

А.Ю. КОВАЛЕНКО
**АНАЛИЗ СТРУКТУРНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ
РАЗНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ КА**

Коваленко А.Ю. Анализ структурной устойчивости разнородной системы КА.

Аннотация. Произведен анализ структурной устойчивости системы КА, состоящей из разнотипных КА. Введено понятие временно-устойчивой структуры разнородной системы КА. Произведена декомпозиция задачи обеспечения временно устойчивой структуры на две подзадачи, а именно обеспечение устойчивости относительного положения плоскостей орбит КА и обеспечение устойчивого взаимного положения КА на орбитах за заданное время. Сформулированы критерии структурной устойчивости разнородной системы КА.

Ключевые слова: разнородная система КА, разнотипные КА, структурная устойчивость, баллистическое построение.

Kovalenko A. Analysis of the structural stability of a hybrid system SC.

Abstract. The analysis of the structural stability of the spacecraft, consisting of different types of spacecraft. Introduced the concept of time-stable structure of a hybrid system SC. Produced decomposition problem temporarily provide a stable structure into two subproblems, namely, sustaining the relative position of the planes of the orbits of spacecraft and sustainable mutual position of the spacecraft in orbit for a specified time. The criteria of the structural stability of a hybrid system SC.

Keywords: heterogeneous system SC, razntipnye SC, structural stability, ballistic software.

1. Введение. Анализ баллистического построения существующих систем КА показывает, что структуру системы определяют четыре основных параметра, которыми являются прямое восхождение восходящего узла (Ω), наклонение плоскости орбиты (i), аргумент широты КА (U) и аргумент широты перигея (ω). В однородных системах, в которых орбиты КА имеют одинаковую форму и размер, удержание значений данных параметров в заданном интервале обеспечивает сохранение структурной устойчивости системы во времени.

Системой КА называется совокупность КА, упорядоченных определенным образом в пространстве и выполняющих в тесном взаимодействии между собой конкретные задачи полетах [1].

Под разнородной системой КА понимается совокупность разнотипных КА, упорядоченных определенным образом в пространстве и времени, которые согласованно выполняют собственные целевые задачи в целях осуществления всестороннего информационного обеспечения.

В разнородной системе, орбиты КА могут существенно отличаться друг от друга, причем отличия могут быть в пространственном расположении орбит, в геометрических характеристиках и в положении КА на орбите. Это приводит к различным периодическим и вековым уходам параметров орбит, определяющих баллистическое построение разнородной системы КА и, следовательно, отсутствию структурной устойчивости системы КА.

2. Критерии структурной устойчивости разнородной системы

КА. КА в разнородной системе могут находиться каждый в своей плоскости, иметь свой период обращения и быть не равномерно распределенными относительно плоскости экватора. В данной ситуации целесообразно ввести в рассмотрение понятие временно устойчивой структуры.

Под временно устойчивой структурой разнородной системы КА, понимается такое состояние баллистического построения системы, при котором в течение заданного интервала времени обеспечивается расхождение плоскостей орбит относительно друг друга – по прямому восхождению восходящего узла и по наклонению, а так же относительно положению КА – по аргументу широты КА и аргументу широты перигея на величины не более допустимых.

Для соседних КА (j и $j-1$) в разнородной орбитальной группировке данное определение можно представить следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \Delta q_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) &= q_j(\Delta t_{\text{зад}}) - q_{j-1}(\Delta t_{\text{зад}}), \\ [\Delta q^k_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}})] &\leq [\Delta q^k_{\text{доп}}], \quad k = 1..4 \\ q &= \langle \Omega, U, \omega, i \rangle^T, \\ \Delta q &= \langle \Delta \Omega, \Delta U, \Delta \omega, \Delta i \rangle^T, \end{aligned} \tag{1}$$

где j – номер КА в ОГ;

$q_j(\Delta t_{\text{зад}})$ – вектор параметров орбиты j -го КА за временной интервал $\Delta t_{\text{зад}}$;

$[\Delta q^k_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}})]$ – k -й элемент вектора уходов параметров орбиты j -го КА относительно $(j-1)$ -го КА за временной интервал $\Delta t_{\text{зад}}$;

$[\Delta q^k_{\text{доп}}]$ – k -й элемент вектора предельно допустимых уходов параметров орбит КА относительно друг друга.

Исходя из данного условия, задача обеспечения временно устойчивой структуры разделяется на две подзадачи, а именно обеспечение устойчивости относительного положения плоскостей орбит КА и обеспечение устойчивого взаимного положения КА на орбитах заданное время $\Delta t_{\text{зад}}$.

Изменение взаимного положения КА в разнородной системе КА вызывается вековыми уходами параметров орбиты каждого КА, возникающими под действием возмущающих факторов. Величина воз-

мущений, действующих на КА, зависит от положения плоскости орбиты в пространстве, её размеров и формы.

Положение КА на момент создания разнородной орбитальной группировки (начальное положение) определяется выражением:

$$\Delta q_{(j,j-1)0} = q_{j0} - q_{(j-1)0}, \quad (2)$$

где q_{j0} и $q_{(j-1)0}$ – значения параметров орбиты j -го КА и $(j-1)$ -го КА на момент создания разнородной орбитальной группировки.

Значение вектора параметров орбиты для любого КА разнородной системы на момент окончания временного интервала $t_{\text{зад}}$ можно представить следующим выражением:

$$q_j(t_{\text{зад}}) = q_{j0} + \Delta q_j(\Delta t_{\text{зад}}). \quad (3)$$

С учетом выражения (3) расхождение орбит относительно друг друга по соответствующим параметрам двух соседних КА на момент окончания временного интервала $t_{\text{зад}}$ представляется следующим выражением:

$$\Delta q_{j,j-1}(t_{\text{зад}}) = q_{j0} - q_{(j-1)0} + (\Delta q_j(\Delta t_{\text{зад}}) - \Delta q_{j-1}(\Delta t_{\text{зад}})). \quad (4)$$

С учетом (2) и (4) расхождение орбит относительно друг друга по соответствующим параметрам двух соседних КА за временной интервал $\Delta t_{\text{зад}}$ определяется как:

$$\Delta q_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta q_{j,j-1}(t_{\text{зад}}) - \Delta q_{(j,j-1)0} = \Delta q_j(\Delta t_{\text{зад}}) - \Delta q_{j-1}(\Delta t_{\text{зад}}). \quad (5)$$

Примем, что в $\Delta t_{\text{зад}}$ укладывается целое число витков j -го КА и $(j-1)$ -го КА. То есть:

$$t_{\text{зад}} = T_{\text{оск } j} N_j = T_{\text{оск } j-1} N_{j-1}, \quad (6)$$

где $T_{\text{оск } j}$ – оскулирующий период j -го КА; N_j – количество витков j -го КА за время $\Delta t_{\text{зад}}$.

Обеспечение устойчивости относительного положения плоскостей орбит КА с высотой полета до 10 000 км (средняя операционная космическая зона) [2] основано на том, что под действием гравитаци-

онного поля Земли наклонение (i) не имеет векового ухода, а прямое восхождение восходящего узла (Ω) имеет вековой уход ($\Delta\Omega_{\text{1век}}$).

Для нормального гравитационного поля Земли вековой уход восходящего узла на одном витке [3] определяется следующим выражением:

$$\Delta\Omega_{\text{1век}} = \frac{3\pi\pi_2 \cos i}{\pi_0 p^2}, \quad (7)$$

где $\pi_0 = 398600.44 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$ – постоянная поля притяжения;

$\pi_2 = -1.7555 \cdot 10^{10} \frac{\text{км}^5}{\text{с}^2}$ – постоянная поля притяжения с учетом полярного сжатия Земли;

i – наклонение орбиты;

p – фокальный параметр.

С учетом выражений (6) и (7) вековой уход восходящего узла для j -го КА за N_j витков и для $(j-1)$ -го КА за N_{j-1} витков соответственно имеет вид:

$$\Delta\Omega_j(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta\Omega_{\text{1век } j} N_j = \Delta\Omega_{\text{1век } j} \frac{\Delta t_{\text{зад}}}{T_{\text{оск } j}} = \Delta t_{\text{зад}} \frac{\Delta\Omega_{\text{1век } j}}{T_{\text{оск } j}}, \quad (8)$$

$$\Delta\Omega_{j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta\Omega_{\text{1век } j-1} N_{j-1} = \Delta\Omega_{\text{1век } j-1} \frac{\Delta t_{\text{зад}}}{T_{\text{оск } j-1}} = \Delta t_{\text{зад}} \frac{\Delta\Omega_{\text{1век } j-1}}{T_{\text{оск } j-1}}. \quad (9)$$

Следовательно, выражение (5) для векового ухода восходящего узла с учетом (8) и (9) можно преобразовать к следующему виду:

$$\Delta\Omega_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta t_{\text{зад}} \left(\frac{\Delta\Omega_{\text{1век } j}}{T_{\text{оск } j}} - \frac{\Delta\Omega_{\text{1век } j-1}}{T_{\text{оск } j-1}} \right). \quad (10)$$

Критерием устойчивости относительного положения плоскостей орбит за временной интервал $\Delta t_{\text{зад}}$ является выполнение условия (1), которое принимает следующий вид:

$$\Delta\Omega_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) \leq \Delta\Omega_{\text{доп}}. \quad (11)$$

Анализ пространственной устойчивости взаимного положения плоскостей орбит показывает, что необходимым условием устойчивости является одинаковый знак наклонения орбит, в противном случае восходящие узлы орбит будут прецессировать в разные стороны.

Анализ возможного состава разнородной системы КА показывает, что орбиты КА могут иметь различные геометрические характеристики (большая полуось, относительный эксцентриситет). Соответственно в таком случае, взаимное положение всех КА может никогда и не повториться. Единственной возможностью устойчивости взаимного положения КА на орбитах является периодичность пространственного взаиморасположения КА системы, т.е. выполнение условия (6). Применение данного требования к движению КА в плоскости орбиты позволяет считать, что пространственное взаиморасположение КА будет повторяться в восходящих узлах (ВУ) орбиты через равные промежутки времени, соответствующие $\Delta t_{\text{зад}}$. Следовательно, исходя из выражения (5):

$$\Delta U_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) = U_j(\Delta t_{\text{зад}}) - U_{j-1}(\Delta t_{\text{зад}}). \quad (12)$$

Для обеспечения устойчивого взаимного положения КА на орбитах необходимо выполнение условия (1) по аргументу широты КА (U), т.е.:

$$\Delta U_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) \leq \Delta U_{\text{доп}}. \quad (13)$$

Обеспечение устойчивого взаимного положения основано на том, что на движение КА в плоскости орбиты оказывает вековое возмущающее воздействие атмосфера (вековые уходы большой полуоси и относительного эксцентриситета) и гравитационное поле Земли (вековой уход аргумента широты перигея) [3].

Исходя из геометрических характеристик, околоземные орбиты можно разделить на несколько классов: круговые, около круговые и эллиптические [5]. Однако, при исследовании движения КА в нормальном гравитационном поле Земли следует рассматривать только около круговое и эллиптическое движение [5].

Положение КА на момент окончания временного интервала $t_{\text{зад}}$ для около круговых орбит, т.е. орбит с малым значением относительного эксцентриситета, можно представить следующим выражением:

$$U_j(t_{\text{зад}}) = U_{j0} + \frac{2\pi}{T_{\text{оск } j}} t_{\text{зад}}. \quad (14)$$

Следовательно, выражение (12) с учетом (5) и (14) принимает вид:

$$\Delta U_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta t_{\text{зад}} \left(\frac{2\pi}{T_{\text{оск } j}} - \frac{2\pi}{T_{\text{оск } j-1}} \right). \quad (15)$$

В случае рассмотрения движения по эллиптическим орбитам, положение КА на момент окончания временного интервала $t_{\text{зад}}$ определяется с учетом соотношений Гаусса и Кеплера [4]

$$\begin{cases} \frac{T_{\text{оск } j}}{2\pi} (E_j(t_{\text{зад}}) - e_j \sin E_j(t_{\text{зад}})) = \Delta t_{\text{зад}} - \tau_j; \\ \text{tg} \frac{\vartheta_j(t_{\text{зад}})}{2} = \sqrt{\frac{1+e_j}{1-e_j}} \text{tg} \frac{E_j(t_{\text{зад}})}{2}, \end{cases} \quad (16)$$

$$U_j(t_{\text{зад}}) = \vartheta_j(t_{\text{зад}}) - \omega_j(t_{\text{зад}}), \quad (17)$$

где $\vartheta_j(t_{\text{зад}})$ – истинная аномалия j -го КА на момент окончания временного интервала $t_{\text{зад}}$;

$E_j(t_{\text{зад}})$ – эксцентрическая аномалия j -го КА на момент окончания временного интервала $t_{\text{зад}}$;

τ_j – время прохождения перигея орбиты j -м КА;

e_j – относительный эксцентриситет орбиты j -го КА.

Как видно из выражения (17), при рассмотрении структурной устойчивости разнородной системы КА, в которой КА двигаются не только по около круговым орбитам, но по эллиптическим, необходимо рассматривать условие устойчивого взаимного расположения точек перигея таких орбит.

Расчет взаимного расположения точек перигея основан на понятии векового ухода аргумент широты перигея ($\Delta\omega_{\text{век}}$), определяемого выражением для нормального гравитационного поля Земли [3]:

$$\Delta\omega_{\text{век}} = \frac{3}{2} \frac{\pi_2}{\pi_0} \frac{\pi}{p^2} (1 - 5 \cos^2 i). \quad (18)$$

С учетом выражений (6) и (7) вековой уход аргумента широты перигея для j -го КА за N_j витков и для $j-1$ – КА за N_{j-1} витков имеет вид:

$$\Delta\omega_j(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta\omega_{\text{век } j} N_j = \Delta\omega_{\text{век } j} \frac{\Delta t_{\text{зад}}}{T_{\text{оск } j}} = \Delta t_{\text{зад}} \frac{\Delta\omega_{\text{век } j}}{T_{\text{оск } j}}, \quad (19)$$

$$\Delta\omega_{j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta\omega_{\text{век } j-1} N_{j-1} = \Delta\omega_{\text{век } j-1} \frac{\Delta t_{\text{зад}}}{T_{\text{оск } j-1}} = \Delta t_{\text{зад}} \frac{\Delta\omega_{\text{век } j-1}}{T_{\text{оск } j-1}}. \quad (20)$$

Следовательно, выражение (5) для векового ухода аргумента широты перигея с учетом (19) и (20) можно преобразовать к следующему виду:

$$\Delta\omega_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) = \Delta t_{\text{зад}} \left(\frac{\Delta\omega_{\text{век } j}}{T_{\text{оск } j}} - \frac{\Delta\omega_{\text{век } j-1}}{T_{\text{оск } j-1}} \right). \quad (21)$$

Критерием устойчивости относительного положения плоско-стей орбит за временной интервал $\Delta t_{\text{зад}}$ является выполнение условия (1), которое принимает следующий вид:

$$\Delta\omega_{j,j-1}(\Delta t_{\text{зад}}) \leq \Delta\omega_{\text{доп}}. \quad (22)$$

При определении оскулирующего периода обращения ($T_{\text{оск}}$) и вековых уходов восходящего узла и аргумента широты перигея ($\Delta\Omega$, $\Delta\omega$) для низких орбит (высота полета КА до 500 км [5]) необходимо учитывать вековые возмущения, вызванные действием атмосферы. На низких высотах атмосфера оказывает малое сопротивление движущемуся КА, но, поскольку сила сопротивления является постоянно действующей силой, то (несмотря на малость) она может значительно изменить элементы орбиты за достаточно большой интервал времени.

Если принять, что атмосфера представлена статической моделью, то вековые уходы большой полуоси и относительного эксцентриситета определяются следующими выражениями [3]:

$$\frac{da}{dt} = -S_{\delta} \frac{a^2}{\pi_0} \rho V^3; \quad (23)$$

$$\frac{de}{dt} = -S_{\sigma} p V (e + \cos\vartheta), \quad (24)$$

где S_{δ} - баллистический коэффициент.

3. Заключение. Анализ сформулированных критериев устойчивости позволяет сделать вывод, что структурная устойчивость разнородной системы КА, включающей в себя разнотипные КА, возможна только на конечном временном интервале ($t_{\text{зад}}$). Обеспечение устойчивого взаимного положения КА на орбитах, в силу различных гео-

метрических характеристик орбит, возможно только в восходящих узлах.

Таким образом, устойчивость структуры на заданном интервале времени обеспечивается устойчивостью относительного положения плоскостей орбит и взаимного положения КА на орбитах.

Литература

1. Власов С.А., Кульвиц А.В., Кубасов И.Ю., Мосин Д.А. Баллистическое проектирование систем космических аппаратов: учебное пособие // СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского. 2007. 86 с.
2. Аверкиев Н.Ф., Васильков С.А., Салов В.В. Баллистическое построение систем космических аппаратов связи и пассивной радиолокации лунной поверхности // Приборостроение (Известия высших учебных заведений). СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики. 2008. Т. 51. № 12 С. 66 – 73.
3. Баринов К.Н., Мамон П.А. Теория полета космических аппаратов // М.: МО СССР. 1974. 346 с.
4. Богачев С. А., Власов С. А., Кульвиц А.В. Методы исследования возмущенного движения КА: учебное пособие // СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского. 2012. 73 с.
5. Эльясберг П.Э. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука. 1965. 540 с.

References

1. Vlasov S.A., Kul'vic A.V., Kubasov I.Ju., Mosin D.A. *Ballisticheskoe proektirovanie sistem kosmicheskikh apparatov: uchebnoe posobie* [Ballistic design of systems of spacecraft: a tutorial]. SPb.: VKA imeni A.F. Mozhajskogo. 2007. 86 p. (In Russ.).
2. Averkiev N.F., Vas'kov S.A., Salov V.V. [Ballistic construction of systems of spacecraft communication and passive radar lunar surface]. *Priboroostroenie (Izvestija vysshih uchebnykh zavedenij) – Proceedings of higher education institutions. Series "instrument making"*. SPb.: Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki. 2008. vol. 51. no. 12. pp. 66 – 73. (In Russ.).
3. Barinov K.N., Mamon P.A. *Teorija poleta kosmicheskikh apparatov* [Theory of flight of spacecrafts]. M.: MO SSSR. 1974. 346 p. (In Russ.).
4. Bogachev S. A., Vlasov S. A., Kul'vic A.V. *Metody issledovanija vozmushhennogo dvizhenija KA: uchebnoe posobie* [Methods of study of the perturbed motion of spacecraft]. SPb.: VKA imeni A.F. Mozhajskogo. 2012. 73 p. (In Russ.).
5. Jel'jasberg P.Je. *Vvedenie v teoriju poleta iskusstvennyh sputnikov Zemli* [Introduction to the theory of flight of artificial earth satellites]. M.: Nauka. 1965. 540 p. (In Russ.).

Коваленко Алексей Юрьевич — к-т техн. наук, старший преподаватель кафедры навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полета летательных аппаратов Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: экспериментальная баллистика, теория полета космических аппаратов, математическое моделирование. Число научных публикаций — 24, al_nex_239@mail.ru; ВКА имени А.Ф.Можайского, Ждановская ул. 13, г. Санкт-Петербург, 197082, РФ.

Kovalenko Alexey Jur'evich — Ph.D., senior lecturer in navigation and ballistic support the use of space assets and the theory of flight aircraft Military Space Academy named after AF Mozhajskogo. Research interests: experimental ballistics, theory of flight spacecraft, mathematical modeling. The number of scientific publications — 24, al_nex_239@mail.ru; GCA name AF Mozhaysky, Zhdanovskaya str. 13, St. Petersburg, 197198, Russia.

РЕФЕРАТ

Коваленко А.Ю. Анализ структурной устойчивости разнородной системы КА.

В данной статье рассматривается вопрос анализа структурной устойчивости разнородной системы, состоящей из разнотипных КА. Под разнородной системой КА понимается совокупность разнотипных КА, упорядоченных определенным образом в пространстве и времени, которые согласованно выполняют собственные целевые задачи в целях осуществления всестороннего информационного обеспечения.

В разнородной системе, орбиты КА могут существенно отличаться друг от друга, причем отличия могут быть в пространственном расположении орбит, в геометрических характеристиках и положении КА на орбите. Это приводит к различным периодическим и вековым уходам параметров орбит, определяющих баллистическое построение разнородной системы КА и, следовательно, отсутствию структурной устойчивости системы КА. Исходя из сказанного, вводится понятие временно устойчивой структуры на временном интервале.

Предложен подход к обеспечению структурной устойчивости разнородной системы КА, основанный на декомпозиции задачи на две подзадачи, а именно обеспечение устойчивости относительного положения плоскостей орбит КА и обеспечение устойчивого взаимного положения КА на орбитах за заданное время.

Сформулированы критерии устойчивости относительного положения плоскостей орбит КА и устойчивого взаимного положения КА на орбитах на временном интервале.

SUMMARY

Kovalenko A. Analysis of the structural stability of a hybrid system of spacecraft.

This article discusses the analysis of the structural stability of a hybrid system consisting of different types of spacecraft. Under heterogeneous system means a collection of different types of spacecraft, ranked in a certain way in space and time, which consistently perform own targets for the implementation of a comprehensive information security. In a heterogeneous system, the spacecraft orbit can differ significantly from each other, and the differences may be in the spatial arrangement of orbits, geometric characteristics and position the spacecraft in orbit.

This results in different periodic and secular drift orbit parameters determining ballistic construction of a hybrid system of spacecraft, and therefore lack the structural stability of spacecraft. Based on the foregoing, the concept of temporarily stable structure in the time interval. An approach to ensure the structural stability of a hybrid system spacecraft based on decomposition of the problem into two sub problems, namely to ensure stability of the relative position of the planes of the orbits of spacecraft and sustainable mutual position of spacecraft in orbit for a specified time. The criteria of stability of the relative position of the planes of the orbits spacecraft and sustainable mutual position of spacecraft in orbit on a time interval.