

ДИАХРОННЫЙ АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

А. В. Макшанов, А. А. Мусаев

Специализированная инжиниринговая компания

СЕВЗАПМОНТАЖАВТОМАТИКА

199155, Санкт-Петербург, пер. Каховского, д. 10

amusaev@szma.com

УДК 681.3

А. В. Макшанов, А. А. Мусаев. **Диахронный анализ нестационарных случайных процессов** // Труды СПИИРАН. Вып. 1, т. 1. — СПб: СПИИРАН, 2002.

Аннотация. Предложена организация процедуры анализа эволюционирующих спектров, допускающая относительно простую интерпретацию в привычных частотных терминах и позволяющая получать подробную диагностическую информацию, локализованную по конкретным узлам изучаемого механизма. — Библ. 20 назв.

UDC 681.3

A. V. Makshanov, A. A. Musaev. **Diachronic analysis of nonstationary random processes** // SPIIRAS Proceedings. Issue 1, v. 1. — SPb: SPIIRAS, 2002.

Abstract. The variant of evolutionary spectra analysis with relatively evident frequency domain interpretation is proposed. The procedure is to supply detailed diagnostic information on default localization of the mechanism under regard. — Bibl. 20 items.

Термин "диахронный анализ" используется в социологии и означает сравнительный анализ данных, измеренных с временным сдвигом. В настоящей работе этот термин применяется расширительно для обозначения специальной процедуры спектрально-временного анализа (анализ эволюционирующих спектров, хроноспектральный анализ). Рассматриваемая процедура используется для исследования виброакустических сигналов, но возможная сфера ее применения значительно шире и включает большое число задач, связанных с построением образов (портретов) объектов по результатам измерений параметров их физических полей.

Информативными составляющими виброакустического сигнала, особенно при диагностировании зарождающихся дефектов, чаще всего оказываются не амплитуды основных частот возбуждения, а их окраска, т.е. характер фазовой и амплитудной модуляции, соотношения между амплитудами гармоник, вид случайных выбросов в резонансных зонах и т.д. Для процессов изменения во времени таких характеристик употребляют термин **вобуляция**. Естественным аппаратом для исследования при этом являются различные обобщения спектрального анализа на случай процессов с медленно меняющейся корреляционной структурой.

В настоящее время имеется целый ряд подходов к проблеме формального обобщения процедур спектрального анализа на случай нестационарных процессов [2,6,7,8,10,14,17,19,20]. В частности, фирма Briel & Kjaer предлагает программную приставку [15] к своей стандартной аппаратуре для анализа виброакустических сигналов, реализующую три базовых алгоритма нестационарного спектрального анализа на основе

- преобразования Фурье на скользящем окне ;
- волнового преобразования (Wavelet Transform, [18]);

- распределения Вигнера-Вилля [2,7,19].

При критическом анализе таких подходов следует прежде всего иметь в виду, что само утверждение о нестационарности несет лишь негативную нагрузку. Суть дела можно прояснить с помощью следующей простой статистической аналогии. Случайный вектор X с ковариационной матрицей S может быть записан в виде

$$X = CY, \quad (1)$$

где C — ортогональная матрица, а случайный вектор Y имеет диагональную ковариационную матрицу D , при этом

$$S = CDC'. \quad (2)$$

Компоненты Y называют главными компонентами вектора X . Для стохастического процесса с нулевым средним аналогом (1) является представление

$$X(t) = \int f(t,w)dZ(w),$$

а аналогом (2) — выражение автокорреляционной функции в виде

$$R(t,s) = \int f(t,w) \bar{f}(s,w).dm(w),$$

где $m(w)$ — интегрированная спектральная функция процесса $X(t)$, при этом интерпретация аргумента w зависит от конкретного вида ядра $f(t,w)$.

Пусть с другим случайным вектором X^* , некоррелированным с X , связаны аналогичные представления $X^* = C^*Y^*$, $S^* = C^*D^*C'^*$. Тогда если $C = C^*$, то есть собственные векторы матриц S и S^* совпадают, то для произвольной линейной комбинации $(a.X + a^*.X^*)$ имеют место представления

$$\begin{aligned} (a.X + a^*.X^*) &= C.(a.Y + a^*.Y^*), \\ a^2S + a^{*2}S^* &= C(a^2.D + a^{*2}D^*)C'. \end{aligned}$$

Если $C \neq C^*$, то $(a^2D + a^{*2}D^*)$ уже не является ковариационной матрицей главных компонент вектора $(aX + a^*X^*)$. Аналогично если некоррелированный с $X(t)$ процесс $X^*(t)$ имеет представление

$$X^*(t) = \int f(t,w)dZ^*(w)$$

с тем же самым ядром $f(t,w)$, то произвольная линейная комбинация $(aX + a^*X^*)$ имеет такое же интегральное представление относительно процесса с независимыми приращениями $(aZ(w) + a^*Z^*(w))$, а ее автокорреляционная функция имеет представление (2) со спектральной функцией вида $a^2m(w) + a^{*2}m^*(w)$. Хорошо известно, что стационарные в широком смысле случайные процессы порождаются общим ядром $f(t,w) = \exp(itw)$, что и обеспечивает наличие простых соотношений между спектральными плотностями их линейных комбинаций и, соответственно, между спектральными плотностями входных и выходных сигналов в линейных системах. В то же время для процессов с различными ядрами, как и для случайных векторов с различными матрицами C , подобные соотношения места не имеют. Тем не менее, имеется ряд конструкций ядер, которые позволяют получать эти соотношения для достаточно широких классов процессов в приближенном виде.

При построении обобщений спектрального анализа для нестационарных процессов естественно попытаться сохранить следующие свойства спектральной плотности:

- неотрицательность и аддитивность;
- однозначную связь с корреляционной функцией;
- связь с исходным рядом на основе преобразования Фурье;
- возможность выявления скачков;

- возможность определения передаточной функции для линейного преобразования;
- возможность оценивания по одной реализации;
- сводимость к обычной оценке спектральной плотности в случае процесса, стационарного в широком смысле.

В работе [17] формально доказано, что эта система требований является **противоречивой**. Различные варианты компромисса порождают целое семейство разнообразных подходов к определению спектральной плотности для различных классов нестационарных процессов. Эти подходы можно условно разделить на *три группы*.

Подходы первой группы исходят из определения локальной корреляционной функции и основаны, в конечном счете, на локальной аппроксимации корреляционной функции $R(s,t)$ нестационарного процесса функцией одной переменной: $R(s,t) \cong r(s-t)$. Эти конструкции подробно изложены в [2]; в [8] они обсуждаются в связи с общим понятием нестационарной функции неопределенности. Их частными случаями являются упомянутые выше подходы на основе преобразования Фурье на скользящем окне и на основе аппроксимации Вигнера-Вилля.

Вторая группа представлена подходом Л.Б.Пристли [19,20] и относится к тем процессам, корреляционная функция которых может быть представлена в виде

$$R(s,t) = \int A(s,w) \overline{A(t,w)} \exp[iw(s-t)] dm(w),$$

где

$$A(0,w)=1, A(t,w) = \int \exp(iq) dH(q,w)$$

и $|dH(q,w)|$ достигает максимума при $q=0$ для всех w . Для данного семейства F функций $\{A(t,w)\}$ определяются величины

$$B(w) = \int |q| |dH(q,w)|, \quad \mathbf{BF} = [\sup B(w)]^{-1},$$

w — **эффективная ширина данного семейства F** . Процесс $x(t)$ называется **квазистационарным**, если для него \mathbf{BF} отлично от нуля. Для такого процесса **эволюционирующий спектр** по отношению к семейству F определяется в виде

$$dF(t,w) = |A(t,w)| dm(w).$$

С этим определением связаны некоторые проблемы неоднозначности, но в целом этот подход представляется наиболее последовательным и свободным от внутренних противоречий. В качестве частных случаев он включает все три алгоритма, реализованных в [15], и дает при этом качественную характеристику (в терминах $B(w)$ и \mathbf{BF}) классов процессов, для которых каждый из этих алгоритмов является наиболее адекватным. Его подробное изложение вместе с соответствующими статистическими вычислительными процедурами приведено в [19, 20].

Третья группа подходов основывается на представлении о том, что **общее утверждение относительно нестационарности некоего процесса не несет никакой позитивной нагрузки**. Их авторы подчеркивают прежде всего противоречия, связанные с попытками обобщить концепцию спектрального анализа на достаточно широкий класс нестационарных процессов и основываются на более детальных модельных предположениях, позволяющих описывать различные конкретные типы нестационарности. Принятие этой точки зрения ставит перед исследователем важную задачу:

выделить тип нестационарности, наиболее характерный для выбранной сравнительно узкой предметной области, и использовать методы анализа, проблемно ориентированные на такой конкретный тип данных.

Подход Л.Б.Пристли является наиболее общим и позволяет рассмотреть с единой точки зрения все существующие конструкции. Его главный недостаток — отсутствие эффективной процедуры для корректного определения эффективной ширины данного локально-нестационарного процесса, которая, в конечном счете, определяется в том или ином варианте перебора. В этой связи в настоящее время наибольшее внимание привлекают процедуры **вейвелет-анализа** [18]. В этом варианте анализа рассматриваются различные функции (вейвелеты), зависящие от параметров сдвига и масштаба и образующие семейство с двойной ортогональностью — по сдвигу и по масштабу. Данному процессу ставится в соответствие матрица его ковариаций с каждой из функций данного семейства. Рассматриваются различные процедуры визуализации этой матрицы. Таким образом, вопрос о выборе эффективной ширины процесса отпадает, но получаемое представление обладает значительной избыточностью. Главный недостаток этого подхода — невозможность истолкования результатов в привычных терминах спектрального анализа. Другой недостаток — слишком большой объем необходимых вычислений. В частности, основной темой работы семинара по вейвелет-анализу, действующего на постоянной основе в Санкт-Петербурге, являются проблемы его приборной реализации на базе микропроцессорных средств.

В настоящее время основной акцент при исследованиях виброакустических процессов делается на анализе по огибающей. Это — специальный тип нестационарности, теория которого детально исследована в [16]. Его исследование основано, как правило, на использовании преобразования Гильберта [2, 8], однако, в особенности при анализе узкополосных сигналов, его можно успешно заменять вычислением скользящей оценки дисперсии с подходящим выбором весовой функции. Основная сложность здесь состоит в том, что при скользящем сглаживании коррелированных данных обычно обнаруживаются артефакты — ложные периодические составляющие с небольшими амплитудами (эффект Слуцкого-Юла), которые приходится специально отсеивать (например, усреднением результатов сглаживания с различными окнами). Аналогичная картина имеет место и для более сложных типов нестационарности.

В настоящее время в задачах цифрового спектрального анализа большое внимание уделяется получению спектральных оценок в параметрической форме [2, 3, 5, 6, 10, 12, 13, 19]. Они обладают целым рядом преимуществ перед непараметрическими оценками на основе БПФ, однако при работе в широких диапазонах частот обычно возникают модели слишком высоких порядков. В то же время такие оценки оказываются чрезвычайно эффективными при исследовании процессов возбуждения выделенных характерных частот, поскольку в достаточно узких спектральных диапазонах можно ограничиться моделями невысокого (обычно — до 4-го) порядка, которые можно идентифицировать на скользящем окне шириной 30-40 тактов измерения.

Предлагаемая схема анализа сводится к специально организованной процедуре линейного сглаживания на скользящем окне, принципы выбора ширины и формы которого подчиняются тем же закономерностям, что и для других схем скользящего сглаживания [4]. При этом возможно применение

различных алгоритмов параметрического оценивания, систематически описанных в [2,12]; при микропроцессорной реализации наиболее выгодно использовать оценки по МНК в рекуррентной форме на скользящем окне шириной l со сдвигом d [9]. Варьируя ширину окна l , можно выбрать ее оптимальное значение стандартными статистическими методами по критерию минимума дисперсии порождающего шума. Результаты анализа интерпретируются в терминах спектрально-временного описания Пристли [19,20]. Удастся доказать, что такая интерпретация действительно правомочна для тех участков, на которых все корни характеристического полинома соответствующего разностного оператора оказываются мнимыми и удовлетворяют традиционным условиям устойчивости и обратимости. Разумеется, эта схема адекватна только для специального частного типа нестационарности, однако имеющийся опыт обработки результатов виброакустических измерений позволяет утверждать, что именно такой тип нестационарности характерен для процессов развития неисправностей механического оборудования типа, например, задира контактирующих поверхностей. Их традиционно фиксируемые проявления в спектре огибающей оказываются при этом лишь одним из сопутствующих эффектов. В рамках этой же техники возможно изучение и более сложных типов нестационарности, например, изменения во времени порядка модели и интенсивности порождающего шума [6].

Рассматриваются следующие варианты вторичной обработки и интерпретации результатов оценивания.

1. В спектре изучаемого сигнала выделяется достаточно узкий диапазон, содержащий отдельный пик и его боковые составляющие. Выраженные боковые составляющие обычно представляют собой артефакты, связанные с наличием на основной частоте модуляции по амплитуде. Оцениваются на скользящем окне параметры модели авторегрессии 2-го порядка. При нерекуррентном оценивании целесообразно использовать одно из стандартных сглаживающих окон (при экспериментах использовалось окно Бартлетта). Выводятся процессы вобуляции коэффициентов модели, оценки их СПМ и полученные по ним [2,3,5,12] процессы вобуляции СКО и центральной частоты. Основные периодические составляющие этих процессов удобно представлять в виде фигур Лиссажу на фазовой плоскости коэффициентов модели. В настоящее время накапливается опыт интерпретации полученных результатов в задачах технического диагностирования.
2. В спектре изучаемого процесса выделяется относительно широкий диапазон, и на скользящем окне оцениваются параметры модели ARMA(p,q). Ширина окна должна быть достаточно большой, чтобы обеспечить разумную точность оценивания. По получившимся оценкам процессов изменения коэффициентов строятся оценки локальных СПМ. Из них собирается оценка эволюционирующей СПМ и ее линии уровня. На получающихся представлениях хорошо видны любые ударные воздействия и резонансы, которые они вызывают.

3. В обоих случаях возможно определение оптимальной ширины окна и оптимального порядка аппроксимирующей модели по критерию минимума дисперсии порождающего шума (критерий ФОП – финальной ошибки прогнозирования [2,3,5,12]).

ПРИМЕР

На рис. 1 приведен временной ряд показаний виброакселерометра, установленного на крышке кормового подшипника корабельного маршевого электродвигателя и оценка его СПМ, на рис.2-4 – представления процессов возбуждения в различных частотных диапазонах. На рис. 5а),б) приведены оценки эволюционирующей СПМ в диапазоне 0-800 Гц и ее линии уровня в диапазоне 0-200 Гц. Вывод состоит в том, что части двигателя, для которых характерно акустическое излучение со средней частотой около 70 Гц, испытывают аperiodические ударные воздействия с резонансами на низких частотах. Варьируя изучаемый диапазон, можно локализовать неисправность, используя имеющуюся карту резонансных частот механизма.

ВЫВОДЫ

1. Предложенная организация процедуры анализа эволюционирующих спектров, в отличие от большинства существующих, допускает относительно простую интерпретацию в привычных терминах и позволяет получать подробную диагностическую информацию, локализованную по конкретным узлам изучаемого механизма.
2. Процедура позволяет строить достаточно детальные образы (портреты) объектов различной природы по результатам измерений параметров их физических полей и допускает естественные обобщения на случай многоканальных измерений, в том числе – различной физической природы.
3. Предложенная процедура имеет характер нелинейного сглаживания данных, результаты которой интерпретируются в терминах эволюционирующих спектров. По этой схеме удастся построить аналогичные процедуры с другими вариантами интерпретации, проблемно-ориентированные на решение различных специальных классов задач.

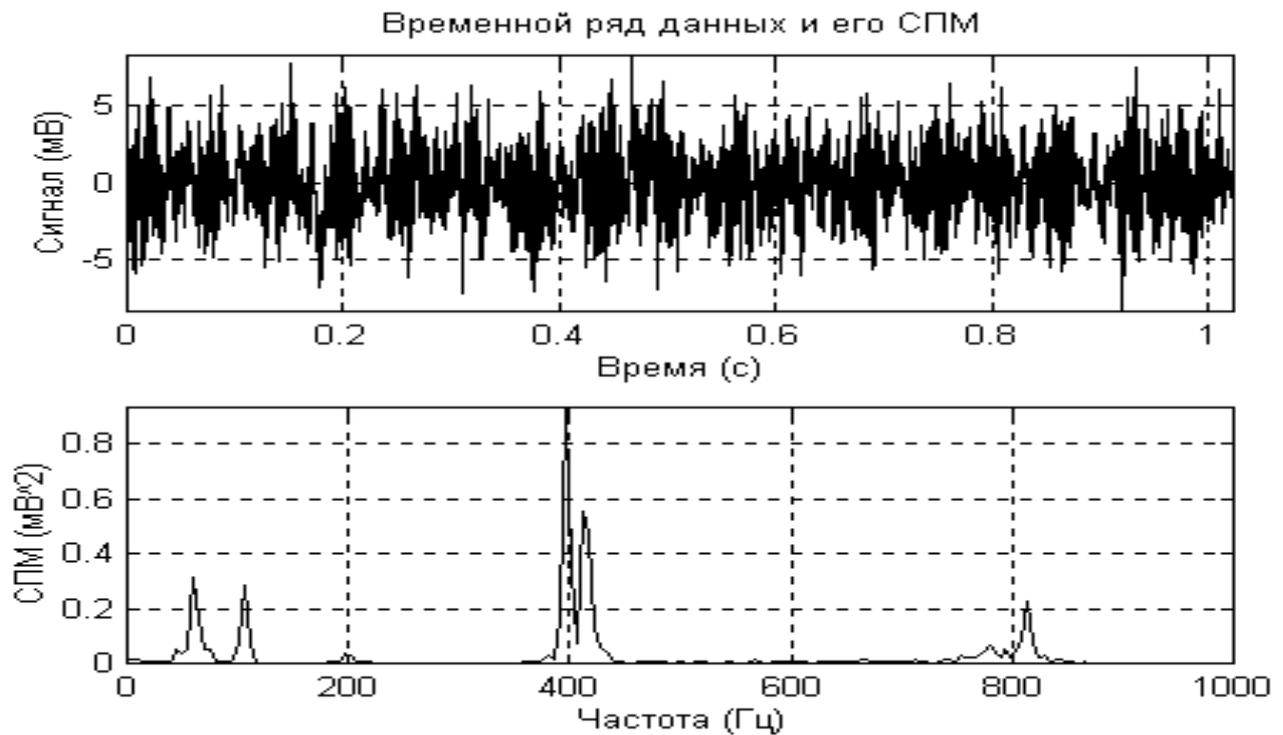


Рис.1. Корабельный электродвигатель – кормовой подшипник. Частота вращения 25 об/мин

Вертикальные вибрации в диапазоне 0-1000 Гц

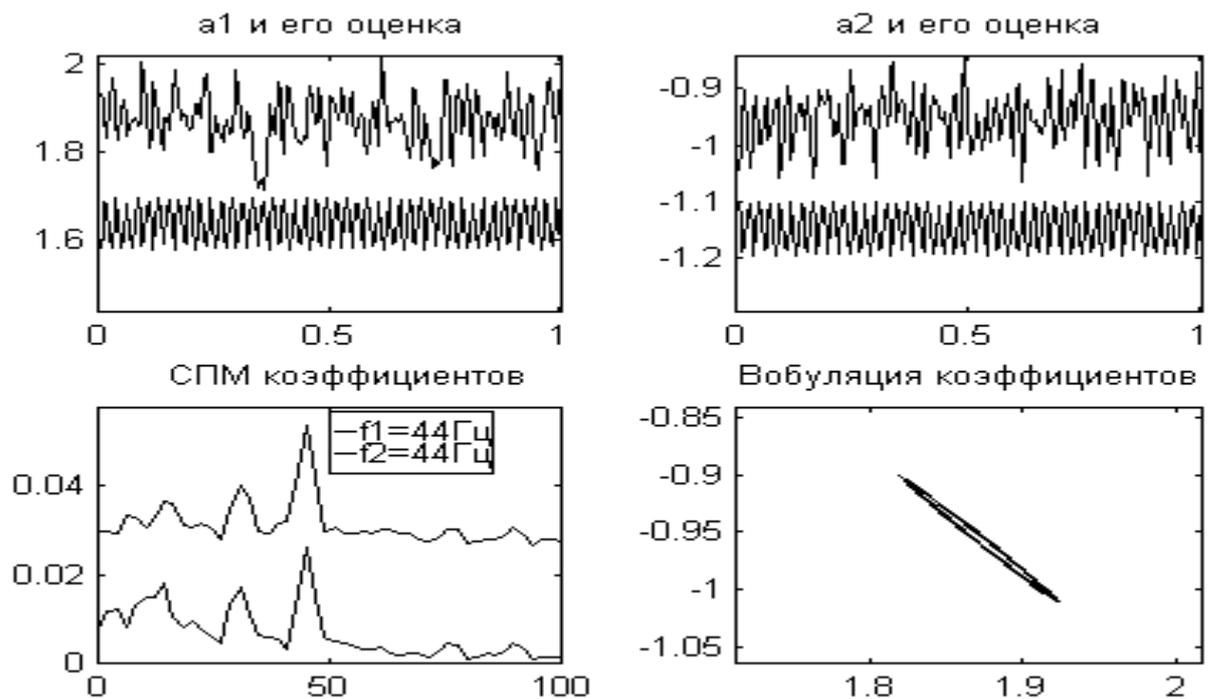


Рис.2. Вобуляция центральной частоты и амплитуды в диапазоне 200-400 Гц

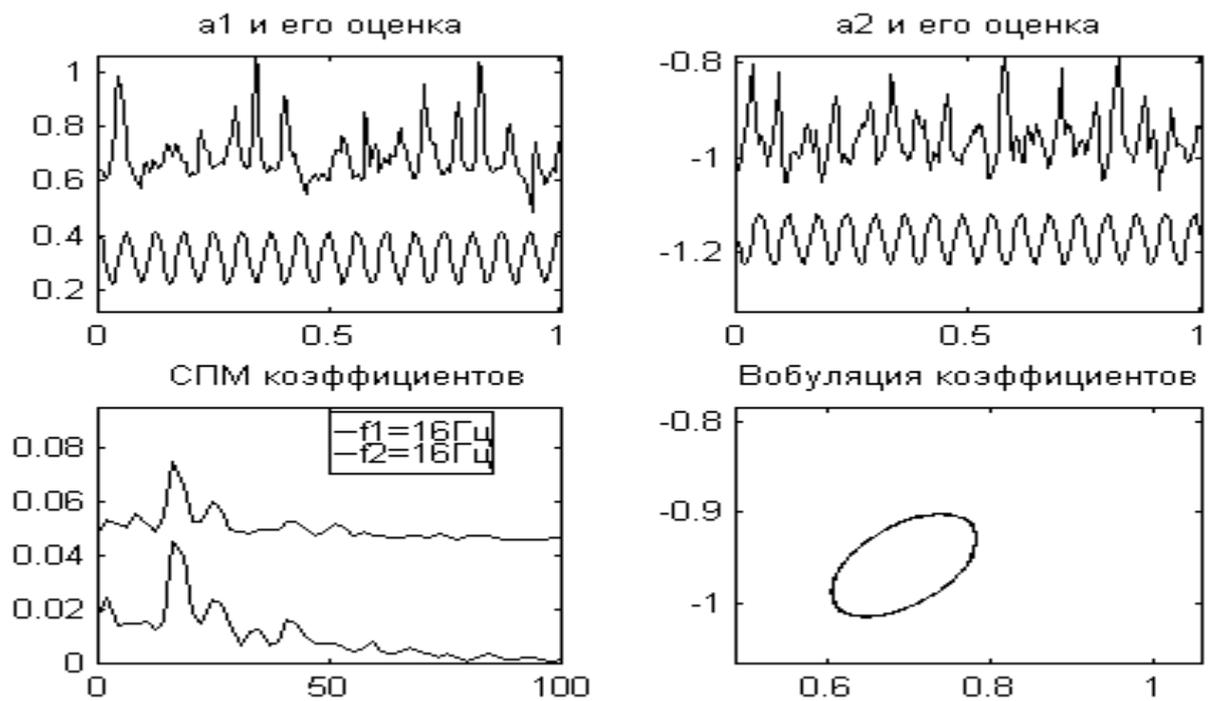


Рис.3. Представление вобуляций в диапазоне 200-400 Гц на плоскости коэффициентов модели AR(2)

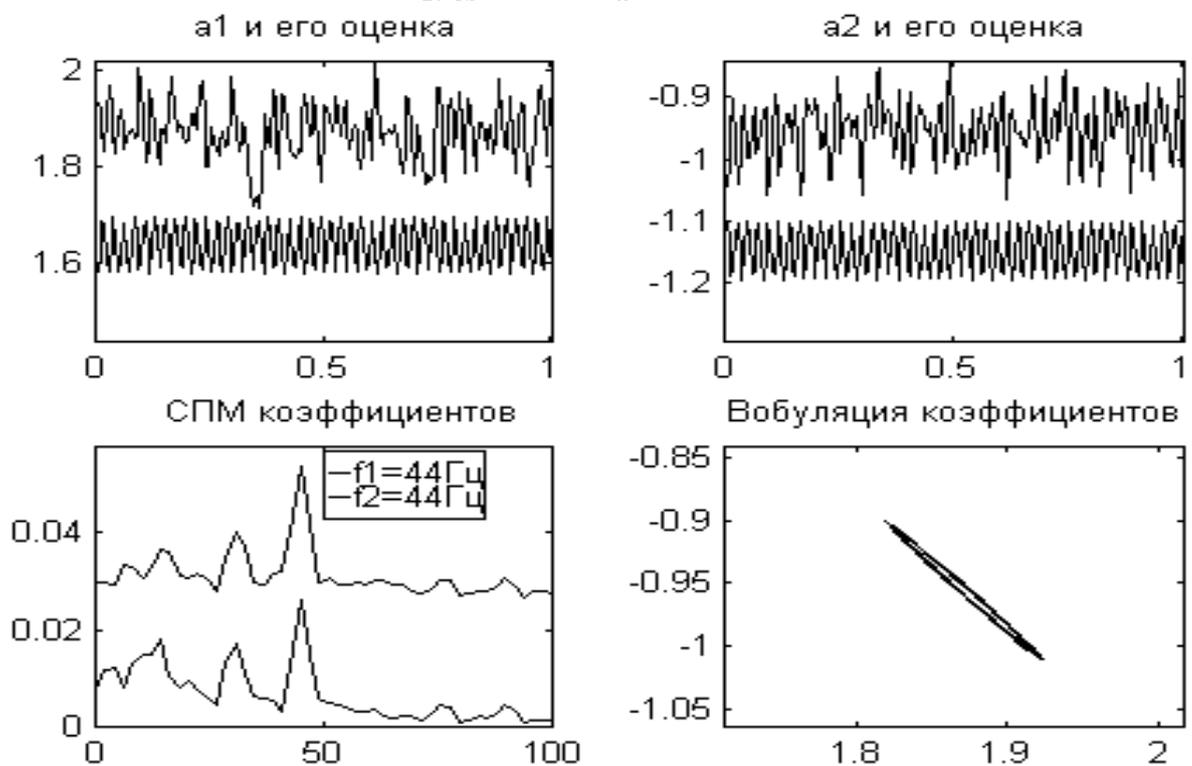
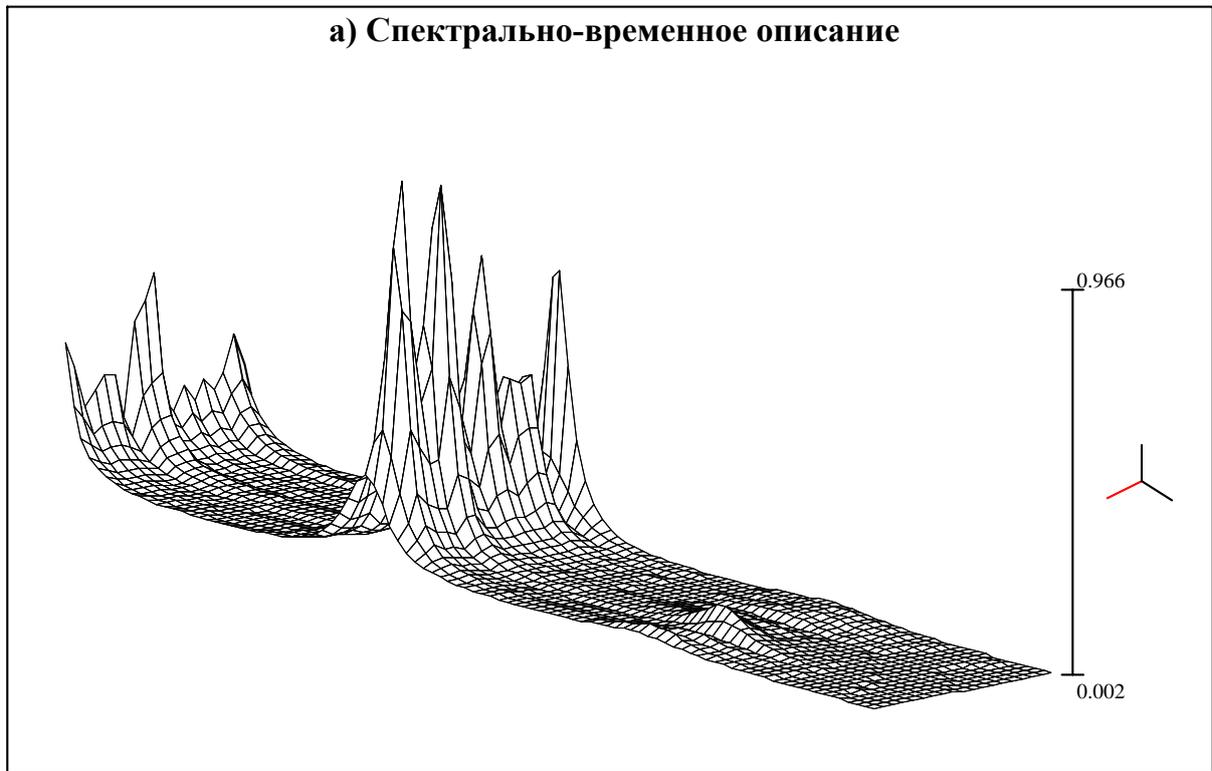
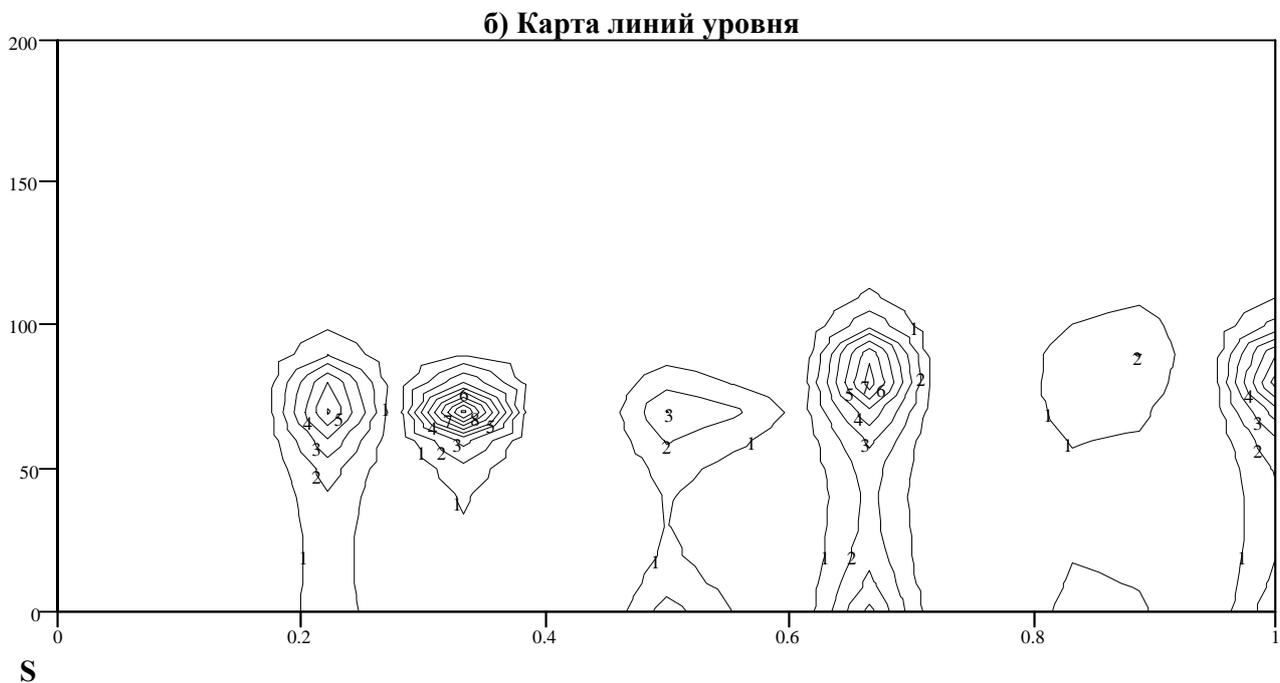


Рис.4. Представление вобуляций в диапазоне 0-200 Гц на плоскости коэффициентов модели AR(2)



S



S

Рис.5. Представление вобуляций СПМ на плоскости “время-частота”.
 а) эволюция локальной СПМ в диапазоне 0-800 Гц, модель ARMA(10,0);
 б) линии уровня локальной СПМ в диапазоне 0-200 Гц, модель ARMA(6,0).
 Аппроксимация на скользящем окне с параметрами $l=100, d=30$, сглаживание окном Бартлетта

Литература

- [1] *Батраков А. Ю., Макшанов А. В., Смирнов А. В.* Адаптивный сглаживающий фильтр на скользящем окне для коррелированных шумов измерений. — Вопросы радиоэлектроники, сер. ОВР, 1988, № 5 — с. 75–84.
- [2] *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. — М.: Мир, 1989.
- [3] *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып.1. — М.: Мир, 1974.
- [4] *Гусак П. Л., Цыпкин Я. З.* Теория сглаживания и ее применение. — Измерение, контроль, автоматизация, 1988, 3. — с. 47–69.
- [5] *Дженкинс Г., Ваттс Д.* Спектральный анализ и его приложения. — М.: 1972. Вып. 1,2.
- [6] *Капустинская С. Ю., Немура А. А.* Идентификация линейных случайных процессов. — Вильнюс: Мокслас, 1983.
- [7] *Козн Л.* Время-частотные распределения. Обзор. — ТИИЭР, т. 77, № 10, 1989, с. 72-120.
- [8] *Макс Ж.* Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. — М.: Мир, 1983. т. 1,2.
- [9] *Макшанов А. В., Смирнов А. В., Шашкин А. К.* Робастные методы обработки сигналов в радиотехнических системах синхронизации. — СПб: Изд-во СПбГУ, 1991.
- [10] *Макшанов А. В.* Параметрический подход к задачам спектрально-временного описания нестационарных измерений навигационных параметров. — Проблемы космической локации и навигации. — СПб.: МО РФ, 1994. — с. 94–100.
- [11] *Макшанов А. В.* Методы статистического анализа систем, представляемых временными рядами измерений, на основе рекуррентных алгоритмов с конечной памятью. — Системный анализ при создании кораблей. — СПб: ВМА, вып. 4, 1995.— с. 48–54.
- [12] *Марпл С. Л.-мл.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1990.
- [13] *Отнес Р., Эноксон Л.* Прикладной анализ временных рядов. — М.: Мир, 1982.
- [14] *Цветков Э. И.* Нестационарные случайные процессы и их анализ. — М.: Энергия, 1973..
- [15] *Bruel & Kjaer.* Non stationary signal analysis software type WT 9362. — System development, BU 0152, 1993.
- [16] *Herbst L. J.* Spectral analysis in the presense of variance fluctuations. — J. of the Roy. Statist. Soc., ser.B, 1964, v. 21, № 2. — p. 354–360.
- [17] *Loynes R. M.* On the concept of the spectrum for non-stationary processes. — J. of the Roy. Statist. Soc., ser.B, v. 30, № 1. — p. 204–237.
- [18] *Meier Y.* Wavelets: algorithms and applications. — SIAM, 1992.
- [19] *Priestley M. B.* Spectral analysis and time series. — London: AP, 1981.
- [20] *Priestley M. B.* Non-linear and non-stationary time series. — London: A.P., 1988.