

В.И. ГОРБУЛИН, Е.В. КОТЯШОВ, В.А. ЧЕРНЯВСКИЙ, Н.В. ГРУЗДЕВ
**УДЕРЖАНИЕ ГЕОСТАЦИОНАРНОГО СПУТНИКА В
ЗАДАННОЙ ТОЧКЕ СТОЯНИЯ С УЧЕТОМ
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ**

Горбулин В.И., Котяшов Е.В., Чернявский В.А., Груздев Н.В. Удержание геостационарного спутника в заданной точке стояния с учетом дополнительных фазовых ограничений.

Аннотация. Время активного существования орбитальных средств на геостационарной орбите, к которым относятся стационарные искусственные спутники Земли различного назначения, может составлять более 15 лет. Вместе с тем в современных условиях наращивания орбитальной группировки возрастает и количество объектов космического мусора, в том числе и на геостационарной орбите: завершившие активное существование спутники, которые по каким-либо причинам не были переведены на орбиту захоронения; осколки спутников, образованные в результате столкновения с метеорами или аварий. Это повышает вероятность столкновения с ними рабочих спутников. Перечисленные факторы обуславливают необходимость рассматривать задачу удержания стационарных искусственных спутников Земли в окрестности точки стояния в условиях недопущения столкновения с объектами космического мусора, при этом затраты рабочего тела не должны существенно возрастать.

При проектировании новых космических аппаратов, особенно с большими сроками эксплуатации, особое внимание уделяется рациональному размещению двигателей. Предполагается, что спутники оснащаются несколькими двигателями коррекции, которые позволяют создавать управляющие ускорения только в нескольких направлениях, не меняя ориентации самого спутника. То есть при решении задачи считается, что коррекции параметров орбиты спутника не влияют на его ориентацию. Это условие является жестким ограничением в синтезе управления спутником.

В рассматриваемом методическом подходе в качестве функционала от управления задаются затраты рабочего тела, необходимые для совершения очередной коррекции, после которой на интервале глубины прогноза не будет опасных удалений от точки стояния и сближений. Это позволяет избежать ситуации, когда решение об управлении принимается уже после выхода стационарного спутника за пределы окрестности точки стояния, и прежде всего, сближения с объектами космического мусора на расстояние, меньшее порогового.

Представлены результаты моделирования, которые говорят об эффективности предложенных решений. Важным преимуществом является рассмотрение движения стационарного спутника не только относительно точки стояния, но и нескольких других объектов, как управляемых, так и неуправляемых, которые находятся в ее окрестности. При этом количество объектов может быть любым.

Ключевые слова: точка стояния, управление удержанием, пороговая дистанция, критическая ситуация, глубина прогноза, опасное удаление, опасное сближение

1. Введение. В процессе полета на стационарные искусственные спутники Земли (СИСЗ) помимо центральной составляющей гравитационного поля Земли воздействует целый ряд возмущающих факторов. Основными из них являются [1]:

– составляющие гравитационного притяжения Земли, обусловленные наличием полярного сжатия и аномалий геопотенциала;

- гравитационное притяжение Солнца и Луны;
- прямое световое давление.

Чтобы решить большинство прикладных задач [2, 3], достаточно учитывать эти три возмущающих фактора, однако также может учитываться и влияние отраженного светового давления, приливных деформаций Земли, сил притяжения других планет Солнечной системы, океанских приливов. Действие этих возмущений обуславливает невозможность идеального удержания СИСЗ в точке стояния на геостационарной орбите (ГСО). В связи с этим реализуемой остается только квазистационарная орбита, позволяющая находиться СИСЗ в окрестности точки стояния с учетом решаемых им задач. При этом необходимо постоянно искусственно поддерживать требуемые значения параметров орбиты СИСЗ, находящихся на ГСО. Это связано с практической невозможностью абсолютно точной реализации условий стационарности СИСЗ. Для компенсации смещений СИСЗ и поддержания параметров орбиты наиболее близко к идеальным стационарным значениям в районе заданной точки стояния необходимо осуществлять специальное управление движением центра масс КА, заключающееся в периодическом регулярном проведении корректирующих эти параметры маневров с помощью бортовых двигательных установок [1]. Целью управления в данном случае является регулярная компенсация влияния вековых и усредненных периодических составляющих возмущений параметров орбиты [4, 8, 10-12].

Кроме того, учитывая современные тенденции наращивания орбитальной группировки, на ГСО возникла ситуация, когда в окрестности одной точки стояния размещаются несколько СИСЗ, а также имеются СИСЗ, которые завершили свое активное существование и по каким-либо причинам не были переведены на орбиту захоронения [13, 14]. Все эти факторы обуславливают необходимость рассматривать не только задачу удержания СИСЗ в окрестности точки стояния, но и задачу уклонения от столкновения с объектами космического мусора (ОКМ) и другими СИСЗ.

При рассмотрении широкого спектра вопросов, касающихся оптимизации движения СИСЗ с двигателем малой тяги, большое внимание уделяется методам оптимизации траекторий таких СИСЗ. При этом основные усилия чаще всего направлены на регуляризацию процесса решения краевых задач оптимального управления. Применение принципа максимума Понтрягина позволяет свести оптимизационную задачу к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой и составляет основную трудность при использовании непрямых методов. Трудности

решения таких краевых задач носят принципиальный характер, связанный с вопросами существования, единственности и ветвления решений. Методические сложности связаны с вычислительной неустойчивостью и с ограниченностью области сходимости численных методов решения. Традиционно для решения задач оптимизации траекторий СИЗ с двигательными установками малой тяги используются различные модификации метода Ньютона. Основной трудностью при использовании этого класса методов является определение начального приближения, достаточно близкого к оптимальному решению. Современные численные методы оптимизации не могут гарантировать получение решения, сходимости используемых итерационных процедур.

Таким образом, необходимо разрабатывать методы, позволяющие решать задачу расчета программы маневров, которая обеспечивала бы безопасное функционирование СИЗ. То есть определить такое управление СИЗ по коррекции орбитальных параметров без существенного увеличения расхода запасах характеристической скорости, которое позволит избежать опасных сближений с ОКМ.

2. Основные понятия и постановка задачи исследования.

Математическую постановку задачи управления движением геостационарного СИЗ можно сформулировать следующим образом.

Пусть на момент времени t_0 известна оценка q_0 текущих параметров движения геостационарного СИЗ, а также характеризующая ее корреляционная матрица погрешностей K_{q_0} . Центр допустимых положений расположен в плоскости экватора с гринвичской долготой $\lambda_{ст}$. Движение СИЗ описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = f(x, u, \xi, t), \quad (1)$$

где x – вектор фазовых координат; u – вектор управления, $u \in U$ (U – множество допустимых управлений); ξ – вектор возмущений, действующих на СИЗ.

Радиус окрестности, в которой СИЗ должен находиться, задан величиной $\rho_{пред\ max}$. При этом СИЗ не должен сближаться на пороговую дистанцию $\rho_{пред\ min}$ с ОКМ, находящимися вблизи заданной ячейки.

Так как целью управления является удержание СИСЗ в окрестности точки стояния и избежание опасных сближений с ОКМ, то в качестве оптимизируемого параметра можно взять затраты рабочего тела, необходимые для совершения очередной коррекции, после которой СИСЗ на интервале прогноза $T_{\text{прог}}$ не будет опасных удалений и сближений. Выбор функционала можно обосновать еще тем, что срок активного существования современных аппаратов помимо надежности бортового оборудования определяется запасами топлива и должен достигать 15 и более лет [1].

Требуется определить такое управление $u^*(t, \xi, x_{j \text{ СИСЗ}})$ на этапе очередной коррекции, которое обеспечит минимальные затраты рабочего тела Δm и удержание СИСЗ в окрестности точки стояния на заданном интервале времени $T_{\text{прог}}$:

$$u^*(t, \xi, x_{j \text{ СИСЗ}}) = \underset{u(t, \xi) \in U, \rho(t) \leq \rho_{\text{пред max}}, \rho_j(t) > \rho_{\text{пред min}}, t \in [t_0, T_{\text{прог}}]}{\arg \min} \Delta m(u(t, \xi, x_{j \text{ СИСЗ}})), \quad (2)$$

где $\rho(t)$ – функция дальности от СИСЗ до точки стояния; $x_{j \text{ СИСЗ}}$ – вектор фазовых координат j -го СИСЗ, $j = \overline{1, J}$; $\rho_j(t)$ – расстояние от управляемого СИСЗ до j -го ОКМ или другого СИСЗ.

Следует подробнее остановиться на определении множества допустимых управлений U .

При проектировании новых космических аппаратов, особенно с большими сроками эксплуатации, большое внимание уделяется рациональному размещению двигателей [4, 11]. Рассматривается случай, когда СИСЗ оснащаются несколькими двигателями коррекции, позволяющими создавать управляющие ускорения только в нескольких направлениях, не меняя ориентации самого СИСЗ. То есть при совершении коррекций параметров орбиты ориентация самого СИСЗ остается неизменной в орбитальной системе координат.

Таким образом, вектор управления $u(t)$ является кусочно-постоянной функцией, то есть управление u постоянно для всех рассматриваемых t , за исключением конечного числа моментов времени, где функция $u(t)$ терпит разрывы первого рода.

Множество U определяется расположением корректирующих двигателей, количеством комбинаций и временем их одновременной работы. То есть управление $u(t)$ можно выразить следующим образом:

$$u(t) = u(o_x, o_y, o_z, F, t_n, t_k), \quad (3)$$

где o_x, o_y, o_z – составляющие орта суммарного вектора тяги в орбитальной системе координат; F – модуль вектора тяги, создаваемого одним или несколькими двигателями коррекции; t_n, t_k – моменты времени начала и окончания активного участка.

Следует отметить, что при проведении маневра система парирует как действие внешних возмущающих моментов, так и управляющих моментов от двигателей малой тяги, выполняющих коррекцию. Поэтому для заданных моментов времени начала и окончания активного участка начальные условия по вектору кинетического момента перед каждым включением двигателей должны целенаправленно подготавливаться.

В данной статье функционирование системы углового движения не учитывается, а управление СИСЗ в части его угловой стабилизации является хоть и взаимосвязанной, но отдельной задачей.

3. Определение условий выполнения корректирующего маневра. В общем случае задача управления орбитой геостационарного СИСЗ сводится к управлению по гринвичской долготе и географической широте. Вместе с тем, данные параметры являются функциями элементов орбиты и, в первую очередь, сидерического периода, эксцентриситета и наклона. Поэтому управление движением СИСЗ может осуществляться изменением этих параметров [5-7, 21].

Вековое смещение СИСЗ по долготе определяется сидерическим периодом обращения. Эксцентриситет и наклонение орбиты обуславливают только периодические отклонения по широте и долготе. Однако из-за влияния гравитационных сил Солнца и Луны, а также солнечного давления помимо периодических возникают и вековые уходы наклона [9, 19, 20].

Долготные и широтные колебания имеют период примерно равный длительности звездных суток ($T_{зв} = 86164,1$ с). Направление и характер движения СИСЗ относительно заданной точки стояния определяется начальным значением истинной аномалии. При этом основной вклад в периодическую составляющую колебаний дальности до абстрактной точки стояния вносит эллиптичность орбиты [12].

Важным аспектом при решении задачи удержания СИСЗ в окрестности заданной точки стояния является определение необходимой периодичности совершения корректирующих маневров. Она определяется по результатам прогнозирования параметров орбиты, выполняемого с использованием начальных условий, которые были получены при обработке траекторных измерений.

В качестве условия, определяющего необходимость выполнения коррекции, может служить превышение накопленного усредненного отклонения СИСЗ от точки стояния. Однако в данном случае решение об управлении принимается непосредственно перед выходом СИСЗ за пределы окрестности точки стояния, что может быть недопустимым. Это обусловлено тем, что на СИСЗ зачастую устанавливаются двигатели малой тяги, и длительность активных участков может быть значительной, а их экстренное осуществление невозможным в силу ограничений, накладываемых функционированием других систем СИСЗ. Для парирования таких ситуаций предлагается прогнозировать их возникновение на заданную глубину $T_{\text{прог}}$ и планировать коррекции заранее [12]. В этом случае условие необходимости совершения коррекции можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \widehat{\rho}(\widehat{\vec{r}}_{\text{ОКМ}j}(t), \widehat{\vec{r}}_{\text{УСИСЗ}}(t)) \leq \rho_{\text{порог min}}, \\ \widehat{\rho}(\widehat{\vec{r}}_{\text{ТС}}(t), \widehat{\vec{r}}_{\text{УСИСЗ}}(t)) \geq \rho_{\text{порог max}}, \end{cases} \quad t \in [t_0, T_{\text{прог}}], \quad (4)$$

где $\widehat{\vec{r}}_{\text{УСИСЗ}}(t)$, $\widehat{\vec{r}}_{\text{ОКМ}}(t)$ – оценки радиусов-векторов управляемого СИСЗ и ОКМ соответственно; $\widehat{\vec{r}}_{\text{ТС}}(t)$ – радиус-вектор точки стояния; t_0 – момент времени, в который осуществляется проверка необходимости выполнения корректирующего маневра.

Такой подход позволяет избежать ситуаций, когда решение об управлении принимается уже после выхода СИСЗ за пределы окрестности точки стояния, и прежде всего, сближения с ОКМ на расстояние, меньшее порогового.

Задача (2) решается в случае, если в какой-либо момент времени на интервале $t \in [t_0, T_{\text{прог}}]$ условие (4) выполняется, то есть когда возможно возникновение опасной ситуации: сближение с ОКМ или удаление от точки стояния.

На рисунке 1 показана графическая интерпретация выявления опасных сближений между управляемым СИСЗ и ОКМ. Из рисунка 1 видно, что опасным сближение считается, если дальность между управляемым СИСЗ и ОКМ с учетом ошибок определения их

параметров движения оказывается менее пороговой. Аналогичным образом определяются опасные удаления управляемого СИСЗ от точки стояния [8, 24, 25].

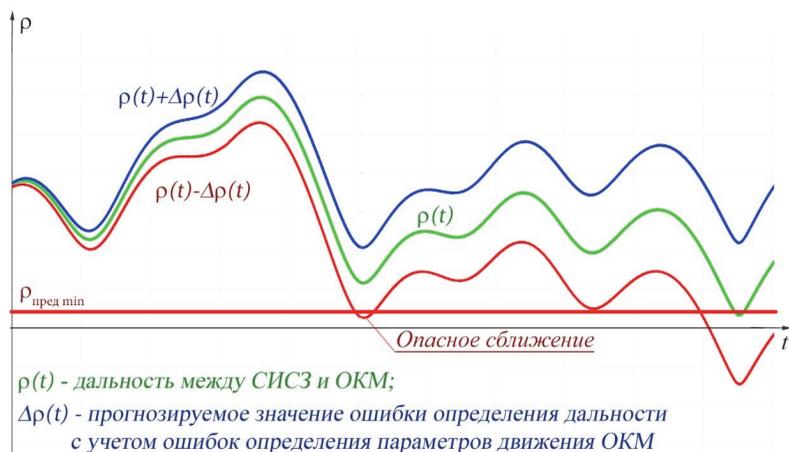


Рис. 1. Графическая интерпретация выявления опасных сближений между управляемым СИСЗ и ОКМ

Для заданной области допустимых управлений U основную сложность представляет выбор моментов времени начала и окончания активного участка, так как величина и направление тяги для k -го элемента $u_k(t)$ являются постоянными. Наиболее предпочтительный путь решения данной задачи – выработка правила, позволяющего делать вывод о пригодности рассматриваемого момента времени для начала активного участка, а затем, в случае его пригодности, поиска оптимального момента времени для его окончания. Таким образом, для k -го элемента $u_k(t)$ множества U необходимо найти такой момент времени $t_{\text{н}}$ начала активного участка в пределах одного витка, для которого решение будет наилучшим:

$$u_k^*(t) = \arg \min_{t_{\text{н}}} \Delta m(u_k(t)). \quad (5)$$

Рассмотрев таким образом элементы множества U , выбирается тот, который доставляет минимум функционалу (2). В случае, когда имеется несколько экстремумов на заданном интервале прогноза

$t \in [t_0, T_{\text{пор}}]$, выбирается тот, который обеспечит безопасное функционирование СИСЗ на большем интервале времени. Для этого необходимо дополнительное прогнозирование движения всех СИСЗ.

4. Определение моментов времени начала и окончания управления орбитальным средством. В сложных практических задачах формирование набора критериальных функций является достаточно трудным. При выборе моментов времени начала активного участка в данной работе предлагается ключевым фактором принять значение дальности от СИСЗ после реализации псевдоимпульса [12, 23], то есть после активного участка малой длительности. Для этого условие (4) можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \rho_{\min} \leq \rho_{\text{порог min}}, \\ \rho_{\max} \geq \rho_{\text{порог max}}, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho_{\min} &= \min_j \min_t \widehat{\rho}(\widehat{r}_{\text{ОКМ}j}(t), \widehat{r}_{\text{УСИСЗ}}(t)), t \in [t_0, T_{\text{пор}}]; \\ \rho_{\max} &= \max \widehat{\rho}(\widehat{r}_{\text{ТС}}(t), \widehat{r}_{\text{УСИСЗ}}(t)), t \in [t_0, T_{\text{пор}}], \end{aligned} \quad (7)$$

где ρ_{\max} – максимальное удаление УСИСЗ от точки стояния на интервале времени $[t_0, T_{\text{пор}}]$; ρ_{\min} – минимальное расстояние между УСИСЗ и СИСЗ на интервале времени $[t_0, T_{\text{пор}}]$.

Если данные величины записать как функции управления:

$$\begin{aligned} \rho_{\max} &= \rho_{\max}(u(o_x, o_y, o_z, F, t_n, t_k)), \\ \rho_{\min} &= \rho_{\min}(u(o_x, o_y, o_z, F, t_n, t_k)) \end{aligned} \quad (8)$$

и продифференцировать, то малые приращения $\Delta\rho_{\max}$ и $\Delta\rho_{\min}$ можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_{\max} &= \frac{\partial\rho_{\max}}{\partial\bar{o}} \cdot \Delta\bar{o} + \frac{\partial\rho_{\max}}{\partial F} \cdot \Delta F + \frac{\partial\rho_{\max}}{\partial t_n} \cdot \Delta t_n + \frac{\partial\rho_{\max}}{\partial t_k} \cdot \Delta t_k, \\ \Delta\rho_{\min} &= \frac{\partial\rho_{\min}}{\partial\bar{o}} \cdot \Delta\bar{o} + \frac{\partial\rho_{\min}}{\partial F} \cdot \Delta F + \frac{\partial\rho_{\min}}{\partial t_n} \cdot \Delta t_n + \frac{\partial\rho_{\min}}{\partial t_k} \cdot \Delta t_k. \end{aligned} \quad (9)$$

Задача (2) является трудоемкой оптимизационной задачей, решение которой необходимо искать в шестимерном пространстве.

Однако если система двигателей коррекции задана, то при рассмотрении каждого варианта включения двигателей составляющие орта тяги в орбитальной системе координат и сила тяги считаются постоянными. Таким образом, остаются две переменные, по которым происходит оптимизация: момент времени начала коррекции и ее длительность [23]. Если зафиксировать момент времени начала активного участка, то трудоемкость алгоритма существенно снижается, и осуществляется поиск оптимальной длительности включения двигателя:

$$d\rho_{\max} = \frac{\partial \rho_{\max}}{\partial t_k} \cdot \Delta t_k, \quad (10)$$

$$d\rho_{\min} = \frac{\partial \rho_{\min}}{\partial t_k} \cdot \Delta t_k. \quad (11)$$

Анализ полученных выражений показывает: если целью управления является коррекция движения СИСЗ относительно точки стояния, то значение производной (10) до момента выключения двигателя должно быть отрицательным. Это означает, что прогнозируемое максимальное значение удаления СИСЗ от точки стояния уменьшается. В процессе управления наступит такой момент времени t_k , когда значение производной (10) станет равным нулю. В этот момент времени целесообразно выключить двигательную установку, так как значение производной станет положительным, и прогнозируемое максимальное значение удаления от точки стояния начнет увеличиваться. Аналогично ищется момент окончания активного участка траектории, если целью управления является коррекция движения СИСЗ относительно ОКМ. Отличие в том, что производная (11) в начальный момент времени t_n положительна. Условия для поиска момента времени для начала активного участка и его длительности приведены в таблице 1.

Такой вариант декомпозиции задачи (2) позволяет сформировать на заданном интервале времени $t \in [t_0, T_{\text{пор}}]$ конечное множество альтернатив, в котором каждой комбинации включения двигателей коррекции сопоставляются момент времени начала активного участка, его длительность, и достигаемая при этом максимальная дальность до точки стояния (либо минимальная дальность до ОКМ). Из этого множества выбирается вариант, для которого затраты рабочего тела минимальны, а также выполняются все налагаемые ограничения.

Таблица 1. Условия для поиска моментов времени начала и окончания АУТ

Цель управления	Условие пригодности момента времени для начала АУТ	Условие окончания АУТ	Ограничение
Коррекция относительно точки стояния	$\frac{\partial \rho_{\max}}{\partial t_k} < 0$	$\frac{\partial \rho_{\max}}{\partial t_k} = 0$	$\rho_{\min} \geq \rho_{\text{порог min}}$
Коррекция относительно ОКМ	$\frac{\partial \rho_{\min}}{\partial t_k} > 0$	$\frac{\partial \rho_{\min}}{\partial t_k} = 0$	$\rho_{\max} \leq \rho_{\text{порог max}}$

5. Алгоритм формирования управления движением центра масс СИСЗ. Исходя из представленной выше постановки задачи исследования и сформулированных условий необходимости совершения корректирующего маневра в основу принципа формирования управления был положен процесс анализа динамики дальности от СИСЗ до точки стояния и ОКМ. Последовательность шагов, составляющих алгоритм формирования управления, представлена ниже. Структурная схема предлагаемого алгоритма приведена на рисунке 2.

Шаг 1. Пусть t_0 – момент времени очередной проверки условия (7). Осуществляется прогноз движения СИСЗ и ОКМ с большим шагом (более 100 с) и определяются множества $M_{\text{КСТС}}$ и $M_{\text{КСОКМ}}$ критических ситуаций:

$$M_{\text{КСТС}} = [\hat{d}_j, t_j]^T, j = \overline{1, J};$$

$$M_{\text{КСОКМ}} = [\hat{d}_i, t_i]^T, i = \overline{1, I},$$

где \hat{d}_i – дальность до ОКМ в момент i -й критической ситуации сближения; \hat{d}_j – дальность до точки стояния в момент j -й критической удаленности от точки стояния.

Шаг 2. Определяются максимальное и минимальное значения \hat{d}_{\max} и \hat{d}_{\min} :

$$\hat{d}_{\max} = \max_j d_j;$$

$$\hat{d}_{\min} = \min_i d_i,$$

и проверяется условие (7). Если условие (7) выполняется, то переходим к следующему шагу, иначе КА продолжает пассивный полет до следующего момента времени проверки условия (7).

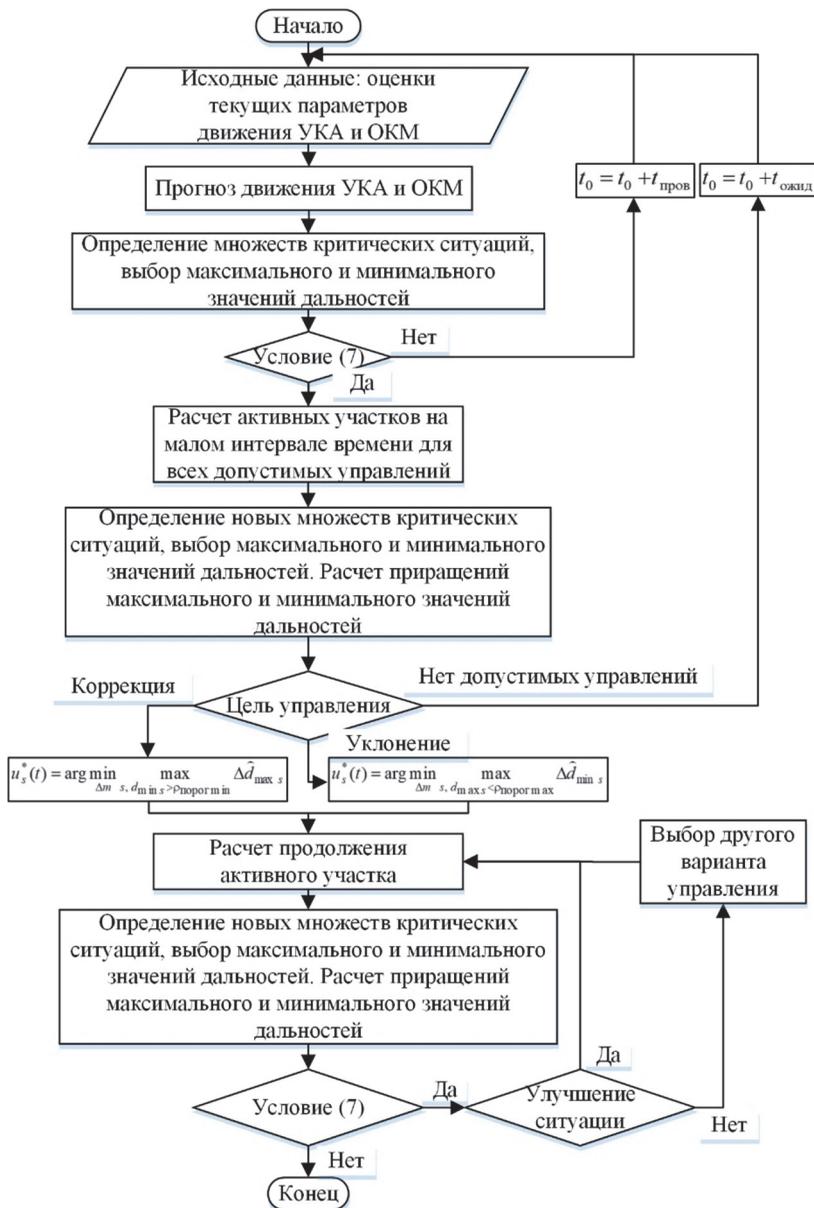


Рис. 2. Структурная схема алгоритма формирования управления движением центра масс СИСЗ

Шаг 3. С шагом Δu по аргументу широты осуществляется перебор точек траектории СИСЗ и для каждой из них на малом интервале времени Δt для всех допустимых управлений $u_s(t)$, $u_s(t) \in U$, $s = \overline{1, S}$ рассчитываются активные участки траектории. Величины Δu и Δt выбираются заранее на основе минимально возможного интервала включения двигательной установки СИСЗ.

Шаг 4. Для каждой получившейся траектории определяются новые множества $M_{\text{КСТС}_s}$ и $M_{\text{КОКМ}_s}$ критических ситуаций и значения $\widehat{d}_{\max s}$ и $\widehat{d}_{\min s}$.

Рассчитываются величины $\Delta \widehat{d}_{\max s}$ и $\Delta \widehat{d}_{\min s}$:

$$\begin{aligned} \Delta \widehat{d}_{\max s} &= \widehat{d}_{\max} - \widehat{d}_{\max s}, \\ \Delta \widehat{d}_{\min s} &= \widehat{d}_{\min s} - \widehat{d}_{\min}. \end{aligned}$$

Шаг 5. Если целью управления является парирование опасного сближения, то выбирается вариант управления u^* такой, что:

$$u_s^*(t) = \arg \min_{\Delta m_s, d_{\max s} < \rho_{\text{порог max}}} \max \Delta \widehat{d}_{\min s}.$$

Если целью управления является удержание КА в окрестности точки стояния, то выбирается вариант управления u^* такой, что:

$$u_s^*(t) = \arg \min_{\Delta m_s, d_{\min s} > \rho_{\text{порог min}}} \max \Delta \widehat{d}_{\max s}.$$

Следует отметить, что минимизация затрат топлива осуществляется путем выбора варианта управления, в котором задействуется наименьшее количество корректирующих двигателей.

Шаг 6. Для выбранного управления рассчитывается продолжение активного участка до тех пор, пока условие (2) не перестанет выполняться, либо до тех пор, пока $\Delta \widehat{d}_{\max s}$ или $\Delta \widehat{d}_{\min s}$ увеличиваются. Если, в зависимости от цели управления, улучшения ситуации не происходит $\Delta \widehat{d}_{\max s}$ или $\Delta \widehat{d}_{\min s}$ и при этом условие (2) по-прежнему выполняется, то выбирается вариант

управления, следующий после $u_s^*(t)$, то есть вариант, позволяющий максимально улучшить ситуацию.

6. Результаты моделирования вариантов управления геостационарными орбитальными средствами. Двигатели малой тяги имеют ряд особенностей. Для таких двигателей при включении и выключении характерны значительные переходные процессы, когда тяга не регулируется. В связи с этим возникает необходимость делать включения более продолжительными, чтобы минимизировать погрешность действительного суммарного приращения характеристической скорости относительно расчетного значения.

Помимо особенностей двигателей на управление существенно влияет схема их расположения, особенно при наличии ограничений на ориентацию СИСЗ. Эти обстоятельства обязывают для каждой системы двигателей сначала исследовать вопрос управляемости СИСЗ, а затем определиться с видом функции управления.

При проведении численных исследований было рассмотрено два варианта расположения двигателей коррекции на СИСЗ (рис. 3). Направляющие косинусы двигателей в связанной системе координат приведены в таблице 2. Сила тяги для всех двигателей была принята равной 0,083 Н. Масса СИСЗ с запасом топлива – 1704 кг.

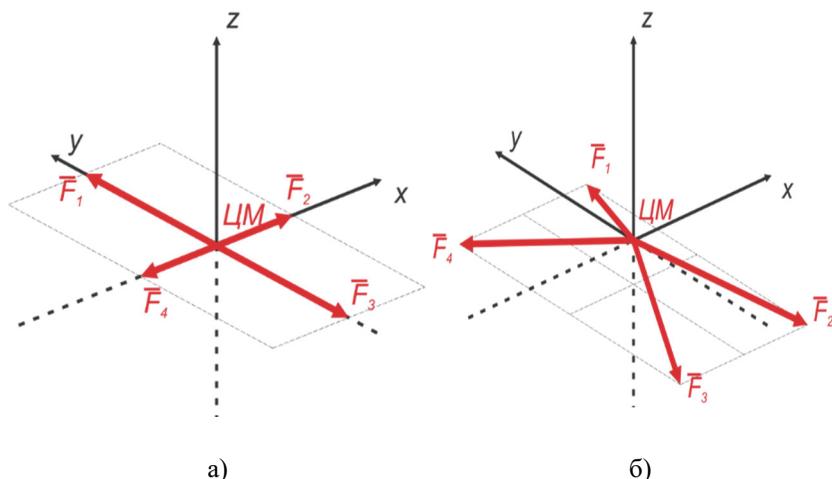


Рис. 3. Схемы расположения двигателей коррекции: а) – схема 1; б) – схема 2

Рассматриваемые схемы расположения двигателей коррекции позволяют создавать управляющие ускорения как в трансверсальном,

так и в нормальном направлении к плоскости орбиты. Поэтому было принято допущение, что в процессе движения СИСЗ по орбите связанная система координат всегда должна совпадать с орбитальной. Подобное ограничение также может быть связано с целевым предназначением СИСЗ. Также при моделировании были учтены следующие характеристики двигательной установки:

- максимальное суммарное время работы двигателей коррекции в сутки 2 часа;
- минимальное время между включениями двух двигателей 10 минут.

Таблица 2. Значения направляющих косинусов двигателей коррекции в связанной системе координат

Номер двигателя	Орт по оси X	Орт по оси Y	Орт по оси Z
Схема 1			
1	0	1	0
2	1	0	0
3	0	-1	0
4	-1	0	0
Схема 2			
1	0,42252	0,887	-0,188
2	0,42252	-0,887	-0,188
3	-0,42252	-0,887	-0,188
4	-0,42252	0,887	-0,188

Для заданных схем расположения двигателей может быть два варианта включения: одиночное и парное, так как при большем количестве работающих двигателей они будут попарно компенсировать друг друга. С точки зрения затрат рабочего тела более предпочтительным является вариант, когда работает только один из двигателей. При этом коррекция может заключаться в одном или нескольких согласованных маневрах.

На рисунке 4 показан график зависимости производной по длительности активного участка траектории от максимальной дальности до точки стояния для варианта коррекции с одним включением. Как видно из графика, длительность активного участка для заданного варианта управления и момента его начала соответствует точке, где производная равна нулю ($t_k = 2400$ с).

На рисунке 5 показаны графики зависимости дальности до точки стояния от времени прогнозирования для различных длительностей активного участка. Синему графику (t_0) соответствует нулевая длительность, то есть когда управление не осуществлялось. Графики голубого цвета (t_{600} , t_{1000} , t_{1500} и t_{1900}) соответствуют длительностям

активного участка, когда значение производной от максимальной дальности отрицательно, а красного цвета – когда положительно (t_{3200} , t_{3600} , t_{4100} и t_{4400}). Зеленый график (t_{2400}) соответствует оптимальной длительности активного участка. Как видно, зеленый график не имеет выраженного глобального максимума, то есть глобальный максимум выровнялся с ближайшим к нему локальным максимумом. Дальнейшее управление приводит к тому, что прогнозируемое максимальное удаление ρ_{\max} от точки стояния начинает возрастать.

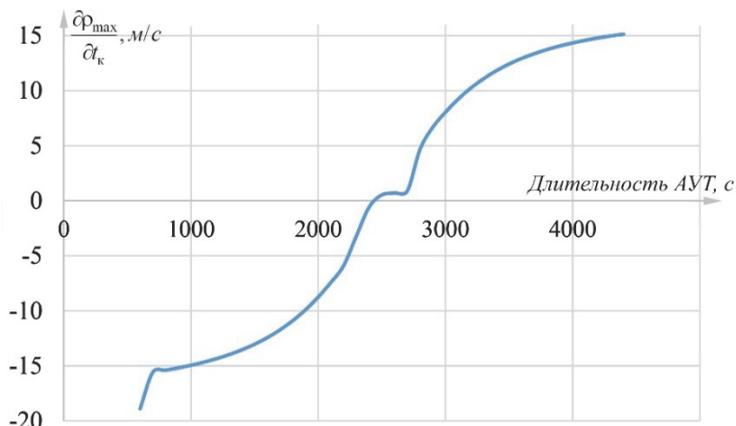


Рис. 4. График зависимости изменения значения производной по длительности активного участка от значения максимальной дальности до точки стояния

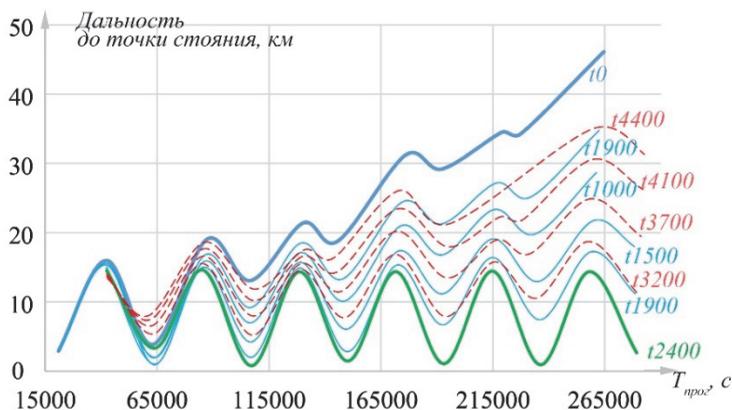


Рис. 5. Графики зависимости дальности до точки стояния от времени прогнозирования для различных длительностей активного участка

Результаты моделирования коррекции движения СИСЗ относительно точки стояния показали, что в случае коррекции с одним включением двигательной установки не всегда обеспечивается достижение цели управления. Особенно это характерно для второй схемы расположения двигателей. Производная функции максимальной дальности до точки стояния $\partial \rho_{\max} / \partial t_k$ быстро возрастает, и продолжительность активного участка оказывается значительно меньше минимального времени работы двигателя. При этом цель управления не достигается: максимальная прогнозируемая дальность ρ_{\max} остается больше ее порогового значения $\rho_{\text{порог max}}$.

Решить эту проблему можно двумя способами: снятием ограничений на ориентацию СИСЗ либо увеличением количества активных участков. Во втором случае управление будет заключаться не в одном, а нескольких согласованных включениях двигательной установки. В данной работе был рассмотрен вариант с двумя активными участками включения двигательной установки (рис. 6).

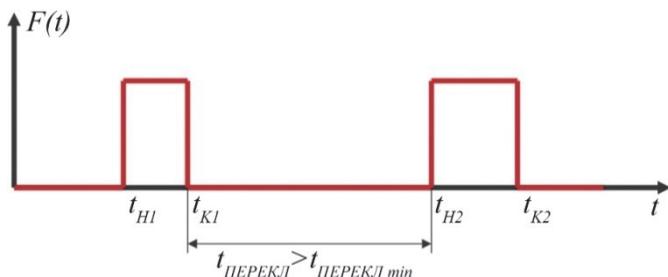


Рис. 6. Вариант управления с двумя активными участками включения двигательной установки

Вектор-функция управления СИСЗ данного вида может быть описана следующим образом:

$$u(t) = (o_{x1}, o_{y1}, o_{z1}, o_{x2}, o_{y2}, o_{z2}, F, t_n, t_{\text{перекл}}, t_{\text{акт}}, k_t); \quad (12)$$

$$t_{\text{акт}} = t_{\text{акт1}} + t_{\text{акт2}}; \quad (13)$$

$$t_{\text{акт1}} = k_t \cdot t_{\text{акт}}; \quad (14)$$

$$t_{\text{акт}2} = (1 - k_t) \cdot t_{\text{акт}}, \quad (15)$$

где $o_{x1}, o_{y1}, o_{z1}, o_{x2}, o_{y2}, o_{z2}$ – составляющие орта тяги в орбитальной системе координат для первого и второго включений; F – модуль вектора тяги, создаваемой двигателями коррекции; t_n – момент времени начала первого активного участка; $t_{\text{перекл}}$ – длительность пассивного участка между включениями; $t_{\text{акт}}$ – суммарная длительность активных участков; $t_{\text{акт}1}, t_{\text{акт}2}$ – длительность первого и второго активных участков соответственно; k_t – коэффициент деления суммарной длительности активных участков.

При рассмотрении заданного элемента множества для поиска оптимального момента времени начала активного участка могут быть использованы любые численные методы поиска экстремума функции. Затем из всех полученных решений выбирается наилучшее:

$$u^*(t) = \arg \min_k \Delta m(u_k^*(t)). \quad (16)$$

Для функции управления с двумя согласованными включениями было проведено моделирование двух вариантов:

- движение одного управляемого СИСЗ на интервале в один год;
- движение двух СИСЗ с уклонением от столкновений.

Исходные данные для моделирования приведены в таблице 3.

Таблица 3. Исходные данные для моделирования

Наименование параметра	СИСЗ 1	СИСЗ 2
Дата и время начала моделирования	13.01.2016 00:00:00.000	
x , м	-41548506,75	-41552258,0524
y , м	7168307,6	7157942,581
z , м	66838,13	64734,557
V_x , м/с	-522,8	-521,938
V_y , м/с	-3030,1	-3030,027
V_z , м/с	-0,2943	0,8057
Долгота точки стояния, град	58,5	58,5
Масса СИСЗ, кг	1704	1704
Площадь миделя, м ²	63,3	63,3

Для *первого варианта* проведено моделирование движения СИСЗ на интервале одного года с управлением, целью которого было

удержание в окрестности точки стояния радиусом 50 км. Для удержания СИСЗ потребовалось 292 включения ДУ средней продолжительностью 3263 с. Суммарное время работы двигателей составило 952891,8 с. Затраты характеристической скорости составили 49,07 м/с, из них примерно 43,5 м/с пошло на коррекцию наклона орбиты, а остальная часть – на коррекцию периода обращения СИСЗ. Таким образом, при запасе характеристической скорости 500 м/с срок активного существования СИСЗ составит более 10 лет.

Для второго варианта на рисунках 7, 8 и 9 представлены результаты моделирования совместного движения двух СИСЗ, размещенных в окрестности одной точки стояния. При этом СИСЗ 2 помимо удержания в окрестности точки стояния решал задачу уклонения от столкновения с СИСЗ 1. В качестве пороговых значений минимального расстояния между СИСЗ принимались 0 метров, то есть без маневров уклонения (на рисунках обозначен красным цветом), 1000 метров (зеленым цветом) и 5000 метров (синим цветом).

На рисунке 7 представлены графики расходования характеристической скорости СИСЗ 2. На рисунке 8 представлены графики изменения относительной дальности от СИСЗ 2 до СИСЗ 1, а на рисунке 9 – графики изменения относительной дальности от СИСЗ 2 до геометрического центра точки стояния.

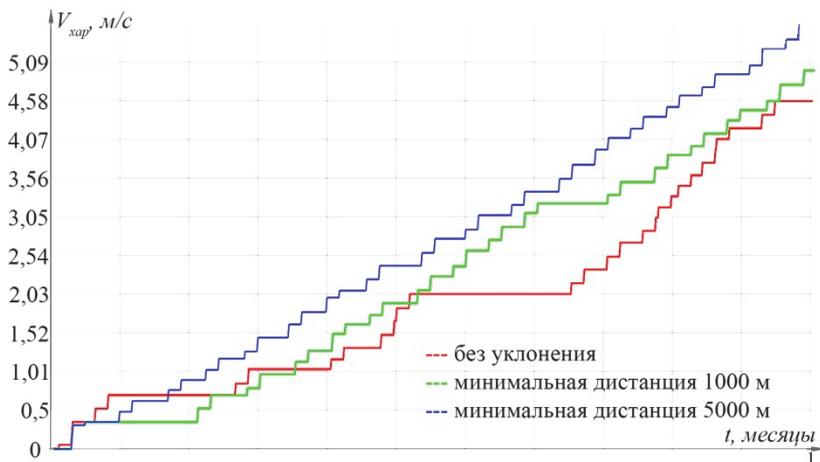


Рис. 7. Затраты характеристической скорости для различных пороговых значений дальности между СИСЗ

Анализ рисунка 7 показывает, что общие затраты характеристической скорости при использовании алгоритма

уклонения выросли на 8 % для пороговой дистанции 1000 м и на 12% для пороговой дистанции 5000 м, что является допустимыми величинами и существенно не скажется на времени активного существования СИСЗ на ГСО.

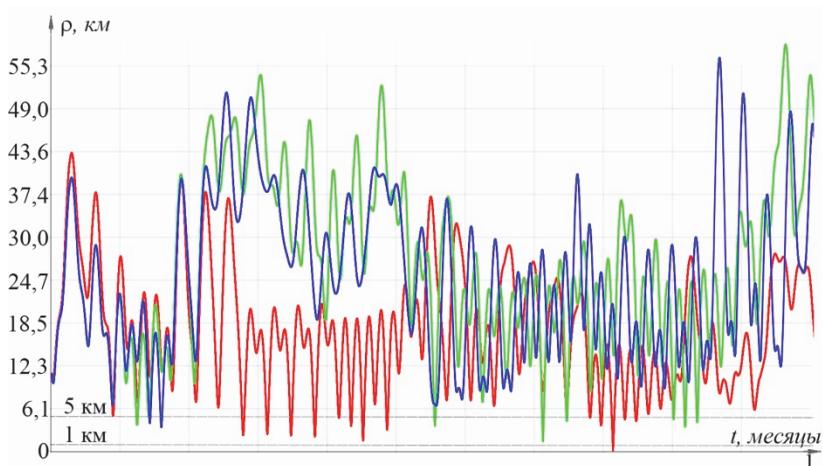


Рис 8. Изменение дальности между СИСЗ для её различных пороговых значений

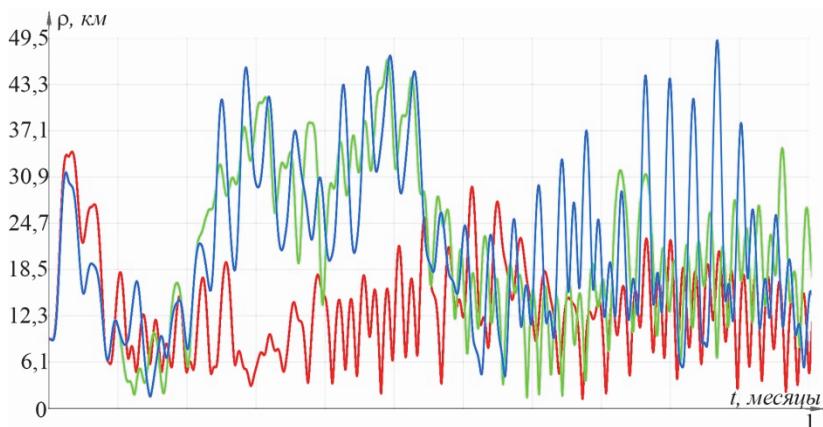


Рис. 9. Изменение дальности до точки стояния для различных пороговых значений дальности между СИСЗ

Графики на рисунке 8 показывают, что при использовании рассмотренного подхода опасные сближения СИСЗ исключены, при

этом СИСЗ 1 и СИСЗ 2 за интервал моделирования сблизилась на дистанцию порядка 1000 м только один раз, тогда как при отсутствии маневрирования по уклонению произошло столкновение СИСЗ. Графики на рисунке 9 показывают, что за все время моделирования СИСЗ от геометрического центра точки стояния не отклонились более 49,5 км.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что при использовании алгоритма уклонения целесообразно использовать пороговую дистанцию 1000 м, так как СИСЗ требует меньшего расхода рабочего тела, чем для 5000 м при этом опасные сближения исключаются.

7. Заключение. Предложенный подход позволяет реализовать стратегию управления КА, при которой он в процессе движения, с одной стороны, не должен выходить за пределы окрестности точки стояния, с другой – дальность до ОКМ или других КА, находящихся в окрестности этой же точки стояния, не должна быть менее пороговой.

Сформулированные необходимые условия выполнения корректирующего маневра позволяют перейти от анализа текущей обстановки к заблаговременному парированию опасных сближений. Кроме того, такой подход позволяет значительно упростить поиск моментов времени начала и окончания маневрирования. Однако погрешности определения векторов текущего состояния СИСЗ на ГСО, а также ряд возмущающих факторов обуславливают сложность такой задачи. Поэтому для случая, когда в одной точке стояния требуется удерживать одновременно несколько СИСЗ, необходимо в комплексе с предложенным подходом к управлению применять дополнительные методы, позволяющие рассчитывать оценки пороговой дистанции между СИСЗ в соответствии с получаемыми результатами межспутниковых измерений и оценок их векторов состояния.

К достоинствам предлагаемого подхода следует отнести простоту учета ошибок определения параметров движения СИСЗ и любых возмущающих факторов. Для этого достаточно учесть их в модели прогнозирования движения.

Литература

1. *Урличич Ю.М. и др.* Современные технологии навигации геостационарных спутников // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006. 280 с.
2. *Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В.* Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. I. Формализация задачи управления // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2015. № 6. С. 82–96.
3. *Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В.* Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. II. Синтез алгоритмов

- управления // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2016. № 6. С. 107–128.
4. *Архитов Ю.С. и др.* Разработка двигательной подсистемы коррекции орбиты на базе двигателя КМ-60 для геостационарного космического аппарата // Космонавтика и ракетостроение. 2016. № 5(90). С. 24–34.
 5. *Авксентьев А.А. и др.* Оптимизация схемы выведения космического аппарата с ограничениями по выбору интервалов включения двигательной установки // Вопросы электромеханики. 2012. № 5. С. 7–13.
 6. *Салмин В.В., Четвериков А.С.* Приближённое решение плоской задачи терминального управления геостационарным спутником с помощью двигателя малой тяги // Материалы XVII конференции молодых ученых. ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2015. С. 115–121.
 7. *Авксентьев А.А. и др.* Оптимизация схемы выведения космического аппарата с ограничениями по выбору интервалов включения двигательной установки // Вопросы электромеханики. 2012. № 5. С. 7–13.
 8. *Брагинец В.Ф. и др.* Приоритетные стратегии коллокации геостационарных спутников, находящихся в общих орбитальных позициях, для предотвращения опасных сближений. // Космонавтика и ракетостроение. 2016. № 8(93). С. 98–109.
 9. *Сухой Ю.Г.* Оценка влияния потенциалов Солнца и Луны на наклонение орбиты геостационарного спутника. // Космонавтика и ракетостроение. 2016. № 6(91). С. 67–77.
 10. *Сухой Ю.Г., Брагинец В.Ф.* Стратегия коррекции наклона орбиты геостационарного спутника с учетом эволюции наклона на длительных интервалах времени под действием гравитационных потенциалов Солнца и Луны // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. Вып. 7. 24 с.
 11. *Сухой Ю.Г., Брагинец В.Ф., Мещеряков В.М.* Особенности управления орбитальным движением геостационарных спутников в условиях их коллокации // Инженерный журнал: наука и инновации. 2019. № 3(87). 9 с.
 12. *Азанов В.М., Кан Ю.С.* Оптимизация коррекции околокруговой орбиты искусственного спутника Земли по вероятностному критерию // Труды ИСА РАН. 2015. № 2. С. 18–26.
 13. *Soop M.* Handbook of Geostationary Orbits. Space Technology Library // Kluwer Academic Publishers. 1994.
 14. *Mattias Soop E.* Introduction to Geostationary Orbits // European Space Agency (ESA). 1983. 75 p.
 15. *Jasour A.M., Aybat N.S., Lagoa C.M.* Semidefinite Programming For Chance Constrained Optimization Over Semialgebraic Sets // SIAM J. Optim. 2015. vol. 25. no. 3. pp. 1411–1440.
 16. *Jasour A.M., Lagoa C.M.* Convex Chance Constrained Model Predictive Control // arXiv preprint arXiv:1603.07413. 2016.
 17. *Cluever C.* Simple Guidance Scheme for Low-Thrust Orbit Transfers // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1998. vol. 21. no. 6. pp. 1015–1017.
 18. *Eastwood J.P. et al.* Sunjammer // Weather. 2015. vol. 70. no.1. pp. 27–30.
 19. *Kelly P. et al.* Solar radiation pressure applications on geostationary satellites // Proceedings of the 2016 AAS GP & C Conference. American Astronautical Society. 2016.
 20. *Angel Borja J., Dioisio T.* Deorbit Process using Solar Radiation Force // Journal of Spacecraft and Rockets. 2006. vol. 43. no. 3. pp. 685–687.
 21. *Guo R. et al.* Precise orbit determination and rapid orbit recovery supported by time synchronization // Adv. Space Res. 2015. vol. 55. pp. 2889–2898.

22. *Guo R., Chen J., Zhu L.* Kinematic Orbit Determination Method Optimization and Test Analysis for BDS Satellites with Short-arc Tracking Data // *Acta Geod. Cartogr. Sin.* 2017. vol. 46. pp. 411–420.
23. *Ju B. et al.* Precise orbit and baseline determination for maneuvering low earth orbiters // *GPS Solut.* 2017. vol. 21. pp. 53–64.
24. *Du L. et al.* An 18-element GEO broadcast ephemeris based on non-singular elements // *GPS Solut.* 2015. vol. 19. pp. 49–59.
25. *Zhao C.Y. et al.* Analysis on the long-term dynamical evolution of the inclined geosynchronous orbits in the Chinese BeiDou navigation system // *Adv. Space Res.* 2015. vol. 56. pp. 377–387.

Горбулин Владимир Иванович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: системы управления летательными аппаратами, синтез баллистических структур, математическое моделирование. Число научных публикаций – 128. v_gorbulin@mail.ru; Ждановская ул., 13, 197198, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)347-97-21; факс: +7(812)237-12-49.

Котьяшов Евгений Валериевич – канд. техн. наук, начальник отдела, отдел военного института (научно-исследовательский), Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: системы управления летательными аппаратами, синтез баллистических структур, математическое моделирование. Число научных публикаций – 32. kev246@mail.ru; Ждановская ул., 13, 197198, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)347-97-21; факс: +7(812)237-12-49.

Чернявский Владимир Александрович – канд. техн. наук, начальник лаборатории, лаборатория военного института (научно-исследовательская), Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: системы и алгоритмы управления летательными аппаратами, математическое моделирование. Число научных публикаций – 20. vladimirchernyavsky@yandex.ru; Ждановская ул., 13, 197198, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)347-97-21; факс: +7(812)237-12-49.

Груздев Николай Валентинович – канд. воен. наук, доцент, старший научный сотрудник, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: моделирование и оптимизация управления движением ракет-носителей и космических аппаратов. Число научных публикаций – 30. nikgruzdew@rambler.ru; Ждановская ул., 13, 197198, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)347-92-34.

V. GORBULIN, E. KOTYASHOV, V. CHERNYAVSKIY, N. GRUZDEV
**HOLDING GEOSTATIONARY SATELLITE AT GIVEN STANDING
POINT, TAKING INTO ACCOUNT ADDITIONAL PHASE
RESTRICTIONS**

Gorbulin V., Kotyashov E., Chernyavskiy V., Gruzdev N. Holding Geostationary Satellite at Given Standing Point, Taking into Account Additional Phase Restrictions.

Abstract. The active lifetime of orbital facilities in the geostationary orbit (GSO), which include stationary artificial earth satellites (SAES) for various purposes, can be more than 15 years. At the same time, in modern conditions of orbital grouping increment, the number of space debris, including those on the GSO, also increases: SAES, which have finished its active lifetime and were not transferred to disposal orbit for some reasons, shards of SAES appeared from collision with meteors or accidents. This leads to the increase of probability of collisions with active SAESs. The listed factors determine the need of considering not only the problem of keeping SAESs in vicinities of position, but also the task of avoiding collisions with space debris objects (SDO), while the costs of the working fluid should not increase.

A great attention is being paid to rational power units placing during the projection of new space shuttles, especially those with long useful lifetime. In this article, it is assumed that SESs are equipped with several correction motors, which make it possible to create control accelerations in only several directions, without changing the orientation of the SES itself. In other words, in this task it is assumed that the corrections of the parameters of the AES orbit do not affect the orientation of the SAES itself. This condition is a severe limitation in the synthesis of the SES's control system.

In the considered methodological approach, the costs of the working fluid are set as a functionality from control, which are necessary to perform the next correction, after which the SAES will not have dangerous distances and approaching in projection horizon's interval. This makes it possible to avoid situations when the decision on control is being made after the SES leaves the vicinity of the station point, and first of all, the approach to the SDO at a distance less than a liminal one. This article provides the results of modeling, which indicate the effectiveness of the proposed solutions.

An important advantage compared with the existing methods is the consideration of the movement of the SAES relatively not only to the stationary point, but also to several other objects located in its vicinity, both controlled and uncontrolled. Moreover, there can be any given number of objects.

Keywords: Position, Control of Retaining, Management Holding, Minimal Distance, Critical Situation, Projection Horizon, Dangerous Distance, Dangerous Approaching

References

1. Urlichich Yu.M. et al. *Sovremennye tekhnologii navigatsii geostacionarnykh sputnikov* [Modern navigation technologies for geostationary satellites]. M.: FIZMATLIT. 2006. 280 p. (In Russ.).
2. Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. [Autonomous implementation of dynamic operations in geostationary orbit. I. Formalization of the control problem]. *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya – Izvestiya of the Russian Academy of Sciences. Theory and control system*. 2015. vol. 6. pp. 82–96. (In Russ.).
3. Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. [Autonomous implementation of dynamic operations in geostationary orbit. II. Synthesis of

- control algorithms]. *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya – Izvestiya of the Russian Academy of Sciences. Theory and control system*. 2016. vol. 6. pp. 107–128. (In Russ.).
4. Arhipov Yu.S. et al. [Development of a propulsion subsystem for orbit correction based on the KM-60 engine for a geostationary spacecraft]. *Kosmonavtika i raketostroenie – Space and rocket science*. 2016. vol. 5(90). pp. 24–34. (In Russ.).
 5. Avksen'tev A.A. et al. [Optimization of the spacecraft launch scheme with restrictions on the choice of launch intervals for the propulsion system]. *Voprosy elektromekhaniki – Electrical engineering issues*. 2012. vol. 5. pp. 7–13. (In Russ.).
 6. Salmin V.V., Chetverikov A.S. [Approximate solution of the planar problem of terminal control of a geostationary satellite using a low-thrust engine]. *Materialy HVII konferencii molodyh uchenyh. GNC RF AO «Koncern «CNII «Elektropribor»*, [Proceedings of the VII conference of young scientists. SSC RF JSC «Concern» Central research Institute «Electropribor»] *Mezhdunarodnaya obshchestvennaya organizaciya «Akademiya navigacii i upravleniya dvizheniem» – International public organization «Academy of navigation and motion control»*. 2015. pp. 115–121. (In Russ.).
 7. Avksen'tev A.A. et al. [Optimization of the spacecraft launch scheme with restrictions on the choice of launch intervals for the propulsion system] *Voprosy elektromekhaniki – Electrical engineering issues*. 2012. vol. 5. pp. 7–13. (In Russ.).
 8. Braginec V.F. et al. [Priority strategies for collocation of geostationary satellites in common orbital positions to prevent dangerous approaches]. *Kosmonavtika i raketostroenie – Space and rocket science*. 2016. vol. 8(93). pp. 98–109. (In Russ.).
 9. Suhoj Yu.G. [Estimation of the influence of The sun and moon potentials on the orbital inclination of a geostationary satellite] *Kosmonavtika i raketostroenie – Space and rocket science*. 2016. vol. 6(91). pp. 67–77.
 10. Suhoj Yu.G., Braginec V.F. [Strategy for correcting the inclination of the geostationary satellite's orbit, taking into account the evolution of the inclination over long time intervals under the influence of the gravitational potentials of the Sun and moon] *Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii – Engineering journal: science and innovation*. 2018. vol. 7. 24 p. (In Russ.).
 11. Suhoj Yu.G., Braginec V.F., Meshcheryakov V.M. [Features of controlling the orbital motion of geostationary satellites in the conditions of their collocation] *Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii – Engineering journal: science and innovation*. 2019. vol. 3(87). 9 p. (In Russ.).
 12. Azanov V.M., Kan Yu.S. [Optimization of near-circular orbit correction of an artificial earth satellite by probabilistic criterion] *Trudy` ISA RAN – Publications ISA RAN*. 2015. vol. 2. pp. 18–26. (In Russ.).
 13. *Soop M. Handbook of Geostationary Orbits*. Space Technology Library. Kluwer Academic Publishers. 1994.
 14. Mattias Soop E. Introduction to Geostationary Orbits. European Space Agency (ESA). 1983. 75 p.
 15. Jasour A.M., Aybat N.S., Lagoa C.M. Semidefinite Programming For Chance Constrained Optimization Over Semialgebraic Sets. *SIAM J. Optim.* 2015. vol. 25. no. 3. pp. 1411–1440.
 16. Jasour A.M., Lagoa C.M. Convex Chance Constrained Model Predictive Control. arXiv preprint arXiv:1603.07413. 2016.
 17. Kluever C. Simple Guidance Scheme for Low-Thrust Orbit Transfers. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1998. vol. 21. no. 6. pp. 1015–1017.
 18. Eastwood J.P. et al. Sunjammer. *Weather*. 2015. vol. 70. no. 1. pp. 27–30.
 19. Kelly P. et al. Solar radiation pressure applications on geostationary satellites. Proceedings of the 2016 AAS GP & C Conference. American Astronautical Society. 2016.

20. Angel Borja J., Dioisio T. Deorbit Process using Solar Radiation Force. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2006. vol. 43. no. 3. pp. 685–687.
21. Guo R. et al. Precise orbit determination and rapid orbit recovery supported by time synchronization. *Adv. Space Res.* 2015. vol. 55. pp. 2889–2898.
22. Guo R., Chen J., Zhu L. Kinematic Orbit Determination Method Optimization and Test Analysis for BDS Satellites with Short-arc Tracking Data. *Acta Geod. Cartogr. Sin.* 2017. vol. 46. pp. 411–420.
23. Ju B. et al. Precise orbit and baseline determination for maneuvering low earth orbiters. *GPS Solut.* 2017. vol. 21. pp. 53–64.
24. Du L. et al. An 18-element GEO broadcast ephemeris based on non-singular elements. *GPS Solut.* 2015. vol. 19. pp. 49–59.
25. Zhao C.Y. et al. Analysis on the long-term dynamical evolution of the inclined geosynchronous orbits in the Chinese BeiDou navigation system. *Adv. Space Res.* 2015. vol. 56. pp. 377–387.

Gorbulin Vladimir – Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor of the Department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: aircraft control systems, synthesis of ballistic structures, mathematical modeling. The number of publications – 128. v_gorbulin@mail.ru; 13, Zdanovskaya str., 197198, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)347-97-21; fax: +7(812)237-12-49.

Kotyashov Evgeniy – Ph.D., Head of a Department, Department of the Military Institute (Research), Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: aircraft control systems, synthesis of ballistic structures, mathematical modeling. The number of publications – 32. kev246@mail.ru; 13, Zdanovskaya str., 197198, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)347-97-21; fax: +7(812)237-12-49.

Chernyavskiy Vladimir – Ph.D., Head of the Laboratory, Laboratory of the Military Institute (Research), Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: aircraft control systems and algorithms, mathematical modeling. The number of publications – 20. vladimirchernyavsky@yandex.ru; 13, Zdanovskaya str., 197198, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)347-97-21; fax: +7(812)237-12-49.

Gruzdev Nikolay – Ph.D., Associate Professor, Senior Researcher, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: modeling, optimization movement control systems space aircraft. The number of publications – 30. nikgruzdev@rambler.ru; 13, Zdanovskaya str., 197198, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812)347-92-34.