61.
23. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Глобальное обучение алгебраической байесовской сети: задачи и подходы к их решению // Юбилейная XIII Санкт-Петербургская международная конференция «Региональная информатика-2012 (РИ-2012)». Материалы конференции. СПОИСУ. СПб., 2012. С. 269–270.
24. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Третичная структура алгебраической байесовской сети // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 18. С. 164–187.
25. *Фроленков К. В., Фильченков А. А., Тулупьев А. Л.* Апостериорный вывод в третичной полиструктуре алгебраической байесовской сети. // Тр. СПИИРАН. № 4. 2012. С.343-356.
26. *Фроленков К.В., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Задача построения ациклической алгебраической байесовской сети // Юбилейная XIII Санкт-Петербургская международная конференция «Региональная информатика-2012 (РИ-2012)». Материалы конференции. СПОИСУ. СПб., 2012. С. 54–55.
27. *Bishop, C. M.* Pattern Recognition and Machine Learning. New York: Springer Science. 2006. 740 c.

Фроленков Константин Владиславович — аспирант кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ), младший научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН. Область научных интересов: машинное обучение, вероятностный вывод. Число научных публикаций — 11. frolenk@mail.ru. Научный руководитель — А.Л. Тулупьев.

Frolenkov Konstantin Vladislavovich — PhD student of Computer Science Department, SPbGU, junior researcher, Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS. Research area: machine learning, probabilistic inference. The number of publications — 11. frolenk@mail.ru. Scientific advisor — A.L. Tulupyev.

Поддержка исследования. работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты №№ 12-01-00945-а и 12-01-31202-мол_а.

Рекомендовано ТиМПИ СПИИРАН, зав. лаб. А.Л. Тулупьев, д.ф.-м.н., проф.
Работа поступила в редакцию 11.01.2013.

РЕФЕРАТ

Фроленков К.В. **Уточнение оценок вероятностей при локальном апостериорном выводе в алгебраической байесовской сети в случае неточного свидетельства.**

Алгебраическая байесовская сеть (АБС) — вероятностная графическая модель баз фрагментов знаний, поддерживающая использование как скалярных, так и интервальных оценок вероятности истинности формулы.

Рассматриваются алгоритмы апостериорного вывода, как локального (получение апостериорных вероятностей всех конъюнктов внутри одного фрагмента знаний), так и глобального (пропагации свидетельства по всей сети). Под свидетельством понимается фрагмент знаний, построенный на подыдеале какого-либо фрагмента знаний сети. В зависимости от представления вероятностей в свидетельстве различают детерминированные (бинарное представление), стохастические (скалярное представление) и неточные (интервальное представление) свидетельства.

В теории АБС выделяют четыре степени непротиворечивости: локальную, экстернальную, интернальную и глобальную. Каждая следующая степень непротиворечивости включает в себя предыдущую. Известно, что в скалярном случае экстернальная непротиворечивость ациклической АБС равносильна глобальной и, что результатом апостериорного вывода является экстернально непротиворечивая сеть.

Для случая интервальных оценок гарантирована лишь локальная непротиворечивость результата алгоритма глобального апостериорного вывода.

Проведен анализ задач линейного программирования, возникающих в алгоритмах локального апостериорного вывода для случаев различных видов поступившего свидетельства. Доказано, что в случае детерминированного или стохастического свидетельства не происходит "потери информации", т.е. апостериорные оценки вероятности в фрагменте знаний совпадут с оценками соответствующих формул в свидетельстве.

В статье приведен пример, показывающий, что локальная непротиворечивость — это максимальный достижимый уровень непротиворечивости при использовании текущих задач оптимизации в случае поступления неточного свидетельства.

Предложена модифицированная задача оптимизации для расчёта апостериорных вероятностей при неточном свидетельстве, при решении которой "потери информации" не происходит. Доказано, что результирующая сеть, построенная с решением данных задач, обладает, по меньшей мере, экстернальной непротиворечивостью.

SUMMARY

Frolenkov K.V., Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. **Elaboration of posteriori probability estimates for local inference in algebraic Bayesian networks in case of imprecise evidence.**

Algebraic Bayesian network (ABN) — probabilistic graphical model of knowledge patterns bases that supports the use of the both scalar and interval probability estimates of the verity of a formula.

Both local (obtaining posteriori probabilities of all conjuncts in one knowledge pattern) and global (propagation an evidence throughout the network) inference algorithms are considered. Evidence is denotes a knowledge pattern, built on subideal of any knowledge pattern in the network. Depending on the representation of probabilities in the evidence determined (binary representation), stochastic (scalar representation) or imprecise (interval representation) evidences are distinguished.

In theory of ABN there exist four degrees of consistency called local, external, internal and global consistency. Each of the next level of consistency includes the previous one. It is known that in the scalar case externally consistent acyclic ABN is globally consistent and that the result of the posteriori inference is externally consistent network.

In the case of interval estimates local consistency is only guaranteed result of the global posteriori inference algorithm.

The analysis of linear programming problems that arise in the local posterior inference algorithm for cases of various types of incoming evidence is conducted. It is proven that in the case of deterministic or stochastic evidence there is no of "data loss", i.e. posterior estimates of the probability in a knowledge pattern coincide with the estimates of the corresponding formulas in the evidence.

The article gives an example to show that the local consistency is the maximum level of consistency when using the current optimization problem in the case of imprecise evidence.

A modified optimization problem for calculating the posterior probabilities for the imprecise evidence such that the "loss of information" is eliminated is proposed. It is proven that the resulting network built with the solution of these tasks, has at least externally consistent.