

ОЦЕНКА ГОТОВНОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ СВЯЗИ

А. С. Аниконов¹, К. Ю. Ушаков²

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия В.О., д.39

¹asa@inbs.spb.ru, ²kyu@inbs.spb.su

УДК 681.3

А. С. Аниконов, К. Ю. Ушаков. **Оценка готовности иерархических систем связи** // Труды СПИИРАН. Вып. 1, т. 1 — СПб: СПИИРАН, 2002.

Аннотация. Рассмотрены вопросы оценки готовности иерархических систем связи при использовании схемы межуровневой кольцевой защиты для случаев незащищенной, частично защищенной и полностью защищенной системы. — Библ. 5 назв.

UDC 681.3

A. S. Anikonov, K. Y. Ushakov. **Estimation of availability of hierarchical communication systems.** // SPIIRAS Proceedings. Issue 1, v. 1. — SPb: SPIIRAS, 2002.

Abstract. The problems of estimation of availability of hierarchical communication systems for intertier ring protection schemes considered. The cases of unprotected, partially protected, and completely protected system analyzed. — Bibl. 5 items.

1. Введение

Развитие новейшего информационного общества в значительной мере зависит от готовности систем связи к работе, т.е. к выполнению возложенных задач с заданными показателями качества (далее *готовности*) различных услуг связи, таких как передача речевых сообщений, передача данных, видеоконференции, интернет, кредитная верификация и т.д. Современные системы связи, обеспечивающие такого рода услуги, имеют развитую иерархическую структуру, включающую иерархии низкого и высокого уровней. К первым относятся системы локального доступа, например, терминалы пользователей в компьютерных сетях и соответствующие узлы локальной концентрации, мобильные терминалы, и базовые станции в мобильных системах связи и т.п. Ко второму типу иерархических структур относятся инфраструктурные системы управления информационными потоками (мультиплексирование, концентрация, переключение), например, локальные концентраторы и центральные серверы в компьютерных сетях, базовые станции, контроллеры и мобильные переключатели в мобильных сотовых системах и т.д. Каждая из таких систем может иметь свою многоуровневую иерархическую структуру.

В настоящее время к готовности систем связи предъявляются крайне высокие требования, поэтому корректная оценка указанной величины является актуальной проблемой при проектировании любой системы связи. В процессе оценки готовности различают прямую и обратную задачи. Прямая задача представляет собой оценку готовности уже существующей системы связи на основе анализа готовности отдельных линий связи (единичных соединений). Обратная задача связана с оптимальным проектированием указанных систем, когда готовность всей системы задается заранее и выступает в качестве целевой функции или ограничения. В обратной задаче требуется найти ограничение на готовность каждой отдельной линии связи, и выявить соответствующие требования к проектированию, условиям функционирования, набору оборудования и т.д.

Учитывая разнообразие и сложность иерархических структур в современных системах связи, полное решение рассматриваемой проблемы до сих пор не получено. В ряде работ [1-5] предлагаются частные решения прямой задачи простейших иерархических конфигураций типа звезды или цепи.

В данной работе рассматривается решение указанной проблемы (прямая и обратная задачи) для более сложных конфигураций иерархических систем связи, возникающих, в частности, при реализации различных защитных схем.

2. Основные определения и допущения

Для оценки готовности системы вводится такая величина как *показатель готовности*, который является количественной мерой вероятности. В качестве такого показателя выбрана вероятность того, что обслуживаемая система будет находиться в действующем состоянии в любое время. Время включает все интервалы успешной работы и интервалы времени нахождения системы в неисправном состоянии. Общепринятым является представление показателя готовности A в следующем виде.

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}, \quad (1)$$

где $MTBF$ есть среднее время между двумя последовательными нерабочими состояниями системы, и $MTTR$ есть среднее время на восстановление работоспособности системы. Наряду с показателем готовности, в настоящее время широко используется *показатель неготовности* системы, который имеет вид.

$$U = 1 - A. \quad (2)$$

При анализе готовности систем связи обычно принимается ряд упрощающих допущений:

1. Статус всех элементов системы описывается простейшей моделью "Работа / Выход из строя"

2. Выход из строя какого-либо элемента происходит независимо от аналогичного события для любого другого элемента системы.

3. Время между двумя выходами из строя и время на восстановление нормальной работы элементов является независимыми величинами без памяти с постоянным средним.

4. $MTTR \ll MTBF$.

Эти очевидные с точки зрения физики допущения будут использоваться в настоящей работе. Рассмотрим допущение 4. Согласно формуле для последовательного соединения элементов, показатель готовности A цепи из n элементов определяется следующим образом.

$$A = \prod_{i=1}^n A_i = \prod_{i=1}^n (1 - U_i), \quad (3)$$

где A_i есть показатель готовности i -го элемента в последовательности из n элементов.

Однако, при справедливости условия $MTTR \ll MTBF$ и при незначительных глубинах иерархии системы можно использовать приближенную формулу

$$\prod_{i=1}^n A_i \approx 1 - \sum_{i=1}^n U_i. \quad (3a)$$

Иначе говоря, в этом случае происходит сложение показателей неготовности U_i вместо умножения показателей готовности A_i . Достаточно высокая точность такого приближения при выполнении условия 4 доказана в работе [5].

Оценка готовности иерархических систем связи может проводиться как на этапе анализа уже построенной, функционирующей системы, когда требуется оценить качество работы системы, так и на этапе проектирования системы связи, когда величина показателя готовности выступает в роли целевой функции, или в роли ограничения, наложенного на систему и на ее отдельные элементы. В связи с этим при оценке готовности системы возникают две постановки задачи – прямая и обратная.

3. Прямая задача

Прямая задача оценки готовности может быть сформулирована следующим образом.

Для заданных множеств элементов $\{S_i\}$ и концентраторов $\{C_m\}$, а также заданной топологии связей этих множеств найти показатели готовности связи от любого элемента к соответствующему концентратору системы при условии, что известны показатели неготовности всех единичных линий двухсторонней связи U_i^* . Именно эти показатели готовности, как показано ниже, позволяют оценить готовность всей рассматриваемой системы связи A_{tot}^* .

Ниже рассмотрены три наиболее важных случая, которые встречаются на практике:

- незащищенная система,
- полностью защищенная система.
- частично защищенная система,

Случай 1. Незащищенная система

Рассмотрим элемент S_i на k -м уровне иерархии, относящемся к концентратору C_m (рис. 1). Информация от элемента S_i доставляется к концентратору C_m посредством k отдельных последовательных линий связи. Очевидно, что полная готовность двусторонней связи $S_i \leftrightarrow C_m$ выражается формулой

$$A^*(i, k) = 1 - \sum_{l=1}^k U_l^* \quad (4)$$

в соответствии приближением (3а).

Случай 2. Полностью защищенная система

Рассмотри систему, полностью защищенную межуровневыми кольцами произвольной размерности d_R . Как показано на рис. 2, информация от

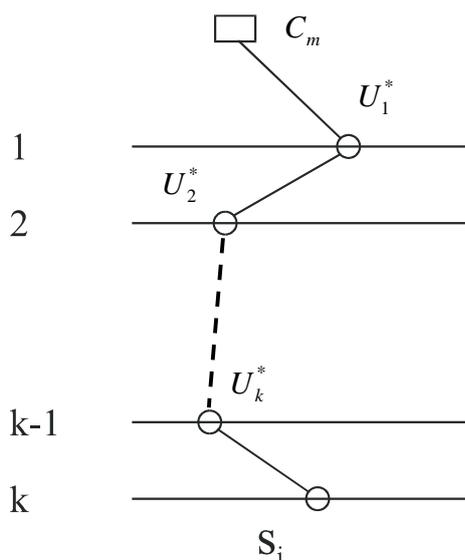


Рис. 1. Готовность незащищенной системы

элемента S_i на k -м уровне передается концентратору C_m посредством k межуровневых колец, которые характеризуются локальными показателями неготовности двухсторонней связи U_l^* и $U_{l,j}^*$ ($1 \leq j \leq d_r - 1$), $1 \leq l \leq k$.

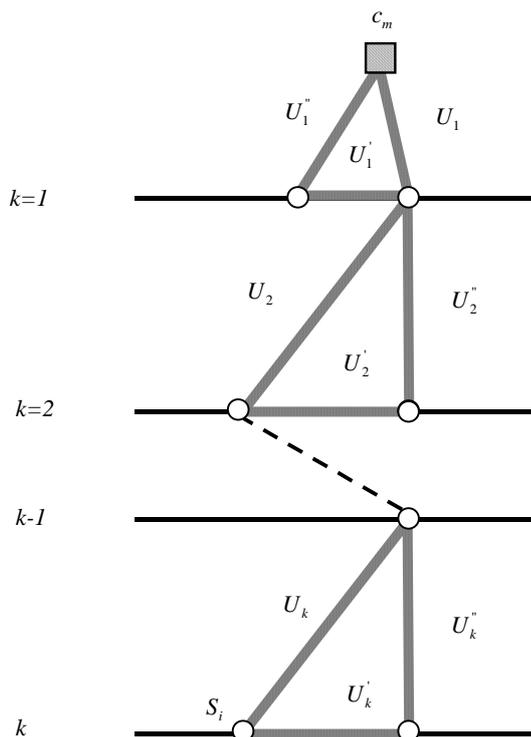


Рис. 2. Готовность полностью защищенной системы

В этом случае искомый показатель готовности такой полностью защищенной двухсторонней связи $S_i \leftrightarrow C_m$ имеет следующий вид.

$$A_{d_r}^*(i, k) \approx 1 - \sum_{l=1}^k \frac{1}{2} U_l^* \sum_{j=1}^{d_r-1} U_{l,j}^* \quad (5)$$

Для минимального размера колец $d_R = 3$ имеет место следующее выражение

$$A_3^*(i, k) \approx 1 - \sum_{l=1}^k \frac{1}{2} U_l^* (U_{l,1}^* + U_{l,2}^*) \quad (6)$$

Случай 3. Частично защищенная система

В этом случае только часть линий связи защищается при передаче информации $S_i \leftrightarrow C_m$ (рис. 3)

Очевидно, что

$$A^*(i, k) = 1 - \sum_{l=1}^k v_l^* \quad (7)$$

$$v_l^* = \begin{cases} U_l^*, & \text{если } l\text{-я линия незащищена} \\ U_{pr,l}^*, & \text{если } l\text{-я линия защищена} \end{cases} \quad (8)$$

Величина $U_{pr,l}^*$ есть показатель готовности защищенной l -й линии связи и определяется конкретной системой защиты. В случае межуровневой кольцевой защиты $U_{pr,l}^*$ определяется выражениями под знаками суммы в (5) и (6).

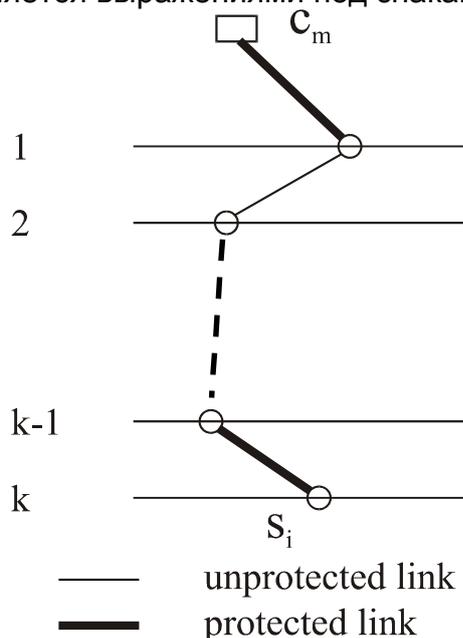


Рис. 3. Готовность частично защищенной системы

4. Обратная задача

Ограничение на готовность всей системы связи в этом случае всегда выступает как целевая функция при проектировании таких систем и задается заранее выбранным пороговым значением A_{th}^* . Тогда обратная задача оценки готовности может быть сформулирована следующим образом: для заданных множеств элементов $\{S_i\}$ и концентраторов $\{C_m\}$, а также заданной топологии

связей этих множеств найти показатели готовности каждого отдельного соединения, которые обеспечивают выполнение указанного условия оптимизации $A_{tot} > A_{th}^*$. Именно эти показатели готовности учитываются на последующих этапах оптимального проектирования иерархических систем связи.

Принципиальным моментом является тот факт, что "глубина" иерархии K_m , вообще говоря, различна для различных концентраторов C_m ($1 \leq m \leq M^*$) (рис. 4) и определяется конкретными физическими условиями реализации топологических связей элементов системы.

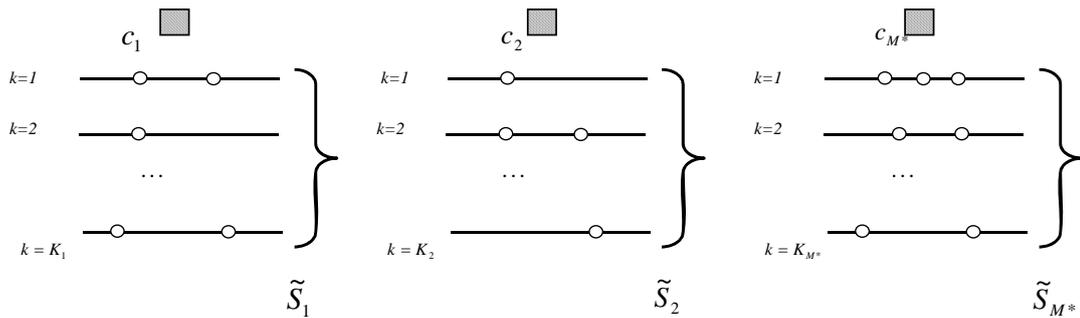


Рис. 4. Многоуровневые иерархические структуры

В соответствии с определением,

$$A_{tot}^* = \min_{\{\tilde{S}_m\}} \{A^*(i, k)\} > A_{th}^* \quad (9)$$

Поскольку $A^*(i, k)$ уменьшается с ростом k , как это следует из (4), рассмотрим худший случай $k = K_m$, ($1 \leq m \leq M^*$) при следующем обязательном условии

$$U_i^* = U^*(K_m), \quad (1 \leq m \leq M^*). \quad (10)$$

Другими словами, будем считать показатели неготовности в каждой иерархии \tilde{S}_m , ($1 \leq m \leq M^*$) одинаковыми.

Аналогично прямой задаче, рассмотрим последовательно три частных случая построения систем.

Случай 1. Незащищенная система

В этом случае, из (4) и (10) следует, что

$$A^*(K_m) = 1 - K_m \cdot U^*(K_m), \quad (11)$$

и является минимальной величиной готовности иерархии \tilde{S}_m ($1 \leq m \leq M^*$) при принятых допущениях. Для обеспечения условия оптимизации

$$A_{tot}^* \geq A_{th}^* \quad (12)$$

достаточно потребовать

$$A^*(K_m) = A_{th}^*, \quad (1 \leq m \leq M^*) \quad (13)$$

для каждой иерархии \tilde{S}_m .

Тогда из (11) и (13) получаем

$$U^*(K_m) = \frac{1 - A_{th}^*}{K_m}, \quad (1 \leq m \leq M^*) \quad (14)$$

Это есть искомая величина показателя неготовности двухсторонней межуровневой связи для каждой иерархии с глубиной K_m ($1 \leq m \leq M^*$), которая гарантирует условие оптимизации (12) для незащищенной системы.

Случай 2. Полностью защищенная система

Аналогично прямой задаче, рассмотрим межуровневую кольцевую защиту произвольной размерности d_R . Тогда, из (5) и (13) имеем

$$A_{th}^* = 1 - K_m (U_{d_R}^*)^2 \cdot \frac{d_R - 1}{2}, \quad (15)$$

и

$$U_{d_R}^*(K_m) = \sqrt{\frac{2}{d_R - 1}} \cdot \sqrt{\frac{1 - A_{th}^*}{K_m}} \quad (16)$$

Эта величина показателя неготовности гарантирует выполнение условия оптимизации (12) при использовании кольцевой защиты произвольной размерности d_R . В случае размерности $d_R = 3$ получаем

$$U_3^*(K_m) = \sqrt{\frac{1 - A_{th}^*}{K_m}} = \sqrt{u^*(K_m)} \quad (17)$$

где $U^*(K_m)$ относится к незащищенной системе и определяется формулой (14). Заметим, что для $d_R > 3$

$$U_{d_R}^*(K_m) = \sqrt{\frac{2}{d_R - 1}} \cdot U_3^*(K_m) < U_3^*(K_m) \quad (18)$$

т.е. использование межуровневой кольцевой защиты минимальной размерности позволяет снизить требования к показателям неготовности межуровневых связей.

В результате значительно упрощается вся система защиты, что приводит к существенной экономии используемых технических средств, и, в конечном итоге, к уменьшению полной стоимости проектируемой системы связи.

В табл. 1 дано сравнение величин $U^*(K_m)$ и $U_3^*(K_m)$ для различных глубин иерархии K_m при $A_{th}^* = 99.99\%$ (0.9999).

Таблица 1. Сравнение $U^*(K_m)$ и $U_3^*(K_m)$ при $A_{th}^* = 99.99\%$

K_m	1	2	3	4	5
$U^*(K_m)$	0.0001	0.00005	0.000033	0.000025	0.00002
$U_3^*(K_m)$	0.01	0.0071	0.0057	0.005	0.0045

Очевидно, что использование межуровневой кольцевой защиты минимальной размерности является весьма эффективным вариантом полной защиты многоуровневых иерархических систем связи. В частности, при сравнении такого способа с самым распространенным способом защиты с помощью мак-

симальных колец, можно убедиться в существенной экономии технических и инженерных ресурсов при использовании первого.

Случай 3. Частично защищенная система

Из формул (5), (7) и (12) следует, что

$$A_{th}^* = 1 - \left[(K_m - K_{pr,m}) \cdot U_{part}^* + K_{pr,m} \frac{d_R - 1}{2} \cdot (U_{part}^*)^2 \right], \quad (19)$$

где $0 < K_{pr,m} \leq K_m$ есть минимальное число защищенных линий связи при передаче информации с максимальной глубиной $K = K_m$ ($1 \leq m \leq M^*$) (рис. 3). Тогда, при $K_{pr,m} > 0$, из (19) находим искомую величину показателя неготовности U_{part}^* для иерархии с глубиной K_m :

$$U_{part}^* = \frac{\sqrt{(K_m - K_{pr,m})^2 + 2(d_R - 1)K_{pr,m}(1 - A_{th}^*)} - (K_m - K_{pr,m})}{(d_R - 1)K_{pr,m}} \quad (20)$$

Очевидно, что при $K_{pr,m} = K_m$ система полностью защищена. Из выражения (20) следует, что

$$U_{part}^*(K_m) = \sqrt{\frac{2}{d_R - 1}} \cdot \sqrt{\frac{1 - A_{th}^*}{K_m}}, \quad (21)$$

что совпадает с полученной ранее формулой (16).

5. Заключение

Полученные выше аналитические оценки готовности систем связи справедливы для сложных иерархических структур различной глубины, когда информация от любого элемента структуры передается к соответствующему концентратору за минимально возможное число межуровневых соединений. На практике это условие всегда выполняется в различных точных и эвристических методах оптимального проектирования современных иерархических систем связи при минимизации их суммарной стоимости.

Полученные результаты могут быть применены как для оценки готовности уже существующих систем (прямая задача), так и при проектировании систем связи, когда ограничение на полную готовность системы играет роль целевой функции (обратная задача).

Литература

- [1] Boorstyn R., Frank H. Large-scale network topological optimization // *IEEE Trans. On Communications*, v. COM-25, no. 1, 1977. — p. 29-47.
- [2] Shi J., Fonseka J. Hierarchical self-healing rings // *IEEE/ACM Trans. on Networking*, v.3, no. 6, 1995. — p. 690-697.
- [3] Groover W., High availability path design in ring-based optimal networks // *IEEE/ACM Trans. on Networking*, v.7, no. 4, 1999. — p. 558-574.
- [4] Proestaki A., Sinclair M., Design and dimensioning of dual-homing hierarchical multi-ring networks // *IEE Proc-Commun.*, v. 147, no. 2, 2000. — p. 96-104
- [5] Freeman R. L. Telecommunication System Engineering. — 3rd ed., New York: Wiley, 1996. — p. 444-447.