

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В НЕЙРОННЫХ И КВАНТОВЫХ СЕТЯХ

Т. Р. Амбарян

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
Лаборатория нейроинформатики и интеллектуального управления
199178, Санкт-Петербург, 14 линия В.О., д.39

УДК 621.391.24

Т. Р. Амбарян. Параллельные вычисления в нейронных и квантовых сетях // Труды СПИИ-РАН. Вып. 1, т. 3. — СПб: СПИИРАН, 2003.

Аннотация. В данной статье описываются основные концепции нейронных сетей и квантовых вычислений с целью показать наиболее общие свойства присущие им. Акцентируется внимание на проблеме параллельных вычислений как основного свойства, позволяющего добиться существенного увеличения вычислительной способности. И в заключение рассматривается задача симуляции квантовых вычислений на нейронных сетях с применением алгоритма квантового преобразования Фурье. — Библ. 14 назв.

UDC 621.391.24

T. R. Ambaryan. **Parallel calculations in neurons and quantum nets** // SPIIRAS Proceedings. Issue 1, v. 3. — SPb: SPIIRAS, 2003.

Abstract. The aim of this paper is to describe the main conceptions of neuron nets and quantum calculations in order to show their common properties. Attention is focused on the problem of parallel calculations as the most important property providing a considerable growth of the calculating ability. In conclusions, the task of simulation of quantum calculations on neuron nets using the algorithm of quantum Fourier transformation is described. — Bibl. 14 items.

Введение

В 60-е и 70-е годы большие надежды возлагались на научное направление, называемое *искусственным интеллектом*. Предполагалось, что, опираясь на логику, символическую математику, можно будет создать программное обеспечение, решающее широкий круг задач: от доказательства теорем до медицинской диагностики, государственного планирования и т.д. Несмотря на отдельные успехи в решении конкретных задач, на этом пути возникли принципиальные трудности.

Во многих случаях формализация процедур оценки ситуации и выработки решения оказалась очень сложной. Их программная реализация, создание детальных инструкций для гигантского числа возможных ситуаций, с которыми может встретиться компьютерная система, также требует экспоненциально больших затрат ресурсов [1, 5].

Поиски новых принципов заставили по-новому взглянуть на процесс обработки информации. С одной стороны, информация хранится, передается и обрабатывается с помощью физических средств (и наоборот, большинство природных процессов вокруг нас могут рассматриваться как формы обработки информации), с другой, мы имеем одну из самых сложных технологических решений по обработке информации — человеческий мозг.

Существуют две взаимозависимые проблемы в области компьютерного моделирования и управления — моделирование физических процессов (как способ проведения вычислительных экспериментов) и обработка информации (поиск эффективных алгоритмов вычислений).

Теоретический анализ показывает, что использование квантовых эффектов может создать качественно новые пути вычислений и связи — в некоторых случаях гораздо более мощные, чем их классические аналоги [4]. Применяя эффекты квантового параллелизма (алгоритм факторизации Шора) можно разложить целые числа за полиномиальное время на квантовом компьютере. Наиболее эффективные классические алгоритмы, известные на сегодняшний день, экспоненциальны по размеру входа (основываясь на этом, были созданы криптографические схемы, например RSA).

Человеческий мозг имеет поразительную способность ориентироваться в незнакомой, не встречавшейся ранее ситуации, управлять движением, принимать быстрые и достаточно точные решения, распознавать образы. Например, трехлетний ребенок с легкостью отличает кошку от собаки в жизни, на картинке, при разном освещении. При таком подходе вместо традиционной технологии программирования используются технологии обучения, переобучения или самообучения. Благодаря этому система «учится решать задачу», а не жестко программируется на ее решение. Формируются такие понятия как «базы знаний» и появляется способность к обобщению (экстраполяции) обучающих данных подобно мозгу человека.

Мозг человека содержит примерно 3^{10} нейронов, которые связаны между собой сотнями триллионов синоптических связей. Быстродействие мозга при решении сложных задач обработки информации обеспечивается высокой степенью параллелизма работы нейронов в составе специализированных нейронных ансамблей.

В данной статье описываются основные концепции нейронных сетей и квантовых вычислений с целью показать наиболее общие свойства присущие им. Акцентируется внимание на проблеме параллельных вычислений как основного свойства, позволяющего добиться существенного увеличения вычислительной способности. И в заключении ставится задача симуляции квантовых вычислений на нейронных сетях с применением алгоритма квантового преобразования Фурье.

1. Нейронные сети

Из имеющихся знаний о функционировании нервной системы живых существ, следует, что восприятие, обучение, мышление, другие функции мозга обусловлены коллективным процессом, приводящим к согласованной (параллельной) работе ансамблей достаточно просто устроенных нервных клеток — *нейронов* (также называемых нейроподобными элементами) [1, 2, 5]. Параллельная работа большого числа (от нескольких сотен до миллионов) этих простых, но существенно нелинейных элементов, обеспечивает значительное увеличение быстродействия при обработке информации.

Нейрон можно считать своеобразным процессором: он суммирует с соответствующими весами сигналы, приходящие от других нейронов, выполняет нелинейную (например, пороговую) решающую функцию и передает результирующее значение связанным с ним нейронам. В соответствии с действующим правилом «все или ничего» в простейших моделях нейронов выходной сигнал принимает двоичные значения: 0 или 1. Значение 1 соответствует превышению порога возбуждения нейрона, а значение 0 — возбуждению ниже порогового уровня.

Одной из первых моделей нейрона была модель МакКаллока-Питса [2].

В зависимости от топологии соединений нейроэлементов нейронные сети подразделяются на две основные категории

Нейронные сети прямого распространения. Структура соединений нейроэлементов в таких сетях такова, что в ней нет обратных связей, т.е. выходной сигнал нейроэлемента не может в последующем возвратиться ему на вход.

Рекуррентные нейронные сети. Для сетей подобного вида выходные сигналы нейроэлемента могут в последующем возвратиться ему на вход, т.е. в сети имеются обратные связи (циклы) [2].

Модель Хопфилда

Сеть Хопфилда [1, 2] показывает, каким образом в принципе может быть организована память в сети из элементов, которые не являются очень надежными.

Чтобы описать нейронную сеть, надо:

- Определить динамику ее отдельных элементов – нейронов
- Задать архитектуру сети
- Определить правила, по которым нейроны будут взаимодействовать друг с другом
- Описать алгоритм обучения, т.е. формирования связей для решения поставленной задачи

Если считать архитектуру сети такой, что каждый нейрон связан с каждым. Величины w_{ij} удобно представить в виде квадратичной матрицы $N \times N$, называемой *матрицей связей*.

Эволюция состояния сети $\{y_i(t)\}$ определяется дискретной динамической системой

$$y_i(t+1) = f\left(\sum_{j=1}^N w_{ij}x_j(t) + w_{i0}\right), \quad 1 \leq i \leq N, \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Основная идея построения сети Хопфилда связана с качественной теорией дифференциального уравнения $\dot{y} = v(y)$, где x — скаляр. Аттрактором этого уравнения могут быть только особые точки y^* , $v(y) = 0$. На прямой, являющейся фазовым пространством этой системы, устойчивые особые точки чередуются с неустойчивыми. Последние определяют границы притяжения устойчивых точек. Точка устойчива, если $\frac{\partial v(y^*)}{\partial y} < 0$, и неустойчива, если $\frac{\partial v(y^*)}{\partial y} > 0$.

Допустим, надо обучить устройство распознавать M различных образов (ключевые образы) тогда, если сопоставим аттракторам этого уравнения набор ключевых образов $\xi_\mu^{in} (\mu = 1, \dots, M)$, то предъявляемым образам $\tilde{\xi}$ будет соответствовать начальное значение $y(0)$. Распознавание образа будет соответствовать выходу на аттрактор.

Входной образ, который предъявляется для распознавания $\tilde{\xi}$, соответствует начальным данным для динамической системы

$$\tilde{\xi} \equiv \{y_i(0), i = 1, \dots, N\}. \quad (2)$$

Алгоритм обучения нейронной сети позволяет по заданному набору образов $\xi_{\mu}^{in} (\mu = 1, \dots, M)$ найти матрицу связи w_{ij} .

Обозначим через $\xi_{i\mu}$ значение переменной y_i (т.е. состояние i -ого нейрона), в случае входного образа с номером μ . В модели Хопфилда значения пороговых параметров w_{i0} выбраны равными нулю, а матрица связей определяется *правилом обучения Хеба*.

$$w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^M \xi_{i\mu} \xi_{j\mu}, \quad \text{при } i \neq j, \quad w_{ii} = 0. \quad (3)$$

В формуле (3) подсчитывает общее число раз, которое нейроны оказывались в одинаковом состоянии при предъявлении всем M ключевых образов, и далее нормируется на число нейронов.

Соотношения (1), (2), (3) полностью определяют динамику сети Хопфилда, в которой при определенных условиях ключевым образам соответствуют аттракторы.

Персептрон

Отличительной чертой персептронов (от английского perception — восприятие) является способность обучаться распознаванию простых зрительных образов [2, 8].

Один из методов обучения персептрона является *метод процедурной сходимости*. Обучение происходит под контролем «учителя», который сообщает персептрону правильный ответ $d(t)$ для любого входного вектора из обучающей выборки.

Персептрон многократно проходит *цикл обучения*, состоящий из:

- Предъявления вектора входных данных;
- Вычисление ответа персептрона $y(t)$;
- Сообщения ему правильного ответа и корректировки весов связей.

Существуют системы, состоящие из одного и более слоев искусственных нейронов, соединенных с помощью весовых коэффициентов с множеством входов.

Здесь нужно отметить важную роль нелинейности активационной функции. Если бы она не обладала данным свойством или не входила в алгоритм работы каждого нейрона, результат функционирования любой Q -слойной сети с весовыми матрицами $W^{(q)}$ для каждого слоя $q = 1 \dots Q$ сводился бы к перемножению входного вектора сигналов \mathbf{X} на матрицу:

$$W_{(\Sigma)} = W^{(1)} \cdot \dots \cdot W^{(Q)}.$$

Фактически такая Q -слойная нейронная сеть была бы эквивалентна сети с одним скрытым слоем.

Работа персептрона сводится к классификации входных сигналов, принадлежащих n -мерному гиперпространству, по некоторому числу классов. С математической точки зрения это происходит разбиением гиперпространства гиперплоскостями. Каждая полученная область является областью определения отдельного класса. Число таких классов для персептрона не превышает 2^n , где n — число его входов.

Для обучения нейросетей такого типа используются алгоритм обратного распространения и его модификации.

Кроме нейронных сетей, основанных на аддитивных нейроподобных элементах, существуют порогово-полиномиальные нейросети с самоорганизующейся архитектурой, основанной на использовании мультипликативных нейроэлементов [11, 13].

Другое важное направление развития информационных и нейросетевых технологий связано с учётом особенностей популяционно-генетических данных и использованием специфических генетических алгоритмов [14]. В связи с этим большой интерес вызывают исследование моделей генно-нейронных сетей для оптимального синтеза и обработки знаний на основе генетических баз данных.

Прикладные возможности нейронных сетей

Любая нейронная сеть используется в качестве самостоятельной системы представления знаний, которая в практических приложениях выступает, как правило, в качестве одного из компонентов системы управления либо модуля принятия решения, передающих результирующий сигнал на другие элементы, не связанные непосредственно с искусственной нейронной сетью. Выполняемые сетью функции можно разделить на несколько основных групп: аппроксимация и интерполяция; распознавание и классификации образов; сжатия данных; прогнозирования; идентификации; управления; ассоциации [2, 8].

Трудности, связанные с практическим применением

1. Алгоритмы, применяемые при обучении нейронной сети, в основном ориентированы на поиск локального, а не глобального минимума некоторой потенциальной функции (ошибки).
2. При обучении многослойной сети может возникнуть «паралич сети», т.е. несмотря на длительность обучения, ошибка может практически не убывать. Такая ситуация может возникнуть, если веса связей и значения активностей велики по модулю, поэтому сеть может слабо реагировать на коррекцию весов.
3. Существует проблема «прозрачности сети», (пока не существуют модели организованной сложности) [1].

2. Квантовые сети

Квантовый компьютер (Дойч, 1985) — это устройство, при выполнении вычислений на котором можно использовать квантомеханическую интерференцию. Такое вычисление также необязательно определяет функции при решении задач, поскольку состояние на выходе может быть когерентной суперпозицией состояний, соответствующих различным ответам, каждый из которых является решением задачи. Это позволяет квантовым компьютерам решать задачи методами, которые недоступны любому классическому устройству [3, 4].

Пусть U_f — устройство, которое вычисляет $f : Z_m \rightarrow Z_n$. Задав значения на входе i , U_f через некоторое время выдаст значение $f(i)$. В общем случае, класс вычислительных задач, который мы рассмотрим, заключается в использовании U_f для вычисления некоторого свойства $G[f]$ (некоторая функция G от последовательности $f(0), f(1), \dots, f(m-1)$) за наименьшее время.

При анализе данного типа задач часто предполагают, что схема внутренней работы U_f недоступна. В этом случае U_f называется *оракулом* для f .

Допустим, что U_f — это когерентный квантомеханический процесс. U_f может быть подходящим образом сделан частью когерентного вычисления квантового компьютера.

Пусть H_{mn} — гильбертово пространство размерности mn и пусть

$$\{|i, j\rangle\} (i \in Z_m, j \in Z_n). \quad (*)$$

Фиксированный ортонормированный базис в H_{mn} . U_f принимает входные данные в любом состоянии базиса $|k, 0\rangle$, соответствующим величине k и преобразует его в выходные данные в состоянии $|k, f(k)\rangle$, из которого значение $f(k)$ может быть получено с вероятностью 1. В общем случае, U_f выполняет унитарное преобразование

$$|i, j\rangle \xrightarrow{U_f} |i, j + f(i)\rangle.$$

Учитывая линейность квантовой эволюции, U_f преобразует входное состояние

$$m^{-\frac{1}{2}}(|0, 0\rangle + \dots + |m-1, 0\rangle)$$

в выходное состояние

$$m^{-\frac{1}{2}}(|0, f(0)\rangle + \dots + |m-1, f(m-1)\rangle). \quad (**)$$

Таким образом, выполняя U_f только один раз, мы получаем все m значений функции f в суперпозиции. Квантовая теория вычислений показывает, что квантовые вычисления, выполненные над системой состояний (**), не могут быть применены для получения более чем одного из m значений $f(0), f(1), \dots, f(m-1)$. Однако возможно извлечь некоторые общие свойства $G[f(0), f(1), \dots, f(m-1)]$ для m значений, измеряя определенные наблюдаемые, которые недиагональны в базисе (*). Этот прием называется *вычислением на основе квантового параллелизма*, он возможен только на компьютерах, вычисления в которых являются когерентными квантовыми процессами.

Квантовые вычисления

Рассмотрим систему из n объектов, каждый из которых может находиться в двух состояниях. В отличие от классической физики, в которой для полного описания состояния этой системы требовалось бы n битов, в квантовом случае для полного описания состояния системы необходимо $2^n - 1$ комплексных чисел, состояние такой квантовой системы является точка в 2^n -мерном векторном пространстве.

Квантовый бит или кубит — это вектор единичной длины в 2-мерном комплексном пространстве, в котором зафиксирован некоторый базис $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, и любую комплексную линейную комбинацию $|0\rangle$ и $|1\rangle$ можно записать, как $a|0\rangle + b|1\rangle$ [9].

В классической системе из n частиц пространства состояний каждой частице соединяются декартовым произведением, т.е. $\dim(X \times Y) = \dim(X) + \dim(Y)$. Квантовые же состояния соединяются тензорным произведением, т.е. $\dim(X \otimes Y) = \dim(X) \times \dim(Y)$. Например, пространство состояний двух кубитов, у

каждого из которых базис $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, имеет базис $\{|0\rangle \otimes |1\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle\}$, или в более краткой форме $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$.

Каждому из 2^n возможных классических состояний объектов сопоставим базисный вектор этого векторного пространства и обозначим его как $|01\dots 0\rangle$, т.е. первый бит содержит 0, второй 1, и так далее. Здесь под обозначением кет-вектора $|x\rangle$ понимается, что x есть (чистое) квантовое состояние. Гильбертово пространство, ассоциируемое с нашей квантовой системой, является комплексным пространством с базисом из 2^n векторов, и состояние нашей системы в любой момент времени представлено вектором единичной длины этого гильбертова пространства. Суперпозиция состояний представляется как

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} a_i |S_i\rangle,$$

где амплитуды a_i являются комплексными числами, причем $\sum_i |a_i|^2 = 1$, а $|S_i\rangle$ — базисные векторы гильбертова пространства. Если измерить состояние машины (по отношению к данному базису) на любом конкретном шаге вычислений, то вероятность обнаружить систему в базисном состоянии $|S_i\rangle$ будет $|a_i|^2$, однако измерение состояния машины спроектирует ее в наблюдаемый базис $|S_i\rangle$, поэтому наблюдать состояние машины можно только в конце вычислений.

Для того чтобы использовать физическую систему для вычислительных целей, необходимо иметь возможность изменять состояние системы. Законы квантовой физики разрешают только унитарные преобразования над векторами состояний (унитарные матрицы — такие, у которых комплексно сопряженная транспонированная матрица совпадает с обратной, это гарантирует, что сумма вероятностей всех возможных исходов даст единицу).

Если квантовая система изолирована, то ее динамическая эволюция описывается унитарным оператором $U(t) = \exp(iHt)$, где H — гамильтониан системы, t — время. Можно представить $U(t)$ как произведение стандартных унитарных операторов $U_1 \dots U_m$ — эти операторы называются *квантовыми гейтами*.

Ниже приведены элементарные квантовые гейты

$$\begin{array}{llll} \text{I: } |0\rangle \rightarrow |1\rangle & \text{X: } |0\rangle \rightarrow |1\rangle & \text{Y: } |0\rangle \rightarrow -|1\rangle & \text{Z: } |0\rangle \rightarrow |0\rangle \\ |1\rangle \rightarrow |1\rangle & |1\rangle \rightarrow |0\rangle & |1\rangle \rightarrow |0\rangle & |1\rangle \rightarrow -|1\rangle. \end{array}$$

Преобразование Адамара

$$\begin{array}{l} \text{H: } |0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \\ |1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \end{array}$$

Для двух кубитовых состояний очень важным является гейт controlled-NOT (CNOT)

$$\text{CNOT: } |00\rangle \rightarrow |00\rangle$$

$$\begin{aligned} |01\rangle &\rightarrow |01\rangle \\ |10\rangle &\rightarrow |11\rangle \\ |11\rangle &\rightarrow |10\rangle. \end{aligned}$$

Здесь второй кубит «проходит» через операцию НЕ только в том случае, когда первый кубит находится в состоянии $|1\rangle$. Операция с двумя входами CNOT над состояниями $|a\rangle|b\rangle$ может быть записана как $a \rightarrow a, \quad b \rightarrow a \otimes b$, где \otimes обозначает операцию побитового исключающего ИЛИ.

Таким образом, можно сформировать конструктивные блоки квантовых схем аналогично тому, как универсальные системы классических гейтов (таких как AND, OR и NOT гейты) формируют конструктивные блоки классических схем [3].

Алгоритм Шора

В большинстве алгоритмов, включая алгоритм Шора, используется стандартный способ сведения задачи разложения к задаче поиска периода функции. Шор использует квантовый параллелизм для получения суперпозиции всех значений функций за один шаг. Затем он производит квантовое преобразование Фурье, результатом которого, как для классического преобразования Фурье, является функция, аргумент которой кратен величине, обратной периоду. С высокой вероятностью измерение состояния возвращает период, который, в свою очередь, служит для разложения целого числа [4]. Схема алгоритма Шора показана на рис. 1.

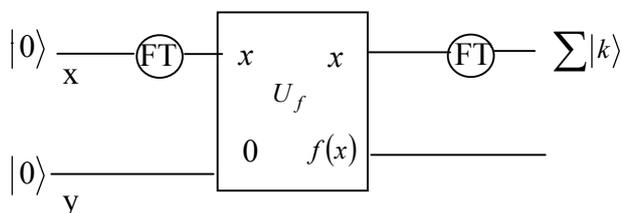


Рис. 1.

Здесь каждая горизонтальная линия обозначает регистр, а не кубит. Символ FT представляет преобразование Фурье, а блок, связывающий два регистра, представляет схему, соответствующую оператору U_f . Действие алгоритма завершается после измерения регистра x .

Трудности, связанные с практическим применением

1. Чем больше используется компонентов, тем с большей вероятностью квантовая информация распространяется за пределы квантового компьютера и будет потеряна во внешней среде, искажая вычисления (процесс декогерентности).
2. Не определен технологический базис построения квантовых компьютеров. Хотя, многообещающим является технология с применением ЯМР, но нельзя исключать и другие (например, на основе лазеров).
3. Сами кванто-механические основы могут быть недостаточно полными (например, желание освободиться от понятия «состояния» и полностью описывать все на языке «вероятностей» [6]), кроме того, в зависимости

от учтенных эффектов теория может значительно усложниться (например, потребуются перенормировки)

4. Самоорганизация и преобразование Фурье

Самоорганизация («самопрограммирование») ансамблей нейронов является ключом к объяснению функций мозга. Простым физическим прообразом ситуации, которая, вероятно, имеет место, является голограмма.

Испортив часть голограммы, мы не утратим изображение объекта, а лишь сделаем его менее четким. Это кардинально отличается от организации стандартной «фотографической» памяти.

Если рассмотреть в начальный момент времени пространственное распределение некоторой величины определяемой сложной «изрезанной» функцией $u(x)$, то понятия «сложность» и «изрезанность» можно выразить посредством ряда Фурье:

$u(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{\pi k x}{l}\right)$. Сложность связана с тем, что значения

многих коэффициентов Фурье a_k близки по величине. В процессе эволюции (благодаря вязкости, теплопроводности или каким-то другим процессам) неоднородности и резкие перепады сглаживаются, и может возникнуть намного более простое поведение. Амплитуды гармоник с высшими номерами убывают быстрее, и с определенного момента ими можно пренебречь. Простота выражается в том, что небольшое количество переменных достаточно точно характеризуют возникшую упорядоченность. Выделенное небольшое число переменных, *параметров порядка*, определяет динамику всей системы [1].

Важным достоинством преобразования Фурье считается стабильность при трансформации данных, которая в значительной степени обеспечивает распознавания от уровня шумов в исходном сигнале, а также простой и быстрый в реализации алгоритм преобразования [8].

Квантовое преобразование Фурье

Преобразования Фурье преобразуют функции с периодом τ в функции, у которых значения, отличные от нуля, появляются только в значениях, кратных

частоте $\frac{2\pi}{\tau}$. Дискретное преобразование Фурье (DFT) действует на N равно-

удаленных выборок в полуинтервале $[0, 2\pi)$ для некоторого N , и выдает функцию, чья область определения – это целые числа от 0 до $N-1$. Дискретное пре-

образование Фурье функции периода τ — это функция, сконцентрированная

около значений, кратных $\frac{N}{\tau}$. В противном случае результат будет приближен-

ным, и отличные от нуля члены появятся в числах, близких к кратным $\frac{N}{\tau}$.

Быстрое преобразование Фурье (FFT) является разновидностью DFT, где N — степень двойки. В квантовое преобразование Фурье (QFT) также используются степени двойки. Квантовое преобразование Фурье действует на амплитуды квантового состояния как

$$\sum_x g(x)|x\rangle \rightarrow \sum_c G(c)|c\rangle,$$

где $G(c)$ — это дискретное преобразование $g(x)$, а x и c варьируются как целые числа от 0 до $N-1$ (в двоичном представлении). Если бы состояние измерили после того, как преобразование Фурье выполнено, то вероятность того, что результат $|c\rangle$, была бы $|G(c)|^2$.

Применяя QFT к периодической функции $g(x)$ с периодом r , мы предполагаем закончить с $\sum_c G(c)|c\rangle$, где $G(c)$ равно нулю везде, кроме значений, кратных $\frac{N}{r}$. Таким образом, когда состояние измерено, результатом являются значения, кратные $\frac{N}{r}$, например $j\frac{N}{r}$. QFT дает лишь приблизительный результат для периодов, которые не являются степенью двух, т.е. периодов, которые не делят N . Однако чем больше степень двойки использована в качестве базы преобразования, тем точнее аппроксимация. Квантовое преобразование Фурье U_{QFT} с базой $N=2^m$ определяется как

$$U_{QFT} : |x\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2^m}} \sum_{c=0}^{2^m-1} e^{\frac{2\pi i x c}{2^m}} |c\rangle.$$

Преобразование U_{QFT} с базой 2^m можно построить с использованием только $\frac{m(m+1)}{2}$ преобразований. Такое построение требует 2 типа гейтов. Один из этих гейтов преобразование Адамара H_j , которое действует на j -й бит квантового компьютера, другой — для реализации двубитного преобразования вида

$$S_{j,k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\theta_{r-j}} \end{pmatrix},$$

где $\theta_{k-j} = \pi / 2^{k-j}$. Квантовое преобразование Фурье задается выражением

$$H_0 S_{0,1} \dots S_{0,m-1} H_1 \dots H_{m-3} S_{m-3,m-2} S_{m-3,m-1} H_{m-2} S_{m-2} H_{m-1},$$

за которым следует обращение битов.

Заключительное преобразование Фурье может рассматриваться как интерференция различных наложенных состояний, находящихся в регистре x (наподобие действия дифракционной задачи) [10]. Поэтому большой интерес представило бы решение задачи дифракции с алгоритмом квантового преобразования Фурье на основе нейросетей. Решение данной задачи позволило бы обобщить квантовые вычисления на базе нейросетей. Для формализации задачи можно предположить, что задача дифракции является задачей с динамическим хаосом (т.е. в фазовом пространстве фазовые траектории, исходящие из первоначально близких точек расходятся, и после прохождения дифракционной решетки, фазовое пространство делится на области аттракторов). Аналогичным образом устроены и функционируют нейронные сети Хопфилда.

Литература

- [1] *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. — М.: Эдиториал УРСС, 2000. — 336 с.
- [2] *Дюк В., Самойленко А.* Data mining: учебный курс. — СПб: Питер, 2001.— 386 с.
- [3] *Квантовый компьютер и квантовые вычисления.* — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1999. — 288 с.
- [4] *Бауместер Д., Экерт А., Цайлингер А.* Физика квантовой информации. — М.: Постмаркет, 2002. — 376 с.
- [5] *Девятков В.В.* Система искусственного интеллекта: Учебное пособие для вузов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. — 352 с.
- [6] *Пригожин И., Стенгерс И.* Время, хаос, квант. К решению парадокса времени / Пер. с англ. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 240 с.
- [7] *Дьяконов В., Круглов В.* Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. — СПб.: Питер, 2001. — 480 с.
- [8] *Осовский С.* Нейронные сети для обработки информации. — М.: Финансы и статистика, 2002. — 334 с.
- [9] *Садбери А.* Квантовая механика и физика элементарных частиц: Пер. с англ. — М.: Мир, 1989. — 488 с.
- [10] *Стин Э.* Основы квантовых вычислений // Журнал «Квантовые компьютеры и квантовые вычисления». — 2002, №2.
- [11] *Тимофеев А. В.* Методы синтеза диофантовых нейросетей минимальной сложности // ДАН. 1995. т. 345, №1, с. 32-35.
- [12] *Тимофеев А. В.* Методы синтеза и минимизации сложности диофантовых сетей над конечным полем // Автоматика и телемеханика. — 1997. №4, с. 204-212.
- [13] *Тимофеев А. В.* Статический синтез, обучения и оптимизации полиномиальных нейронных сетей // Журнал «Нейрокомпьютер» — 2002, №5.
- [14] *Тимофеев А.В.* Оптимальный синтез и минимизация сложности генно-нейронных сетей по генетическим базам данных // Журнал «Нейрокомпьютер» — 2002, №6.