

ИНФОРМАЦИОННО- УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

3(16)/2005

Главный редактор

М. Б. Сергеев,
доктор технических наук, профессор

Зам. главного редактора

Г. Ф. Мощенко

Редакционный совет:

Председатель А. А. Оводенко,
доктор технических наук, профессор
В. Н. Васильев,
доктор технических наук, профессор
В. Н. Козлов,
доктор технических наук, профессор
Ю. Ф. Подоплекин,
доктор технических наук, профессор
Д. В. Пузанков,
доктор технических наук, профессор
В. В. Симаков,
доктор технических наук, профессор
А. Л. Фрадков,
доктор технических наук, профессор
Л. И. Чубраева,
доктор технических наук, профессор, чл.-корр. РАН
Р. М. Юсупов,
доктор технических наук, профессор

Редакционная коллегия:

В. Г. Анисимов,
доктор технических наук, профессор
В. Ф. Мелехин,
доктор технических наук, профессор
А. В. Смирнов,
доктор технических наук, профессор
В. А. Фетисов,
доктор технических наук, профессор
В. И. Хименко,
доктор технических наук, профессор
А. А. Шальто,
доктор технических наук, профессор
А. П. Шелета,
доктор технических наук, профессор
З. М. Юлдашев,
доктор технических наук, профессор

Редакторы: О. А. Рубинова, Л. М. Манучарян

Корректор: Т. Н. Гринчук

Дизайн: М. Л. Черненко

Компьютерная верстка: О. В. Васильева,

А. А. Буров, О. И. Бурдина

Ответственный секретарь: О. В. Муравцова

Адрес редакции: 190000, Санкт-Петербург,

Б. Морская ул., д. 67

Тел.: (812) 710-66-42, (812) 313-70-88

Факс: (812) 313-70-18

E-mail: ius@aanet.ru

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации ПИ № 77-12412 от 19 апреля 2002 г.

Журнал распространяется по подписке. Подписку можно оформить в любом отделении связи по каталогам агентства «Роспечать»: «Газеты и журналы» – № 15385, «Издания органов НТИ» – № 69291

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ

- Изилов Р. Ю. Повышение оперативности принятия решений при определении качества речевых сигналов* 2
- Мальцев О. Г., Войнов Е. А. Оценка величины относительных смещений радиолокационных изображений точечной конфигурации* 10
- Субочев С. Д. Применение многомерных сферических координат для численного интегрирования и некоторых других задач* 15

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

- Жабреев В. С., Прокопенко В. В. Модель оценки качества обслуживания абонентов в виде системы массового обслуживания* 23
- Глухих М. И. Формализация представления отказоустойчивых систем при проектировании структуры системы* 27

ПРОГРАММНЫЕ И АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА

- Шопырин Д. Г. Объектно-ориентированная реализация конечных автоматов на основе виртуальных методов* 36

КОДИРОВАНИЕ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ

- Афанасьева А. В. Новый способ построения CFF* 41
- Беззатеев С. В., Степанов М. В. Алгебро-геометрические коды на границе Грейсмера* 47

УПРАВЛЕНИЕ В СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

- Чернов В. Г. Краткосрочное прогнозирование на основе свертки нечетных гипотез* 50

ХРОНИКА И ИНФОРМАЦИЯ

- Второй международный семинар «Интеграция информации и геоинформационные системы» IF&GIS-2005* 57

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

58

АННОТАЦИИ

61

ЛР № 010292 от 18.08.98.

Сдано в набор 30.02.2005. Подписано в печать 20.04.2005. Формат 60×90/8. Бумага офсетная. Гарнитура Pragmatica. Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,0. Уч.-изд. л. 9,0. Тираж 1000 экз. Заказ 266.

Оригинал-макет изготовлен в отделе электронных публикаций и библиографии ГУАП. 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

Отпечатано с готовых диапозитивов в отделе оперативной полиграфии ГУАП. 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

УДК 681.3

ПОВЫШЕНИЕ ОПЕРАТИВНОСТИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ КАЧЕСТВА РЕЧЕВЫХ СИГНАЛОВ

Р. Ю. Изилов,
аспирант

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Предложен метод оперативного контроля качества речевых сигналов, основанный на использовании сведений об изменении разборчивости в зависимости от уровня сигнала и шума в сочетании с их многомерным представлением, полученным компьютерными методами анализа и обработки информации, позволяющий упростить и ускорить (в сравнении с артикуляционным контролем, регламентированным ГОСТ Р 50840-95, ГОСТ Р 51061-97) процесс принятия решений при определении качества речевых сигналов в условиях ограниченного объема экспериментальных (речевых) данных.

This article considers proposed operative quality speech signals control method, based on application intelligibility dependences according to signal and noise level variation combined with multidimensional representation by computer methods analysis and data processing, allowing to simplify and to increase efficiency of decision-making during estimation speech signals quality (comparing with the articulation control accepted in GOST R 50840-95, GOST R 51061-97) in conditions of the limited experimental (speech) material volume

Введение

Проводимая в настоящее время подготовка к переходу сетей речевой связи России на повременную оплату приводит к необходимости оперативно получать сведения о качестве речевых сигналов (РС), передаваемых и принимаемых по каналам связи.

Вследствие этого, у абонентов, оплачивающих услуги связи, и у операторов, которые их предоставляют, появляется потребность в использовании средств объективного контроля качества РС. Они позволят устанавливать справедливые взаимные расчеты между потребителями и производителями таких услуг в зависимости от изменения качества передаваемых и принимаемых РС. Для создания средств контроля качества РС требуются соответствующие методы, в основе которых – использование информации, полученной по объективным данным, а не по данным восприятия речи.

При оценке качества РС, с одной стороны, важным является их звуковое восприятие. С другой стороны, сам термин «восприятие» вносит неопределенность при принятии решений о качестве речи. Например, операторы могут утверждать, что РС являются высококачественными, а потребители – что качество РС неудовлетворительное и их звуковое восприятие неприемлемо.

По этим причинам разработка методов контроля, позволяющих оперативно принимать решения о

качестве РС, становится актуальной проблемой.

Предлагаемый в работе метод контроля качества (МОКК) РС позволяет оперативно устанавливать моменты срыва связи, присутствие в сигнале шума и характер изменения во времени его амплитудно-частотных характеристик. Метод может использоваться для тестирования различной аппаратуры связи и обработки речевых сообщений общего и специального назначения; для осуществления специальных экспертиз (например, направленных на поиск монтажных признаков в речевом сигнале); для оценки возможностей систем обработки, приема и передачи речевых сообщений без проведения сложных и дорогостоящих измерений.

МОКК РС могут применяться операторами связи при выборе средств, повышающих качество речи (например, программно-аппаратных систем компенсации помех), в целях увеличения как количества абонентов, так и длительности осуществляемых ими разговоров и, следовательно, уровня доходов от реализации услуг речевой связи. Известно, что из-за шума в РС 20 % разговоров продолжаются меньше, чем могли бы длиться [1]. Компании, предоставляющие услуги связи, только по этой причине упускают значительную часть дохода.

Оперативное определение качества речи требуется для ускорения процессов поиска и устранения причин, снижающих качество каналов речевой связи. В настоящее время из 100 % существующих

коммутируемых каналов примерно 15 % имеют неудовлетворительное качество [2]. К этому приводит повышенное значение шума (67 %), срывы связи, амплитудные и частотные искажения сигнала (33 %) [2].

МОКК РС также могут применяться в диспетчерских службах организации движений, например, на железнодорожных или авиалиниях. В таких службах использование высококачественной речевой связи особенно актуально, что обусловлено следующими причинами. Шум повышает раздражительность и утомляемость человека. Эти факторы могут приводить к запаздываниям или к неточностям в действиях пилота или машиниста, что недопустимо при управлении воздушными или наземными транспортными средствами. Шум оказывает влияние на центральную нервную систему человека и приводит к разнообразным физическим (сердцебиение, повышение кровяного давления и т. д.) и психологическим (ослабление внимания, нервозность) нарушениям [3]. Методы контроля качества РС могут применяться для формирования рекомендаций при разработке соответствующих средств снижения помех.

Методы и технические решения, позволяющие оперативно определять качество РС, могут использоваться научно-производственными организациями, специализирующихся на создании новых и совершенствовании существующих технологий мультимедиа, человекомашиных систем с речевым взаимодействием, голосовой идентификации [4–6], звукотехнических средств различного назначения, в том числе средств приема, передачи и обработки РС.

Использование МОКК РС в целях совершенствования речевых технологий также весьма актуально. В настоящее время наблюдается рост производства средств речевого взаимодействия, что, с одной стороны, обусловлено техническим прогрессом, а с другой – потребностью людей общаться и получать доступ к информационным ресурсам на основе такого естественного для человека способа обмена информацией, как речь. По данным Министерства информационных технологий и связи РФ, количество абонентов мобильной связи в России к 2010 году превысит 70 млн человек [7]. Вместе с тем, по данным РИА «РосБизнесКонсалтинг», свыше 60 % от общего объема передаваемой информации приходится на речевые сообщения [8], значимость которых сохранится и в будущем. Это объясняется тем, что такому универсальному инструменту человеческого общения, как речь, обладающему уникальными особенностями передачи мысли, индивидуальности характера личности, эмоциональной окраски, аутентификации и другими, присущими только данному коммуникативному процессу, трудно найти какую-либо эквивалентную замену во многих системах связи и передачи информации.

Таким образом, технический прогресс с одной стороны, и с другой – потребность людей общаться и получать доступ к информационным ресурсам на основе речевого взаимодействия приводит к необходимости совершенствования речевых технологий

и создания для этого новых методов оперативного контроля качества РС.

Термины и определения

Речевыми сигналами следует считать акустические колебания, информационным содержанием которых являются звукосочетания, слова и фразы [6, 10].

Под качеством речевых сигналов следует понимать параметр, характеризующий оценку звучания речи, выраженную в баллах по пятибалльной шкале или в процентном соотношении [13]. Для оценки качества РС могут использоваться эталонные данные (эталонные РС) [13].

Эталонные РС – сигналы, качество которых является известным и приемлемым [13].

Искусственные сигналы (ИС) – сигналы, изменяющиеся в соответствии с известным математическим законом, обладающие известной длительностью, формой, амплитудой и другими характеристиками [6, 10].

Шум (помеха) – мешающее звучание (необязательно белый шум), воспринимаемое совместно с РС.

Искажения – изменения, которые могут снижать разборчивость и приводить к частичной или полной утрате амплитудо-частотных и временных фрагментов речи.

Срыв связи – отсутствие сигнала либо неудовлетворительное значение разборчивости речи [11].

Разборчивость – мера качества (звукового восприятия) сигнала, т. е. отношение количества правильно принятых к количеству переданных звукосочетаний, слов или выражений [9–13].

Современное состояние

Процесс определения качества речевых сигналов имеет свои особенности. Если качество (или результат обработки) искусственного сигнала можно оценить непосредственно по его небольшим интервалам, то для речевых сигналов такую оценку можно получить лишь в среднестатистическом отношении на большом количестве тестов с применением методов артикуляционных измерений (артикуляционного контроля) [9–13].

В работах [9–13] качество речи оценивается по разборчивости, выраженной в процентном соотношении. Измерение разборчивости осуществляется артикуляционными группами, состоящими из операторов, передающих и принимающих артикуляционные таблицы (АТ) – таблицы слогов, слов и выражений. Артикуляционный контроль состоит в передаче одной группой дикторов слогов, слов и выражений (произнесенных специальным образом), согласно АТ, в систему обработки (или передачи) РС и в записи другой группой (слушающих операторов) полученных на приеме данных в новую АТ. Переданные и записанные данные сравниваются для выявления в них отличий. Чем больше отличий, тем меньше разборчивость. Артикуляционные таб-

лицы содержатся в приложении государственного стандарта «Передача речи по трактам связи» [11, 12]. Такие таблицы также приводятся в работе [9]. Их общий объем достигает 67 страниц печатного текста [9]. Для расчета разборчивости, кроме передачи и приема АТ, проводятся и тренировочные измерения, в целях уменьшения неточностей в работе артикуляционной группы [9–12]. Все это показывает как трудоемкость принятия решений о качестве РС (методов или систем обработки речи), так и их длительность, которая, согласно государственному стандарту, не должна превышать 4 ч [9, 11–13].

Таким образом, расчет качества РС (или систем обработки речи) методом артикуляционных измерений (принятым в ГОСТ Р 50840–95, ГОСТ Р 51061–97) требует значительного объема экспериментальных данных, формирование и обработка которых приводит к большим затратам времени. В результате появляется потребность в новых методах контроля, позволяющих оперативно принимать решения о качестве РС при ограниченном объеме экспериментального (речевого) материала.

Метод оперативного контроля качества речевых сигналов

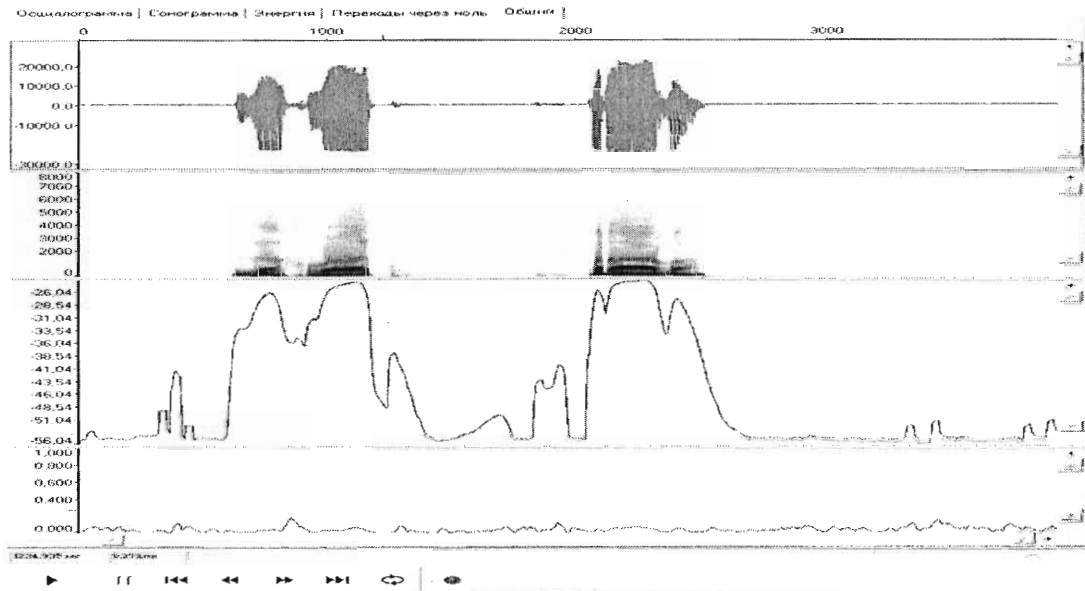
Оперативным контролем качества (ОКК) будем называть метод определения качества речи (или системы обработки РС), основу которого составляет анализ объективных данных – многомерных графических представлений (рис. 1, рис. 2) с последующей интерпретацией их в соответствии с таблицами 1 – 3 [9–14]. На рис. 1 и рис. 2 показаны многомерные представления РС в форме осциллограммы, спектрограммы, энергии и числа нулевых переходов, которые получены с помощью программного комплекса (ПК) «Звукоинженер» [14, 15]. Они позволяют принимать решения о качестве РС в условиях ограниченного объема экспериментальных (речевых) данных. Фон спектрограммы является показателем индикатором качества РС. Он наглядно показывает шум и характер изменения его во времени, по амплитуде и частоте. На практике в сигнале могут присутствовать различные виды шумов, а сведения о них, как правило, заранее неизвестны. В этой

связи исследования фона спектрограммы позволяют получить необходимые сведения об изменении шума и выработать соответствующие рекомендации для создания новых и совершенствования существующих систем снижения помех. Если в сигнале содержится так называемый белый шум, то в спектрограмме будет присутствовать фон, равномерно распределенный как по времени, так по амплитуде и частоте. Если в сигнале содержится любой другой шум, то спектрограмма покажет, как именно изменятся во времени его амплитудно-частотные характеристики. Если в сигнале шум не содержится, то спектрограмма покажет отсутствие фона. На рис. 1 и 3 фон отсутствует, а на рис. 2, 4, 5 – почти совпадает с полезным сигналом. Насыщенность фона характеризует плотность шума – чем темнее фон, тем выше плотность. Кроме этого, при исследовании качества РС важным показателем является диапазон изменения частот. Передаваемые и принимаемые по каналам связи РС (или сигналы до и после обработки их некоторой системой) должны сохранять диапазон частот в интервале $F_{\min} \leq F \leq F_{\max}$. Минимальное значение частоты определяется в интервале $F_{\min} \in (20–300 \text{ Гц})$, а максимальное – $F_{\max} = \frac{F_d}{2}$, где $F_d \in (8000–44100 \text{ Гц})$ – частота дискретизации [6, 10]. Если в сигнале после обработки отсутствуют некоторые (верхние, нижние или другие) частоты, то спектрограмма покажет сокращенные интервала $F_{\min} \leq F \leq F_{\max}$ или отсутствие отдельных частотно-временных фрагментов речи. Отсутствие таких фрагментов означает, что в полезном сигнале содержатся искажения.

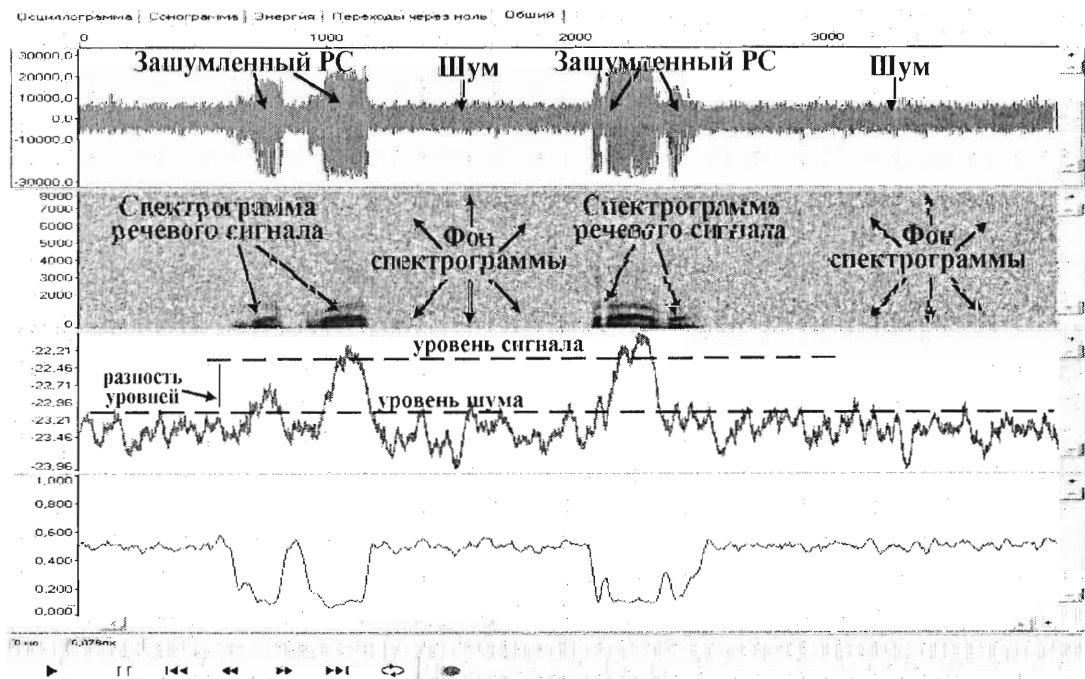
Графики осциллограммы (ось абсцисс – время, ось ординат – уровень квантования сигнала), спектрограммы (ось абсцисс – время, ось ординат – частота, ось аппликата – амплитуда, измеряемые в герцах и в децибелах соответственно), энергии (ось абсцисс – время, ось ординат – уровень сигнала, измеряемый в децибелах) и числа нулевых переходов [16] позволяют установить в сигнале моменты начала и окончания интервалов речевой активности (РА). Под интервалами РА понимаются временные интервалы, содержащие речевые единицы (звукосочетания, слова или фразы). По интервалам РА изме-

■ **Таблица 1.** Экспериментальная таблица – градации качества речевого сигнала

Оценка качества РС	Мотивация	Численное представление
Неудовлетворительное	Искажения спектра сигнала значительны. Шум (фон спектрограммы) наблюдается отчетливо либо незначительно, либо полностью отсутствует вместе с отсутствием (например, в связи с утратой) полезного сигнала. Динамический диапазон не превышает 8 дБ. Энергия сигнала находится на уровне 38 дБ и ниже	1
Низкое	Искажения спектра сигнала присутствуют, шум (фон спектрограммы) наблюдается отчетливо. Динамический диапазон составляет 8–10 дБ	2
Удовлетворительное	Искажения спектра сигнала выявить можно, при этом шум (фон спектрограммы) незначительны. Динамический диапазон сигнала составляет 10–15 дБ	3
Хорошее	Искажения спектра сигнала незначительны, шум (фон спектрограммы) не наблюдается. Динамический диапазон сигнала составляет 15–25 дБ	4
Отличное	Искажения спектра сигнала отсутствуют или незначительны, шум (фон спектрограммы) не наблюдается. Динамический диапазон сигнала превышает 25 дБ	5



■ Рис. 1. Пример 1: многомерное представление речевого сигнала без помех (сверху вниз: осциллограмма, спектро-грамма, энергия, число нулевых переходов)

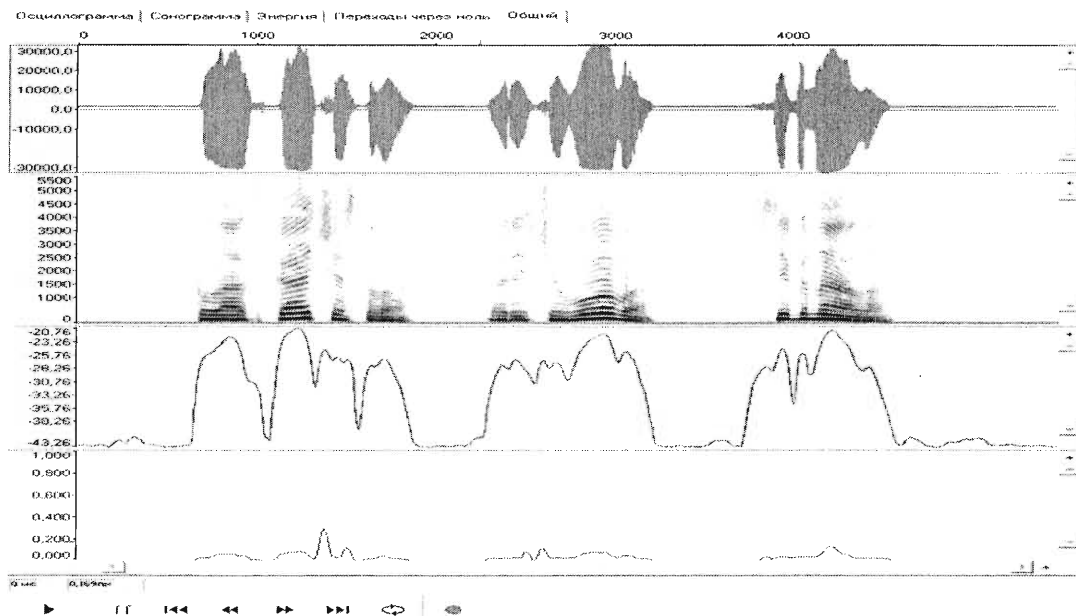


■ Рис. 2. Пример 1: многомерное представление речевого сигнала (см. рис. 1) с шумом (сверху вниз: осциллограмма, спектро-грамма, энергия, число нулевых переходов)

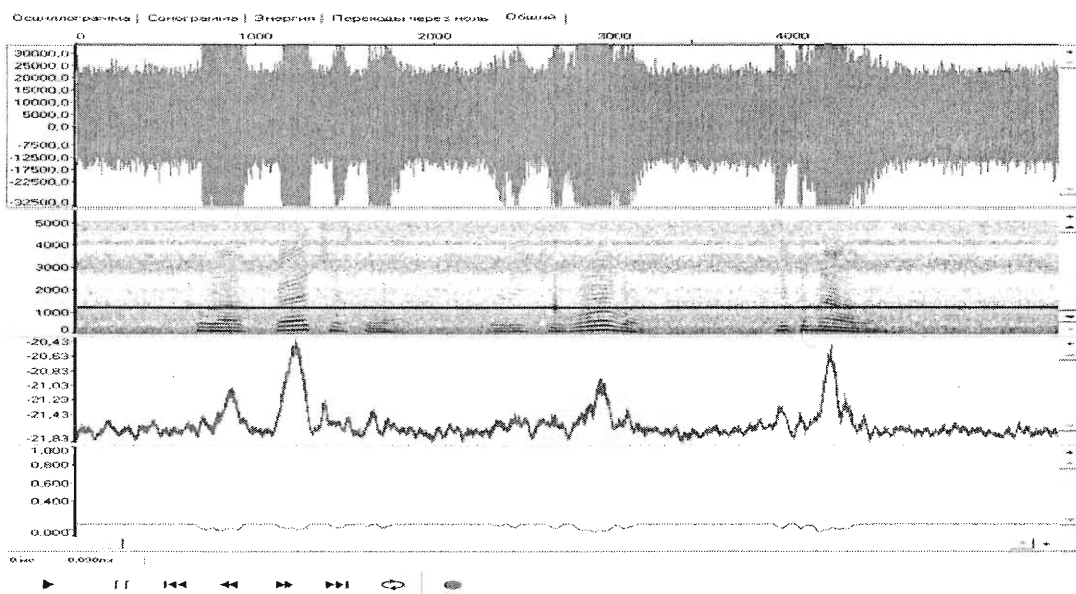
руется уровень сигнала, а по интервалам неречевой активности – уровень шума (см. рис. 2, 5).

Данные об уровне речи и шума (см. рис. 2, 5) используются при принятии решений о качестве РС согласно табл. 1–3. По графику энергии (см. рис. 1–5) определяется динамический диапазон. Речевой сигнал считают сигналом с высоким качеством, если его динамический диапазон соответствует уровню 40–57 дБ, и сигналом с достаточным качеством, если динамический диапазон находится в интервале 20–40 дБ [10].

Уровень энергии сигнала 120–130 дБ называют порогом болевого восприятия, а уровень 40 дБ – порогом слышимости речи [10]. Энергия речевых сигналов изменяется внутри интервала, ограниченного указанными порогами – в диапазоне от 40 дБ до 97,5 дБ. Часто (для удобства) энергию РС рассматривают в сравнении с нулевым уровнем. Для этого в соответствующих расчетах производится вычитание верхней границы 97,5 дБ, которое приводит к формированию нового диапазона изменения энергии с максимальным значением, равным уровню 0 дБ.



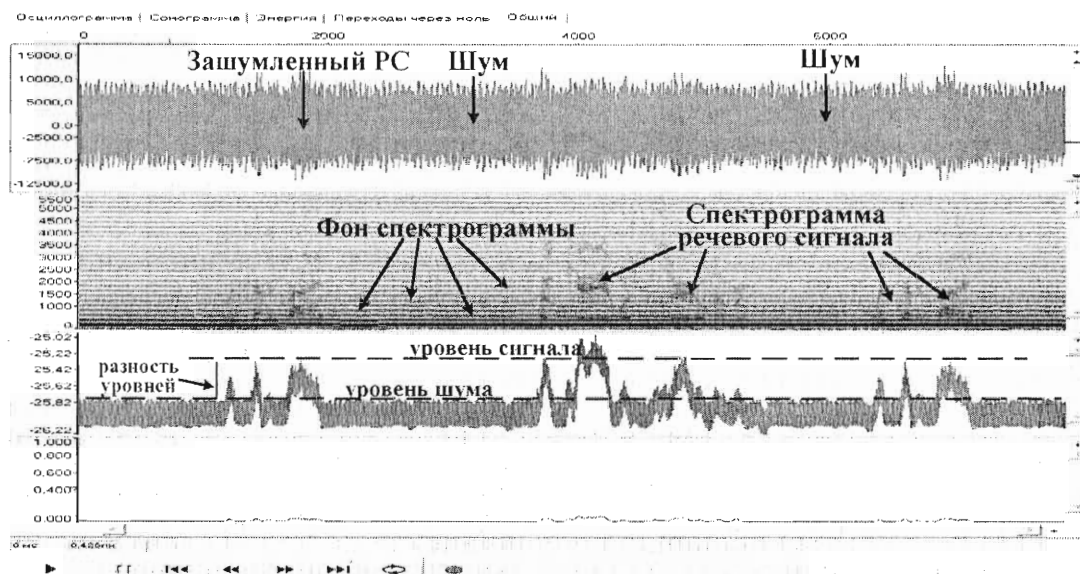
■ Рис. 3. Пример 2: многомерное представление речевого сигнала без помех (сверху вниз: осциллограмма, спектро-грамма, энергия, число нулевых переходов)



■ Рис. 4. Пример 2: многомерное представление речевого сигнала (см. рис. 3) с шумом (сверху вниз: осциллограмма, спектро-грамма, энергия, число нулевых переходов)

■ Таблица 2. Зависимость слоговой разборчивости от разности уровней речи и шума

Разность уровней сигнала и шума, дБ	Диапазон слоговой разборчивости речи, %
40 и выше,	85–97
30–40	80–85
25–30	75–80
20–25	70–75
15–20	55–70
10–15	40–55
8–10	25–40
6–8	20–25
0–6	0–20



■ Рис. 5. Многомерное представление зашумленного РС (сверху вниз: осциллограмма, спектро-грамма, энергия, число нулевых переходов)

В работе [10] указываются границы изменения средних значений энергий речевых сигналов: от -60 до -20 дБ. Если энергия речевого сигнала изменяется от нижнего до верхнего значения указанных границ, то сигнал характеризуется как высококачественный (динамический диапазон $20-40$ дБ). Данные о закономерностях изменения разборчивости в зависимости от различных уровней речи и шума (см. табл. 2) показывают следующее [9, 10]. Если разность уровней сигнала и шума составляет 40 дБ и выше, то слоговая разборчивость речи в процентном соотношении будет находиться в интервале $85-97\%$, если $30-40$ дБ, то слоговая разборчивость находится в диапазоне $80-85\%$ (см. табл. 2) [9, 10].

При расчете качества РС принято устанавливать именно разборчивость слогов, а не слов или фраз, так как в отличие от слогов последние обладают смыслом, который позволяет в ряде случаев (например, когда разобрать содержание РС возможно с большим трудом) точно записывать слова и выражения. Вместе с тем, для того, чтобы установить разборчивость в любом языке, достаточно располагать сведениями о любой разборчивости, например, звуков, слогов, слов или выражений. Их процентные уровни связаны между собой (см. табл. 3) [9, 11-13].

В государственных стандартах указывается, что качество речи (или, например, систем обработки,

приема и передачи РС) следует характеризовать не только слоговой разборчивостью (табл. 2), но и соответствующим классом качества (см. табл. 3) [9, 11-13]. Данные табл. 3 приводятся в ГОСТ Р 50840-95 и ГОСТ Р 51061-97, регламентирующих артикуляционные измерения [11-13], а сведения о зависимости слоговой разборчивости от уровня речи и шума (см. табл. 2) – в работах [9, 10].

Порядок определения качества речи включает следующие этапы.

1. Проверка громкости. Перед измерением качества речевого сигнала (системы обработки или приема-передачи РС) устанавливается громкость по индикатору уровня записи (воспроизведения) речи. Производится пробная загрузка ранее записанных (или обработанных) речевых сигналов. Выбранные уровни громкости фиксируются в последующих измерениях.

2. Загрузка ранее записанного речевого сигнала.

3. Определение разности уровня сигнала и уровня шума. На основе использования ПК «Звукоинженер» [15] сигнал представляется в виде осциллограммы, спектрограммы, энергии и числа нулевых переходов. Эти графики позволяют выявить фрагменты речевой и неречевой активности. По результатам измерений определяется разность уровней сигнала и шума (см. рис. 2).

4. Поиск диапазона разборчивости. По значению

■ Таблица 3. Класс качества речевого сигнала

Разборчивость	Класс качества				
	IV качество неудовлетворительное	III качество низкое	II качество удовлетворительное	I качество хорошее	Высший качество отличное
Слоговая, %	менее 25	25-40	40-55	55-80	80 и выше
Звуковая, %	менее 64	64-75	75-82	82-93	93 и выше
Слов, %	менее 75	75-87	87-93	93-98	98 и выше
Фраз, %	менее 90	90-95	95-97	97-99	99 и выше

разности уровней сигнала и шума (п. 3) в табл. 2 [9, 10] находят диапазон слоговой разборчивости.

5. По найденному диапазону слоговой разборчивости (п. 4) в табл. 3 [9, 11–13] определяется класс качества РС. ПК «Звукоинженер» позволяет по графикам (п. 3) сопоставить полученный результат (класс качества) с данными табл. 1 [9–15].

На рис. 1–5 приведены примеры графических представлений РС, полученных с помощью ПК «Звукоинженер» [15]. Возможности ПК «Звукоинженер» позволяют выводить графики в любом удобном масштабе и получать по каждому из них сведения о значении сигнала с точностью до четырех знаков после запятой [15].

На рис. 2, 4 и 5 приведены примеры зашумленных РС. Графики спектрограммы наглядно показывают искажения и шум, содержащиеся в сигналах.

Принятие решений о качестве речи (или, например, о качестве системы обработки, приема и передачи речевых сообщений) осуществляется по результатам оценки сигналов (см. рис. 1–5) согласно данным табл. 1–3.

В ГОСТ Р 50840–95 и ГОСТ Р 51061–97 указывается, что речевым сигналам (или системам обработки, приема и передачи РС) необходимо присваивать соответствующий класс качества [12, 13]. Следуя требованиям государственных стандартов, в настоящей работе приводится табл. 3 [9, 11–13]. Однако перед тем как определить класс качества по табл. 3 [9, 11–13], нужно по данным табл. 2 [9, 10] установить диапазон слоговой разборчивости на основе сведений о разности уровней сигнала и шума [9, 10]. Далее значение разборчивости, найденное по табл. 2, сопоставляется с данными табл. 3 для определения класса качества речи.

Сравнительный анализ времени определения класса качества речевых сигналов методами артикуляционного и оперативного контроля

Класс качества устанавливается по разборчивости [9–13]. Расчет разборчивости методом артикуляционного контроля (АК) содержит следующие этапы:

1. Формирование артикуляционной группы из 10 человек – 5 дикторов и 5 слушающих операторов. Решение о включении кандидата в группу принимается по результатам тестирования. Если кандидат систематически показывает результаты, значительно отличающиеся от других, то он исключается из группы.

2. Проверка громкости. Перед началом измерений дикторами проводится пробная передача данных для настройки (по соответствующему индикатору) громкости, с которой будет осуществляться прием артикуляционных таблиц.

3. Предварительное измерение. Перед основными измерениями артикуляционная группа проводит передачу АТ для ознакомления с методом измерений и выработки у операторов правильного произношения, внимательности и способности поддерживать постоянный уровень речи.

4. Передача и запись АТ. Измерение разборчивости состоит в передаче АТ группой дикторов, в записи группой слушающих операторов принятых данных в бланки АТ и в обработке полученных результатов. Время работы артикуляционной группы, занятой измерениями, с учетом небольших перерывов, не должно превышать 4 ч [9, 11, 12].

5. Сравнение переданных и принятых АТ. Сравнение производится для подсчета количества правильно принятых речевых единиц из числа произнесенных.

6. Определение величины разборчивости. Определение разборчивости включает расчет процента правильно принятых слогов каждым слушающим по каждой АТ, расчет средних значений разборчивости и среднеквадратических отклонений.

7. Корректировка величины разборчивости. Уточнение результатов измерений состоит в учете и в устранении случайных, переменных и постоянных частей систематических отклонений. Такие отклонения возможны из-за ошибок при произношении (замена одних звуков другими, неясное произношение), при записи (пропуск некоторых звуков из-за невнимательности, неправильная запись услышанных звуков и т. д.). При расчете разборчивости подобные ошибки включаются в средний результат. Для уменьшения числа неточностей принято увеличивать объем правильно записанных звуко сочетаний за счет включения в их состав записей, разных по написанию, но близких по звучанию (например, передано «сан», а записано «сам»). Производится исключение сомнительных (отличающихся в ту или другую сторону от большинства других) измерений. Выпадающие точки (измерения), не входящие в некоторый интервал среднего значения, не используются при расчете разборчивости. Для проверки таких точек используют правило «трех сигма»: если значение разборчивости для одной таблицы отклоняется от среднего по всем таблицам более чем на три сигма (три среднеквадратических отклонения), то такое значение исключается и производится заново расчет среднего значения разборчивости. Для повышения достоверности расчетов дополнительно проводят тренировочные измерения, передачу и запись новых АТ, что увеличивает общее время расчета разборчивости и класса качества речи [9, 11, 12].

8. Определение класса качества. По найденной величине разборчивости (п. 6 и п. 7) и данным табл. 3 устанавливается класс качества РС.

Порядок расчета качества речи методом оперативного контроля рассмотрен выше. Сравнительный анализ времени определения класса качества РС методами АК и ОКК приводится в табл. 4.

Определение класса качества производится в стационарных условиях, т. е. РС передаются либо при отсутствии среды, имитирующей шум, либо в шуме. АК предусматривает передачу каждым диктором не менее 10 таблиц слогов (одна таблица состоит из 50 слогов) [9, 11, 12]. Перед передачей таблицы диктор должен сообщить слушающему оператору номер АТ. Передача слогов осуществляется ровным

■ **Таблица 4.** Сравнительный анализ времени определения класса качества речевых сигналов методами артикуляционного и оперативного контроля

Наименование этапа	Время, мин	
	АК	ОКК
Формирование артикуляционной группы	60	–
Проверка громкости	5	5
Предварительное измерение	15	–
Передача и запись данных АТ (для АК)	30	–
Сравнение переданных и принятых АТ	30	–
Загрузка ранее записанного (или обработанного) РС (для ОКК)	–	5
Определение разности уровня сигнала и уровня шума	–	5
Определение величины разборчивости	40	10
Корректировка величины разборчивости	40	–
Определение класса качества	2	2
Итого:	222	27

голосом, без подчеркивания и без растягивания звуков, в одном ритме – 20 слогов в минуту [9]. Перед началом измерения для подготовки операторов производится пробная передача данных в течение 2–3 мин [9]. Для передачи и записи АТ требуется 28–30 мин (с учетом времени на сообщение номера АТ). Время, необходимое для сравнения переданных и принятых данных, сопоставимо со временем передачи и записи АТ. Выполнению этапа передачи и записи АТ предшествует этап предварительных измерений. Он производится для выработки у оператора внимательности в произношении, в записи АТ, способности поддерживать постоянный темп и уровень речи. В табл. 4 указывается время, равное 15 мин. Однако оно может быть и более продолжительным, так как предварительные измерения осуществляются до тех пор, пока средние величины разборчивости, устанавливаемые отдельными слушающими операторами, не будут систематически отклоняться от средней величины разборчивости артикуляционной группы в целом более чем на 8–10 % [9, 11].

Продолжительность измерений и корректировки величины разборчивости обусловлена необходимостью обработки значительного объема экспериментального материала – переданных и записанных АТ. Для того чтобы уменьшить влияние утомляемости на результаты измерений, общее время работы артикуляционной группы не должно превышать 4 ч. При этом после каждого часа работы предусматривается 10–15 мин перерыв [9, 11, 12].

Класс качества речи устанавливается сопоставлением рассчитанного значения разборчивости со значениями, приведенными в табл. 3.

Таким образом, сравнительный анализ показал, что предложенный метод позволяет упростить и ускорить (до 8,2 раза быстрее в сравнении с артикуляционным контролем – ГОСТ Р 50840-95 и ГОСТ Р 51061-97) процесс принятия решений при определении класса качества речи или системы обработки, приема и передачи РС.

Литература

1. ВВС, <http://news.bbc.co.uk>.
2. Даньшова Н. П. Опыт внедрения эксплуатационных норм на электрические параметры коммутируемых каналов сети ТфОП // Тезисы доклада руководителя НТЦ-7 ЦНИИС на семинаре-совещании «Состояние и пути повышения эффективности метрологического обеспечения средств связи» 10–16 мая 2000 года. – М.: МТУСИ, http://www.analytic.ru/ftproot/pub/byb_art/cns2000.pdf.
3. Влияние шума на человека, <http://mpfmma.rusmedserv.com/noise.htm>.
4. IBM совершенствует речевые технологии: Интернет-издание, 2001, <http://www.utro.ru/news>.
5. IBM Systems, <http://www.ibm.com>.
6. Косарев Ю. А. Естественная форма диалога с ЭВМ. – Л.: Машиностроение, 1989. – 143 с.
7. Министерство информационных технологий и связи РФ, <http://www.minsvyaz.ru>.
8. РИА «РосБизнесКонсалтинг», <http://www.rbc.ru>.
9. Покровский Н. Б. Расчет и измерение разборчивости речи – М.: Связьиздат, 1962. – 391 с.
10. Калинин Ю. К. Разборчивость речи в цифровых вокодерах. – М.: Радио и связь, 1991. – 220 с.
11. ГОСТ 16600–72. Передача речи по трактам радиотелефонной связи. – М.: Госстандарт, 1972.
12. ГОСТ Р 50840–95. Государственный стандарт РФ. Передача речи по трактам связи. Методы оценки качества, разборчивости и узнаваемости. – М.: Госстандарт России, 1997.
13. ГОСТ Р 51061–97. Системы низкоскоростной передачи речи по цифровым каналам. Параметры качества речи и методы измерений. – М.: Госстандарт России, 1998.
14. Изилов Р. Ю. и др. Критерии оценки качества речевых сигналов // Научно-технические ведомости СПбГТУ. – Изд. СПбГТУ. – 2002. – № 3 (29). – С. 110–114.
15. Изилов Я. Ю. Программный комплекс «Звукоинженер» для интерактивной работы с речевыми сигналами в среде Microsoft Windows // Вычислительная техника, автоматика, радиоэлектроника: Труды СПбГТУ. – 2000. – № 480. – С. 180–183.
16. Рабинер Л. Р. и др. Цифровая обработка речевых сигналов – М.: Радио и связь, 1981.

УДК 621.396.96:621.391.26

ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ТОЧЕЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

О. Г. Мальцев,

канд. техн. наук, начальник лаборатории

Е. А. Войнов,

канд. техн. наук, зам. директора научно-производственного комплекса
Федеральное государственное унитарное предприятие «ЦНИИ «Гранит»»

Предлагается способ оценки величины относительных смещений (параллельного переноса вдоль осей декартовой прямоугольной системы координат) различных радиолокационных изображений, сформированных при обнаружении морской групповой цели средствами локации летательных аппаратов. Способ основан на совместной обработке методом наименьших квадратов замеров дальности между летательными аппаратами и их координат, численных навигационными системами. Эффективность полученных оценок относительных смещений изображений исследуется аналитически и иллюстрируется результатами статистического моделирования на ЭВМ.

The mode of estimation of the value of relative shifts (parallel shift in the line of Cartesian reference axes) of various radar images formed on detection of a naval multiple target by location means of aircrafts is proposed. The mode is based on the use of the method of minimum squares for the coprocessing of results of measurements of distances between aircrafts and of their positions computed by navigation systems. The efficiency of the received estimations of the value of relative shifts of images is analytically treated and is illustrated with the use of statistical computer modeling data.

Введение

Во многих многопозиционных системах при совместной обработке информации возникает необходимость оценки величины относительных смещений (параллельного переноса вдоль осей декартовой прямоугольной системы координат) изображений одной и той же точечной конфигурации. Так, для отождествления радиолокационной информации, полученной от нескольких средств локации, установленных на летательных аппаратах (ЛА), радиолокационные изображения, сформированные при обнаружении морской групповой цели, пересчитываются в единую систему координат. Из-за ошибок счисления навигационными системами координат ЛА изображения, пересчитанные в единую систему координат, оказываются смещенными относительно друг друга. Оценка величины относительных смещений изображений и последующее их предварительное совмещение позволяют, в ряде случаев, повысить эффективность решения задачи отождествления радиолокационной информации.

Для обеспечения полета большой группы ЛА в различных вариантах их взаимодействия и постро-

ения используется бортовая радиотехническая система определения взаимных координат, которая обычно строится на базе многодальномерной системы [1]. Выбор такой системы оправдан тем, что дальномеры по принципу построения и требованиям к размещению на ЛА антенно-фидерных устройств более просты, чем пеленгационные каналы.

Цель статьи – исследование возможности использования информации многодальномерной системы (замеров дальностей между ЛА группы) для оценки величины относительных смещений радиолокационных изображений морской групповой цели.

Основные соотношения

Имеем исходную (единую) декартову прямоугольную систему координат XOZ с началом в точке начала полета ЛА. В такой системе оси OX и OZ расположены в горизонтальной плоскости, причем ось OX направлена на условный центр морской групповой цели, а ось OZ дополняет систему до правой. Введем в рассмотрение также базовую правую прямоугольную систему координат $X'O'Z'$, расположенную в плоскости исходной системы координат. Начало

базовой системы координат и направление оси $O'Z'$ задаются проекциями на горизонтальную плоскость центров масс двух «базовых» ЛА (i_0 -го и i_2 -го соответственно). В качестве «базовых» целесообразно использовать ЛА, наиболее удаленные друг от друга. «Базовый» ЛА i_0 условно будем считать первым.

В базовой системе координат $X'O'Z'$ с использованием замеров дальностей между ЛА определены взаимные координаты ЛА x'_i и z'_i , $i=1,2,\dots,m$ (m – количество ЛА в группе).

В исходной системе координат XOZ истинные x_{ni} , z_{ni} и численные навигационными системами x_{ci} , z_{ci} координаты ЛА связаны соотношениями:

$$x_{ci} = x_{ni} + \Delta x_i; \quad z_{ci} = z_{ni} + \Delta z_i, \quad i=1,2,\dots,m,$$

где $\Delta x_i, \Delta z_i$ – истинные ошибки счисления навигационными системами координат ЛА.

Тогда смещения по соответствующим осям i -го, $i=2,3,\dots,m$, изображения (сформированного по информации средств локации i -го ЛА) относительно первого изображения (сформированного по информации средств локации первого ЛА) запишутся в виде:

$$\Delta x_{i1} = \Delta x_i - \Delta x_1; \quad \Delta z_{i1} = \Delta z_i - \Delta z_1, \quad i=2,3,\dots,m.$$

За оценки этих смещений примем соответствующие разности:

$$\Delta \hat{x}_{i1} = x_{ci} - x'_i; \quad \Delta \hat{z}_{i1} = z_{ci} - z'_i, \quad i=2,3,\dots,m,$$

где x'_i и z'_i – соответственно координаты x'_i и z'_i ЛА в базовой системе, пересчитанные в исходную систему.

Используя известное правило преобразования декартовых прямоугольных координат при одновременном параллельном переносе осей (на величины x_{c1} и z_{c1}) и их повороте (на угол α), можно записать:

$$x'_i = x_{c1} + x'_i \cos \alpha + z'_i \sin \alpha;$$

$$z'_i = z_{c1} - x'_i \sin \alpha + z'_i \cos \alpha, \quad i=2,3,\dots,m.$$

Тогда

$$\Delta \hat{x}_{i1} = x_{ci} - x_{c1} - x'_i \cos \alpha - z'_i \sin \alpha;$$

$$\Delta \hat{z}_{i1} = z_{ci} - z_{c1} + x'_i \sin \alpha - z'_i \cos \alpha, \quad i=2,3,\dots,m.$$

Неизвестную оценку α угла поворота базовой системы координат относительно исходной найдем, используя метод наименьших квадратов. Составим систему уравнений поправок v_{xi}, v_{zi} :

$$\left. \begin{aligned} x'_i \cos \hat{\alpha} + z'_i \sin \hat{\alpha} + c_{xi} &= v_{xi}; \\ z'_i \cos \hat{\alpha} - x'_i \sin \hat{\alpha} + c_{zi} &= v_{zi}, \quad i=2,3,\dots,m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $c_{xi} = x_{c1} - x_{ci}$; $c_{zi} = z_{c1} - z_{ci}$.

Используя метод наименьших квадратов [2] и учитывая ковариационную связь поправок (можно показать, что коэффициенты корреляции поправок v_{xi} и v_{xi} , а также v_{zi} и v_{zi} равны 0,5), решим систему уравнений (1) относительно оценки $\hat{\alpha}$ под условием

$$m \sum_{i=2}^m (v_{xi}^2 + v_{zi}^2) - \left(\sum_{i=2}^m v_{xi} \right)^2 - \left(\sum_{i=2}^m v_{zi} \right)^2 = \min.$$

В результате получим

$$\hat{\alpha} = \arctg \frac{a}{b},$$

$$\text{где } a = m \sum_{i=1}^m x_{ci} z'_i - \sum_{i=1}^m z'_i \sum_{i=1}^m x_{ci} - m \sum_{i=1}^m z_{ci} x'_i + \sum_{i=1}^m x'_i \sum_{i=1}^m z_{ci};$$

$$b = m \sum_{i=1}^m x_{ci} x'_i - \sum_{i=1}^m x'_i \sum_{i=1}^m x_{ci} + m \sum_{i=1}^m z_{ci} z'_i - \sum_{i=1}^m z'_i \sum_{i=1}^m z_{ci}.$$

Дисперсия найденной оценки имеет вид

$$\sigma_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{2\sigma_c^2}{b^2} A \cos^2 \alpha,$$

где σ_c^2 – дисперсия счисления навигационными системами координат ЛА (предполагается, что дисперсии счисления обеих координат одинаковые); A – величина, определяемая выражением

$$A = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m (m+1-j) D_{ij}^2 + S_m, \quad m \geq 3;$$

$$S_m = S_{m-1} + \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} [(x'_i - x'_m)(x'_j - x'_m) + (z'_i - z'_m)(z'_j - z'_m)],$$

$$S_2 = 0.$$

Здесь D_{ij} – замеры дальностей между соответствующими ЛА.

Теперь можно определить и дисперсии оценок относительных смещений изображений:

$$\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}}^2 = [(x'_i)^2 \sin^2 \alpha + (z'_i)^2 \cos^2 \alpha] \sigma_{\hat{\alpha}}^2; \quad (2)$$

$$\sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}}^2 = [(x'_i)^2 \cos^2 \alpha + (z'_i)^2 \sin^2 \alpha] \sigma_{\hat{\alpha}}^2. \quad (3)$$

Анализ выражений (2) и (3) показывает, что, во-первых, при $\alpha = \pm 45^\circ$ $\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}} = \sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} D_{i1} \sigma_{\hat{\alpha}}$, т. е. среднеквадратические погрешности (СКП) оценки величины относительных смещений изображений по обеим осям одинаковые и линейно зависят от расстояния D_{ij} между соответствующими ЛА и, во-вторых, при $\alpha = 0^\circ$ $\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}} = z'_i \sigma_{\hat{\alpha}}$; $\sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}} = x'_i \sigma_{\hat{\alpha}}$. Последнее означает, что в том случае, когда ЛА собраны (случайным образом из-за ошибок сбора) по координате X (дальности) и равномерно разведены по координате Z (фронт), в результате чего ЛА с большим номером i всегда будет соответствовать большее значение координаты z'_i , но не всегда – большее значение координаты x'_i , зависимость СКП $\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}}$ от номера i ЛА будет близка к линейной, в то время как для СКП $\sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}}$ характер такой зависимости будет произвольным.

Отметим также, что найденные оценки относительных смещений радиолокационных изображений позволяют оценить истинные ошибки счисления навигационными системами координат ЛА и тем самым уточнить эти координаты. Действительно, используя свойство компенсации случайных ошибок

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \Delta x_i = 0; \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \Delta z_i = 0,$$

а также учитывая соотношения между величинами истинных ошибок счисления координат ЛА

$$\Delta x_{j1} = \Delta x_j - \Delta x_1; \quad \Delta z_{j1} = \Delta z_j - \Delta z_1, \quad i, j = 2, 3, \dots, m,$$

и относительных смещений изображений

$$\Delta x_{ij} = \Delta x_{j1} - \Delta x_{i1}; \quad \Delta z_{ij} = \Delta z_{j1} - \Delta z_{i1}, \quad i, j = 2, 3, \dots, m, \quad i \neq j,$$

получим следующие выражения для оценок истинных ошибок счисления координат ЛА по осям OX и OZ соответственно:

$$\Delta \hat{x}_i = \begin{cases} -\frac{1}{m} \left[\sum_{j=2}^m \Delta \hat{x}_{j1} - (m-1) \Delta \hat{x}_{i1} \right] & \text{при } i > 1; \\ -\frac{1}{m} \sum_{j=2}^m \Delta \hat{x}_{j1} & \text{при } i = 1; \end{cases}$$

$$\Delta \hat{z}_i = \begin{cases} -\frac{1}{m} \left[\sum_{j=2}^m \Delta \hat{z}_{j1} - (m-1) \Delta \hat{z}_{i1} \right] & \text{при } i > 1; \\ -\frac{1}{m} \sum_{j=2}^m \Delta \hat{z}_{j1} & \text{при } i = 1. \end{cases}$$

Результаты статистического моделирования на ЭВМ

В дополнение к аналитическим расчетам было проведено статистическое моделирование на ЭВМ. Моделирование выполнялось при следующих условиях:

а) для ЛА группы, собранных по дальности (оси OX) и равномерно разведенных по фронту (оси OZ) (количество m ЛА в группе принималось равным 6 и 12, а значение СКП сбора по дальности варьировалось таким образом, чтобы обеспечить заданный диапазон $\pm 50^\circ$ изменения угла поворота базовой системы координат относительно исходной);

б) расстоянию по фронту между крайними ЛА, равном 50 км и симметричном относительно оси OX расположении ЛА группы;

в) СКП счисления навигационными системами координат ЛА по обеим осям $\sigma_c = 2$ и 4 км;

г) СКП измерения дальномерами расстояний между ЛА, равной 0,1 км.

Для каждого из возможных сочетаний приведенных условий рассматривалось фиксированное множество реализаций случайных процессов счисления навигационными системами координат ЛА и измерения дальномерами расстояний между ЛА группы. К каждой реализации применялись предложенные алгоритмы оценки угла поворота базовой системы координат относительно исходной и величины относительных смещений радиолокационных изображений морской групповой цели и производилась статистическая обработка полученных в каждой реализации погрешностей соответствующих оценок.

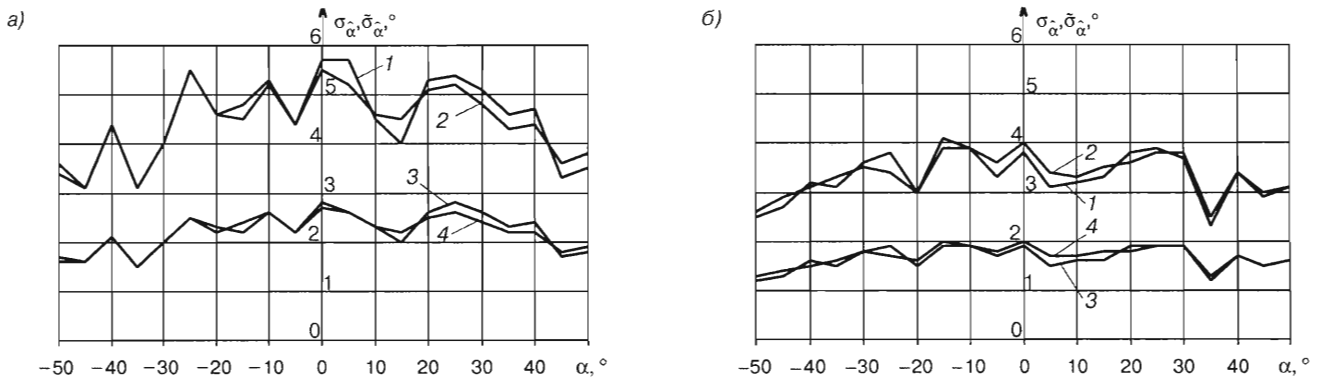
После выполнения заданного числа реализаций рассчитывались: $\sigma_{\hat{\alpha}}$ – СКП оценки угла α поворота базовой системы координат относительно исходной; $\sigma_{\Delta \hat{x}}$ и $\sigma_{\Delta \hat{z}}$ – СКП оценки величины относительных смещений изображений. Характер изменения этих СКП представлен на рис. 1–3 кривыми 1 (полученными при $\sigma_c = 4$ км) и 3 (полученными при $\sigma_c = 2$ км) в зависимости от: угла α – для $\sigma_{\hat{\alpha}}$ (рис. 1); номера i ЛА – для $\sigma_{\Delta \hat{x}}$ (рис. 2, а) и $\sigma_{\Delta \hat{z}}$ (рис. 2, б); расстояния $D_{\text{ЛА}}$ между соответствующими ЛА – для $\sigma_{\Delta \hat{x}(\Delta \hat{z})}$ (рис. 3).

На рис. 1–3 изображены также кривые 2 (построенные при $\sigma_c = 4$ км) и 4 (построенные при $\sigma_c = 2$ км), иллюстрирующие характер изменения соответствующих СКП $\tilde{\sigma}_{\hat{\alpha}}$, $\tilde{\sigma}_{\Delta \hat{x}}$, $\tilde{\sigma}_{\Delta \hat{z}}$, рассчитанных аналитически и усредненных по множеству реализаций.

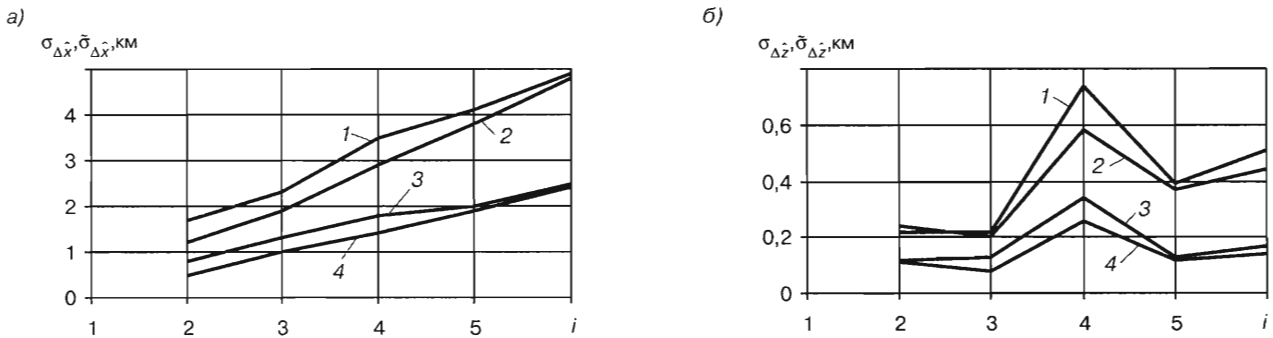
Совместный анализ полученных кривых (1 и 2; 3 и 4) свидетельствует о хорошем совпадении СКП, рассчитанных аналитически, с соответствующими СКП, полученными статистическим моделированием на ЭВМ. Среднеквадратические отклонения соответствующих СКП, как показали результаты статистического моделирования на ЭВМ, находятся в диапазонах:

- 0,04...0,12° – для СКП оценки угла α при $m = 6$ и $\sigma_c = 2$ км;
- 0,17...0,55° – для СКП оценки угла α при $m = 6$ и $\sigma_c = 4$ км;
- 0,03...0,08° – для СКП оценки угла α при $m = 12$ и $\sigma_c = 2$ км;
- 0,11...0,30° – для СКП оценки угла α при $m = 12$ и $\sigma_c = 4$ км;
- 0,02...0,11 км – для СКП оценки величины смещений $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$ при $m = 6, \alpha = 0^\circ$ и $\sigma_c = 2$ км;
- 0,05...0,44 км – для СКП оценки величины смещений $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$ при $m = 6, \alpha = 0^\circ$ и $\sigma_c = 4$ км;
- 0,01...0,03 км – для СКП оценки величины смещений $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$ при $m = 12, \alpha = 45^\circ$ и $\sigma_c = 2$ км;
- 0,03...0,12 км – для СКП оценки величины смещений $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$ при $m = 12, \alpha = 45^\circ$ и $\sigma_c = 4$ км.

Отметим, что при использовании для определения относительных смещений изображений координат ЛА, счисленных навигационными системами, СКП оценки указанных величин будет равна $\sqrt{2}\sigma_c$, т. е. приблизительно 2,8 км при $\sigma_c = 2$ км и приблизительно 5,6 км при $\sigma_c = 4$ км.



■ Рис. 1. СКП оценки угла поворота базовой системы координат относительно исходной в зависимости от его величины: а – $m = 6$; б – $m = 12$



■ Рис. 2. СКП оценки величины относительного смещения изображений в зависимости от номера ЛА ($m = 6, \alpha = 0^\circ$): а – вдоль оси OX ; б – вдоль оси OZ

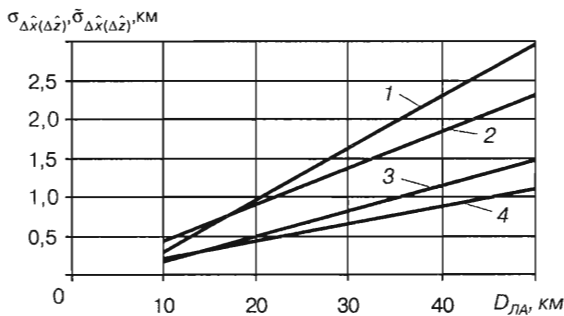
Предложенный способ повышает точность предварительного совмещения радиолокационных изображений морской групповой цели. Например, в группе ЛА, собранных по дальности и равномерно разведенных по фронту: при $m = 6, \alpha = 0^\circ, D_{ЛА} = 10$ км и $\sigma_c = 4$ км – приблизительно в 3,7 раза при совмещении по оси OX и приблизительно в 24,3 раза при совмещении по оси OZ ; при $m = 12, \alpha = 45^\circ, D_{ЛА} = 20$ км и $\sigma_c = 2$ км – приблизительно в 5,6 раза при совмещении по осям OX и OZ .

При $\alpha = 45^\circ$ с увеличением расстояния между ЛА СКП оценки величины относительных смещений

изображений по осям OX и OZ линейно возрастают. При $\alpha = 0^\circ$ зависимость СКП оценки величины относительного смещения изображения по оси OX от номера ЛА (при принятых условиях моделирования: ЛА собраны по дальности и равномерно разведены по фронту) близка к линейной. Для СКП оценки величины относительного смещения изображений по оси OZ при тех же условиях характер такой зависимости произвольный. Указанные закономерности ранее были выявлены из анализа выражений для соответствующих СКП, полученных аналитическим путем.

Выводы

1. Предложенный способ оценки величины относительных смещений радиолокационных изображений морской групповой цели, основанный на совместной обработке методом наименьших квадратов замеров дальностей между ЛА и их координат, численных навигационными системами, позволяет повысить точность предварительного совмещения изображений (например, до 3,7 раза при совмещении по оси OX (дальности) и до 24,3 раза – при совмещении по оси OZ (фронту) в группе из шести ЛА, собранных по дальности и равномерно разведенных по фронту; при отсутствии поворота базовой системы координат относительно исходной; СКП числен-



■ Рис. 3. СКП оценки величины относительных смещений изображений в зависимости от расстояния между ЛА ($m = 12; \alpha = 45^\circ$)

ния навигационными системами координат ЛА 4 км и расстоянии между соответствующими ЛА 10 км].

2. Анализ выражений, полученных аналитически, для СКП оценки величины относительных смещений изображений выявил следующие закономерности, подтвержденные результатами статистического моделирования на ЭВМ:

– при угле поворота базовой системы координат относительно исходной, равном $\pm 45^\circ$, СКП оценки величины относительных смещений изображений по обеим осям одинаковые и линейно зависят от расстояния между соответствующими ЛА;

– при отсутствии поворота базовой системы координат относительно исходной и в том случае, когда ЛА собраны (случайным образом из-за ошибок

сбора) по дальности (оси OX) и равномерно разведены по фронту (оси OZ), зависимость СКП оценки величины относительного смещения изображений по оси OX от номера ЛА будет близка к линейной, в то время как для СКП оценки величины относительного смещения изображений по оси OZ характер такой зависимости будет произвольным.

Литература

1. Тарасов В. Г. Межсамолетная навигация. – М.: Машиностроение, 1980. – 184 с.
2. Большаков В. Д. Теория ошибок наблюдений. – М.: Недра, 1983. – 224 с.

III Международная конференция «Параллельные вычисления и задачи управления» РАСО '2006

02 октября - 04 октября 2006 г.

Место проведения: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,
по адресу: Россия, 117997, г. Москва, Профсоюзная ул., дом 65.

Председатель Международного Программного комитета – В. Е. Фортов, академик, академик-секретарь Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН

Председатель Национального Организационного комитета – И. В. Прангишвили

Тематика конференции

Общие проблемы системных методологий

Модели сложных проблем и методы их исследования

Параллельные и распределенные вычисления в задачах управления, моделирования и идентификации

Распределенные информационно-вычислительные среды

Проблемы управления и самоорганизации в глобально-распределенной компьютерной среде

Модели параллельных и распределенных вычислительных процессов и систем

Технологии программирования параллельных и распределенных задач

Защита информации в распределенных вычислительных системах

Надежные вычисления в параллельных и распределенных системах

Совместное проектирование программного и аппаратного обеспечения

Проекты распределенных информационно-вычислительных систем

Теория нейронных сетей и ее приложения

Теория нечетких множеств и ее приложения

Верификация и проблемы качества программного обеспечения сложных систем

Глобальные сетевые ресурсы поддержки процессов идентификации, управления и моделирования

Дополнительная информация и справки

Тел./факс: +7 (095) 3348990

e-mail: paco@ipu.ru

<http://www.paco.sicpro.org>

УДК 519.95

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОМЕРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ И НЕКОТОРЫХ ДРУГИХ ЗАДАЧ

С. Д. Субочев,

канд. техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Разработан численный метод интегрирования функций в многомерных сферических координатах, удобный для практических приложений. Приводятся решения двух наглядных примеров предлагаемыми методами и известными, чтобы подтвердить достоверность результатов и показать, как пользоваться методом. Описывается применение метода численного интегрирования для вычисления вероятностей и моментов на многомерных распределениях. Показываются возможные применения многомерных сферических координат для экстремальных задач на поверхностях и некоторых других задач.

The numerical method of integration of functions in multidimensional spherical coordinates, which is convenient for the practical applications, has been worked out. Application of method of numerical integration for calculation of probabilities and moments on multi-dimensional distributions is described. The possible use of multidimensional spherical coordinates for extreme tasks on surfaces and some other tasks are shown.

Многомерные сферические координаты

Общеизвестно соотношение между трехмерными декартовыми прямоугольными координатами x_0, x_1, x_2 и сферическими координатами r, α_0, α_1 :

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= rl_0, x_1 = rl_1, x_2 = rl_2 \\ l_0 &= \cos \alpha_1 \cos \alpha_0, l_1 = \cos \alpha_1 \sin \alpha_0, l_2 = \sin \alpha_0 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где r – длина радиус-вектора, l_0, l_1 и l_2 – его направляющие косинусы; α_0 и α_1 – углы долготы и широты, соответственно.

Обобщая по индукции проектирование в соответствующую подпространства и на координатные оси (этот процесс здесь не приводится в силу сложности его описания и физического представления), приведем окончательные связи между углами и декартовыми координатами для n -мерных пространств:

$$x_i = rl_i, i = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (2)$$

где l_i – направляющие косинусы.

Направляющие косинусы равны соответственно

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= \cos \alpha_{n-2} \cos \alpha_{n-3} \dots \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_0 \\ l_1 &= \cos \alpha_{n-2} \cos \alpha_{n-3} \dots \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_0 \\ l_2 &= \cos \alpha_{n-2} \cos \alpha_{n-3} \dots \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 \\ l_3 &= \cos \alpha_{n-2} \cos \alpha_{n-3} \dots \sin \alpha_2 \\ &\dots \dots \dots \\ l_{n-2} &= \cos \alpha_{n-2} \sin \alpha_{n-3} \\ l_{n-1} &= \sin \alpha_{n-2} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где некоторые углы α_j – обобщенные физические аналоги углов долготы и широты.

Записывая единичный вектор направления и соответствующий ему радиус-вектор как

$$\mathbf{e} = [l_0, l_1, l_2, \dots, l_{n-1}]^T; \mathbf{R} = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]^T = r\mathbf{e}, \quad (4)$$

несложно показать, что нормы векторов равны

$$\|\mathbf{e}\| = \sqrt{l_0^2 + l_1^2 + \dots + l_{n-1}^2} = 1; \quad (5)$$

$$\|\mathbf{R}\| = \sqrt{x_0^2 + x_1^2 + \dots + x_{n-1}^2} = r,$$

т. е. концы векторов \mathbf{e} и \mathbf{R} лежат на сферах радиусов l и r , соответственно. Следовательно, параметр $r \geq 0$ является текущей длиной радиуса-вектора \mathbf{R} , а параметры $r, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}$ в целом являются n -мерными сферическими координатами. Любая линейная координата x_i может принимать два значения (положительное либо отрицательное). Несложно убедиться, что при изменении углов в пределах

$$0 \leq \alpha_0 \leq +2\pi, -\pi/2 \leq \alpha_1 \leq +\pi/2, \dots, -\pi/2 \leq \alpha_{n-2} \leq +\pi/2, \quad (6)$$

координаты $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$, рассчитанные по формулам (3), принимают 2^n всех возможных сочетаний положительных и отрицательных значений, при этом единичный радиус-вектор \mathbf{e} полностью заметает конус всех возможных направлений в n -мерном пространстве, попадая на одно и то же направление лишь единожды.

Бесконечно малый элемент объема в n -мерных сферических координатах

Этот элемент равен произведению определителя матрицы G – якобиану преобразования координат (3) на соответствующие дифференциалы:

$$dV = \text{Det}[G] dr d\alpha_0 d\alpha_1 \dots d\alpha_{n-2}. \quad (7)$$

Столбцами матрицы G являются векторы – производные радиус-вектора \mathbf{R} по аргументам $r, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}$.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial r} & \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \alpha_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \alpha_{n-2}} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Можно показать, что все вектор-столбцы в матрице G попарно ортогональны, при этом детерминант матрицы равен произведению норм этих векторов:

$$\det[G] = \left\| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial r} \right\| \cdot \left\| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \alpha_0} \right\| \cdot \left\| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \alpha_1} \right\| \cdot \dots \cdot \left\| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \alpha_{n-2}} \right\|. \quad (9)$$

Расписывая эти нормы по индукции и подставляя выражение (9) в (7), получаем

$$dV_n = \cos^{n-2} \alpha_{n-2} \dots \times \times \dots \cos^1 \alpha_1 \cos^0 \alpha_0 r^{n-1} dr d\alpha_0 d\alpha_1 \dots d\alpha_{n-2}. \quad (10)$$

Пусть область интегрирования функции $F(r, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2})$ в сферических координатах ограничена гладкой замкнутой гиперповерхностью S , и при этом радиус-вектор, исходящий в любом направлении, пересекает эту поверхность изнутри наружу один раз, т. е. угол между нормалью к внешней стороне поверхности и радиус-вектором всегда меньше $\pi/2$. В этом случае с учетом полных пределов изменения углов (6) представим интеграл от этой функции в виде

$$I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{n-2} \alpha_{n-2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{n-3} \alpha_{n-3} \dots \times \times \dots \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^1 \alpha_1 \int_0^{2\pi} \cos^0 \alpha_0 \int_0^{R_e} r^{n-1} \times \times F(r, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-3}, \alpha_{n-2}) dr d\alpha_0 d\alpha_1 \dots d\alpha_{n-3} d\alpha_{n-2}, \quad (11)$$

где $R_e \equiv R_{\text{end}}(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-3}, \alpha_{n-2})$ – длина радиус-вектора, исходящего от начала координат в направлении, заданном углами $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-3}, \alpha_{n-2}$, до конечной точки пересечения с поверхностью.

Чтобы, например, вычислить объем n -мерного шара радиуса r_0 , надо принять в формуле (11) длину радиус-вектора и удельную плотность постоянными, соответственно равными

$$R_e = r_0 \text{ и } F(r, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-3}, \alpha_{n-2}) = 1.$$

После необходимых преобразований получим объем n -мерного шара в виде

$$V_S = \begin{cases} 2(2\pi)^{(n-1)/2} r_0^n [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot n]^{-1}, & \text{если } n \text{ – нечетное,} \\ (2\pi)^{n/2} r_0^n [2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot n]^{-1}, & \text{если } n \text{ – четное.} \end{cases} \quad (12)$$

Результаты выражение (12) совпадают с известными формулами для объема n -мерного шара [1, 2], полученными «формальным» и косвенным способами, соответственно, что подтверждает достоверность вышеприведенных выводов и формул, полученных автором путем использования многомерных сферических координат.

Необходимые свойства многократных сферических интегралов

Возьмем в выражении (11) $(j + 1)$ раз интегралы по аргументам $r, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{j-1}$ и обозначим интеграл, зависящий от параметров $\alpha_j, \alpha_{j+1}, \dots, \alpha_{n-2}$, как

$$I_j \equiv I_j(\alpha_j, \alpha_{j+1}, \dots, \alpha_{n-2}) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{j-1} \alpha_{j-1} \dots \times \times \dots \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^1 \alpha_1 \int_0^{2\pi} \cos^0 \alpha_0 \int_0^{R_e} r^{n-1} \times \times \quad (13)$$

$\times F(r, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{j-1}/\alpha_j, \alpha_{j+1}, \dots, \alpha_{n-2}) dr d\alpha_0 d\alpha_1 \dots d\alpha_{j-1}$, где $R_e \equiv R_{\text{end}}(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{j-1}/\alpha_j, \alpha_{j+1}, \dots, \alpha_{n-2})$.

Отметим, что кратность интеграла (13) по аргументам – углам $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{j-1}$ равна j . Запишем связь между интегралами, имеющими кратности по углам $(j + 1)$ и j :

$$I_{j+1}(\alpha_{j+1}, \alpha_{j+2}, \dots, \alpha_{n-2}) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^j \alpha_j I_j(\alpha_j/\alpha_{j+1}, \alpha_{j+2}, \dots, \alpha_{n-2}) d\alpha_j. \quad (14)$$

Обозначим подынтегральную функцию по углу α_j как

$$f_j \equiv f_j(\alpha_j/\alpha_{j+1}, \dots, \alpha_{n-2}) = \cos \alpha_j I_j(\alpha_j/\alpha_{j+1}, \dots, \alpha_{n-2}), \quad (15)$$

а численные значения производных на границах интервалов интегрирования как

$$f_j^{(2k-1)} = \frac{\partial^{2k-1} f_j}{\partial \alpha_j^{2k-1}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad | \alpha_j = \pm \pi/2 \quad (16)$$

$$I_j^{(2m)} = \frac{\partial^{2m} I_j}{\partial \alpha_j^{2m}}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad | \alpha_j = \pm \pi/2$$

Отметим необходимые далее свойства единичного вектора направления \mathbf{e} и составляющих его направляющих косинусов I_j , в окрестности точек $\alpha_j = \pm \pi/2 \pm \Delta\alpha_j$:

$$\mathbf{e} \Big|_{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j = \pm(\pi/2 - \Delta\alpha_j); \alpha_0 - \pi, -\alpha_1, -\alpha_2, \dots, \alpha_j = \pm(\pi/2 + \Delta\alpha_j)}. \quad (17)$$

Нетрудно убедиться, что направляющие косинусы (3) будут равны для отсчетов углов, записанных слева и справа в выражении (17), и что такое равенство соблюдается по углам с любыми номерами $(j =$

= 1, 2, ..., n-2), взятыми в качестве полюсов $\alpha_j = \pm\pi/2$, если проинвертировать значения углов с меньшими номерами $\alpha_i = -\alpha_i$ ($0 < i < j$), а угол с нулевым номером изменить как $\alpha_0 = \alpha_0 - \pi$. Следовательно, если единичный вектор направления пересекает полюс по углу $\alpha_j = \pm\pi/2$, перемещаясь на величину $\pm\Delta\alpha_j$, то для этого вектора единственным образом находится равный вектор направления, при этом диапазоны интегрирования по углам с меньшими номерами приводятся к прежним диапазонам

$$-\pi/2 \leq -\alpha_i \leq \pi/2, \quad -\pi \leq \alpha_0 - \pi \leq \pi. \quad (18)$$

Кроме того, частичный элемент объема в подпространстве размерности $(j+1)$

$$dV_{j+1} = \cos^{j-1} \alpha_{j-1} \dots \times \dots \cos^1 \alpha_1 \cos^0 \alpha_0 r^{n-1} dr d\alpha_0 d\alpha_1 \dots d\alpha_{n-2} \quad (19)$$

при такой замене углов не меняется.

Из перечисленных свойств следуют свойства четности интегралов $I_j(\alpha_j)$ относительно полюсов $\alpha_{pj} = \pm\pi/2$:

$$I_j(\alpha_{pj} + \Delta\alpha_j) = I_j(\alpha_{pj} - \Delta\alpha_j). \quad (20)$$

Из свойств четности интегралов $I_j(\alpha_j)$ несложно доказать полезные (и необходимые далее) свойства равенства нулю всех производных нечетного порядка от подынтегральных функций по углам с четными номерами

$$f_j^{(2k-1)} = 0, \quad \alpha_j = \pm\pi/2, \quad j = 2, 4, 6, \dots; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

и ряда нечетных производных по углам с нечетными номерами

$$\frac{\partial f_3}{\partial \alpha_3} = 0, \quad \frac{\partial f_5}{\partial \alpha_5} = \frac{\partial^3 f_5}{\partial \alpha_5^3} = 0, \quad \frac{\partial f_7}{\partial \alpha_7} = \frac{\partial^3 f_7}{\partial \alpha_7^3} = \frac{\partial^5 f_7}{\partial \alpha_7^5} = 0, \dots \quad \alpha_j = \pm \frac{\pi}{2}. \quad (22)$$

Полагая в общем случае невозможным взять интегралы аналитически, предложим численный метод интегрирования на основе полученных результатов и опишем вытекающий отсюда алгоритм вычислений по шагам.

Численный метод интегрирования функций внутри замкнутой гладкой области в многомерных сферических координатах

0. Зафиксируем углы $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}$ как параметры и допустим, что найдена численно или аналитически длина радиус-вектора от начала координат до точки пересечения с поверхностью, ограничивающей область интегрирования $R_{\text{end}} \equiv R_{\text{end}}(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2})$.

Обозначим интегрируемую функцию по радиусу r , как по аргументу. В ней углы $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}$ являются параметрами:

$$F_0(r) \equiv F_0(r/\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}) = r^{n-1} F(r/\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}). \quad (23)$$

Значения производных нечетных порядков от подынтегральной функции в начале и конце интервала, обозначим соответственно

$$F_0^{(2k-1)}(0) = \frac{\partial^{2k-1} F_0}{\partial r^{2k-1}} \Big|_{r=0} \quad \text{и} \quad F_0^{(2k-1)}(R_{\text{end}}) = \frac{\partial^{2k-1} F_0}{\partial r^{2k-1}} \Big|_{r=R_{\text{end}}}. \quad (24)$$

Представим внутренний интеграл по радиусу, применяя формулу Эйлера-Маклорена [3], в виде приближенных конечных сумм из N ненулевых отсчетов подынтегральной функции и m уточняющих поправок, учитывающих разности нечетных производных на концах интервала интегрирования:

$$I_0 \equiv I_0(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}) = \int_0^{R_{\text{end}}} F_0(r) dr = \sum_{i=1}^{N-1} F_0(i\Delta r) \Delta r + \frac{1}{2} F_0(R_{\text{end}}) \Delta r + \sum_{k=1}^m \frac{B_{2k}}{(2k)!} \Delta r^{2k} [F_0^{(2k-1)}(0) - F_0^{(2k-1)}(R_{\text{end}})], \quad (25)$$

где $\Delta r = R_{\text{end}}/N$ – шаг суммирования отсчетов функции.

При этом на первом шаге (и далее) положим, что используется формула Эйлера-Маклорена.

1. Последующий интеграл по углу α_0 (при фиксированных углах $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n-3}, \alpha_{n-2})$) представим в виде конечной приближенной суммы из N_0 отсчетов подынтегральной функции:

$$I_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-2}) = \int_0^{2\pi} \cos^0 \alpha_0 I_0(\alpha_0/\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-2}) d\alpha_0 \approx \sum_{i=0}^{N_0-1} f_0(i\Delta\alpha_0/\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-2}) \Delta\alpha_0, \quad (26)$$

где $\Delta\alpha_0 = 2\pi/N_0$.

Уточняющих поправок не требуется, так как в начале и конце интервала интегрирования при $\alpha_0 = 0$ и $\alpha_0 = 2\pi$ радиус-вектор имеет равные направляющие косинусы (3), попадая на одно и то же пространственное направление. Следовательно, подынтегральная функция является периодической по углу α_0 (период равен 2π) и поэтому разности всех производных и соответствующих им уточняющих поправок равны нулю.

2. Следующий интеграл по углу α_1 представим в виде конечной суммы из $(N_1 - 1)$ отсчетов и, например, пяти уточняющих поправок:

$$I_2(\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{n-2}) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_1(\alpha_1) d\alpha_1 \approx \sum_{i=1}^{N_1-1} f_1(-\frac{\pi}{2} + i\Delta\alpha_1) + \sum_{k=1}^5 \frac{B_{2k}}{(2k)!} \Delta\alpha_1^{2k} [f_1^{(2k-1)}(-\pi/2) - f_1^{(2k-1)}(+\pi/2)], \quad (27)$$

где $\Delta\alpha_1 = \pi/N_1$;

$f_1(\alpha_1)$ и $f_1^{(2k-1)}(\pm\pi/2)$ – подынтегральная функция и ее производные, определенные в соответствии с (23) и (24).

Здесь и далее ограничимся практическим и очевидным случаем, когда заведомо нулевые отсчеты отбрасываются: $f_j(\alpha_j = \pm \pi/2) = 0$, так как $\cos'(\pm \pi/2) = 0$.

Производные нечетных порядков от подынтегральной функции $f_1(\alpha_1) = \cos^1 \alpha_1 I_1(\alpha_1)$, применяя формулы многократного дифференцирования произведений, удобно рассчитывать через производные четных порядков (на один порядок ниже) функции $I_1(\alpha_1)$. Приведем эту связь между численными значениями производных до 9-го и 8-го порядков при $\alpha_1 = \pm \pi/2$:

$$\left. \begin{aligned} f_1^{(1)} &= -I_1, f_1^{(3)} = -3I_1^{(2)} + I_1, f_1^{(5)} = -5I_1^{(4)} + 10I_1^{(2)} - I_1, \\ f_1^{(7)} &= -7I_1^{(6)} + 35I_1^{(4)} - 21I_1^{(2)} + I_1, \\ f_1^{(9)} &= -9I_1^{(8)} + 84I_1^{(6)} - 126I_1^{(4)} + 36I_1^{(2)} - I_1. \end{aligned} \right\} (28)$$

На основе формул (28) можно рассчитать для приближенной суммы (27) пять уточняющих поправок на ошибки до 10-го порядка малости, включительно.

3. Из свойства (21) следует, что все уточняющие поправки в применяемой формуле Эйлера-Маклорена равны нулю и следующий интеграл по углу α_2 заменяется конечной суммой из $(N_2 - 1)$ отсчетов:

$$\begin{aligned} I_3 &= I_3(\alpha_3, \dots, \alpha_{n-3}, \alpha_{n-2}) = \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \alpha_2 I_2(\alpha_2/\alpha_3, \dots, \alpha_{n-3}, \alpha_{n-2}) d\alpha_2 \approx \\ &\approx \sum_{i=1}^{N_2-1} \cos^2 \left(-\frac{\pi}{2} + i\Delta\alpha_2\right) I_2\left(-\frac{\pi}{2} + i\Delta\alpha_2\right) \Delta\alpha_2, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\Delta\alpha_2 = \pi/N_2$.

4. Интеграл по углу α_3 вычислим как конечную сумму, взяв пять уточняющих поправок на ошибки до 12-го порядка малости, включительно:

$$\begin{aligned} I_4(\alpha_4, \alpha_5, \dots, \alpha_{n-2}) &= \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_3(\alpha_3) d\alpha_3 \approx \sum_{i=1}^{N_3-1} f_3\left(-\frac{\pi}{2} + i\Delta\alpha_3\right) + \\ &+ \sum_{k=2}^6 \frac{B_{2k}}{(2k)!} \Delta\alpha_3^{2k} [f_3^{(2k-1)}(-\pi/2) - f_3^{(2k-1)}(+\pi/2)], \end{aligned} \quad (30)$$

где $\Delta\alpha_3 = \pi/N_3$.

При этом, как и на втором шаге, можно воспользоваться аналогичными связями между производными при $\alpha_3 = \pm \pi/2$:

$$\left. \begin{aligned} f_3^{(1)} &= 0, f_3^{(3)} = -6I_3, f_3^{(5)} = -60I_3^{(2)} + 60I_3, \\ f_3^{(7)} &= -210I_3^{(4)} + 1260I_3^{(2)} - 546I_3, \\ f_3^{(9)} &= -504I_3^{(6)} + 7560I_3^{(4)} - 19656I_3^{(2)} + 4920I_3, \\ f_3^{(11)} &= -990I_3^{(8)} + 27720I_3^{(6)} - 80180I_3^{(4)} + \\ &+ 27060I_3^{(2)} - 44286I_3. \end{aligned} \right\} (31)$$

Необходимые производные вида $I_1^{(2m)}$ по углу α_1 на предшествующем втором шаге, $I_3^{(2m)}$ по углу α_3 на данном четвертом шаге и т. д. (по углам $\alpha_5, \alpha_7, \dots$ на последующих четных шагах) удобно вычислять численно по четырем узлам, используя четность функций – интегралов I_1, I_3, I_5, \dots относительно полюсов:

$$\left. \begin{aligned} I_j^{(2)} &\approx [8064I_j(1) - 1008I_j(2) + 128I_j(3) - 9I_j(4)] / (2520\delta\alpha_j^2), \\ I_j^{(4)} &\approx [-1952I_j(1) + 676I_j(2) - 96I_j(3) + 7I_j(4)] / (120\delta\alpha_j^4), \\ I_j^{(6)} &\approx [116I_j(1) - 52I_j(2) + 12I_j(3) - I_j(4)] / (2\delta\alpha_j^6), \\ I_j^{(8)} &\approx [-112I_j(1) + 56I_j(2) - 16I_j(3) + 2I_j(4)] / \delta\alpha_j^8, \end{aligned} \right\} (32)$$

где $I_j(i) \equiv I_j(\pm\pi/2 + i\delta\alpha_j)$ – первый отсчет функции, четной относительно $\alpha_j = \pm\pi/2$; $j = 1, 3, 5, \dots$; $i = 1, 2, 3, 4$; $\delta\alpha_j$ – выбранный шаг численного дифференцирования.

5. Следующий интеграл по углу α_4 представим суммой отсчетов без уточняющих поправок, аналогично, как и на третьем шаге по углу α_4 , и т. д.

На последующих четных шагах (как и на предшествующем четвертом шаге) можно использовать полезное свойство (22), например, для уменьшения порядка малости ошибки при сохранении количества отсчетов численного дифференцирования.

Итак, в предлагаемом алгоритме интегралы по радиусу r и углам с нечетными индексами – $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5, \dots$ рассчитываются как суммы с уточняющими поправками, а интегралы по углам с четными индексами $\alpha_0, \alpha_2, \alpha_4, \dots$ – без этих поправок. При этом циклы вычислений по углам α_j организуются как внутренние циклы по отношению к циклам по углам α_{j+1} , самый внутренний цикл вычислений – по радиусу. Необходимый переход от многомерных прямоугольных координат к сферическим осуществляется по формулам (2) и (3).

Предлагаемый метод численного интегрирования в многомерных сферических координатах удобен тем, что во многих практических случаях гладкая замкнутая область интегрирования в угловых пределах является параллелепипедом и при разбиении не имеет элементарных граничных участков, частично не попадающих в нее. В сравнении с методом Монте-Карло [4], который дает лишь вероятностные оценки искомых интегралов, в предлагаемом методе не требуется громоздкого статистического моделирования распределений случайных величин. Обнаруженные свойства четности подынтегральных функций относительно полюсов по углам с четными номерами позволяют рассчитывать интегралы в виде конечных сумм [рассмотрение погрешностей из-за несходимости рядов вида (25) выходит за рамки статьи]. Результаты изложены по убывающей общности, также возможны изменения и развития алгоритма в интересах пользователя. Так, при численном интегрировании по нечетным углам можно использовать не только формулу Эйлера-Маклорена, но и другие известные способы уточнения.

Примеры численного интегрирования в многомерных сферических координатах

Приведем два примера решения задач, которые иллюстрируют использование метода и подтверждают его достоверность. Каждая задача решается дважды на основе известного метода и предлагаемого. Известный метод является точным и эталонным, предлагаемый – приближенным и тестируемым. Результаты решения предлагаемым методом сходятся к точным результатам.

Пример 1. Вычислить полярный момент второго порядка для четырехмерного эллипсоида с единичной равномерной плотностью. Уравнение эллипсоида:

$$\frac{(x_0 - 0,9)^2}{6^2} + \frac{(x_1 - 1,1)^2}{10^2} + \frac{(x_2 - 1,5)^2}{12^2} + \frac{(x_3 - 1,7)^2}{16^2} = 1. \quad (33)$$

Центр этого эллипсоида смещен в точку с координатами

$$\mathbf{R}_c = [x_{c0}, x_{c1}, x_{c2}, x_{c3}]^T = [0,9; 1,1; 1,5; 1,7]^T. \quad (34)$$

Полярный момент второго порядка рассчитывается относительно полюса – начала координат и равен интегралу от квадрата радиус-вектора по объему, заключенному внутри поверхности эллипсоида:

$$M_P = \int_V \rho(R) R^2 dV, \quad (35)$$

где $\rho(R)$ – удельная плотность, как функция радиус-вектора (далее для упрощения примера примем $\rho(R) = \text{const} = 1$).

Можно показать, что полярный момент второго порядка смещенного эллипсоида равен

$$M_{PA} = M_{PCA} + V_A \|\mathbf{R}_c\|^2, \quad (36)$$

где M_{PCA} – полярный момент централизованного эллипсоида; V_A – его объем; $\|\mathbf{R}_c\|^2 = (x_{c0})^2 + (x_{c1})^2 + (x_{c2})^2 + (x_{c3})^2$ – квадрат нормы вектора \mathbf{R}_c .

Данный эллипсоид (33) получается из шара с радиусом $r_0 = 2$ при коэффициентах растяжения по соответствующим осям $k_0 = 3, k_1 = 5, k_2 = 6$ и $k_3 = 8$ раз. Тогда, используя свойства подобия и формулу (12) при $n = 4$, получим

$$M_{PA}^{(COR)} = k_V (M_{PS}/4) (k_0^2 + k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) + k_V V_S \|\mathbf{R}_c\|^2, \quad (37)$$

где $k_V = k_0 k_1 k_2 k_3$ – коэффициент увеличения объема;

$$V_S = 2\pi^2 r_0^4 / 4 \text{ и } M_{PS} = 2\pi^2 r_0^6 / 6 \quad (38)$$

– объем и полярный момент соответствующего шара. Подставляя в формулы (36) и (37) необходимые величины, рассчитаем численное значение полярного момента эллипсоида, которое и примем за точное (корректное):

$$M_{PA}^{(COR)} = 5\,485\,541,917\dots \quad (39)$$

Полярный момент в сферических координатах несложно привести к интегралу:

$$M_{PA} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \alpha_2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha_1 \times \int_0^{2\pi} [R_{end}(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)]^6 d\alpha_0 d\alpha_1 d\alpha_2, \quad (40)$$

где $R_{end}(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$ – конечная длина радиус-вектора, исходящего из начала координат в направлении, заданном углами $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$, до точки его пересечения с поверхностью эллипсоида. Чтобы найти это значение, необходимо уравнения связи (3) при $n = 4$ подставить в уравнение эллипсоида (13) и, решая получившееся квадратное уравнение относительно r , выбрать положительное значение корня (это тривиальное решение здесь не приводится). 0-й шаг алгоритма – вычисление $[R_{end}(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)]^6$ в этом примере производится аналитически без шагов по Δr . Производя оставшиеся шаги по углам $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ согласно описанному алгоритму, вычислим приближенное (аппроксимированное) значение полярного момента эллипсоида $M_{PA}^{(APPR)}$.

Пример 2. Вычислить объем шестимерного эллипсоида

$$\frac{x_0^2}{3,9^2} + \frac{x_1^2}{3,9^2} + \frac{x_2^2}{3,9^2} + \frac{(x_3 - 1,2)^2}{5,1^2} + \frac{(x_4 - 1,5)^2}{6,9^2} + \frac{(x_5 - 2,1)^2}{5,7^2} = 1. \quad (41)$$

Этот эллипсоид получается из шара радиусом $r_0 = 3$ при его растяжении по соответствующим осям в $k_0 = k_1 = k_2 = 1,3$ и $k_3 = 1,7, k_4 = 2,3, k_5 = 1,9$ раз. Тогда объем данного шестимерного эллипсоида больше объема соответствующего шестимерного шара V_S в $k_0 k_1 \dots k_5$ раз. Подставляя необходимые величины $n = 6$ и $r_0 = 3$ в формулу (12), рассчитываем численное значение объема эллипсоида, которое будем принимать за точное:

$$V_A^{(COR)} = k_0 k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 V_S = 61\,487,425\dots \quad (42)$$

Во втором примере уравнение эллипсоида (41) специально задано так, что длина радиус-вектора R_{end} не зависит от углов α_0 и α_1 , а зависит только от углов α_2, α_3 и α_4 (что несложно показать). Кроме того, в обоих примерах центры эллипсоидов специально смещены относительно начала координат, чтобы уничтожить осевую симметрию, которая препятствовала бы проверке свойств четности интегралов относительно полюсов. Записывая соответствующую формулу для объема и взяв первые три внутренних интеграла по r, α_0 и α_1 аналитически, (т. е. выполняя 0-й, 1-й и 2-й шаги алгоритма), получаем

$$V_A = \frac{2\pi}{3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^4 \alpha_4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^3 \alpha_3 \times$$

$$\times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \alpha_2 [R_{\text{end}}(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)]^6 d\alpha_2 d\alpha_3 d\alpha_4. \quad (43)$$

(Аналитическое интегрирование введено для того, чтобы снизить количество необходимых вычислений на три порядка и соответственно иметь возможность по быстрдействию рассчитать этот пример на ПК). Далее, производя 3-й, 4-й и 5-й шаги алгоритма – численное интегрирование по углам α_2 , α_3 и α_4 , вычисляем приближенное (аппроксимированное) значение объема эллипсоида $V_A^{(APPR)}$. Результаты решения примеров сведены в таблице.

Искомые величины – полярный момент четырехмерного и объем шестимерного эллипсоидов – вычислялись с точностью до ошибок от 2-го до 12-го и от 4-го до 14-го порядков малости, соответственно. Фактические относительные ошибки вычислений при порядках малости $2k$ соответственно равны

$$\delta_{\text{Rel-F}}(M) = \frac{M_{PA}^{(APPR)} - M_{PA}^{(COR)}}{M_{PA}^{(COR)}};$$

$$\delta_{\text{Rel-F}}(V) = \frac{V_A^{(APPR)} - V_A^{(COR)}}{V_A^{(COR)}}.$$

Минимальные относительные ошибки достигают десятичных порядков 10^{-14} – 10^{-15} .

Величины, которыми аппроксимировались фактические относительные ошибки вычислений $2k$ -го порядков малости (и которые можно принять за относительные теоретические ошибки), составляют

$$\delta_{\text{Rel-T}} = B_{2k} \Delta \alpha_j^{2k} [f_j^{(2k-1)}(-\pi/2) - f_j^{(2k-1)}(+\pi/2)] / (2k)!, \quad (44)$$

где $j = 3$ и $j = 5$ при вычислении полярного момента и объема, соответственно. Также в таблице приводится относительное расхождение между истинными относительными ошибками и соответствующими аппроксимирующими величинами:

$$\delta \delta_{\text{Rel}} = (\delta_{\text{Rel-T}} - \delta_{\text{Rel-F}}) (\delta_{\text{Rel-F}})^{-1} 100\%.$$

Эти расхождения не превышают $-6,47\%$ для первого и $-5,18\%$ для второго примеров, т. е. фактические относительные ошибки с порядком мало-

сти $2k$ можно аппроксимировать первым отброшенным членом вида (44) (если, разумеется, предшествующие интегралы с меньшей кратностью вычислены более точно).

Шаг численного дифференцирования в обоих примерах выбран равным $\delta \alpha_1 = \delta \alpha_3 = 1/256$. Количество циклов по углам для первого и второго примеров соответственно равны

$N_0 = 128$, $N_1 = N_2 = 64$; $N_2 = N_3 = N_4 = 64$. Относительные ошибки с повышением порядка малости уточняющих поправок уменьшаются на два порядка.

О применении численного интегрирования в многомерных сферических координатах для некоторых задач статистической радиотехники

Разработанный автором метод численного интегрирования был практически использован и апробирован в вышеназванных применениях. Приведем две задачи в общем виде, для решения которых предлагаемый метод оказался удобным и целесообразным.

Задача 1. Найти вероятность P попадания многомерного вектора ошибки $\mathbf{R} = [x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]^T$ в определенении параметров сигнала в некоторую область V , заключенную внутри поверхности $S \equiv S(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = C$, при функции плотности распределения вероятностей ошибок $f \equiv f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$, которая в общем случае не интегрируется аналитически:

$$P \equiv P(\mathbf{R} \subset V) = P[S(\mathbf{R}) < C] = \int_V f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) dx_0 dx_1 \dots dx_{n-1}. \quad (45)$$

В статистической радиотехнике, теории автоматического управления, навигации и других областях часто рассчитывают вероятность того, что модуль многомерного вектора ошибок не превысит заданный радиус. При этом поверхность S , ограничивающая область интегрирования, превращается в n -мерную сферу и очевидно удобство перехода к многомерным сферическим координатам, заключающееся в том, что пределы интегрирования по радиусу и по

Порядок малости ошибки $2k$	Ошибки вычисления M_{PA} , $n = 4$			Ошибки вычисления V_A , $n = 6$		
	$\delta_{\text{Rel-F}}(M)$	$\delta_{\text{Rel-T}}(M)$	$\delta \delta_{\text{Rel}}(M)$, %	$\delta_{\text{Rel-F}}(V)$	$\delta_{\text{Rel-T}}(V)$	$\delta \delta_{\text{Rel}}(V)$, %
2	$-6,12 \cdot 10^{-4}$	$-6,11 \cdot 10^{-4}$	-0,09	-	-	-
4	$-5,36 \cdot 10^{-7}$	$-5,33 \cdot 10^{-7}$	-0,41	$-7,48 \cdot 10^{-7}$	$-7,43 \cdot 10^{-7}$	-0,70
6	$-2,19 \cdot 10^{-9}$	$-2,17 \cdot 10^{-9}$	-0,87	$-5,25 \cdot 10^{-9}$	$-5,19 \cdot 10^{-9}$	-1,13
8	$-1,90 \cdot 10^{-11}$	$-1,87 \cdot 10^{-11}$	-1,44	$-5,91 \cdot 10^{-11}$	$-5,81 \cdot 10^{-11}$	-1,70
10	$-2,74 \cdot 10^{-13}$	$-2,56 \cdot 10^{-13}$	-6,47	$-1,01 \cdot 10^{-13}$	$-9,80 \cdot 10^{-13}$	-2,46
12	$-1,84 \cdot 10^{-14}$	-	-	$-2,47 \cdot 10^{-14}$	$-2,35 \cdot 10^{-14}$	-5,18
14	-	-	-	$-1,30 \cdot 10^{-15}$	-	-

углам становятся независимыми. Если ограничивающая поверхность не является сферой, то следует от уравнения поверхности

$$S(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = C$$

перейти к уравнению ее радиус-вектора как функции углов:

$$R_{end} \equiv R_{end}(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-2}).$$

Соответствующий переход делается и в подынтегральной функции:

$$F(x_0, x_1, \dots, x_n) \rightarrow F[R(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1})].$$

Задача 2. Найти моменты для распределения на области определения V :

$$M(p_0, p_1, \dots, p_{N-1}) = \int_V x_0^{p_0} x_1^{p_1} \dots x_{N-1}^{p_{N-1}} f(x_0, x_1, \dots, x_{N-1}) dx_0 dx_1 \dots dx_{N-1}, \quad (46)$$

где $p_0, p_1, \dots, p_{N-1} = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Эта задача встречается в статистике и ее технические приложениях. При не интегрируемой аналитически функции распределения искомого момента можно определить предлагаемым численным методом. В общем случае область интегрирования V может иметь и бесконечную протяженность, при условии сходимости соответствующих интегралов (45), (46).

Возможные применения многомерных сферических координат для поиска экстремума на поверхностях и для некоторых других задач

Многомерные сферические координаты можно рассматривать как частный случай многомерных криволинейных координат. Переход к каким-либо криволинейным координатам от прямоугольных может определяться различными соображениями, в частности, удобством поиска экстремума функций и функционалов на поверхностях. Эти задачи оптимизации при ограничениях, встречающиеся, например, в теории управления и навигации [5], решаются методом неопределенных множителей Лагранжа [6, 7]. Однако, когда минимизируемая (или максимизируемая) функция характерно зависит от радиального направления, можно перейти к сферическим координатам и решать задачу прямым методом. При этом количество аргументов поиска экстремума становится равным числу степеней свободы в экстремальной задаче, т. е. устраняется неопределенность.

Пример. Найти минимальное и максимальное собственные числа матрицы квадратической формы и соответствующие им собственные векторы:

$$F(\mathbf{R}) = 0,5 \langle \mathbf{R}, \mathbf{MR} \rangle, \quad (47)$$

где $\mathbf{R} = [x_0, x_1, x_2, x_3]^T$ – четырехмерный вектор прямоугольных координат;

$$M \approx \begin{bmatrix} 4,1908 & 2,7032 & -0,8016 & 1,2733 \\ 2,7032 & 5,7507 & 2,2245 & 0,9414 \\ -0,8016 & 2,2245 & 8,1563 & -0,1829 \\ 1,2733 & 0,9414 & -0,1829 & 9,2522 \end{bmatrix}$$

– матрица квадратической формы, которая сформирована на основе канонического жорданового разложения так, что ее собственные числа в точности равны

$$\lambda_i = \{1,530 \ 6,240 \ 9,210 \ 10,37\}, \quad i = 0, 1, 2, 3.$$

При этом собственные нормированные векторы ($\|\mathbf{e}_i\| = 1$), соответствующие минимальному и максимальному собственным числам, равны

$$\mathbf{e}_0 = [0,731231 \ -0,614461 \ 0,293668 \ -0,038707]^T;$$

$$\mathbf{e}_3 = [0,327727 \ 0,495632 \ 0,318361 \ 0,738641]^T.$$

Подставляя в равенство (47) уравнения связи (2) и (3) при $n = 4$, получаем уравнение квадратической формы в виде

$$F(\mathbf{R}, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = 0,5R^2 F_S,$$

где $F_S \equiv F_S(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \langle \mathbf{e}, \mathbf{Me} \rangle$ – значение квадратической формы на единичной четырехмерной сфере;

$\mathbf{e} = [cs_2 cs_1 cs_0, cs_2 cs_1 sn_0, cs_2 sn_1, sn_2]^T$ – единичный вектор направления, где $cs_i \equiv \cos \alpha_i$, $sn_i \equiv \sin \alpha_i$, $i = 0, 1, 2$.

Квадратическая форма приводится к каноническому виду

$$F = 0,5(\lambda_0 u_0^2 + \lambda_1 u_1^2 + \lambda_2 u_2^2 + \lambda_3 u_3^2). \quad (48)$$

Дифференцируем дважды (47) и (48) и сопоставляем

$$\frac{\partial^2 F}{\partial R^2} = F_S(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) \text{ и } \frac{\partial^2 F}{\partial u_i^2} = \lambda_i. \quad (49)$$

Из формулы (49) можно заключить, что минимальное значение второй производной от квадратической формы по радиусу F_S будет получено тогда, когда единичный вектор направления \mathbf{e} совпадет с направлением оси OU_j , которой соответствует минимальное собственное число $\lambda_j = \lambda_{\min}$; максимум F_S также будет достигаться при аналогичном совпадении:

$$\min\{F_S(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)\} = \lambda_{\min} \text{ и } \max\{F_S(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)\} = \lambda_{\max}.$$

Таким образом задача сводится к поиску экстремумов квадратической формы на единичной сфере. Минимум (максимум) несложно найти градиентным методом, соответственно как

$$\alpha_{m+1} = \alpha_m \mp k_{reg} \nabla F_{\mathbf{s}_m},$$

где $\alpha = [\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2]^T$ – вектор углов;

$$\nabla F_{\mathbf{s}} = \left[\frac{\partial F_S}{\partial \alpha_0}, \frac{\partial F_S}{\partial \alpha_1}, \frac{\partial F_S}{\partial \alpha_2} \right]^T \text{ – вектор первых производных (аналитические выражения для производных)}$$

ных здесь не приводятся); k_{reg} – регулировочный коэффициент, m – номер итерации.

В этой задаче минимальное и максимальное собственные числа находятся, например, за 16 и 32 итерации, соответственно, с относительными погрешностями

$$\delta(\lambda_0) = 0,618 \cdot 10^{-7} \quad \delta(\lambda_3) = 0,119 \cdot 10^{-7},$$

а нормированные собственные векторы находятся с угловой ошибкой в направлении

$$\delta \mathbf{e}_0 = 0,142 \cdot 10^{-3} \text{ рад}, \quad \delta \mathbf{e}_1 = 0,100 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

от нулевого приближения, в качестве которого было выбрано направление по оси Ox_0 ($\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$). Минимальное собственное число для корреляционной матрицы шума может использоваться, например, для расчета обобщенной дисперсии [8]:

$$D = E/\lambda_{\min},$$

где E – энергия сигнала.

Оба числа – минимальное и максимальное – могут использоваться, например, как границы диапазона прогонки при решении характеристического уравнения и т. д. В этом простом иллюстративном примере итерации сходятся к искомым решениям и от других начальных приближений с погрешностями такого же порядка. Однако в экстремальных задачах функция может иметь несколько экстремумов на поверхности поиска. Тогда направляющие косинусы удобны для задания различных начальных приближений, от которых и начинается движение к экстремуму, так как можно упорядоченно перебирать пространственные направления и соответствующие им точки пересечения на поверхности.

Следует упомянуть еще об одной интересной возможности приложения формул для направляющих косинусов в виде (3). В теории управления или навигации может встретиться задача аппроксимации траектории движения системы в многомерном пространстве состояний (или параметров), или аналогичная задача управления системой. При этом вектор состояния или параметров системы $\mathbf{R} = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]^T$ является функцией времени, где в общем случае могут быть неизвестны (или безразличны) как функциональная зависимость, так и отсчеты времени.

Введем некоторые аппроксимирующие функции от времени $\alpha_0(t), \alpha_1(t), \dots, \alpha_{n-2}(t)$ таким образом, что

обобщенные скорости системы $x_i' \equiv \frac{dx_i}{dt}$ будут выражены как направляющие косинусы

$$x_0' = \cos \alpha_0(t) \cos \alpha_1(t) \dots \cos \alpha_{n-2}(t),$$

$$x_1' = \cos \alpha_0(t) \cos \alpha_1(t) \dots \sin \alpha_{n-2}(t),$$

.....

$$x_{n-1}' = \sin \alpha_0(t).$$

При таком задании появляется удобное и полезное свойство

$$S(T) = \int_0^T \|V\| dt = T, \quad (50)$$

где $S(T)$ – путь, проходимый системой в пространстве состояний за условное время T ;

$\|V\| = [(x_0')^2 + (x_1')^2 + \dots + (x_{n-1}')^2]^{1/2}$ – модуль скорости. Известно, что одной траектории в пространстве может соответствовать множество функций времени $\mathbf{R}(t)$. Свойство (50) позволяет автоматически ввести нормировку и избавиться от неопределенности.

Из существующей литературы известны и другие способы задания многомерных сферических координат, которые используются, например, для задач квантования [9].

Автор выражает благодарность коллеге по работе – доценту кафедры №42 СПбГУАП С. Н. Воробьеву, который инициировал автора к написанию статьи и дал необходимые ценные советы.

Литература

1. Смирнов В. И. Курс высшей математики. – Т.2. – М.; Л.: ГИТЛ, 1953. – 627 с.
2. Возенкрафт Дж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи. – М.: Мир, 1969. – 640 с.
3. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. – М.: ГИФМЛ, 1968. – 659 с.
4. Кетков Ю. Л., Кетков А. Ю., Шульц М. М., MATLAB 6. x: Программирование численных методов. – СПб.: «БХВ-Петербург», 2004. – 662 с.
5. Алексеев В. И., Кориков А. М., Полонников Р. И., Тарасенко В. П., Экстремальная радионавигация. – М.: Наука, 1978. – 279 с.
6. Булдырев В. С., Павлов Б. С. Линейная алгебра и функции многих переменных. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. – 496 с.
7. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1980. – 518 с.
8. Нестерук В. Ф. О влиянии формы сигнала на его обнаружение при нормальных коррелированных помехах // Радиотехника и электроника. – 1963. – № 8. – С. 1319–1325.
9. Peter F., Swaszek, John B. Thomas Multidimensional spherical coordinats. Quantization // IEEE. Transfction of information theory. – Vol. It-29. – N 4. – July 1983. – С. 570–576.

УДК 658.012.1

МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ АБОНЕНТОВ В ВИДЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

В. С. Жабреев,

доктор техн. наук, профессор

В. В. Прокопенко,

аспирант

Южно-Уральский государственный университет

Рассматривается качественная характеристика обслуживания потребителей услуг связи. Предложена методика расчета рассматриваемой характеристики на основе представления потока процессов обслуживания абонентов в виде системы массового обслуживания на примере предприятия связи в Челябинской области.

We submit for consideration quality characteristics of subscriber service in the sphere of communications. The methodic of the considered characteristic calculation is offered. It is based on notion of flow of subscribers service processes, as a system of mass service. The communication enterprise in Chelyabinsk region was taken as an example of mass service system.

Введение

Важнейшим принципом менеджмента качества, лежащим в основе успешного руководства организацией, является ориентация на потребителей, которая заключается в том, что организация должна понимать их текущие и будущие потребности, выполнять их требования и стремиться превзойти их ожидания [1].

В системе управления предприятия связи требования абонентов выполняет диспетчерская служба, задачей которой является организация процесса подключения потенциального абонента к услугам связи (консультация, принятие заявки, планирование наряда на работы и т. д.). Указанный процесс состоит из нескольких этапов. Мониторинг обслуживания клиентов необходим на каждом этапе при возникновении противоречий абонента и оператора с учетом проявления человеческого фактора [2]. Количественная оценка выходных значений на каждом этапе позволяет создать критерий оценки качества обслуживания абонентов, определить оптимальное количество обслуживаемых приборов, и в случае необходимости изменить структуру бизнес-процессов в организации. В настоящее время оценка качества обслуживания абонентов осуществляется путем прослушивания небольшой случайной партии телефонных переговоров. В статье предложена методика решения рассматриваемой задачи путем

представления элементов обслуживания абонентов в виде системы массового обслуживания (СМО).

Для простейшего потока число событий k , происшедших на интервале длиной T , подчиняется пуассоновскому распределению [3]

$$P_k(T) = (\lambda T)^k e^{-\lambda T} / k!, \quad (1)$$

где λ – интенсивность потока, определяемая как

$\lambda = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k P_k(\Delta t)}{\Delta t}$. Длительность интервала между требованиями в потоке имеет плотность распределения

$$f(\tau) = \lambda e^{-\lambda \tau}, \quad \tau \geq 0. \quad (2)$$

Выполнение требований абонентов является комплексным процессом, в который вовлечено несколько структурных подразделений в зависимости от конкретной проблемы. Интенсивность потока и интенсивность обслуживания экспериментально определяются через среднюю длину интервала между требованиями $\bar{\tau}_0$ и среднюю длительность обслуживания $\bar{\tau}$:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{\tau}_0}, \quad \lambda_0 = \frac{1}{\bar{\tau}}.$$

Модель массового обслуживания абонентов предприятия связи классифицируется как разомкнутая, многоканальная система с бесконечным числом требований и ограниченным ожиданием со стороны абонентов.

Структурную модель предприятия связи, отображающую взаимосвязи между отдельными операциями и звеньями управления элементов массового обслуживания, удобно представлять в виде сети. Так как процессы, протекающие на предприятии связи, носят случайный характер, в работе рассматривается стохастическая сеть [3]. Звенья системы формализуются в виде подсистем массового обслуживания, а взаимосвязь между ними в общем процессе функционирования отображается в виде направленного графа. Для задания сети массового обслуживания предприятия связи необходимо определить:

- 1) источник требований, поступающих в сеть, имеющий некоторую интенсивность λ_0 ;
- 2) список обслуживающих подсистем $S_i (i=1, 2, \dots, M)$, входящих в сеть;
- 3) вектор состава подсистем $m=(m_1, m_2, m_3, \dots, m_i)$, где m_i – число приборов, входящих в i -ю подсистему;
- 4) вектор интенсивностей обслуживания $\mu=(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_i)$, где μ_i – интенсивность обслуживания требований одним прибором, входящим в состав i -й подсистемы;
- 5) матрицу передач $R=\|r_{ij}\| (i=1, 2, \dots, M+1; j=1, 2, \dots, M+1)$, отражающую структуру передач информационных потоков.

Для установившегося режима в разомкнутой сети интенсивность среднего суммарного потока на входе любой подсистемы равна средней суммарной интенсивности выходного потока из данной подсистемы, т. е. справедлива следующая система уравнений [3]:

$$\lambda_j = \sum_{i=0}^M r_{ij} \lambda_i, \quad j=0, 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

где λ_i – суммарная интенсивность на выходе i -й подсистемы; λ_j – суммарная интенсивность на выходе j -й подсистемы; r_{ij} – вероятность поступления требований из i -й подсистемы по окончании обслуживания в j -ю подсистему.

В системе оценки качества обслуживания абонентов следует рассматривать процесс подключения потенциальных абонентов к услугам связи. В соответствии с вышеприведенной методикой, на первом этапе необходимо определить источники требований в рассматриваемых СМО. Интенсивность потока требований в данном случае вычисляется через среднюю длину интервала между требованиями $\bar{\tau}_0$, которая определяется как средняя длина между сформированными заявками. Интенсивность обслуживания вычисляется через среднюю длину интервала между выполненными заявками $\bar{\tau}$. На втором этапе составляется список обслуживающих подсистем:

- S_0 – формирование заявки потребителем;
- S_1 – прием предварительной заявки по телефону;

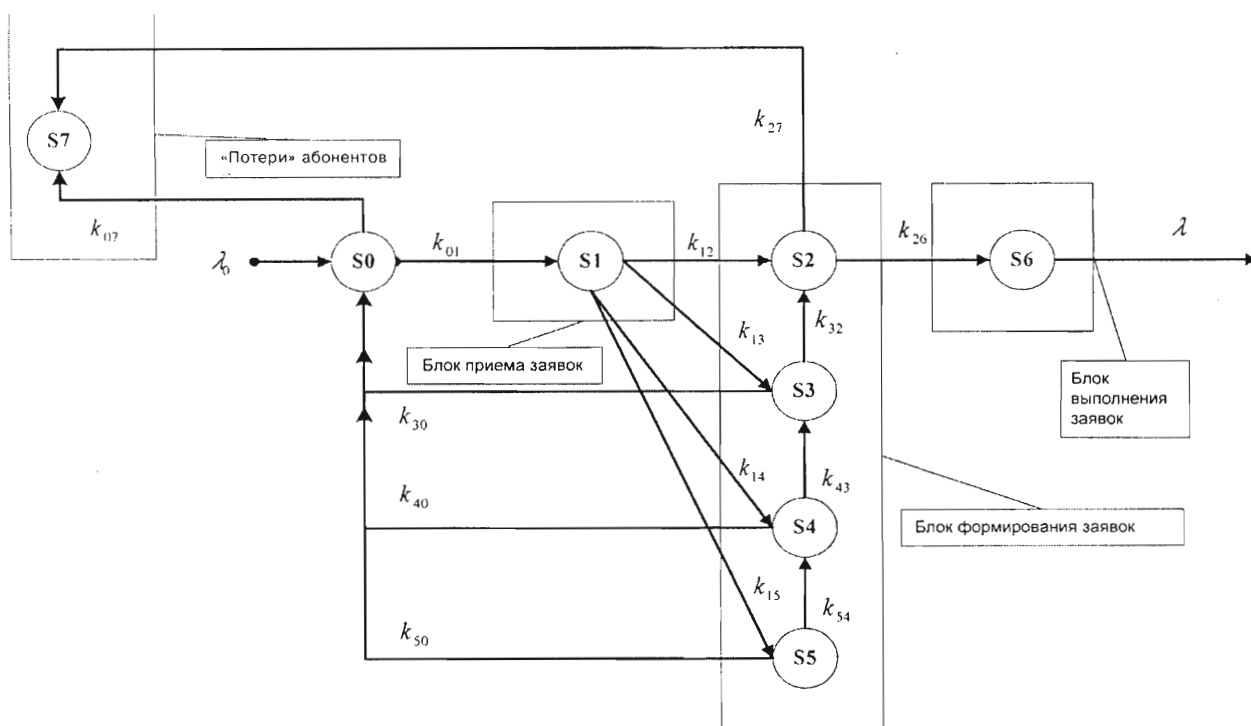


Рис. 1. Система массового обслуживания заявок абонентов

S_2 – формирование заявки на подключение абонента при условии наличия технической возможности и согласия со стороны абонента;

S_3 – формирование заявки при условии наличия технической возможности и неясности намерений со стороны абонента;

S_4 – формирование заявки при отсутствии технической возможности, если строительство сети запланировано;

S_5 – формирование заявки при отсутствии технической возможности, если строительство сети не планируется;

S_6 – непосредственное подключение пользователя отделом эксплуатации предприятия связи (удовлетворение заявки);

S_7 – потеря «абонента».

Представленная на рис. 1 СМО заявок абонентов в виде сети, разработанная по методике [4], позволяет выполнить следующие этапы: определить векторы состава подсистем и интенсивностей, а также составить матрицу передач.

Матрица передач R для данной сети выглядит следующим образом:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & k_{01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{07} \\ 0 & 0 & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{26} & k_{27} \\ k_{30} & 0 & k_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{40} & 0 & 0 & k_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{50} & 0 & 0 & 0 & k_{54} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где k_j – коэффициенты передачи между подсистемами, вычисляемые статистическими методами,

$k_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_0}$, λ_0 – интенсивность заявок, поступающих от абонентов (входящие телефонные соединения), λ_j – интенсивность заявок, поступающих в j -ю подсистему. Расчет интенсивностей обслуживания для представленной на рис. 1 системы произведен для стационарного режима путем замыкания через источник требований:

$$K_0 = K_6 + K_7 + k_{30} + k_{40} + k_{50}. \quad (4)$$

С учетом изложенного и статистических данных предприятия связи в Челябинской области произведен расчет показателя качества обслуживания абонентов, которым является коэффициент потери заявок на этапе их предварительного приема k_{07} . Экспериментально определены значения K заявок,

■ Таблица 1. Входные данные потока требований

Месяц	1-й	2-й	3-й
λ_0 , месяц ⁻¹	1079	661	649
Δt_0 , мин	40	68	67
K_0	1925	1288	1346

■ Таблица 2. Выходные данные потока требований

Месяц	1-й	2-й	3-й
λ , месяц ⁻¹	311	271	230
Δt , мин	139	165	188

проходящих через каждый узел системы в месяц, и среднее время Δt пребывания требования в сети.

В табл. 1 представлены значения интенсивностей потока требований λ_0 для трех временных интервалов, которые вычисляются как величины, обратные средней длительности между входящими телефонными соединениями Δt_0 , и значения количества входящих телефонных соединений K_0 .

В табл. 2 представлены значения выходного потока требований λ (поток подключения абонентов), которые вычисляются как величины, обратные средней длительности между выполнениями заявок Δt .

Система уравнений с учетом матрицы передач R выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \lambda_0 = k_{30}\lambda_3 + k_{40}\lambda_4 + k_{50}\lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 \\ \lambda_1 = k_{01}\lambda_0 \\ \lambda_2 = k_{12}\lambda_1 + k_{32}\lambda_3 \\ \lambda_3 = k_{13}\lambda_1 + k_{43}\lambda_4 \\ \lambda_4 = k_{14}\lambda_1 + k_{54}\lambda_5 \\ \lambda_5 = k_{15}\lambda_1 \\ \lambda_6 = k_{26}\lambda_2 \\ \lambda_7 = k_{07}\lambda_0 + k_{27}\lambda_2. \end{cases} \quad (5)$$

Коэффициенты передач k_{ij} являются вероятностями поступления требований от i -го к j -му узлу и, с учетом уравнений (3), вычисляются как отношение значений поступивших заявок:

$$k_{ij} = \frac{K_j}{K_i}. \quad (6)$$

На основе экспериментальных значений K , с учетом формулы (6), вычислены значения коэффициентов передач от i -го к j -му узлу (табл. 3).

Из данных, представленных в табл. 3, видно, что коэффициент потери абонентов k_{07} значительно снизился во втором и третьем месяцах, что говорит о повышении качества обслуживания абонентов на этапе формирования заявки за указанный период времени.

Из системы уравнений (5) получена зависимость $\Delta t(\lambda_0)$ средней длительности обслуживания от интенсивности потока и представлена в следующем виде:

$$\Delta t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0 k_{26} k_{01} (k_{12} + k_{32} k_{13} + k_{32} k_{43} (k_{14} + k_{54} k_{15}))}. \quad (7)$$

Для исследования данной зависимости использован метод «замороженной» передаточной функции [5]. На рис. 2 графически представлена зависи-

■ Таблица 3. Коэффициенты передач

Месяц	1-й	2-й	3-й
k_{07}	0,60	0,36	0,36
k_{01}	0,40	0,64	0,64
k_{12}	0,50	0,50	0,45
k_{13}	0,36	0,33	0,32
k_{14}	0,06	0,09	0,06
k_{15}	0,08	0,08	0,17
k_{27}	0,03	0,02	0,05
k_{26}	0,97	0,98	0,95
k_{32}	0,67	0,53	0,40
k_{30}	0,33	0,47	0,60
k_{43}	0,00	0,00	0,00
k_{40}	1,00	1,00	1,00
k_{54}	0,00	0,00	0,00
k_{50}	1,00	1,00	1,00

мость $\Delta t(\lambda_0)$, которая позволяет определить предельно допустимую интенсивность потока λ_0^{lim} для имеющихся обслуживающих приборов со средним временем обслуживания Δt_1 . С учетом равенства (6), λ_0^{lim} вычисляется по формуле

$$\lambda_0^{lim} = \lim_{\Delta t \rightarrow \Delta t_1} k_{раб} \times \frac{1}{\Delta t k_{26} k_{01} (k_{12} + k_{32} k_{13} + k_{32} k_{43} (k_{14} + k_{54} k_{15}))} \quad (8)$$

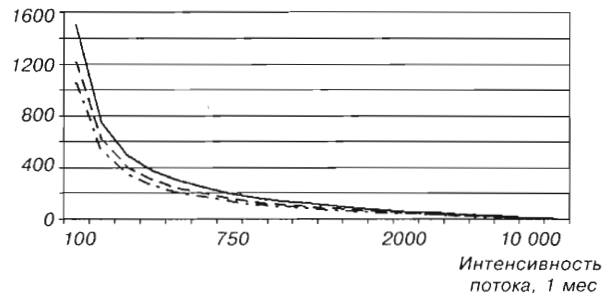
где $k_{раб}$ – коэффициент рабочего времени диспетчерской службы предприятия связи.

Значения Δt_1 определены экспериментально. Значения λ_0^{lim} , вычисленные по формуле (8), представлены в табл. 4.

■ Таблица 4. Параметры обслуживания абонентов на этапе формирования заявки

Месяц	1-й	2-й	3-й
Δt_1 , мин	2,8	2,9	2,9
λ_0^{lim} , месяц ⁻¹	15 030	10 261	12 003

Длительность обслуживания, мин



■ Рис. 2. Зависимость $\Delta t(\lambda_0)$: — 1-й месяц; - - - 2-й месяц; - · - · - 3-й месяц

Заключение

Представленная модель оценки качества обслуживания абонентов в виде СМО позволяет оценить количественную характеристику качества обслуживания, значения «потерь» абонентов на каждом этапе обработки заявки и предельно допустимые значения интенсивности входного потока. Это позволяет оценить «загрузку» обслуживаемых приборов и оптимально перераспределить внутренние ресурсы, а также лучше удовлетворить текущие и будущие потребности и ожидания абонентов, что является безусловным показателем роста и благополучия предприятия связи.

Литература

1. **ГОСТ ИСО 9004–2001.** Государственный Стандарт РФ. Системы менеджмента качества. Рекомендации по улучшению деятельности. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2001. – С. 1–6.
2. **Горский Ю. М.** Системно-информационный анализ процессов управления. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. – С. 89–97.
3. **Денисов А. А. Колесников Д. Н.** Теория больших систем управления. – Л: Энергоиздат, 1982. – С. 101–127.
4. **Мартин Ф. Ф.** Моделирование на вычислительных машинах: Пер. с англ. / Под ред. И. Н. Коваленко – М.: Советское радио, 1972. – С. 190–210.
5. **Солодовников В. В.** Теория автоматического регулирования. Теория нестационарных, нелинейных и самонастраивающихся систем автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 56–65.

УДК 004.052.3:004.032.24

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ

М. И. Глухих,

ст. преподаватель

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

В статье рассматривается актуальная задача синтеза структуры надежной и безопасной вычислительной системы. Рассматриваются неформальные предпосылки к определению функциональной организации таких систем. Разработана формализованная модель на основе графов, позволяющая анализировать надежность характеристики системы на этапе системного проектирования. Применение модели рассмотрено на примере синтеза структуры простой безопасной системы

This article considers the actual task of the synthesis of reliable and safe computing system structure. Informal relations to such system functional organization definition are considered. Formalized model based on graphs analyzing system characteristics of reliability when designing the system is developed. Model's application is considered on the example of synthesis of simple safe system structure

Постановка задачи разработки структуры отказоустойчивой вычислительной системы

Сложные системы никогда не обходятся без сбоев и отказов. Как механические, так и электронные устройства постепенно изменяют свои характеристики и не всегда дают ожидаемые от них результаты. Во многих случаях наличие сбоев при работе системы допустимо, поскольку ущерб, наносимый сбоем, невелик. Однако так происходит не всегда. В некоторых случаях при проектировании систем нельзя полагаться на отсутствие сбоев и отказов. Требования к безопасности особенно жесткие в технических системах специального назначения. В некоторых случаях специализированным техническим решением вероятность отказа системы за заданное время необходимо существенно уменьшить. На решение проблемы надежности существенно влияют используемые технологии проектирования. Поэтому актуально создание отказоустойчивых систем, способных работать надежно даже при ненадежности их составных узлов.

Методы повышения надежности систем и методы анализа надежности характеристик систем – довольно хорошо изученные области [1–3]. Несмотря на это, актуальной остается проблема синтеза вычислительной системы с высокой надежностью и безопасностью из готовых ненадежных устройств.

Учет характеристик надежности системы на этапе проектирования существенно влияет на надежность готовой системы. В связи с этим вопросы надежности следует решать одновременно с разработкой технического предложения и далее на всех последующих этапах [4].

Из-за необходимости учета большого числа факторов и неполноты информации при системном проектировании строгая методология построения задачи синтеза оптимальной структуры затруднительна. Поэтому далее развивается следующий подход. На основе неформального анализа функций, которые должна реализовать отказоустойчивая вычислительная система, определяется ее функциональная организация. При этом определяется состав типов функциональных блоков. Возможность использования различного числа экземпляров блока каждого типа и разных способов их объединения в систему порождает многообразие структур вычислительной системы.

Для сравнительного анализа структур предлагается формализованная модель и формальные правила работы с моделью. Это позволяет выделить классы наиболее целесообразных структур отказоустойчивой системы, ограничивая, таким образом, многообразие. В последующих работах будут развиты методы анализа надежности характеристик выделенных классов систем и синтеза (через ана-

лиз) систем с заданными свойствами, учитывающих заданные ограничения на реализацию.

Постановка задачи проектирования структуры отказоустойчивой вычислительной системы предполагает рассмотрение и использование на этапе системного проектирования следующих свойств системы.

1. **Отказоустойчивость.** Отказ любого устройства вычислительной системы не должен приводить к остановке ее работы или, если это невозможно, количество устройств, отказ которых приводит к остановке работы системы, должно быть сведено к минимуму, т. е. система должна работать надежно на ненадежном оборудовании.

2. **Достоверность результатов.** Данные на выходе вычислительной системы используются таким образом, что ошибки в них могут иметь катастрофические последствия. По этой причине отказ любого количества устройств вычислительной системы не должен приводить к формированию на выходе неверных результатов или, если это невозможно, количество устройств, критических для безопасности системы, должно быть сведено к минимуму. Кратковременные остановки системы катастрофических последствий не имеют.

3. **Использование готовых компонент.** Часть устройств вычислительной системы (процессоры, микросхемы памяти) являются готовыми компонентами. Модификация устройств невозможна из-за закрытости их принципиальных схем. Устройства должны использоваться «как есть», надежность устройств не гарантируется.

4. **Невосстанавливаемость.** Остановки в ходе работы вычислительной системы устраняются путем замены вышедших из строя устройств системы на запасные исправные устройства и перезапуска системы. Неисправные устройства системы не подлежат ремонту.

Функциональная организация отказоустойчивой системы

Отказоустойчивая вычислительная система в процессе работы решает следующие задачи.

1. **Вычислительная задача,** бесперебойное решение которой является основной задачей системы. Результаты, как правило, передаются через устройства ввода-вывода системы в ее окружение.

2. **Задача передачи данных,** заключающаяся в обеспечении связи между устройствами системы.

3. **Задача синхронизации устройств,** заключающаяся в обеспечении параллельной работы устройств системы.

4. **Задача обнаружения отказов,** заключающаяся в своевременном выявлении факта их наличия в системе (конкретное место при этом не имеет значения).

5. **Задача диагностики отказов,** заключающаяся в определении конкретного устройства, в котором произошел отказ.

6. **Задача изоляции отказов,** заключающаяся в своевременном исключении неисправного устрой-

ства из системы для предотвращения процесса распространения отказа.

7. **Задача маскировки отказов,** заключающаяся в обеспечении корректных результатов на выходе системы даже при наличии отказов в отдельных ее устройствах.

В процессе проектирования отказоустойчивая вычислительная система разбивается на подсистемы, каждая из которых решает одну или более из перечисленных выше задач. Однако если набор задач, решаемых системой, достаточно очевиден, то разбиение системы на подсистемы может производиться различными способами.

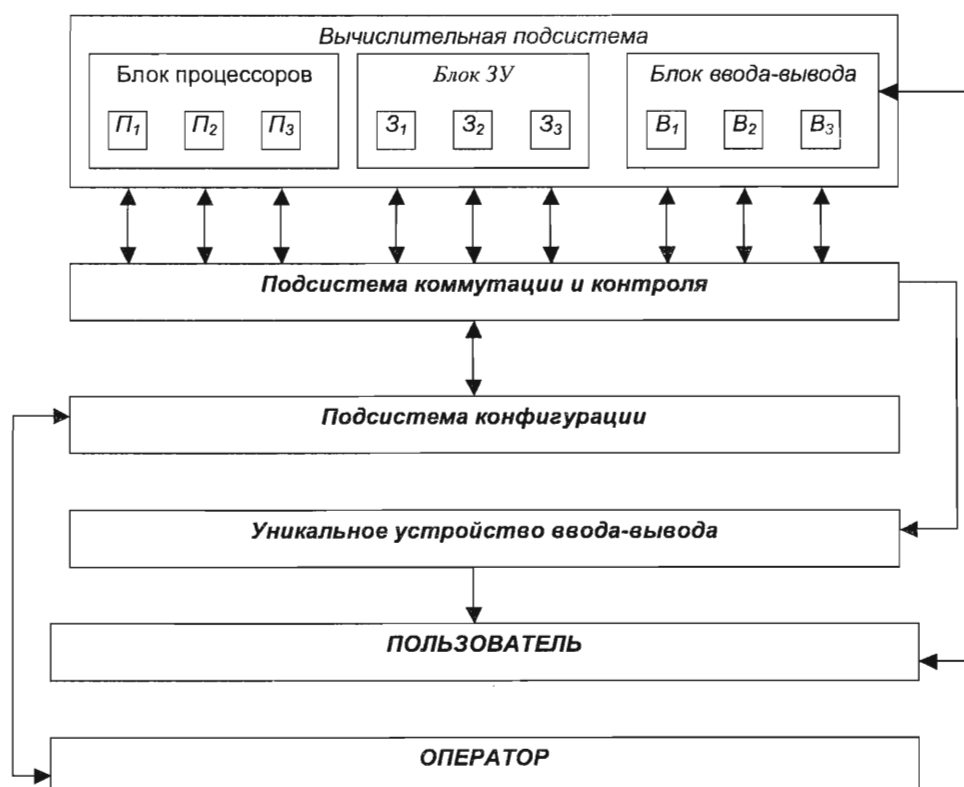
Основной подсистемой в любом случае является *вычислительная подсистема*, отвечающая за выполнение вычислительной задачи. В нее обычно входят процессоры, запоминающие устройства различного типа, устройства ввода-вывода.

Информационная связь между устройствами обеспечивается *коммутирующей подсистемой*, решающей задачу передачи данных и обычно также задачу синхронизации устройств. В нее входят магистралы и коммутаторы различных типов.

Остальные задачи специфичны для отказоустойчивой вычислительной системы. В простом случае в систему следует добавить *подсистему контроля надежности*, проверяющую корректность результатов различных устройств (например, путем сравнения их друг с другом) и решающую задачи обнаружения, маскировки и первичной диагностики отказов. Однако задача передачи данных от устройства к устройству предполагает также параллельную проверку корректности данных. В связи с этим, удобно объединить коммутирующую подсистему и подсистему контроля надежности в единую *подсистему коммутации и контроля*. Эта же подсистема, используя собранную информацию об отказах отдельных устройств, может решать задачу изоляции отказов.

Кроме этого, в систему добавляется *подсистема конфигурации*, собирающая информацию о сбоях и отказах от подсистемы контроля надежности. Подсистема конфигурации отображает эту информацию оператору и обеспечивает возможность ручного изменения конфигурации системы и проведение ее тестирования. Таким образом, подсистема конфигурации решает задачи восстановления системы и вторичной диагностики отказов.

Основными элементами окружения системы являются пользователь и оператор [5]. Пользователь – основной потребитель системы – связывается с системой через устройства ввода-вывода. Вид этих устройств зависит от класса решаемых задач – это может быть, например, монитор, отображающий результаты анализа информации, или двигатель, управляемый по некоторому алгоритму. Однако, в любом случае, некоторые устройства ввода-вывода должны присутствовать в системе в единственном экземпляре – решение о корректности тех или иных результатов должно приниматься внутри отказоустойчивой вычислительной системы. Такие устройства ввода-вывода будем называть *уникальными*.



■ Рис. 1. Функциональная схема отказоустойчивой системы и ее окружения

Оператор осуществляет замену неисправных устройств на исправные, проводит тестирование системы и ручную настройку ее конфигурации, если это требуется. Таким образом, оператор связан с подсистемой конфигурации.

Подобное распределение задач приводит к функциональной схеме системы, представленной на рис. 1.

Формализованная модель отказоустойчивых систем

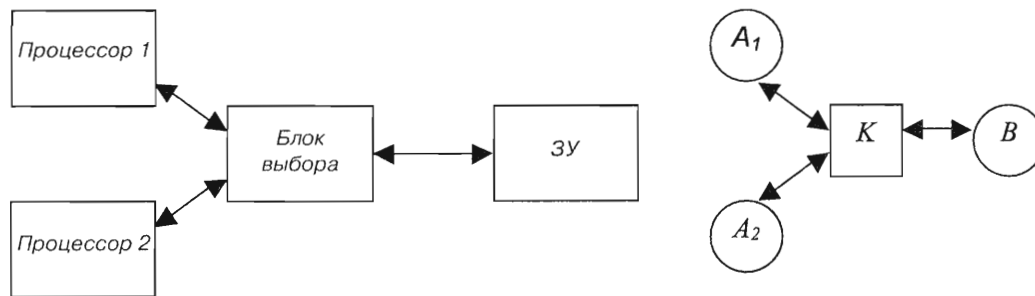
Основная задача следующего этапа синтеза системы – определение состава и количества блоков в вычислительной подсистеме и разработка структуры подсистемы коммутации и контроля надежности.

Пусть имеется вычислительная подсистема, состоящая из процессора, запоминающего устройства, устройств ввода-вывода и других устройств. Внутренняя структура подобных устройств для изменения недоступна, и все или некоторые из них не являются абсолютно надежными. Задача состоит в следующем. Используя, возможно, по несколько экземпляров каждого из устройств, соединить их с помощью системы коммутации и контроля в отказоустойчивую вычислительную систему. Подсистема коммутации и контроля не является готовой и подлежит разработке. На этапе системного проектирования при разработке структуры вычислительной системы для подсистемы коммутации и контроля определяются функциональные спецификации.

При синтезе и сравнительном анализе структур отказоустойчивой системы возможно абстрагирование от конкретной функциональности вычислительных устройств и набора передаваемых между ними сигналов. Интерес представляют виды устройств, используемых в системе, а также наличие либо отсутствие связей между ними. Адекватным аппаратом для такого абстрактного представления систем является теория графов [6, 7].

Основные функции устройств коммутации и контроля – это передача данных от входных устройств к выходным, контроль корректности результатов двух одинаковых устройств путем сравнения, определение двух исправных устройств из трех путем голосования, фиксация неисправности входного устройства путем набора статистики и т. д. Заменим устройства системы вершинами графа, а связи между ними – направленными дугами графа. Например, рассмотрим систему, в состав которой входят два процессора и одно запоминающее устройство.

Граф однозначно определяет структуру системы. Для контроля текущего состояния системы введем переменные *состояния устройств* (здесь имеется в виду фактическое состояние устройства, оно не всегда известно другим устройствам системы и вне системы). Изначально все устройства находятся в *рабочем состоянии W*. Если извне поступает команда остановки, либо устройство замечает внутреннюю ошибку (если у него есть такая возможность), оно переходит в *состояние остановки S*.



■ Рис. 2. Преобразование структуры простой системы в граф

Если же на вход устройства поступают неправильные данные извне либо происходит внутренний незамеченный отказ, искажающий выходные данные, оно переходит в *состояние аварии F*. В последнем случае само устройство не может определить некорректность своего состояния. В большинстве случаев авария устройства диагностируется одним или несколькими устройствами коммутации и контроля.

Устройство подсистемы коммутации и контроля, на входы которого поступает несколько результатов от одинаковых устройств, в случае поступления неправильных данных на один из входов останавливается, если сравнивалось два результата, или продолжает работать, если результатов было три или более. Например, в системе, представленной на рис. 2, отказ ЗУ приводит к переходу блока выбора в состояние *F*, отказ процессора 1 приводит к переходу блока выбора в состояние *S*. Если добавить в систему процессор 3, отказ процессора 1 не приведет к изменению состояния блока выбора – правильные данные будут установлены мажоритарным.

Отказ любого устройства системы может привести к изменению состояния системы в целом. Система находится в рабочем состоянии *W*, если в ней присутствует хотя бы минимальный набор работающих устройств, связанных друг с другом. Требования к минимальному набору определяются в дальнейшем.

Если это условие не выполняется, система переходит в состояние остановки *S* или аварии *F*. Критерий остановки – переход хотя бы одного устройства системы в состояние *S*. При этом считается, что некорректное состояние системы диагностировано одним из устройств коммутации и контроля, перешедшим в состояние *S*.

В противном случае система переходит в состояние аварии. Состояние аварии системы может быть диагностировано только устройствами, внешними по отношению к системе.

Для работоспособности системы, приведенной на рис. 2, требуется, чтобы все четыре ее устройства находились в состоянии *W*. Отказ любого процессора приводит к остановке системы, отказ других устройств приводит к аварии.

Для формализации сравнительного анализа структур отказоустойчивой системы зададим систему правил представления системы графом и пра-

вила его преобразования при изменении состояния устройств системы.

Система правил построения и работы с графом отказоустойчивой системы¹

Правила представления системы в виде графа (группа I).

1. Система может быть представлена в виде изоморфного ей ориентированного графа [6], при этом каждое устройство системы будет изоморфно одной из вершин графа, а каждая связь системы будет изоморфна одной из дуг графа. Для любой пары вершин (*A*, *B*) существует не более одной дуги $A \rightarrow B$ (с учетом направления дуги). Если существует дуга $A \rightarrow B$, в дальнейшем будем говорить, что вершина *A* – входная для вершины *B*, а вершина *B* – выходная для вершины *A*. В графе отсутствуют петли $A \rightarrow A$ для любой вершины *A*. В дальнейшем изоморфный данной системе граф будет называться графом системы. Все потоки данных от устройства *A* к устройству *B* обозначаются одной дугой. Потоки данных внутри одного устройства на графе не отображаются.

2. Множество вершин графа делится на два непересекающихся подмножества: подмножество основных вершин и подмножество промежуточных вершин. Устройства вычислительной подсистемы представляются основными вершинами (на рисунках они круглые), устройства подсистемы коммутации и контроля – промежуточными вершинами (на рисунках они квадратные). Подсистема конфигурации на графе не отображается. Следует учитывать, что задача передачи информации в системе решается устройствами коммутации и контроля, поэтому возможные искажения данных происходят в промежуточных вершинах, а не в дугах графа системы. Дуги при этом считаются идеально надежными, так как отображают не линии передачи информации, а подключение одного устройства системы к другому.

Правила соединения вершин графа системы (группа II).

1. Основные вершины в графе могут быть связаны только через одну или несколько промежуточных

¹ Прямым шрифтом записан непосредственно текст правил, курсивом – комментарии и примеры к нему.

вершин. Множество основных вершин, не связанных непосредственно, называют независимым, или внутренне устойчивым [6, 7]. Множество промежуточных вершин при этом называют доминирующим, или внешне устойчивым [6, 7]. Правило отражает тот факт, что задачу передачи информации решают промежуточные вершины (см. правило 1.2 и рис. 3).

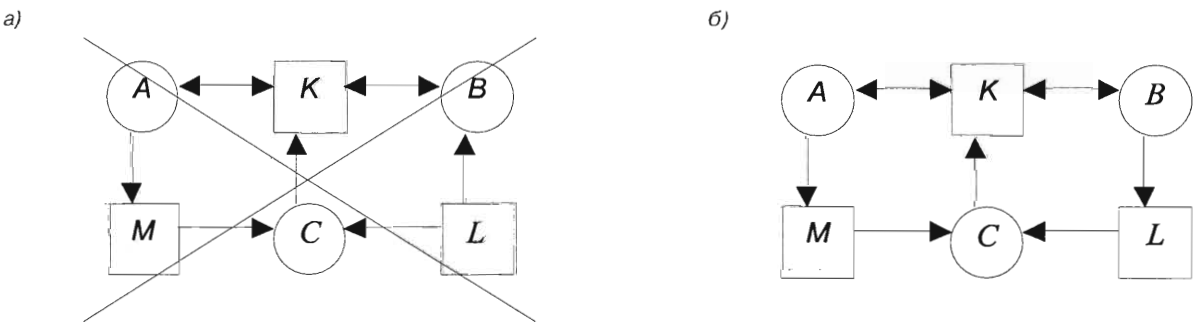
2. Для обеспечения информационного взаимодействия вычислительных устройств в системе любые две основные вершины графа A и B должны быть взаимодостижимыми [6, 7], т. е. существует цепь $A \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots \rightarrow C_n \rightarrow B$ и цепь $B \rightarrow D_1 \rightarrow D_2 \rightarrow \dots \rightarrow D_m \rightarrow A$. Любая промежуточная вершина должна использоваться для передачи информации, т. е. для промежуточной вершины K должны существовать две основные вершины A и B , такие, что существует цепь $A \rightarrow C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_n \rightarrow K \rightarrow D_1 \rightarrow \dots \rightarrow D_m \rightarrow B$ (иначе соответствующее вершине устройство бесполезно и может быть удалено). Из этих двух требований следует сильносвязность любого графа системы (все основные вершины связаны друг с дру-

гом, а все промежуточные связаны по входу и выходу хотя бы с одной основной). Правило отражает возможность передачи информации между любыми двумя устройствами системы. На рис. 4, а, в графе слева нет ни одной цепи, ведущей в вершину L – граф является слабосвязным. Изменив направление связи $L \rightarrow B$, получим сильносвязный граф (рис. 4, б).

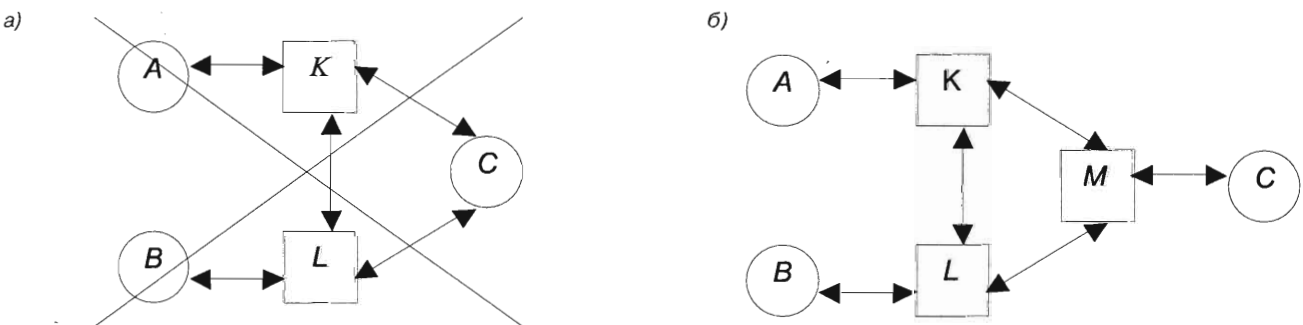
3. У всех вычислительных устройств входы присутствуют в одном экземпляре (устройства имеют одну входную шину); коммутация данных, поступивших от различных вычислительных устройств, происходит в подсистеме коммутации и контроля. Поэтому все основные вершины графа могут иметь только одну входящую дугу. Этого можно достигнуть следующим преобразованием графа: все основные вершины A , в которые входит более одной дуги, расщепляются на пару $F \rightarrow B$, после чего все входные вершины для A становятся входными для F , а все выходные вершины для A становятся выходными для B . Промежуточные вершины, входные для основных вершин, в дальнейшем называются формирующи-



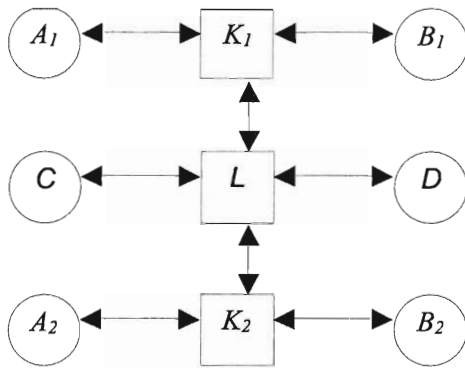
■ Рис. 3. Неправильная (а) и правильная (б) связь основных вершин



■ Рис. 4. Пример слабосвязного (а) и сильносвязного (б) графа системы



■ Рис. 5. Неправильная (а) и правильная (б) конфигурация промежуточных вершин



■ Рис. 6. Промежуточные вершины одного типа (K_1, K_2) и другого типа (L)

ми вершинами. На рис. 5, а, у основной вершины C две входных вершины K и L , что ошибочно. Для устранения ошибки в граф добавляется промежуточная вершина M – формирующая для вершины C (рис. 5, б).

Правила введения типов вершин (группа III).

1. В отказоустойчивой вычислительной системе существуют устройства, имеющие одинаковую внутреннюю структуру и выполняющие идентичные операции во время работы системы. Про такие устройства будем говорить, что они имеют один и тот же тип, и сопоставим им вершины графа системы, также имеющие один и тот же тип. На рисунках вершины одного типа имеют одинаковую первую букву в названии.

2. Основная вершина A и промежуточная вершина K всегда имеют различные типы, так как изоморфные им устройства всегда выполняют в системе различные операции.

3. Устройства коммутации и контроля можно считать выполняющими идентичные операции в том и только в том случае, когда у них совпадают как входные, так и выходные потоки данных. Входные потоки данных совпадают, если формируются устройствами одного типа. Выходные потоки данных совпадают, если принимаются устройствами одного типа. По этой причине тип промежуточных вершин инвариантен относительно любого автоморфизма графа, сохраняющего множества основных и промежуточных вершин графа, а также типы основных вершин графа (назовем такой автоморфизм системным). Автоморфизм графа – взаимно однозначное преобразование его вершин, сохраняющее все отношения смежности «входная вершина – выходная вершина» [6, 7]. Иначе говоря, промежуточные вершины A и B относятся к одному типу тогда и только тогда, когда существует системный автоморфизм, ставящий их в соответствие. На рис. 6 вершины K_1 и K_2 имеют одинаковый тип, а вершина L имеет другой тип. Преобразование $A_1 \leftrightarrow A_2, B_1 \leftrightarrow B_2, K_1 \leftrightarrow K_2$ сохраняет все отношения смежности, множества вершин и типы основных вершин и ставит в соответствие вершины K_1 и K_2 .

Следствия из группы III.

1. Если промежуточные вершины K_1 и K_2 принадлежат к одному типу и вершина L_1 является входной для K_1 , то существует вершина L_2 – входная для K_2 , тип которой совпадает с L_1 (возможно, вершины L_2 и L_1 совпадают). Следует из правила III.3.

2. Если промежуточные вершины K_1 и K_2 принадлежат к одному типу, и вершина L_1 является выходной для K_1 , то существует вершина L_2 – выходная для K_2 , тип которой совпадает с L_1 (возможно, вершины L_2 и L_1 совпадают). Следует из правила III.3.

3. Если основные вершины A_1 и A_2 принадлежат к одному типу, то их формирующие вершины F_1 и F_2 также принадлежат к одному типу. Аналог следствия 1 для основных вершин. Отметим, что аналог следствия 2 для основных вершин может и не выполняться.

Правила изменения состояний вершин (группа IV).

1. Любая вершина всегда находится в одном из трех состояний: работа W (Work), остановка S (Stop), авария F (Fail). Состояния устройств системы представляются состояниями вершин графа. Напомним, что здесь имеется в виду фактическое состояние устройства.

2. Состояние вершин графа меняется с течением времени. В начальный момент времени все вершины графа находятся в состоянии W . Правило отображает момент начального пуска системы, когда она находится в полной конфигурации.

3. Вершина, однажды оказавшаяся в состоянии S или F , в последующие моменты времени не изменяет свое состояние. Как было сказано выше, возможность восстановления системы не рассматривается.

4. В любой вершине A , находящейся в состоянии W , в произвольный момент времени может произойти событие, называемое отказом, причем отказ может быть обнаруженным или нет. Если происходит обнаруженный отказ, вершина переходит в состояние S . Если происходит необнаруженный отказ, вершина переходит в состояние F . Правило отображает внутренние отказы устройств системы. Отказ будет обнаруженным, если о нем сообщит внутренняя система контроля данного устройства. В дальнейшем, если не указано противное, отказ считается необнаруженным.

5. Изменение состояния вершины A может повлечь за собой изменение состояния вершины B , находящейся в состоянии W и являющейся выходной для вершины A . Если состояние вершины B меняется – это происходит в тот же момент времени, когда изменилось состояние вершины A . Правило отображает возможность распространения отказа по цепи.

Правила распространения отказа (группа V).

1. Изменение состояния любой формирующей вершины F приводит к тому, что все основные вер-

шины A , выходные для вершины F , переходят в то же самое состояние. Это означает, что остановившееся устройство коммутации и контроля отправляет сигнал остановки во все связанные с ним вычислительные устройства, а отказавшее устройство коммутации и контроля передает на вход всем связанным с ним вычислительным устройствам неверные данные.

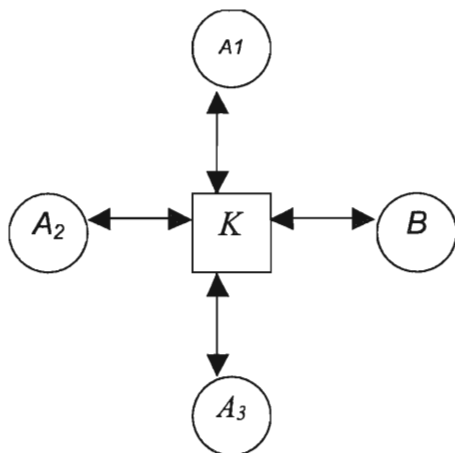
2. Пусть промежуточная вершина K находится в состоянии W , а входная для нее вершина A_j изменяет свое состояние. Тогда последующее состояние вершины K будет зависеть от количества вершин A_j , входных для вершины K , находящихся в состоянии W и принадлежащих к одному типу с вершиной A_j .

Если не существует ни одной вершины A_j , вершина K переходит в то же состояние, в которое перешла вершина A_j , ситуация с отсутствием резерва, остановившееся устройство останавливает и все свои выходные устройства, отказавшее устройство передает им на вход неверные данные.

Если существует ровно одна вершина A_j , вершина K переходит в состояние S , контроль сравнением, данные, поступившие на вход от двух идентичных устройств, не совпадают, устройство останавливает свою работу.

Если существует более одной вершины A_j , вершина K остается в состоянии W , контроль голосованием, данные, поступившие на вход от одного из устройств, не совпадают с результатами двух других. Входное устройство признается отказавшим, устройство коммутации и контроля продолжает свою работу в урезанной конфигурации.

На рис. 7 отказ вершины B приводит к переходу вершины K в состояние F (отсутствие контроля). Отказ любой одной вершины типа A оставляет вершину K в состоянии W (контроль голосованием, система продолжает работу в неполной конфигурации с двумя вершинами типа A). Отказ второй вершины типа A переводит вершину K в состояние S (контроль сравнением).



■ Рис. 7. Иллюстрация распространения отказа в промежуточную вершину

Правила изменения состояния графа (группа VI).

1. Граф находится в одном из трех состояний: работа W , остановка S , авария F . «Состояние графа» соответствует состоянию системы, изоморфной ему.

2. Состояние графа не меняется, если не меняются состояния его вершин.

3. Граф, однажды оказавшийся в состоянии S или F , не меняет свое состояние.

4. Изменение состояния вершин графа может повлечь за собой переход графа из состояния W в состояние S или F .

5. Граф находится в состоянии W , если и только если существует сильносвязанный подграф из вершин, находящихся в состоянии W , среди которых имеется хотя бы одна основная вершина каждого типа. Пока в системе остается работающее вычислительное устройство каждого типа, система функционирует.

6. Пусть граф находился в состоянии W и произошел отказ одной из его вершин. Если граф перестал находиться в состоянии W (условие правила 5 не выполняется) и хотя бы одна основная вершина, непосредственно перед отказом находившаяся в состоянии W , перешла в состояние S , граф также переходит в состояние S ; в обратном случае граф переходит в состояние F . Правило задает условие безопасности отказа системы. На рис. 7 отказ вершины B или K переводит граф в состояние F , отказ одной вершины типа A оставляет граф в состоянии W , отказ второй вершины типа A переводит граф в состояние S .

Условия безопасности систем

Очевидно, что для любого графа системы существуют последовательности отказов, выводящие граф из состояния W – ведь после отказа всех вершин графа, по правилу VI.5, он не может находиться в состоянии W . Для обеспечения безопасности ситуация несколько иная. Можно построить граф так, чтобы любая последовательность отказов устройств в системе не могла привести к аварии – к ней может привести только одновременный отказ хотя бы двух устройств, и то не всегда. Одновременные отказы при дальнейшем рассмотрении не учитываются, так как они происходят гораздо реже последовательных.

Для иллюстрации применения модели рассмотрим требования к безопасным системам.

Отсутствие решающих вершин. Будем называть некоторую вершину графа решающей, если в графе не существует другой вершины, тип которой совпадает с данной. Справедливо следующее утверждение.

Пусть в графе существует цепочка $\alpha \rightarrow K_1 \rightarrow \dots \rightarrow K_n$, α – решающая вершина, K_1, \dots, K_n – произволь-

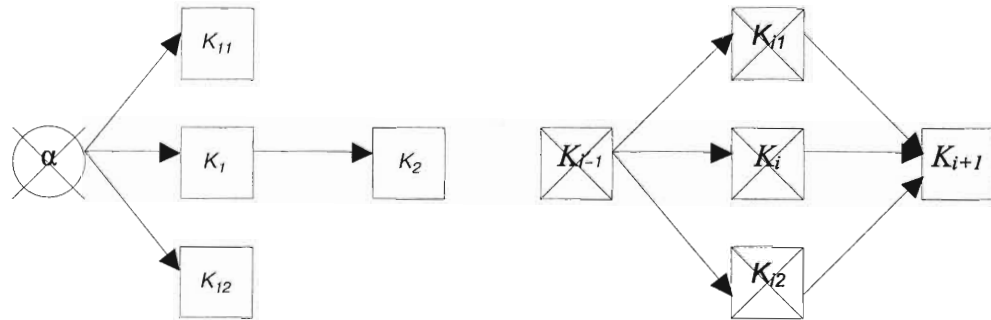


Рис. 8. Индуктивная база и индуктивный переход

ные основные или промежуточные вершины. Тогда переход вершины α в состояние F вызовет переход в состояние F всех вершин из этой цепочки.

Докажем по индукции, что все вершины цепочки перейдут в состояние F .

Б а з а. Поскольку для вершины K_1 нет второй входной вершины, тип которой совпадает с α (вершина α – решающая), по правилу V.2 вершина K_1 перейдет также в состояние F . Кроме того, если в графе есть вершины, тип которых совпадает с K_1 , они также перейдут в состояние F , поскольку по следствию III.1 вершина α должна быть для них входной. Таким образом, переход вершины α в состояние F вызывает переход всех узлов типа K_1 в состояние F .

П е р е х о д. Пусть переход всех вершин типа $K_i - 1$ в состояние F вызывает переход всех вершин типа K_i в состояние F . У вершины $K_i + 1$ (или вершины, тип которой совпадает с $K_i + 1$) может быть несколько входных вершин типа K_i , однако все они перейдут в состояние F – по индуктивному предположению. Поэтому все вершины типа $K_i + 1$ также перейдут в состояние F – индуктивный переход доказан. Лемма доказана (рис. 8).

Так как граф системы является сильно связным (правило II.2), для любой вершины X существует цепочка $\alpha \rightarrow L_1 \rightarrow \dots \rightarrow LN \rightarrow X$. Отсюда следует, что отказ вершины α вызывает переход всех вершин графа в состояние F и, как следствие (правило VI.6), переход графа в состояние F . Поэтому в графе безопасной системы не может быть решающих вершин.

Наличие дублированного контроля. Если граф некоторой системы безопасен, то выполняется одно из двух следующих условий.

1. В графе присутствуют две промежуточные вершины одного типа K_1 и K_2 , и у каждой из них есть входная промежуточная вершина такого же типа (в том числе, они могут быть входными друг для друга).

2. В графе присутствуют две промежуточные вершины L и M (необязательно одного типа), и у каждой из них имеется как минимум две входные вершины одного типа.

Устройства коммутации и контроля также могут выходить из строя. Для безопасности системы необходимо, чтобы устройства коммутации и контроля были дублированы, и чтобы каждое из них осуществляло сравнение результатов – либо двух вычислительных устройств (2), либо своих и такого же устройства коммутации и контроля (1).

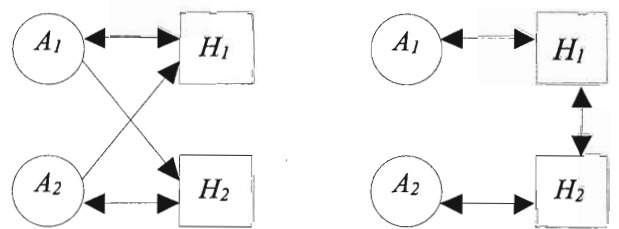


Рис. 9. Варианты графа надежной и безопасной системы с парой основных вершин одного типа

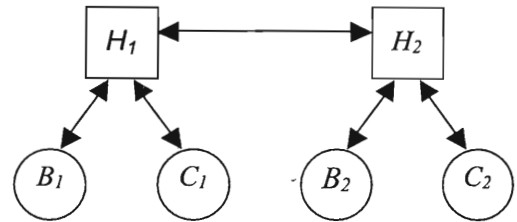


Рис. 10. Безопасный граф с двумя парами основных вершин

Докажем это утверждение. В безопасном графе должна существовать некоторая вершина, которая при переходе в состояние F одной из своих входных вершин сама не перейдет в состояние F (если это условие не выполнено, отказ любой вершины автоматически приводит к переходу всех вершин системы в состояние F). Возможны два варианта такой вершины.

1. У вершины K_1 имеется входная вершина K_2 такого же типа. Автоматически это означает, что у вершины K_2 есть входная вершина того же типа, что и K_1 (следствие III.1).

2. У вершины L имеются две входные вершины одного типа. Если такая вершина единственна, ее отказ автоматически приведет к переходу в состояние F всех остальных вершин системы – а значит, система не безопасна. Поэтому должна иметься вторая вершина M с двумя входными вершинами одного типа, либо должно быть выполнено условие 1.

Для графа системы с парой основных вершин одного типа два этих условия приводят к двум наиболее простым структурам (рис. 9).

Граф надежной и безопасной системы с двумя и более парами основных вершин строится аналогично

но. Поскольку в рассмотренных структурах отказ любого устройства приведет как минимум к остановке системы, достаточно присутствия в графе двух промежуточных вершин. Возможная структура изображена на рис. 10.

Заключение

Таким образом, применив построенную модель, мы получили ответ на вопрос – как построить безо-

пасную систему наиболее простым способом. Для синтеза с помощью построенной модели системы с наиболее надежной или безопасной структурой модель необходимо дополнить методикой оценки надежности и безопасности системы по характеристикам отдельных ее устройств. В частности, с ее помощью можно доказать, что приведенные на рис. 9, 10 структуры являются наиболее дешевыми и безопасными для заданного набора основных вершин, как будет показано в дальнейших исследованиях.

Литература

1. **Пирс У.** Построение надежных вычислительных машин. – М.: Мир, 1968. – 270 с.
2. **Рябинин И. А.** Надежность и безопасность структурно-сложных систем. – СПб.: Политехника, 2000. – 248 с.
3. **Черкесов Г. Н.** Надежность аппаратно-программных комплексов. – СПб.: Питер, 2005. – 480 с.
4. **Нечипоренко В. И.** Структурный анализ систем. – М.: Советское радио, 1977. – 216 с.
5. **Heimendinger W., Weinstock C.** A conceptual framework for system fault tolerance. – Pittsburgh (PA): Carnegie Melon University, 1992. – 36 p.
6. **Алгоритмы** и программы решения задач на графах и сетях / Под ред. М. И. Нечепуренко – Новосибирск: Наука, 1990. – 520 с.
7. **Оре О.** Теория графов. – М.: Наука, 1980. – 336 с.

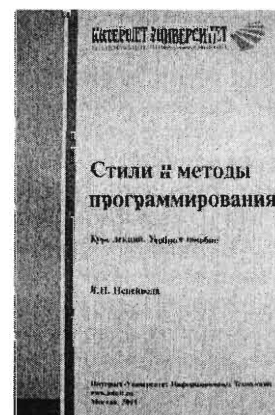
Н. Н. Непейвода

Стили и методы программирования / Курс лекций. Учеб. пособ. Серия «Основы информационных технологий» – М.: Интернет-университет Информационных технологий, 2005. – 320 с.: ил. ISBN 5-9556-0023-X, тираж 2000 экз.

Данный курс лекций рассчитан на читателей, обладающих начальными умениями структурного программирования на традиционном языке и не исключает начальных умений программирования на одном из языков других стилей. Базовые умения для других стилей программирования могут быть получены по ходу изучения курса, для чего в него включены необходимые сведения и упражнения.

Пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям в области информационных технологий.

Информацию о приобретении книги можно получить на сайте: www.intuit.ru



УДК 681.3.07

ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ НА ОСНОВЕ ВИРТУАЛЬНЫХ МЕТОДОВ

Д. Г. Шопырин,
старший программист
ЗАО «Транзас технологии»

В работе рассматривается проблема совместного использования объектно-ориентированной и автоматнo-ориентированной технологий программирования. Подробно обсуждаются вопросы интеграции автомата в объектно-ориентированную систему и реализации автомата в объектно-ориентированном стиле.

The paper addresses the problem of merging object-oriented and automaton-based programming technologies. There are two major questions how to integrate an automaton into an object-oriented system and how to implement an automaton in the object-oriented fashion.

Введение

Проблема совместного использования объектно-ориентированной и автоматнo-ориентированной технологий программирования рассмотрена в работах [1–6].

В традиционной объектно-ориентированной системе объекты взаимодействуют между собой через интерфейсы. Каждый интерфейс – это контракт между объектом и его клиентами. Интерфейс определяет один или более методов. Каждый метод может рассматриваться как событие (сообщение) с параметрами и, возможно, возвращаемым значением.

Система может содержать *объекты с выделенным состоянием*. Поведение таких объектов зависит от *состояния*, которое может быть представлено в виде скалярного значения. Текущее состояние объекта выделено. Одним из способов описания такого поведения являются *конечные автоматы*.

Объект с выделенным состоянием может быть реализован посредством следующей трехуровневой структуры:

- 1) традиционный объектно-ориентированный интерфейс;
- 2) промежуточный уровень, конвертирующий методы в события;
- 3) контекст, реализующий логику с выделенным состоянием.

Предлагаемый в данной работе подход удовлетворяет основным принципам объектно-ориентированной парадигмы.

1. *Инкапсуляция*. Факт наличия логики с выделенным состоянием скрыт от клиентов объекта.

2. *Полиморфизм*. Если имеется несколько объектов с разным поведением, но с одинаковым интерфейсом, то клиент может взаимодействовать с ними универсальным способом.

3. *Наследование*. Поведение объекта с выделенным состоянием может быть расширено с помощью стандартного механизма наследования.

Объектно-ориентированный интерфейс

На интерфейс объекта с выделенным состоянием не накладывается никаких дополнительных ограничений. Интерфейс может содержать любое количество методов. Метод может принимать произвольное число параметров и иметь возвращаемое значение. Некоторые методы могут быть объявлены константными.

Например, интерфейс, предназначенный для управления доступом к файлу, реализуется следующим образом:

```
struct IFileAccess {
    virtual void Open( string const& _mode ) = 0;
    virtual void Close() = 0;
    virtual bool CanRead() const = 0;
    virtual bool CanWrite() const = 0;
};
```

Промежуточный уровень

Промежуточный уровень представлен классом, реализующим все методы интерфейса. Этот класс не содержит какой-либо логики, связанной с пове-

дением объекта, и является посредником между объектно-ориентированной системой и автоматом, реализующим логику объекта.

При вызове метода интерфейса выполняется следующая последовательность действий:

создается объект-событие, содержащий информацию о вызванном методе и переданных параметрах;

объект-событие обрабатывается базовым конечным автоматом;

клиенту передается возвращаемое значение и выходные параметры вызванного метода.

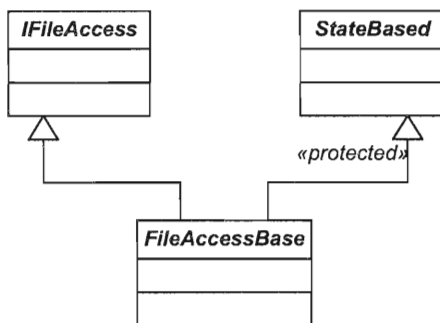
Промежуточный класс `FileAccessBase` должен быть унаследован от интерфейса и служебного класса `StateBased`, как показано на рис. 1.

Класс `StateBased` обеспечивает базовую функциональность, необходимую для применения данного подхода.

Рассмотрим пример реализации промежуточного уровня. Во-первых, для каждого метода интерфейса должен быть определен специализированный тип объекта-события. Эти типы должны быть унаследованы от класса `StateBased::Event`. Других требований к объектам-событиям не предъявляется. Эти типы могут быть вложены в класс `FileAccessBase`.

```
class FileAccessBase : public virtual
IFileAccess,
protected virtual StateBased {
protected:
    struct EOpen : public Event {
        EOpen( string const& _mode ) : mode( _mode )
    }
    string const& GetMode() const {
        return mode;
    }
private:
    EOpen& operator=( EOpen const& );
    string const mode;
};

struct EClose : public Event {};
struct BoolEvent : public Event {
    BoolEvent() : result( false ) {}
    bool GetResult() {
        return result;
    }
}
```



■ Рис. 1. Схема наследования промежуточного класса (уровня)

```
bool SetResult( bool _result ) {
    result = _result;
    return true;
}
private:
    bool result;
};
struct ECanRead : public BoolEvent {};
struct ECanWrite : public BoolEvent {};
/*...*/
};
```

Во-вторых, должны быть реализованы все методы интерфейса. Их реализации имеют одинаковую структуру – на стеке создается соответствующий объект-событие и передается методу `StateBased::Execute()`.

```
class FileAccessBase : public virtual
IFileAccess,
protected virtual StateBased {
/*...*/
public:
    virtual void Open( string const& _mode ) {
        EOpen event( _mode );
        Execute( event );
    }
    virtual void Close() {
        EClose event;
        Execute( event );
    }
    virtual bool CanRead() const {
        ECanRead event;
        Execute( event );
        return event.GetResult();
    }
    virtual bool CanWrite() const {
        ECanWrite event;
        Execute( event );
        return event.GetResult();
    }
};
```

Контекст и логика с выделенным состоянием

В данной работе используется такое средство описания конечных автоматов, как граф переходов. Разновидности графов переходов применяются в `Statecharts` [7], `SyncCharts` [8], `SWITCH`-технологии [9] и т. д.

Каждое состояние автомата на графе переходов изображается в виде прямоугольника с закругленными углами, каждый переход – в виде дуги. Дуги помечаются в формате <условие>/[<действие>]. Квадратные скобки означают, что действие необязательно.

Пример графа переходов показан на рис. 2. Этот автомат позволяет иметь два режима доступа к файлу – `reading` и `writing`.

В качестве основных средств реализации графов переходов используются:

таблицы функций переходов и выходов;

оператор switch с вложенными условными операторами if (этот метод применяется в SWITCH-технологии).

В настоящей работе предлагается новый метод, основанный на встроенном механизме виртуальных функций. Пространство состояний автомата отображается на множество виртуальных методов. Каждый такой метод называется *методом состояния*. В дальнейшем, если не указано иное, то вместо введенного термина используется слово метод.

Введенные методы имеют одинаковую сигнатуру. Каждое состояние автомата соответствует одному и только одному методу. Экземпляр объекта с выделенным состоянием хранит текущее состояние в виде ссылки на метод, соответствующий этому состоянию. Существует специальный метод main, соответствующий начальному состоянию.

Каждый метод возвращает значение true, если переход был осуществлен, и значение false – в противном случае. Если в процессе обработки события не было совершено ни одного перехода, то класс StateBased обеспечивает генерацию исключения StateBase::UnexpectedOperation.

Учитывая данные предположения, автомат, изображенный на рис. 2, может быть реализован следующим образом:

```
class FileAccess : public FileAccessBase {
protected:
    virtual bool main( Event& _event ) {
        if ( EOpen* e = EventCast< EOpen >( _event ) )
    } {
        if ( e->GetMode() == "r" )
            return NextState( *this,
                &FileAccess::reading );
        else if ( e->GetMode() == "w" )
            return NextState( *this,
                &FileAccess::writing );
        }
        return false;
    }
    virtual bool reading( Event& _event ) {
        if ( ECanRead* e = EventCast< ECanRead >(
            _event ) )
            return e->SetResult( true );
        else if ( ECanWrite* e = EventCast<
            ECanWrite >( _event ) )
```

```
        return e->SetResult( false );
        else if ( EClose* e = EventCast< EClose >(
            _event ) )
            return NextState( *this, &FileAccess::main );
        return false;
    }
    virtual bool writing( Event& _event ) {
        if ( ECanRead* e = EventCast< ECanRead >(
            _event ) )
            return e->SetResult( false );
        else if ( ECanWrite* e = EventCast<
            ECanWrite >( _event ) )
            return e->SetResult( true );
        else if ( EClose* e = EventCast< EClose >(
            _event ) )
            return NextState( *this, &FileAccess::main );
        return false;
    }
};
```

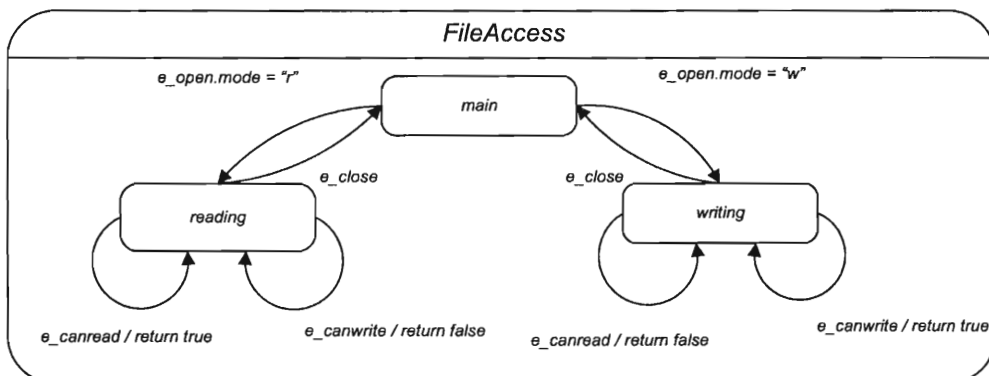
Расширение логики посредством наследования

Основное достоинство предлагаемого метода – возможность наследования. Поведение объекта в каком-то конкретном состоянии может быть изменено или расширено. В автомат могут быть добавлены новые состояния.

Например, в рассмотренный выше класс FileAccess может быть добавлен смешанный режим запись/чтение. Граф переходов автомата RWFileAccess, расширенного введением состояния readwriting, показан на рис. 3.

Звездочка над названием состояния main означает, что данное состояние расширено – все переходы из состояния main в другие состояния сохранены в новом автомате. Приведем реализацию расширенной версии автомата.

```
class RWFileAccess : public FileAccess {
protected:
    virtual bool main( Event& _event ) {
        if ( FileAccess::main( _event ) )
            return true;
        if ( EOpen* e = EventCast< EOpen >( _event ) )
            if ( e->GetMode() == "rw" )
                return NextState( *this,
                    &RWFileAccess::readwriting );
```



■ Рис. 2. Граф переходов для класса FileAccess

```

return false;
}
virtual bool readwriting( Event& _event ) {
    if ( ECanRead* e = EventCast< ECanRead >(
_event ) )
        return e->SetResult( true );
    else if ( ECanWrite* e = EventCast<
ECanWrite >( _event ) )
        return e->SetResult( true );
    else if ( EClose* e = EventCast< EClose >(
_event ) )
        return NextState( *this,
&RWFileAccess::main );
    return false;
}
};
    
```

При таком подходе возможно применение множественного наследования, что позволяет объединять логику нескольких автоматов. Для этого вводятся дополнительные требования:

интерфейс объекта и служебный класс StateBased должны наследоваться виртуально;

в классе автомата, являющегося потомком нескольких автоматов, должен быть переопределен метод main.

Последнее необходимо для устранения неоднозначности вызова метода main результирующего автомата.

Например, пусть задан класс AppendFileAccess, граф переходов которого изображен на рис. 4.

Реализуем этот класс:

```

class AppendFileAccess : public FileAccessBase {
protected:
    virtual bool main( Event& _event ) {
        if ( EOpen* e = EventCast< EOpen >( _event )
)
            if ( e->GetMode() == "a" )
                return NextState( *this,
&AppendFileAccess::appending );
            return false;
    }
}
    
```

```

virtual bool appending( Event& _event ) {
    if ( ECanRead* e = EventCast< ECanRead >(
_event ) )
        return e->SetResult( false );
    else if ( ECanWrite* e = EventCast<
ECanWrite >( _event ) )
        return e->SetResult( true );
    else if ( EClose* e = EventCast< EClose >(
_event ) )
        return NextState( *this,
&AppendFileAccess::main );
    return false;
}
};
    
```

Пусть требуется объединить логику классов AppendFileAccess и RWFileAccess в одном объекте, который может работать в четырех режимах – reading, writing, readwriting и appending. Граф переходов соответствующего автомата изображен на рис. 5.

Данный автомат может быть реализован следующим образом:

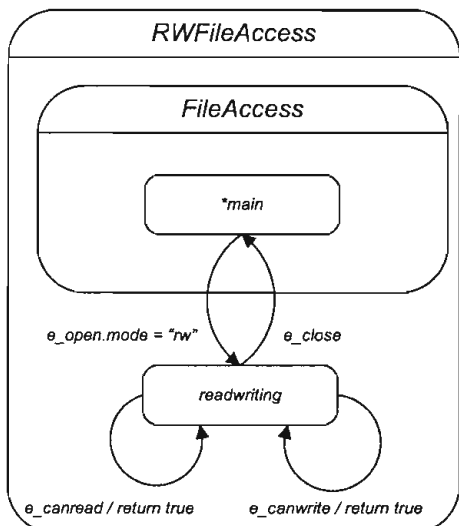
```

class RWAFileAccess : public RWFileAccess,
public AppendFileAccess {
protected:
    virtual bool main( Event& _event ) {
        if ( RWFileAccess::main( _event ) )
            return true;
        if ( AppendFileAccess::main( _event ) )
            return true;
        return false;
    }
};
    
```

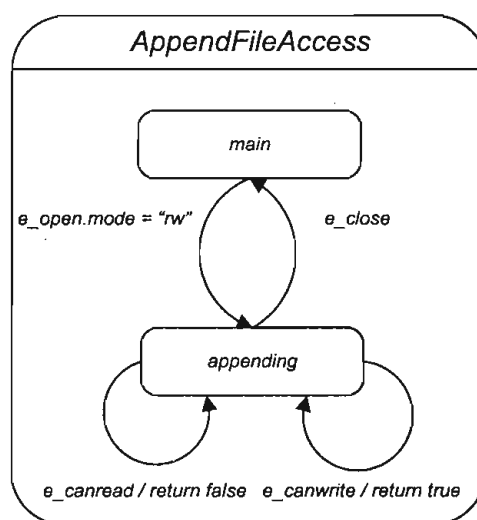
Детали реализации

Все объекты с выделенным состоянием должны наследоваться от служебного класса StateBased. Этот класс предоставляет:

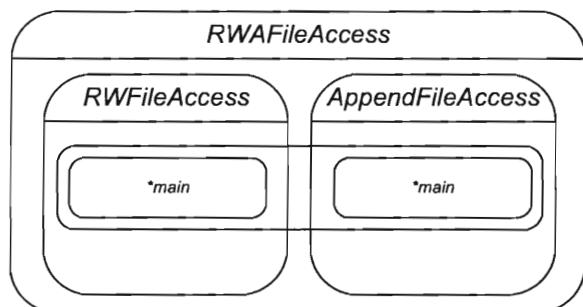
базовый для объектов-событий класс StateBased::Event;



■ Рис. 3. Граф переходов для класса RWFileAccess



■ Рис. 4. Граф переходов для класса AppendFileAccess



■ Рис. 5. Граф переходов для класса RWAFileAccess

константную и неконстантную версии метода Execute(), который используется на промежуточном уровне для обращения к контексту;

метод nextState(), применяемый для изменения состояния объекта;

шаблонный метод eventCast(), используемый для выражения конкретного типа объекта-события.

Реализация константных методов интерфейса. К сожалению, механизм автоматического контроля константности объекта во время выполнения метода состояния не доступен. Это объясняется тем, что в предлагаемом подходе в процессе конструирования объекта с выделенным состоянием запоминается неконстантная ссылка на текущий экземпляр. В процессе вызова константного метода интерфейса используется неконстантная ссылка, что не позволяет применять встроенный механизм контроля константности объекта.

Для устранения этого недостатка класс StateBased автоматически контролирует константность состояния объекта во время выполнения. Если вызван константный метод интерфейса и он пытается вызвать метод nextState(), то классом StateBased гарантируется генерация исключения StateBased::ReadOnlyViolation.

Константность вспомогательных данных должна контролироваться вручную. Если метод состояния пытается получить неконстантный доступ к данным и метод StateBased::IsImmutable() возвращает true, то программистом должно быть сгенерировано указанное выше исключение.

Заключение

В данной работе описан основанный на виртуальных методах способ объектно-ориентированной реализации объектов, в которых текущее состояние выделено. Его основным достоинством является возможность расширения логики автомата с помощью наследования.

Предлагаемый подход применим при выполнении следующих условий:

существует множество объектов с одинаковым интерфейсом, но с разным поведением;

логика объектов поддается структуризации в виде иерархии;

в объектах мало вспомогательных (кроме состояния) данных.

Предложенный подход может быть усовершенствован, в частности, за счет упрощения преобразования методов в события.

Изложенный подход впервые был опубликован на английском языке на сайте <http://www.codeproject.com> в июле 2004 года [10].

Автор выражает благодарность профессору А. А. Шалыто за помощь при написании статьи.

Литература

1. Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влиссидес Дж. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. – СПб.: Питер, 2001. – 368 с.
2. Faison T. Object-oriented state machines // Software Development Magazine. – 1993. – September (<http://www.faisoncomputing.com/publications/articles/OOStateMachines.pdf>)
3. Henney K. State Government // C/C++ Users Journal. – 2002. – June. (<http://www.cuj.com/documents/s=7982/cujexp2006henney/>).
4. Adamczyk P. The anthology of the finite state machine design patterns // The 10th Conference on Pattern Languages of Programs. – 2003. (<http://jerry.cs.uiuc.edu/~plop/plop2003/Papers/Adamczyk-State-Machine.pdf>).
5. Шопырин Д. Г., Шалыто А. А. Объектно-ориентированный подход к автоматному программированию // Информационно-управляющие системы. – 2003. – № 5. – С. 29–39
6. Шамгунов Н. Н., Корнеев Г. А., Шалыто А. А. State Machine – новый паттерн объектно-ориентированного проектирования // Информационно-управляющие системы. – 2004. – № 5. – С. 13–25.
7. Harel D. Statecharts: A visual formalism for complex systems // Sci. Comput. Program. – 1987. – N 8. – P. 231–274.
8. André C. Representation and Analysis of Reactive Behaviors: A Synchronous Approach // CESA'96, Lille, France, IEEE-SMC, 1996. – P. 19–29. http://wwwi3s.unice.fr/~andre/CA%20Publis/Cesa96/SyncCharts_Cesa96.pdf
9. Шалыто А. А. SWITCH-технология. Алгоритмизация и программирование задач логического управления. – СПб.: Наука, 1998. – 628 с.
10. Shopyrin D. Object-oriented implementation of state-based logic (<http://www.codeproject.com/cpp/statebased.asp>), 2004.

НОВЫЙ СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ CFF

А. В. Афанасьева

аспирантка

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Предложен новый подход к построению CFF с использованием кодов, исправляющих ошибки. Показано, что для достижения оптимальных параметров CFF в этом случае необходимо использовать коды, лежащие на границе Грайсмера.

The new approach of CFF construction with use of correcting mistakes codes is offered. It is shown, that for achievement of optimum CFF parameters is necessary to use the codes laying on Graismer's border.

Введение

CFF (cover-free families) рассматривались в теории информации, комбинаторике и групповых тестах. Впервые данный объект был введен в работе [1] в 1964 году для рассмотрения неслучайных наложенных двоичных кодов. Позднее появилось множество работ, посвященных этим кодам и соответственно CFF. В 1985 году была опубликована статья [2], где к описанию CFF был применен комбинаторный подход, и построены первые оценки для соотношения параметров схемы. В 1987 году авторы работы [4] ввели понятие CFF и рассмотрели его применение для создания групповых тестов. С тех пор по данной теме было опубликовано множество работ, которые относились к различным областям, применяли разные методики построения CFF и получения оценок для них. Многие результаты были несколько раз «переоткрыты», а теоремы «передоказаны». Наиболее полный обзор, обобщающий все имеющиеся результаты по данной теме, приведен в работе [5]. Там же можно более подробно ознакомиться с существующими подходами к построению CFF. Само понятие CFF было обобщено различными способами для использования в прикладных областях. Каждое обобщение требовало изменения или разработки новых способов построения, уточнения оценок и т. п. Самое первое и наиболее узкое определение, на которое мы и будем в дальнейшем ориентироваться, звучит следующим образом.

Пусть (X, A) – система множеств, где $X = \{x_1, x_2, \dots, x_v\}$ и $A = \{A_i \subseteq X : i = 1, \dots, N\}$, A_i – некоторые подмножества X . Система множеств (X, A) будет r -CFF (v, N) в том случае, если для любого подмножества $B \subseteq A$ такого, что $B \leq r$, и для любого

$$A_j \in A \setminus B \text{ верно утверждение } A_j \not\subseteq \bigcup_{A_i \in B} A_i.$$

Иначе говоря, в r -CFF (v, N) объединение любых r блоков не покрывает ни одного другого блока.

В данной работе представлен новый способ построения CFF именно в такой формулировке, поэтому не рассматриваются различные обобщения, которые можно встретить в работе [5].

Способы построения CFF

В общей сложности все ранее предложенные подходы к построению CFF можно разделить на три направления: комбинаторный подход, кодовая теория и вероятностные методы.

1. Комбинаторный подход. Первым и наиболее изученным является комбинаторный метод. В работах [1–3] были предложены различные схемы построения r -CFF на базе t -схем. Подробное описание этих схем мы здесь приводить не будем, напомним только полученные в данных работах оценки на параметры CFF.

Используя свойства блок-схем, можно вывести следующие соотношения между параметрами CFF, полученными на их основе: $v = O(r^2)$, $N = O(v^{1/2})$. Однако есть серьезное ограничение на использование подобных конструкций, связанное с тем, что на данный момент не существует блок-схем с $t \geq 6$.

В работе [8] предложен другой подход: построение r -CFF на базе разделяющих семейств хеш-функций (separating hash families). Данный подход позволяет получить значительно лучшие результаты и не имеет таких серьезных ограничений, как t -схемы. В этой же работе получены следующие результаты для CFF: для любого положительного r можно построить r -CFF (v, N) , такое, что $N = O(v^{\log(r+1)})$, $v = O(r^2)$.

2. Коды, исправляющие ошибки. Кодовый подход при построении CFF начал применяться несколько позднее комбинаторного, и ему посвящено

значительно меньше публикаций [2, 6, 7]. В первой из них предлагалось использовать обычные и укороченные коды Рида – Соломона. Еще две работы [6, 7] посвящены использованию алгебро-геометрических кодов (Гоппы и Garcia – Stichtenoth) для построения CFF. Перечислим полученные в указанных работах оценки; более подробно способ построения будет раскрыт ниже в описании нашего подхода к построению CFF.

Для кодов Рида – Соломона было доказано, что для $r > 2$ более эффективно использование укороченных кодов. Также доказано, что для таких кодов $v = O(r^2 \log^2 N)$. Коды Garcia – Stichtenoth уступают в эффективности кодам Рида – Соломона.

3. Вероятностный подход использовался во многих работах, как для получения теоретических границ, так и при попытках построить конкретные схемы. Все полученные результаты приблизительно схожи между собой, поэтому воспользуемся результатами из работы [10]. В ней доказано, что для некоторых v, r и k , таких, что $v > 2k$, существует система множеств с постоянным размером блока k и параметром t , с $N \leq e^{2(k+rp-1)^2/k-t}$ и $p = 1 - \frac{(v-k)^r}{v^r}$, где вероятность того, что данная система не является r -CFF(v, N), не превосходит e^{-t} .

Границы CFF

Здесь представлены неконструктивные границы, которые были доказаны, но еще не были получены примеры, удовлетворяющие данным границам.

Первая верхняя граница для количества блоков r -CFF с постоянным размером блока k была построена в работе [2]:

$$N \leq \frac{\binom{v}{\lfloor \frac{k}{r} \rfloor}}{\binom{k-1}{\lfloor \frac{k}{r} \rfloor - 1}}$$

Наилучшая нижняя оценка на размер алфавита приведена в работе [11]:

$$v \geq c \frac{r^2}{\log r} \log N,$$

Сводная таблица границ для CFF

Методы построения CFF	Размер алфавита (v)
Комбинаторный подход:	
на блок-схемах	$O(N), N > r^2$
на Латинских квадратах и прямоугольниках	$O(Nr^2)$
Кодовый подход	$O(r^2 \log N)$
Теоретическая граница	$c \frac{r^2}{\log r} \log N$

где c – некоторая константа. В рассматриваемой работе [2] $c \approx 1/2$, позднее были получены другие оценки: $c \approx 1/4$ [12] и $c \approx 1/8$ [13].

При сравнении различных методов построения CFF заметно, что наилучшие и ближайшие к теоретическим границам результаты можно получить при использовании кодов, исправляющих ошибки (таблица).

Таким образом, остается только подобрать наиболее подходящий тип кодов, позволяющий строить оптимальные CFF.

Предлагаемая схема использования кодов для построения CFF

Пусть C – некоторый $(n, M, d)_q$ -код, где n – длина кодового слова; M – количество слов в коде; d – расстояние кода; q – поле, над которым построен код. Тогда можно построить r -CFF(nq, M), где

$r = \frac{n-1}{n-d}$ [3]. Блоки CFF строятся из слов кода, каждому слову ставится в соответствие блок. Блоки формируют пары (i, α_i) , где i – номер позиции кодового слова; а α_i – элемент, стоящий на этой позиции. Таким образом, длина блока равна длине кодового слова n , а размер алфавита, составленного из всех возможных пар $\{(i, \alpha) : i = 1, n, \alpha = 0, q-1\}$, соответственно равен $q \times n$.

Чтобы получить оптимальную схему CFF, надо построить схему с минимальным размером алфавита при максимальном числе блоков и максимальной величине r . Для этого необходимо найти код с максимальным d при минимальном nq для минимизации размера алфавита. Данное соотношение достижимо для кодов, лежащих на границе Синглтона [2, 7]. И естественно, что данные коды давали наилучшие результаты среди кодовых подходов. Однако из таких кодов известны только коды Рида–Соломона, у которых длина не превосходит размера поля. Это приводит к серьезному ограничению: на небольших полях нельзя построить схемы CFF с произвольным r . Размер поля существенно ограничивает наши возможности.

Так как $n \leq q$, то можно записать

$$n = q - s;$$

$$r(n - d) = n - 1.$$

Согласно границе Синглтона

$$n = d + k - 1,$$

поэтому

$$r(k + d - 1 - d) = n - 1;$$

$$r(k - 1) + 1 = n;$$

$$q - s = r(k - 1) + 1;$$

$$q - s = rk - r + 1.$$

Так как число блоков CFF совпадает с количеством кодовых слов, то

$$N = M = q^k,$$

следовательно:

$$rk = r \log_q N = r \frac{\log_2 N}{\log_2 q};$$

$$q - s = r \log_q N - r + 1 = r \frac{\log_2 N}{\log_2 q} - r + 1;$$

$$q \log_2 q = r \log_2 N - (r - s + 1) \log_2 q.$$

Если $s \geq r - 1$; то

$$q \log_2 q \geq r \log_2 N,$$

иначе, если $0 \leq s < r - 1$, то

$$q \log_2 q \geq r \log_2 N - r \log_2 q.$$

Эти соотношения ограничивают величины r и N сверху при заданном q , что не позволяет построить на определенном поле любую схему.

Следовательно, для того чтобы добиться выигрыша, необходимо перейти к другому классу кодов, близкому по соотношению параметров и не имеющему таких ограничений на длину. Это позволит при меньших значениях поля получить большие длины кодов и расстояния, а следовательно, уменьшить алфавит при прочих равных значениях.

Коды на границе Грайсмера

Граница Грайсмера является верхней границей для параметров кодов, следовательно, коды, лежащие на данной границе, имеют минимальную длину при заданных значениях d , k , q . Некоторые из кодов на границе Грайсмера не удавалось построить, для других доказано, что они не существуют, но если рассматривать существующие коды на границе Грайсмера, они имеют оптимальные параметры, по сравнению с любыми другими кодами.

Граница Грайсмера [14] уточняет границу Синглтона и выражается следующей формулой:

$$n \geq \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{q^i} \right\rceil,$$

где n – длина кода; k – размерность кода; d – расстояние кода; q – размер поля, над которым задан код. Для кодов, лежащих на границе Грайсмера, выполняется равенство. Таких кодов известно достаточно много и существуют конструктивные способы их построения [15–18]. Так, существуют алгебро-геометрические коды, построенные на эллиптических кривых, лежащие на этой границе. Легко показать, что при $0 \leq d \leq q$ граница Грайсмера совпадает с границей Синглтона.

Таким образом, при построении CFF на кодах, лежащих на границе Грайсмера, можно получить лучшие значения параметров по сравнению с уже существующими способами построения.

Полученные результаты

Еще раз напомним все введенные ранее обозначения, которыми и воспользуемся для сравнения полученных нами результатов с уже существующими схемами: v – размер алфавита CFF; r – количество блоков, не покрывающих больше ни один блок; N – количество блоков; q – размер поля, на котором построен код; d – расстояние кода; n – длина кодового слова; k – размерность кода; s , a – произвольные константы; z – произвольная целочисленная константа.

Теоретическая граница на размер алфавита (v), приведенная в работе [11] связывает эти параметры:

$$v = c \frac{r^2}{\log r} \log N.$$

Теорема 1. Для получения оптимальных параметров CFF с использованием кодов, лежащих на границе Грайсмера, необходимо выбирать коды с $d < q^2$.

Доказательство. Пусть $d = aq^z$ ($z < k$ и $a < q$), тогда

$$n = \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{q^i} \right\rceil = d + \frac{d}{q} + \frac{d}{q^2} + \dots + \frac{d}{q^{k-1}} =$$

$$= b \left(\underbrace{q^z + q^{z-1} + \dots + q + 1}_{z+1} + \underbrace{1 + \dots + 1}_{k-1-z} \right) = a \left(\frac{q^{z+1} - 1}{q - 1} + k - 1 - z \right).$$

Таким образом,

$$n = a \left(\frac{q^{z+1} - 1}{q - 1} + k - 1 - z \right).$$

Для любых кодовых конструкций CFF известно:

$$r = \frac{n-1}{n-d},$$

отсюда

$$r = \frac{a \left(\frac{q^{z+1} - 1}{q - 1} + k - 1 - z \right)}{a \left(\frac{q^{z+1} - 1}{q - 1} + k - 1 - z \right) - aq^z} =$$

$$= \frac{\frac{q^{z+1} - 1}{q - 1} + k - 1 - z}{\frac{q^{z+1} - 1}{q - 1} + k - 1 - z - q^z} =$$

$$= \frac{q^{z+1} - zq + z + kq - k - q}{q^z - zq + z + kq - k - q} < q, \text{ для } k < q.$$

Размер алфавита CFF равен

$$v = nq = a \left(\frac{q^{z+1} - 1}{q - 1} - z + k - 1 \right) q =$$

$$= a(q^{z+1} + q^z + q^{z-1} + \dots + q^2 + q \cdot (k - z)), \quad z < k < q.$$

Следовательно, чтобы рост размера алфавита не превосходил $O(r^2 \log N)$, необходимо, чтобы выполнялось условие $z \leq 1$, т. е. $d = aq < q^2$.

Как уже упоминалось, при $d < q$ мы получаем обычный МДС код и результаты, уже известные для кодов Рида – Соломона. Поэтому имеет смысл рассматривать только коды, у которых $q < d < q^2$, т. е. $d = aq$, где $1 < a < q$ – некоторая константа.

Теорема 2. Оптимальные параметры CFF, построенных на кодах, лежащих на границе Грайсмера, можно получить при использовании кода с $d = (k - 2)q$.

Доказательство. Пусть $d = aq$ ($1 < a < q$), тогда

$$n = \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{q^i} \right\rceil = d + \frac{d}{q} + \frac{d}{q^2} + \dots + \frac{d}{q^{k-1}} = aq + a + k - 2;$$

$$n = aq + a + k - 2.$$

Следовательно,

$$r = \frac{n-1}{n-d} = \frac{aq + a + k - 3}{a + k - 2};$$

$$ar + kr - 2r = aq + a + k - 3;$$

$$q = \frac{ar + kr - 2r - a - k + 3}{a} =$$

$$= \frac{a(r-1) + r(k-2) - (k-2) + 1}{a} =$$

$$= \frac{a(r-1) + (r-1)(k-2) + 1}{a} =$$

$$= \frac{(r-1)(a+k-2) + 1}{a} > \frac{(r-1)(a+k-2)}{a},$$

а размер алфавита равен

$$v = nq = (aq + a + k - 2)q \leq$$

$$\leq ((r-1)(a+k-2) + (a+k-2)) \frac{(r-1)(a+k-2)}{a} =$$

$$= r(a+k-2) \frac{(r-1)(a+k-2)}{a} = r(r-1) \frac{(a+k-2)^2}{a}.$$

Для получения оптимальных параметров CFF необходимо минимизировать размер алфавита. Попытаемся найти экстремум полученной функции размера алфавита от переменной a :

$$v' = r(r-1) \left(\frac{2(a+k-2)}{a} - \frac{(a+k-2)^2}{a^2} \right) =$$

$$= r(r-1) \frac{(a+k-2)(2a-a-k+2)}{a^2} =$$

$$= r(r-1) \frac{(a+k-2)(a-k+2)}{a^2};$$

$$v' = 0;$$

$$r(r-1) \frac{(a+k-2)(a-k+2)}{a^2} = 0;$$

$$a = k - 2 \text{ или } a = 2 - k.$$

В точке $a = k - 2$ размер алфавита достигает своего минимума, а в точке $a = 2 - k$ – максимума.

Следовательно, для получения CFF на кодах, исправляющих ошибки, с минимальным достижимым размером алфавита необходимо брать коды, лежащие на границе Грайсмера, с расстоянием $d = (k - 2)q$.

Оценим размер алфавита, получаемого при использовании кодов, лежащих на границе Грайсмера, с расстоянием $d = (k - 2)q$:

$$n = (k - 2)q + k - 2 + k - 2 =$$

$$= (k - 2)q + 2(k - 2) = (k - 2)(q + 2);$$

$$r = \frac{n-1}{n-d} = \frac{(k-2)(q+2)-1}{(k-2)(q+2)-(k-2)q} = \frac{(k-2)(q+2)-1}{2(k-2)} =$$

$$= \frac{q+2}{2} - \frac{1}{2(k-2)} \leq \frac{q+2}{2} - 1 = \frac{q}{2};$$

$$q \geq 2r;$$

$$v = nq = (k - 2)(q + 2)q \geq (k - 2)(2r + 2)2r =$$

$$= 4r(r + 1)(k - 2) = 4r(r + 1) \frac{\log N}{1 + \log r}.$$

Полученный результат совпадает с теоретической границей, которая приведена в начале параграфа, с точностью до константы. Следовательно, используя коды, лежащие на границе Грайсмера, мы можем получить оптимальные, с точки зрения размера алфавита, CFF схемы.

Практически, на эллиптических кривых можно построить следующие коды для конкретных параметров: $q = 64, k = 13, d = 66, n = 79$. Из этого кода можно получить CFF с параметрами 6-CFF(5056, 2^{78}): $q = 53, k = 14, d = 81, n = 97$. Соответственно, из этого кода можно получить CFF с параметрами 6-CFF(5141, 2^{80}). Лучшая известная до сих пор схема на кодах Рида–Соломона дает код $q = 73, k = 13, d = 61, n = 73$. Из этого кода можно получить CFF с параметрами 6-CFF(5329, 2^{80}).

Способы построения кодов на границе Грайсмера

Существует несколько подходов к построению кодов на границе Грайсмера. В 1965 году авторы работы [15] предложили способ построения целого класса кодов, лежащих на границе Грайсмера, с использованием процедуры вычеркивания столбцов из порождающей матрицы симплекс-кода. Позднее, в 1974 году, этот подход был обобщен В. И. Беловым [16] и построен еще один класс кодов. Другой подход, который был предложен в 1981 году и развит в 1983 году в работах [17, 18], заключался в новом методе комбинирования порождающих матриц симплекс-кодов и добавлении к ним новых элемен-

тов. Более поздние работы связаны с попытками применения понятий проективной геометрии в построении кодов, таких как проективные плоскости [19].

К сожалению, все предложенные в данных работах коды двоичные, для q -ичного случая в общем виде не было предложено ни одной конструктивной процедуры построения. Кроме того, все предложенные коды строятся на базе симплекс-кодов или различными комбинациями кодов, поэтому все они имеют очень большие длины, а следовательно, и большой размер алфавита. По этим причинам все рассмотренные ранее конструкции нам не подходят, и необходимо воспользоваться каким-либо иным способом построения кода.

Мы предлагаем способ построения кодов, который не дает возможности гарантированного построения целого класса кодов, но позволяет получать отдельные экземпляры кодов, лежащих на границе Грайсмера или очень близко к ней. Будем строить алгебро-геометрические коды. Данный способ построения рассматривался во многих работах и гарантирует получение кодов с длиной $n \leq k + d - 1 + g$ [28], где g – род кривой. Так как границу Грайсмера можно представить в виде

$$n \geq d + k - 1 + \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor,$$

то нетрудно подобрать параметры кривой для построения кода, лежащего на границе Грайсмера. Можно было бы говорить о построении целого класса ко-

дов, у которых $g \leq \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor$, но, к сожалению, при вы-

боре параметров приходится учитывать еще одно ограничение на коды, построенные с использованием кривых $n \leq q + g \lfloor 2\sqrt{q} \rfloor$ [28]. Данное ограничение не позволяет увеличивать длину кода до бесконечности, следовательно, мы можем говорить только о построении отдельных экземпляров кодов. Для нашей схемы можно воспользоваться любым из предложенных ранее подходов или разработать новый, но данный способ позволяет получить некоторые примеры для их наглядного сравнения с уже существующими схемами построения CFF.

Применение CFF

CFF может применяться в различных приложениях. Множество работ посвящено описанию взаимосвязи между различными комбинаторными объектами. В этих работах показано, каким образом можно построить различные комбинаторные схемы на базе CFF. Существует также множество работ, которые предлагают использовать CFF в различных криптографических приложениях, таких как цифровая подпись [20], управление ключами [21, 22], Frame proof [23, 24], Broadcast encryption [7, 26], Traitor tracing [27]. Кроме того, были широко распространены исследования по применению CFF в построении схем группового тестирования [4, 28]. Все опубликованные работы по данной тематике показывают актуальность разработки новых способов построения CFF. Предложенная нами схема может быть применена в любой из рассмотренных ранее работ.

Литература

1. Kautz W. H., Singleton R. C. Nonrandom binary superimposed codes // IEEE Transactions on Information Theory. – 1964. – N. 10. – P. 363–377.
2. Erdős P., Frankl P., Füredi Z. Families of finite sets in which no set is covered by the union of r others // Israel Journal of Mathematics. – 1985. – N 51. – P. 75–89.
3. Stinson D. R., Wei R. Combinatorial properties and constructions of traceability schemes and frameproof codes // SIAM Journal on Discrete Mathematics. – 1998. – N 11. – P. 41–53.
4. Hwang K. F., Sts V. T. Non-adaptive hypergeometric group testing // Studia Sci. Math. Hungar. – 1987. – N 22. – P. 257–263.
5. Wei R. On cover-free families: Preprint.
6. Garcia A., Stichtenoth H. A tower of Artin-Schreier extensions of function fields attaining the Drinfeld-Vladut bound // Invent. Math. – 1995. – N 121. – P. 211–222.
7. Kumar R., Rajagopalan S., Sahai A. Coding constructions for blacklisting problems without computational assumptions // Advances in Cryptology – Crypto '99: Lecture Notes in Computer Scienc. – 1999. – N 1666. – P. 609–623.
8. Stinson D. R., van Trung Tran, Wei R. Secure frameproof codes, key distribution patterns, group testing algorithms and related structures // Journal of Statistical Planning and Inference. – 2000. – N 86. – P. 595–617.
9. Staddon J. N., Stinson D. R. and Wei R. Combinatorial properties of frameproof and traceability codes // IEEE Transactions on Information Theory. – 2001. – N 47. – P. 1042–1049.
10. Stinson D. R., Wei R. Generalized cover-free families: Preprint.
11. Дьячков А. Г., Рыков В. В. Границы на длину разделяющих кодов // Проблемы передачи информации. – 1982. – Вып. 18. – С. 7–13.
12. Füredi Z. On r -cover-free families // Journal of Combinatorial Theory. – 1996. – A 73. – P. 172–173.
13. Ruszinko M. On the upper bound of the size of the r -cover-free families // Journal of Combinatorial Theory. – 1994. – A 66. – P. 302–310.
14. MacWilliams F. J., A. Sloane N. J. The Theory of Error-Correcting Codes. – Amsterdam: North-Holland, 1977.
15. Solomon G., Stiffler J. J. Algebraically punctured cyclic codes // Inform. Contr., Apr. – 1965. – Vol. 8. – P. 170–119.
16. Белов В. И., Логачев В. Н., Сандимиров В. П. Построение класса линейных двоичных кодов, достигающих границы Варшавова-Гилберта // Проблемы передачи информации. – 1974. – Вып. 3. – С. 36–44.
17. Helleseht T., A van Tilborg H. C. A new class of codes meeting the Griesmer bound // IEEE Trans. Inform. Theory. – Sept. 1981. – Vol. IT-27. – P. 548–555.

18. **Helleseth T.** New Constructions of Codes Meeting the Griesmer Bound // IEEE Transactions on Information Theory. – May 1983. – Vol. IT-29. – N 3. – P. 434–439.
19. **Storme L.** Linear codes meeting the Griesmer bound, minihypers and geometric applications: Preprint.
20. **Pieprzyk J., Wang H., Xing C.** Multiple-time signature schemes secure against adaptive chosen message attacks // 10th Workshop on Selected Areas in Cryptography: Lecture Notes in Computer Science, 2003.
21. **Chan Aldar C.F.** Distributed Symmetric Key Management for Mobile Ad Hoc Networks // IEEE INFOCOM, 2004.
22. **Dyer M., Fenner T., Frieze A., Thomason A.** On key storage in secure networks // J. Cryptology. – 1995. – N 8. – P. 189–200.
23. **Stinson D. R., Wei R.** Combinatorial properties and constructions of traceability schemes and frameproof codes // SIAM Journal on Discrete Mathematics. – 1998. – N 11. – P. 41–53.
24. **Stinson D. R., van Trung Tran, Wei R.** Secure frameproof codes, key distribution patterns, group testing algorithms and related structures // Journal of Statistical Planning and Inference. – 2000. – N 86. – P. 595–617.
25. **Stinson D. R., Wei R.** Key reassigned traceability schemes for broadcast encryption // Selected Areas in Cryptology – SAC '98: Lecture Notes in Computer Science. – 1999. – N 1556. – P. 144–156.
26. **Chor B., Fiat A., Naor M., Pinkas B.** Tracing traitors // IEEE Transactions on Information Theory. – 2000. – N 46. – P. 893–910.
27. **Knill E., Bruno W. J., Torney D. C.** Non-adaptive group testing in the presence of error // Discrete Appl. Math. – 1998. – N 88. – P. 261–290.
28. **Tsfasman M.A., Vlăduț S.G.** Algebraic-geometric codes // Dordrecht: Kluwer, 1991.
29. **Hamada N. A.** Characterization of some $[n; k; d; q]$ -codes meeting the Griesmer bound using a minihyper in a finite projective geometry // Discrete Math. – 1993. – Vol. 116. – N 1–3. – P. 229–268.

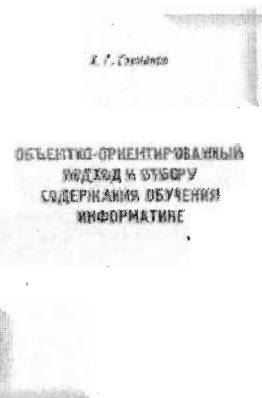
А. Г. Степанов

Объектно-ориентированный подход к отбору содержания обучения информатике: Монография / СПб.: Политехника, 2005. – 287 с.: ил. ISBN 5-7325-0856-2

Монография посвящена разработке модели информатики как предмета обучения на основе анализа существующих представлений об информатике как науке. В качестве основы построения модели предлагается объектно-ориентированный подход. Модель строится с помощью методов концептуальной кластеризации с использованием теории прототипов на основе анализа существующего состояния обязательного содержания профильного обучения информатике.

Материалы монографии представляют интерес для специалистов, занимающихся вопросами преподавания информатики в средней и высшей школе, а также административных работников системы образования. Представленные в приложениях дидактические материалы могут использоваться как систематизированные справочные данные, характеризующие текущее содержание обучения вопросам информатики в высшей школе России.

Предложенная модель информатики как предмета обучения может быть использована для разработки перспективных Государственных стандартов образования существующих и вновь открываемых специальностей и направлений подготовки средней и высшей школы.



УДК 621.391

АЛГЕБРО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ КОДЫ НА ГРАНИЦЕ ГРАЙСМЕРА

С. В. Беззатеев

канд. техн. наук, доцент

М. В. Степанов

аспирант

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

В данной работе показывается существование класса алгебро-геометрических кодов, лежащих на границе Грайсмера. Этот класс выделяется среди алгебро-геометрических кодов рода один, которые иногда называют эллиптическими кодами.

The existence of class of algebro-geometrical codes laying on Graisser's border is shown in this paper. This class is distinguished among algebro-geometrical codes of genus one which are sometimes called elliptic codes.

Граница Грайсмера и ее связь с границей Синглтона

Рассмотрим $(n, k, d)_q$ коды, которые удовлетворяют верхним границам существования кодов, исправляющих ошибки [1], а именно границам Грайсмера и границам Синглтона. Покажем связь между этими границами.

Стандартный вид границы Грайсмера задается следующей формулой:

$$n = \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{q^i} \right\rceil, \quad (1)$$

где q – размер конечного поля F_q , над которым задан код. Округление до ближайшего целого, большего a . Коды, удовлетворяющие равенству (1), будем называть кодами Грайсмера. Граница Синглтона задана формулой

$$n = k + d - 1. \quad (2)$$

При $q > d$ равенство (1) эквивалентно (2), т. е. граница Синглтона частный случай границы Грайсмера. Известен только один класс линейных кодов, удовлетворяющих условию (2), – это коды МДР [1].

Необходимые сведения из алгебраической геометрии

Прежде всего, рассмотрим необходимые результаты алгебраической геометрии. К числу этих результатов отнесем границу, дающую верхнюю оценку количества точек на алгебраической кривой, а

также теорему Римана–Роха, дающую оценку размерности пространства функций, заданных на некотором дивизоре.

Сначала дадим ряд определений. Для простоты изложения все определения, следующие ниже, будут справедливы только для гладких неприводимых плоских кривых.

Определение 1. Кривой назовем полиномиальную функцию \mathfrak{K} .

Определение 2. Точкой на кривой назовем $P = (x, y)$, удовлетворяющую $\mathfrak{K}(P) = 0$, где $x, y \in F_q$.

Определение 3. Гладкая кривая – это кривая \mathfrak{K} , у которой нет особых точек, т. е. не существует точки P : $\mathfrak{K}(P) = \mathfrak{K}_x(P) = \mathfrak{K}_y(P) = 0$.

Будем рассматривать только гладкие кривые.

Определение 4. Дивизор D – это формальная сумма точек кривой: $\sum_i v_i P_i$, $v_i \in \mathbb{Z}$. Степень дивизора

гладкой кривой $\deg(D) = \sum_i v_i$.

Рассмотрим поле рациональных алгебраических функций, в котором каждая функция может быть

представлена в виде $f = \frac{g}{h}$, где g, h – полиномиальные функции, обращающиеся в ноль только в точках, лежащих на кривой. Множество таких функций будет полем функций, заданных на кривой [3].

Нулями рациональной функции назовем точки, в которых функция обращается в ноль, а *полюсами функции* – точки, в которых функция обращается в бесконечность.

Определение 5. Пространство функций, заданное на дивизоре $L(D)$, – это такое множество функций, в котором любая функция имеет полюс в тех же точках, что и дивизор D , и кратность конкретной точки меньше или равна коэффициенту v_i . Количество нулей функции в каждой точке кривой должно быть больше или равно коэффициенту v_i .

Определение 6 [3, следствие 2.2.8]. Род гладкой, неприводимой, плоской кривой g определяется величиной $g = \frac{(t-1)(t-2)}{2}$, где t – степень гладкой

кривой \mathcal{X} .

Теорема 1 [3, 3.1.7]. Обозначим $N_q(g)$ максимальное количество точек на кривой. Тогда $N_q(g) \leq q+1+g\lfloor 2\sqrt{q} \rfloor$.

Теорема 2 [3, теорема Римана–Роха]. Пусть \mathcal{X} – гладкая кривая рода g , определенная над F_q , и пусть D – дивизор на кривой \mathcal{X} . Тогда $\dim L(D) \geq \deg(D)+1-g$.

Теорема Римана–Роха позволяет оценить базис векторов линейного пространства функций заданных на дивизоре кривой \mathcal{X} .

Теорема 3 [3, теорема 4.1.1]. Пусть \mathcal{X} – кривая рода g , определенная над F_q . Пусть $P \subset \mathcal{X}(F_q)$ – подмножество n различных F_q – рациональных точек на \mathcal{X} и пусть D – дивизор на \mathcal{X} : $0 \leq \deg(D) < n$ и $P \cap D = \emptyset$. Тогда алгебро-геометрический линейный код $C := C(\mathcal{X}, P, D)$ длины n будет кодом с $k \geq \deg(D)+1-g$ и $d \geq n - \deg(D)$.

Следствие 1 [3, замечание 4.1.10]. Алгебро-геометрические $(n, k, d)_q$ коды удовлетворяют соотношению $k+d \geq n+1-g$.

Учитывая приведенный результат и оценку для верхней границы длины кода $N_q(q)$, можно сформулировать следующее следствие.

Следствие 2. Пусть \mathcal{X} – гладкая проективная кривая рода g над F_q и пусть $k \geq 2$. Тогда расстояние линейного $(n, k, d)_q$ алгебро-геометрического кода удовлетворяет неравенству $d \leq q-1+g\lfloor 2\sqrt{q} \rfloor$.

Доказательство. Из границы Синглтона получаем $n \geq k+d-1$. Согласно теореме 1, длина кода может быть оценена сверху как $n \leq N_q(g) \Rightarrow n \leq q+1+g\lfloor 2\sqrt{q} \rfloor$. Эту оценку можно уточнить, учитывая, что для построения кодов с $k \geq 2$ и $d < n$ необходимо, чтобы $\deg(D) \neq 0$ (теорема 3). Это означает, что длина кода будет, по крайней мере, на единицу меньше количества точек на кривой. Тогда $q+g\lfloor 2\sqrt{q} \rfloor \geq n \geq k+d-1$, откуда получим оценку $d \leq q+1-k+g\lfloor 2\sqrt{q} \rfloor$ и, учитывая тот факт, что $k \geq 2$, получим $d \leq q-1+g\lfloor 2\sqrt{q} \rfloor$.

Таким образом, все приведенные теоремы дают представление о параметрах линейного алгебро-геометрического $(n, k, d)_q$ кода.

Алгебро-геометрические коды, лежащие на границе Грайсера

Для кодов с $k \geq 2$ рассмотрим случай с $d \neq 0 \pmod q$. Преобразуем равенство (1), применив формулу $\lfloor a \rfloor = \lfloor a \rfloor + 1$:

$$n = \sum_{i=0}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor = d + \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor = d + k - 1 + \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor,$$

следовательно,

$$n = d + k - 1 + \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor. \quad (3)$$

Лемма 1. Если g удовлетворяет соотношению

$$g \leq \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor,$$

то код лежит на границе Грайсера.

Доказательство. Покажем, в каком случае алгебро-геометрический код будет иметь длину не более длины, определенной границей Грайсера.

Длина кода, лежащего на границе Грайсера, должна удовлетворять соотношению

$$n = d + k - 1 + \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor. \quad (4)$$

С другой стороны, длина алгебро-геометрического кода ограничена неравенством

$$n \leq k + d - 1 + g, \quad (5)$$

как следует из следствия 1.

Тогда условие, при котором правая часть неравенства (5) оказывается меньше правой части равенства (4), можно записать следующим образом:

$$k + d - 1 + g \leq d + k - 1 + \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor,$$

или

$$g \leq \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor, \quad (6)$$

что и требовалось доказать.

Теорема 4. Любой алгебро-геометрический код с $d > q$ и $g = 1$ лежит на границе Грайсера.

Доказательство. Воспользуемся результатом леммы 1 и докажем, что это условие выполняется. Перепишем неравенство (6) при $g = 1$. Тогда

$$1 \leq \sum_{i=1}^{k-1} \left\lfloor \frac{d}{q^i} \right\rfloor, \quad (7)$$

но $q < d < q + \lfloor 2\sqrt{q} \rfloor - 1 < 2q$ при $q \geq 2$, а следовательно, правая часть неравенства (7) превращается в единицу, что означает выполнение условия леммы.

Следствие 3. Параметры любого алгебро-геометрического кода с $d > q$ и $g = 1$ будут удовлетворять соотношению $n = k + d$.

Доказательство очевидно.

Пример. Построим поле F_{16} при помощи примитивного полинома $a^4 = a + 1$. Выберем кривую, например, $y^2 + xy = x^3 + \alpha^4 x + \alpha$. Тогда $g = 1$ согласно определению 6. Найдем точки на этой кривой, лежащие в поле F_{16} .

(1,0)	(a,a ³)	(a ¹⁴ ,a ⁹)
(a ⁶ ,0)	(a ¹⁰ ,a ⁴)	(a ⁴ ,a ¹¹)
(a ¹³ ,0)	(a ¹¹ ,a ⁴)	(a ⁵ ,a ¹²)
(1,1)	(a ¹⁴ ,a ⁴)	(a ⁴ ,a ¹³)
(a ⁷ ,1)	(a ⁶ ,a ⁶)	(a ¹¹ ,a ¹³)
(a ⁹ ,1)	(a ⁹ ,a ⁷)	(a ¹³ ,a ¹³)
(0,a ²)	(a,a ⁹)	(a ⁵ ,a ¹⁴)
(a ¹⁰ ,a ²)	(a ⁷ ,a ⁹)	

Построим код с $k = 3$ и $n = 22$. Тогда, согласно доказанной теореме 4 и следствию 3, данный код имеет $d = 19$ и будет лежать на границе Грайсмера. Построим код (22, 3, 19) над F_{16} , используя базис $\{1, x, y\}$. Порождающая матрица такого кода

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & a^{10} & a^4 & 1 & a^6 & a^{13} & a & a^7 & a^{14} & a^4 & a^{11} & a^{13} & a^{10} & a^{11} & a^{14} & a^6 & 1 & a^7 & a^9 & a & a^5 & a^9 & a \\ a & a & a^3 & a^5 & a^5 & a^5 & a^6 & a^6 & a^6 & a^7 & a^7 & a^7 & a^8 & a^8 & a^8 & a^9 & a^{10} & a^{10} & a^{10} & a^{11} & a^{12} & a^{13} & a^{13} \end{bmatrix}$$

Заключение

В данной работе доказано существование алгебро-геометрических кодов рода 1, лежащих на границе Грайсмера. Поскольку основными фактами при доказательстве утверждений стали теорема 3 и теорема 1, то полученные результаты справедливы для кодов, которые построены на произвольных кривых.

Литература

1. Мак-Вильямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. А. Теория кодов, исправляющих ошибки. – М.: Связь, 1979.
2. Stichtenoth H. Algebraic function fields and codes. – Berlin: Springer-Verlag, 1993.
3. Влэдуц С. Г., Ногин Д. Ю., Цфасман М. А. Алгебро-геометрические коды. Основные понятия. – М.: МЦНМО, 2003.
4. Виноградов И. М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1972.

М. Л. Кричевский

Интеллектуальный анализ данных в менеджменте: Учеб. пособие / СПбГУАП. СПб., 2005. 208 с.: ил. ISBN5-8088-0143-5

В пособии рассмотрены интеллектуальные информационные технологии, включающие нейронные сети, генетические алгоритмы, нечеткую логику. Приведены примеры использования таких технологий в различных задачах менеджмента.



КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ СВЕРТКИ НЕЧЕТКИХ ГИПОТЕЗ

В. Г. Чернов

канд. техн. наук, доцент

Владимирский государственный университет

Рассматривается метод краткосрочного прогнозирования, который предполагает нахождение ожидаемого значения исследуемого процесса как свертки нечетких гипотез о будущих значениях. Данный метод предназначен для применения в ситуациях, когда отсутствует предыстория прогнозируемого процесса или же для прогнозирования могут использоваться только наиболее близкие значения.

The method of short-term forecasting when expected value of investigated process can be deduced as a convolution of fuzzy hypotheses about next values is described. This method can be applied in situations of prehistory of forecast process absence or in case of using approximate values.

Введение

Прогнозирование будущих значений различных процессов бывает необходимо для решения разнообразных задач. В частности, управление региональными бюджетными процессами предполагает прогноз возможных поступлений в доходную часть для того, чтобы можно было предвидеть допустимый размер расходной части. Напротив, прогнозируя расходную компоненту бюджета, можно сформулировать задание по формированию доходной части.

Особенностью региональных экономик является нерегулярность экономических процессов, отсутствие явно выраженных сезонных составляющих, заметное влияние факторов, находящихся за пределами компетенции органов регионального управления. На региональном уровне генетический перенос сложившихся тенденций на перспективу даже на ограниченном временном отрезке становится неудовлетворительным, период нестабильности разрушает закономерности предшествующего устойчивого развития, темпы и пропорции развития в перспективе приобретают в значительной мере неопределенный характер.

Одним из широко используемых вариантов решения задачи прогнозирования является представление исследуемого процесса в виде временного ряда

$$S(t) = \{s(t_i) : i = 1, 2, \dots\}.$$

Методы обработки временных рядов, в том числе и для прогнозирования их будущих значений, рассмотрены в различных исследованиях [1, 2]. Однако в силу указанных причин, применение класси-

ческих методов анализа временных рядов для прогнозирования региональных экономических процессов сильно затруднено, так как здесь можно использовать только короткие или сверхкороткие временные ряды (не более 6–10 членов). Кроме этого, следует иметь в виду, что временной интервал между членами ряда определяется не условиями восстановления исходного процесса по его дискретным значениям (теорема Котельникова, теорема Железнова и др.), а возможностями получения соответствующих данных, удобством или традициями составления отчетной документации. В этих условиях многие распространенные методы не дают удовлетворительных результатов [3].

Вполне приемлемые результаты получаются при использовании методов нелинейного оценивания (симплекс-метод, метод Хука–Дживиса [3]).

Их недостатками являются отсутствие аналитической зависимости, что затрудняет интерпретацию полученных результатов, необходимость специальной подготовки конечных пользователей. Как правило, конечные пользователи в лице сотрудников региональных экономических управлений такой подготовки не имеют. Кроме этого, как показал опыт работы с региональными экономическими управлениями, в силу недостаточной организации информационного обеспечения имеют место искажения данных, неточности и пропуски. И наконец, известные методы не могут наряду с числовыми оценками работать с прогнозными оценками экспертов, высказанными в вербальной форме, например, «прогнозное значение следует ожидать ближе к середине ожидаемого диапазона значений». Применение нейросе-

тевых методов прогнозирования невозможно из-за ограниченного объема обучающей выборки.

Постановка задачи

Имеется временной ряд ограниченной длины

$$X(t) = \{x(t_i) : i = 1, 2, 3, \dots, N\}, \quad (1)$$

где отдельные значения $x(t_i)$ могут быть определены неточно либо отсутствовать. Тогда приходится доопределять значения ряда, что при ограничении его длины не позволяет рассчитывать на получение точных значений. Существуют ограничения, вытекающие из особенностей исследуемого процесса. Например, ожидаемые значения $x(t_{i+1}) \in [X_{\max}, X_{\min}]$ и не могут выходить за эти пределы, $x(t_i) > 0$ для всех i . Эксперт может формулировать свои оценки прогнозных значений в лингвистической форме. Имеется программная система (ПС), реализующая алгоритм прогнозирования. Необходимо при сформулированных условиях и ограничениях определить прогнозное значение $x(t_{i+1})$.

Описание метода

При поступлении на вход ПС значений ряда (1), либо в режиме реального времени, либо после накопления некоторого их количества, в зависимости от объема исходных данных ПС генерирует гипотезы о возможных прогнозных значениях

$$G = \{g_j : j = 0, \dots, M\};$$

$$X_G = \{x_{g_j}(t_{i+1}) : j = 1, \dots, M\},$$

где G – множество гипотез; X_G – множество прогнозных значений, сгенерированных гипотезами.

Например, при двух значениях $x(t_1)$ $x(t_2)$, $i = 1, 2$ могут быть сформулированы следующие гипотезы:

g_0 : $x(t_{i+1}) = x(t_3) = x(t_2)$ – гипотеза нулевого порядка;

g_1 : $x(t_3) = [x(t_2)(t_3 - t_1) - x(t_1)(t_3 - t_2)] / (t_2 - t_1)$, при $t_2 - t_1 = \Delta t$, $t_3 - t_2 = \Delta t$,

$x(t_3) = 2x(t_2) - x(t_1)$ – гипотеза первого порядка (линейная экстраполяция);

g_3 : возможное прогнозное значение примерно равно среднему

$$x(t_3) = [x(t_2) + x(t_1)] / 2 \text{ – гипотеза эксперта.}$$

При увеличении количества ретроспективных значений число возможных гипотез увеличивается, эксперт может использовать при построении своих гипотез различные точки ретроспективного ряда, формулировать свои гипотезы и в чисто словесной форме, например, «несколько больше, чем среднее значение допустимого диапазона значений». При этом диалог пользователя с программной системой можно организовать так, что он сможет отбирать гипотезы, по его мнению, наиболее реальные. Можно также заранее ограничиться некоторым постоянным числом ретроспективных точек.

После выбора гипотез генерируются соответствующие прогнозные значения и отбрасываются те

из них, которые не удовлетворяют принятым ограничениям.

Прогнозируемые значения относятся к будущему состоянию исследуемого процесса или объекта. Будущее всегда неясно, нечетко. Кроме этого, мы не можем гарантировать абсолютную точность ретроспективных значений. Они могут быть измерены или получены, например, при восстановлении пропусков, с некоторой погрешностью, искажены какими-то внешними возмущениями. Поэтому каждое прогнозное значение, генерируемое отдельной гипотезой, предлагается рассматривать как некоторую окрестность возможных прогнозных значений, и в этой окрестности должно быть задано распределение возможностей. Для этого можно использовать нечеткие множества с соответствующей функцией принадлежности, которую будем интерпретировать как распределение возможностей, определенное на соответствующем интервале.

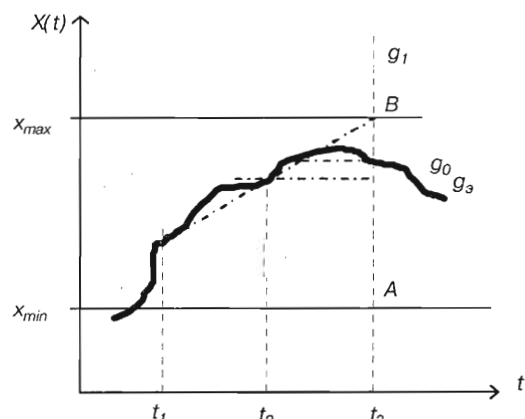
Основная идея рассматриваемого метода заключается в том, что если гипотетические прогнозные значения, представленные соответствующими нечеткими множествами, концентрируются в некоторой окрестности, то наилучшее прогнозное значение может принадлежать свертке нечетких множеств, определяемой, например, как их пересечение.

Первоначально изложим метод на простом примере с использованием двух ретроспективных точек (рис. 1).

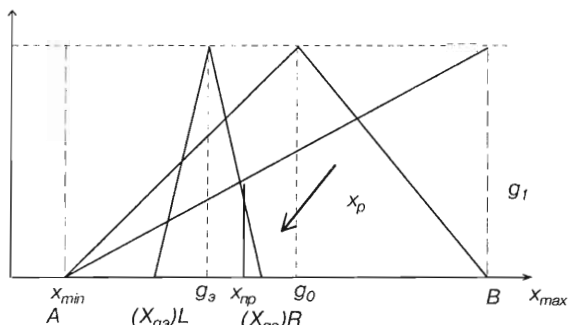
Для удобства изображения расположим отрезок $[A, B]$ горизонтально и будем использовать только треугольные функции принадлежности (рис. 2). Последнее условие не влияет на общность полученных результатов. Построение функций принадлежности будем выполнять на основе сформулированных условий, которые дополним следующими: для значений $x_{g_i} \neq x_{\max}$ или $x_{g_i} \neq x_{\min}$, $x_{g_i} \in [x_{\max}, x_{\min}]$ $\mu_{g_i}(x) \neq 0$, $\mu_{g_i}(x) = 0$ при $x_{g_i} = x_{\max}$ или $x_{g_i} = x_{\min}$, $\mu_{g_i}(x) = 1$ при $x = x_{g_i}$.

Возможен вариант, когда прогнозное значение некоторой гипотезы

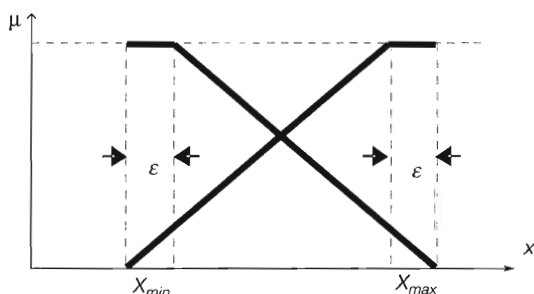
$$X_{g_i} = x_{\max} - \epsilon \text{ или } X_{g_i} = x_{\min} + \epsilon, \epsilon \rightarrow 0.$$



■ Рис. 1. Прогнозирование по двум ретроспективным точкам



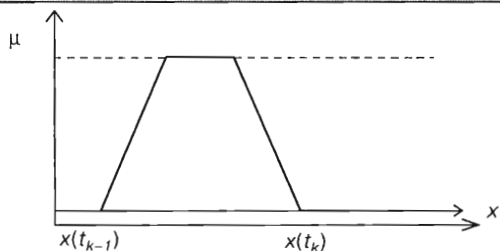
■ Рис. 2. Функции принадлежности нечетких множеств соответствующих гипотез при прогнозировании по двум точкам



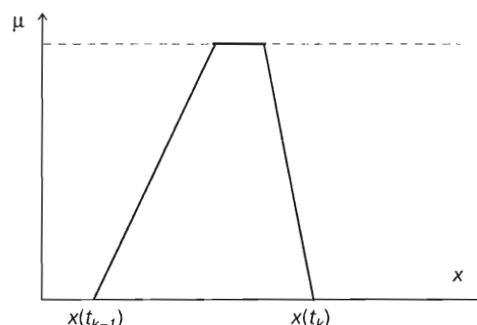
■ Рис. 3. S-образные функции принадлежности

В этом случае соответствующие функции принадлежности могут иметь S-образный вид (рис. 3)

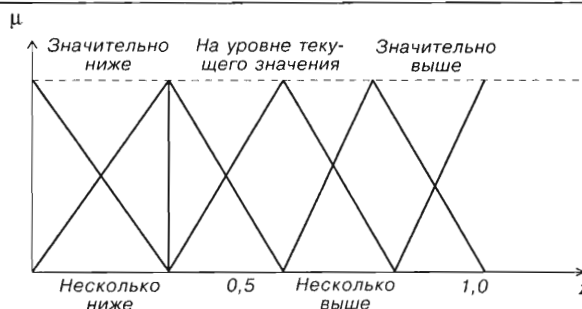
Если гипотеза, сформулирована непосредственно экспертом, он сам может указать левую и правую границы соответствующего нечеткого множества (см. рис. 2) $(x_{g3})_L \geq x_{min}$, $(x_{g3})_R \leq x_{max}$. Экспертные гипотезы могут быть сформулированы в форме либо нечетких чисел, либо словесного утверждения, например, «прогнозное значение равно примерно среднему между $x(t_k)$ и $x(t_{k-1})$ » и, наконец, прогнозное значение может определяться из правила условного нечеткого вывода, например, «если < выполняется некоторое условие >, то < прогнозное значение следует ожидать ближе к $x(t_k)$ >». Если прогноз по гипотезе эксперта представляется нечетким числом, то эксперт сам задает соответствующую функцию принадлежности. Для LR-представления нечетких чисел достаточно указать левую и правую границы $(x_{g3})_L \geq x_{min}$, $(x_{g3})_R \leq x_{max}$. Во втором случае необходимо определить лингвистическое значение «примерно среднее между $x(t_k)$ и $x(t_{k-1})$ ». Например, это можно сделать так, как представлено на рис. 4.



■ Рис. 4. Функции принадлежности нечетких множеств, соответствующих экспертной гипотезе



■ Рис. 5. Деформированная функция принадлежности экспертной гипотезы

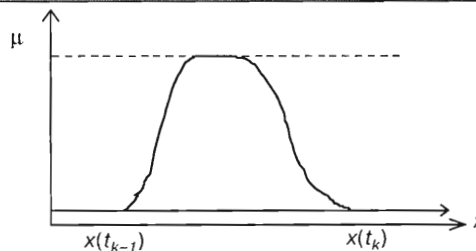


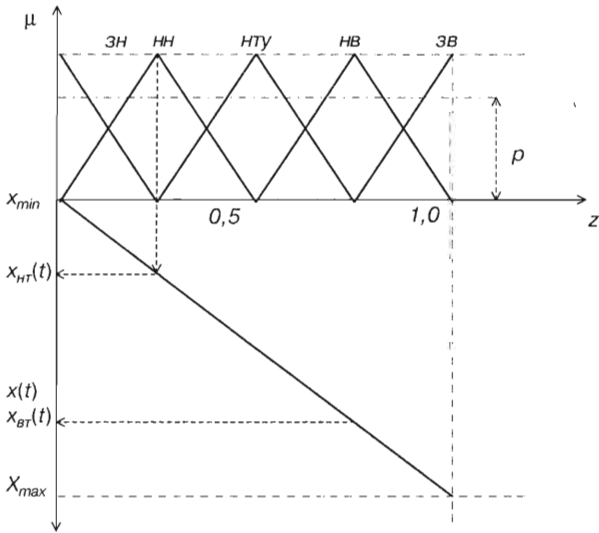
■ Рис. 6. Функции принадлежности экспертных гипотез, сформулированных в словесной форме

При этом функции принадлежности могут быть симметричными, либо возможна их деформация, которая отражает субъективное предпочтение эксперта, т. е. «примерно среднее, но с тенденцией в сторону $x(t_k)$ » (рис. 5).

Несколько иначе приходится решать задачу, если экспертная гипотеза представлена в форме словесного предложения, например: «прогнозируемое значение несколько ниже текущего $x(t)$ ». Поскольку в общем случае могут быть использованы различные лингвистические значения: «несколько выше текущего», «на уровне текущего» и т. п., то должна быть построена совокупность соответствующих нечетких множеств (рис. 6).

Очевидно, что текущее значение $x(t)$ и лингвистические значения (см. рис. 6) представлены в различных шкалах: носители нечетких множеств соответствующих лингвистических значений принадлежат отрезку $[0,1]$, значения $x(t)$ – области определения $[x_{max}, x_{min}]$. Поэтому должен быть разработан алгоритм перехода от одной шкалы к другой. Для выполнения перехода между шкалами не-

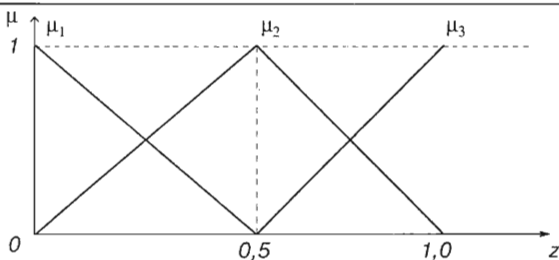




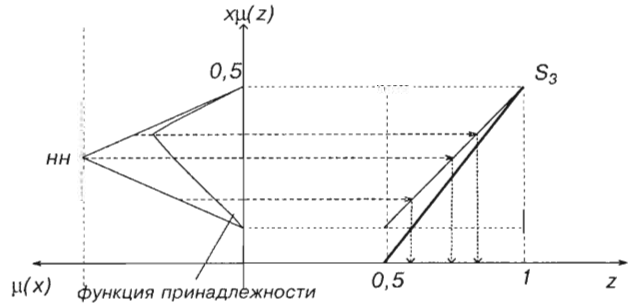
■ **Рис. 7.** Определение прогнозных значений для экспертных гипотез:
 зн – значительно ниже (текущего уровня);
 нн – несколько ниже;
 нту – на текущем уровне;
 нв – несколько выше;
 зв – значительно выше;
 $x(t)$ – текущее значение;
 $X_{нт}(t)$ – несколько ниже текущего уровня;
 $X_{вт}(t)$ – несколько выше текущего уровня

обходимо обеспечить соответствие между текущим значением исследуемого процесса $x(t)$ и лингвистической оценкой «на уровне текущего значения». Это условие может быть выполнено, если масштаб аргумента для лингвистических значений будет привязан к значениям исследуемого процесса. Соответствующая процедура представлена на рис. 7.

Определение значений $X_{нт}(t)$, $X_{вт}(t)$ очевидно и не требует дополнительных объяснений. Диапазон значений для экспертной гипотезы может быть ограничен, если задать порог решения p (см. рис.7). Кроме этого, эксперт может формулировать и более сложную гипотезу, например, «ожидаемое значение несколько ниже текущего $x(t)$, но все же с тенденцией в его сторону». В этом случае функция принадлежности оценки «несколько ниже текущего» должна быть подвергнута дополнительному преобразованию с учетом предполагаемой тенденции, которую также можно представить в нечетко-множественной форме (рис. 8, 9):



■ **Рис. 8.** Функции принадлежности оценок тенденций прогнозных значений

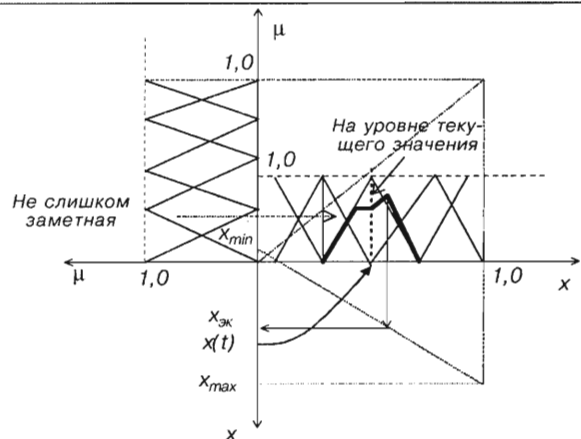


■ **Рис. 9.** Построение функции принадлежности нечеткого предположения «несколько ниже текущего значения $x(t)$, но с тенденцией в его сторону»

$S_1 = \{m_1(z)/z\}$ – существует тенденция смещения в сторону от текущего значения $x(t)$;
 $S_2 = \{m_2(z)/z\}$ – сохраняется значение данной гипотезы;
 $S_3 = \{m_3(z)/z\}$ – существует тенденция смещения в сторону текущего значения $x(t)$.

Преобразование заключается в выполнении модифицированного пересечения функций принадлежности $\mu_{нн}$ и μ_{s1} , для чего используется функция преобразования в виде диагонали прямоугольника, сторонами которого являются носители соответствующих нечетких множеств. Прогнозное значение, генерируемое сложной гипотезой, определяется так же, как это представлено на рис. 7. При этом исходная функция принадлежности, соответствующая оценке «несколько ниже текущего значения $x(t)$ », заменяется модифицированной.

Если в экспертной гипотезе прогнозное значение определяется на основе правила условного вывода, то надо выполнить его обработку на основе одного из известных алгоритмов [4]. В качестве примера можно привести одно из высказываний экспертов о связи отставки предшествующего нынешнему правительству и курса доллара: «если паника на рынке из-за отставки правительства не будет слишком заметной, то курс доллара останется примерно на предыдущей отметке». Процесс определения прогнозного значения, соответствующего данной гипотезе, представлен на рис. 10.



■ **Рис. 10.** Определение прогнозного значения $x_{эк}$ на основе правила, сформулированного экспертом

Определение прогнозного значения можно выполнить на основе простых логических заключений. Если несколько гипотез генерируют нечеткие множества

$$X_{np}(g_i) = \{\mu_{g_i}(x)/x\}, x \in [x_{min}, x_{max}], \quad (2)$$

то возможно, что наилучшее прогнозное значение принадлежит области, общей для всех множеств вида (2) или некоторой их части. Это могут быть все возможные пересечения двух, трех, ..., M нечетких множеств вида (2):

$$X_{npq,h} = X_{np}(g_q) \wedge X_{np}(g_h), q, h \in [1, M], q \neq h,$$

$$\mu(x_{npq,h}) = \min\{\mu_{g_q}(x), \mu_{g_h}(x)\},$$

.....

$$X_{np} = X_{np}(g_j), \mu(x_{np}) = \min\{\mu_{g_j}(x)\}. \quad (3)$$

по всем $j \in [1, M]$

Таким образом, вместе с прогнозными значениями, генерируемыми гипотезами g_i , будет построено множество точек (сгущение), в котором находится наилучшее прогнозное значение. Поскольку функцию принадлежности можно интерпретировать как функцию возможности, то, во-первых, из всего множества точек следует выбрать точки, соответствующие максимумам пересечений (3):

$$\max \min \{\mu_{g_q}(x), \mu_{g_h}(x)\},$$

$$\max \min \{\min\{\mu_{g_j}(x)\}\}.$$

по всем $j \in [1, M]$

Во-вторых, из рассмотрения можно исключить точки, для которых значения соответствующего максимума меньше некоторого порога p_{min} , например, $p_{min} = 0,5$. Применение операции пересечения для свертки гипотез вытекает из следующего утверждения.

Если максимумы функций принадлежности нечетких множеств $\mu_{g_i}(x)$ $\mu_{g_{i+1}}(x)$ лежат в некоторой окрестности ожидаемого значения $x_{ож}$, то расстояние от точки, соответствующей $\max \min \{\mu_{g_i}(x), \mu_{g_{i+1}}(x)\}$, до точки $x_{ож}$ всегда меньше наибольшего из расстояний от точек, соответствующих $\max\{\mu_{g_i}(x)\}$ или $\max\{\mu_{g_{i+1}}(x)\}$, до $x_{ож}$, и может быть меньше минимального из этих расстояний.

Доказательство следует из простых графических построений.

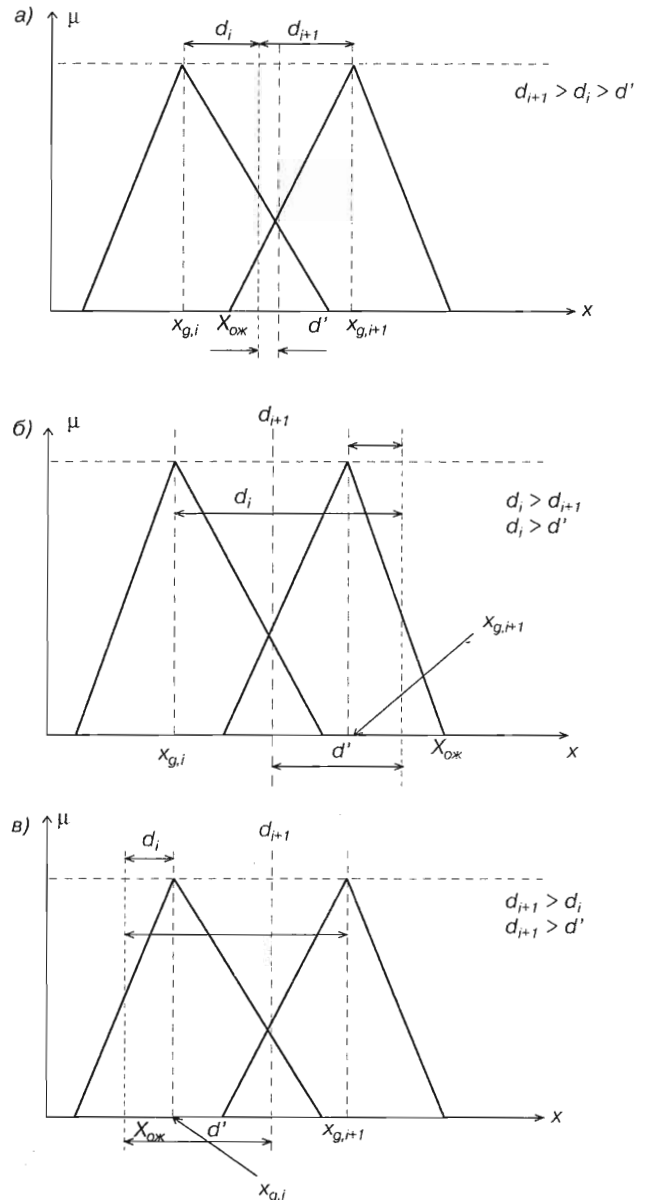
На рис. 11, а показан случай, когда выполняется последнее условие, б, в – выполняется первая часть утверждения.

Известно, что центр тяжести является важной характеристикой некоторого множества точек [5]. Поэтому в качестве оценки результирующего прогнозного значения принимаем координату центра тяжести множества точек x_{np}^*

$$x = \frac{\sum \mu(x_{np}^*) x_{np}^*}{\sum \mu(x_{np}^*)}$$

для всех x_{np}^* таких, что $\mu(x_{np}^*) > p_{min}$.

Повышение качества прогноза может быть достигнуто за счет повышения концентрации сгущения

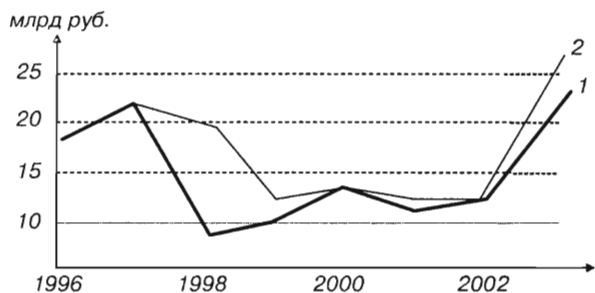


■ Рис. 11. Графическая иллюстрация доказательства утверждения

точек, по которому принимается решение. Одним из возможных вариантов является использование понятия псевдоинерции [5]. Псевдоинерция множества точек относительно центра тяжести определяется соотношением

$$I = \sum \mu(x_{g_i}) d^2(x_{np}, x_{g_i}), d^2(x_{np}, x_{g_i}) = (x_{np} - x_{g_i})^2.$$

Из сформулированного выше утверждения следует, что ожидаемое значение исследуемого процесса будет находиться в множестве точек, имеющих минимальные значения псевдоинерции относительно центра тяжести этого множества. Вычисляя значение псевдоинерции для каждой точки и отбрасывая те, для которых оно больше некоторого порога, получим новое множество возможных прогнозных зна-



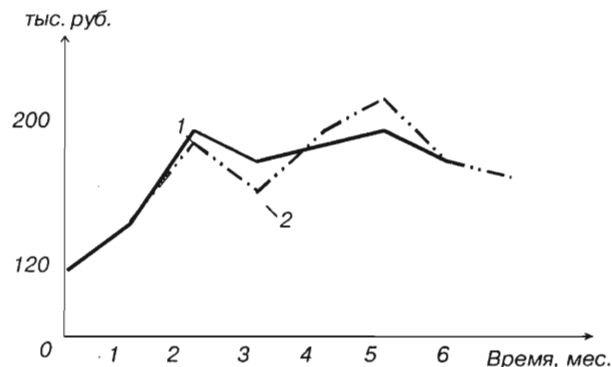
■ Рис. 12. Динамика вывоза капиталов из России:
1 – исходный процесс; 2 – результат прогноза

чений. В качестве оценки прогнозного значения примем координату центра тяжести нового множества. Этот процесс может повторяться многократно. Выбор порога решения может производиться двумя путями. Вычисляется среднее значение псевдоинерции и отбрасываются точки, для которых оно превышает среднее. Этот процесс может потребовать большого количества циклов вычислений. Для второго варианта первоначальное пороговое значение выбирается на основе экспертного предложения, например, отбрасываются все значения и соответственно точки, псевдоинерция которых больше единицы, а затем пороговое значение для дальнейших вычислений выбирается по среднему. Весь процесс заканчивается тогда, когда останутся лишь точки с примерно одинаковым значением псевдоинерции.

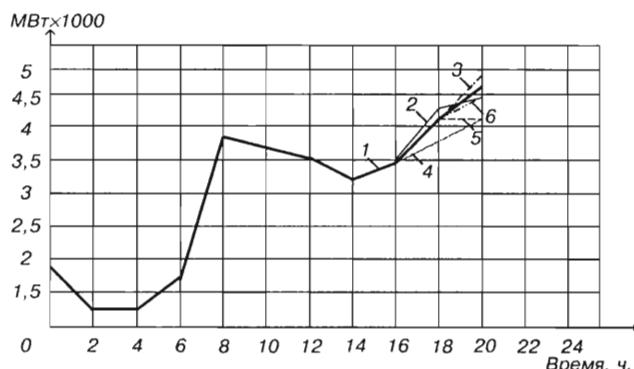
Одним из процессов, на котором тестировался предлагаемый метод прогнозирования, является динамика вывоза капиталов из России (рис. 12).

Отметим, что в нашем случае данный процесс рассматривается лишь как пример временного ряда с известными значениями, по которым можно оценить качество прогноза. Многофакторный характер этого процесса лежит вне нашего рассмотрения.

Использование псевдоинерции дает положительные результаты при прогнозировании на один шаг. В частности, для процесса, представленного на рис. 12, по данным 1996, 1997 и 1998 г. прогнозировалось значение на 1999 г. Реальное значение для этой точки составляет 11,5 млрд руб., прогноз без использования псевдоинерции – 14,45 млрд руб.



■ Рис. 13. Прогнозирование доходов коммерческого банка:
1 – исходный процесс; 2 – результат прогноза

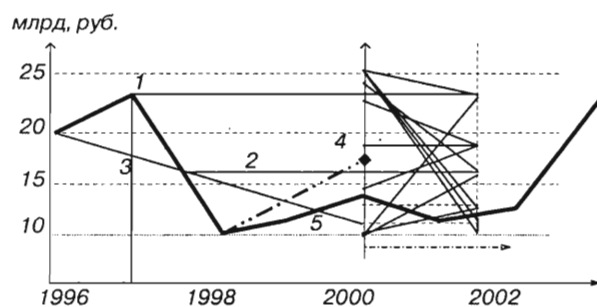


■ Рис. 14. Прогнозирование нагрузки электростанции:
1 – исходный процесс; 2 – результат прогноза для цикла с 14 до 20 ч, с использованием двух гипотез первого порядка (3, 4), гипотезы нулевого порядка (5) и гипотезы эксперта (6)

(ошибка около 25 %), с использованием псевдоинерции – 12,86 млрд руб. (ошибка около 11 %, т. е. уменьшилась почти в два раза). Учитывая особенность процесса, такую погрешность можно считать вполне удовлетворительной. На более «спокойных» участках качество прогноза еще выше (погрешность порядка 5–6 %).

На рис. 13 представлены результаты описанного метода к прогнозированию доходов одного из коммерческих банков г. Владимира, на рис. 14 – к прогнозированию нагрузки электростанции.

На кривой нагрузки (см. рис. 14) выделяются характерные шестичасовые циклы. Хотя величина нагрузки зависит от многих факторов, рассматриваемую задачу решают как задачу прогнозирования значений временного ряда, при этом для каждого цикла используются только значения, ему принадлежащие. На 20 ч реальное значение нагрузки – 4,6 тыс. МВт, прогнозируемое значение – 4,4 тыс. МВт,



■ Рис. 15. Прогнозирование на два интервала:
1 – гипотеза, что ожидаемое значение $x(2000) = x(97)$;
2 – гипотеза, что $x(2000) = (x(97) + x(1998))/2$;
3 – гипотеза, что $x(2000)$ лежит на прямой линии, проходящей через точки $x(1996)$ и $x(1997) + x(1998)/2$;
4 – экспертная гипотеза, представленная соответствующим нечетким числом;
5 – гипотеза, что $x(2000) = x(1998)$;
♦ – прогнозируемое значение, полученное при обработке значений, генерируемых гипотезами по описанному выше алгоритму

ошибка – 4,4 %. Ошибка прогноза нагрузки на 16 ч, выполненного на основе 12- и 14-часовых нагрузок, составляет около 16 %.

Прогнозирование с бóльшим шагом, естественно, дает худшее качество прогноза. Рис. 15 иллюстрирует процедуру определения ожидаемого значения через два интервала для процесса, приведенного на рис. 12.

Хотя ошибка прогноза здесь достаточно большая, тем не менее тенденция изменения предсказана достаточно точно.

Описанный метод прогнозирования тестировался также на других процессах, имеющих технический и экономический характер. В зависимости от особенностей процессов ошибка предсказания изменялась от 2 до 20 %.

Заключение

Предложенный метод прогнозирования может использоваться для оценки будущих значений исследуемых процессов в случае, когда в распоряжении исследователя имеются небольшие выборки ретроспек-

тивных данных, а также при наличии искажений данных. Кроме этого, возможно применение описанного метода для заполнения пропусков в данных.

Литература

1. Гхосал Ф. Прикладная кибернетика и ее связь с исследованием операций. – М.: Радио и связь, 1982. – 128 с.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – Вып. 2. – М.: Мир, 1974. – 194 с.
3. Градусов Д. А., Чернов В. Г. Многофакторная модель формирования доходных статей регионального бюджета, использующая методы эволюционного программирования и прогнозирования на основе свертки нечетких гипотез // Бизнес управления: Сб. научн. тр. – Ч. 1. – Владимир: Владимирский институт бизнеса, 2003. – С. 12–19.
4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д. А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
5. Дидэ и др. Методы анализа данных, подход, основанный на методе динамических сгущений. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 312 с.

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья редактируется и рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи, а также фотографию и краткое изложение сведений о себе.

Процедуры согласования текста статьи, предоставления фото (размером 4×5,5 см) и сведений об авторе могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (электронный вариант фото в виде файла *.tif, *.jpg с разрешением 300 dpi).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию. При необходимости доработать статью — рецензию.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за подбор, достоверность и точность фактов, экономико-статистических и технических показателей, собственных имен и прочих сведений, а также за то, что в материалах не содержится сведений, не подлежащих открытой публикации, несут авторы публикуемых в журнале материалов и рекламодатели.

Научно-исследовательская лаборатория объектно-ориентированных геоинформационных систем Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук

ВТОРОЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ СЕМИНАР «ИНТЕГРАЦИЯ ИНФОРМАЦИИ И ГЕОИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ» IG&GIS-2005

25–27 сентября 2005 г.

Место проведения семинара – Санкт-Петербургский Дом Ученых,
адрес: 191186, Россия, Санкт-Петербург, Дворцовая наб., 26.

Спонсоры семинара

Российская Академия Наук
Министерство образования и науки РФ
U. S. Office of Naval Research GLOBAL, USA
Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ)
Журнал «Информационно-управляющие системы»

Цели семинара

Рассмотрение и обсуждение вопросов гармонизации, интеграции и слияния информации от разнотипных систем наблюдения с учетом географической информации и данных о среде для реализации процессов принятия решения в системах мониторинга различного назначения и уровня.

Вопросы интеграции информации рассматриваются в контексте практических приложений геоинформационных систем (ГИС) и теории поиска подвижных объектов.

Направления работы конференции

Геоинформатика и геоинформационные системы: проблемы хранения, доступа и правильного использования доступных данных и информации;

ГИС-интерфейс;
системы преобразования различных форматов (системы импорта-экспорта);
двух- и трехмерное представление исходных данных и результатов моделирования в ГИС.

Интеграция информации в ГИС:
гармонизация, интеграция и слияние данных в ГИС;
импорт-экспорт данных в ГИС;
преобразование различных систем координат и проекций;

интеграция баз данных и баз знаний, ячеечная технология;
трехмерное моделирование, представление данных и результатов.

Исследование операций и теория поиска подвижных объектов для ГИС приложений:

интеграция информации от разнотипных систем обнаружения в реальных условиях изменяющейся среды в пространстве и времени;
оптимизация поиска с учетом географических характеристик и факторов;
понятие тактической ситуации поиска;

понятие операции поиска в реальной среде.
Компьютерная алгебра и компьютерные вычисления в ГИС-приложениях:

формальная постановка и описание проблемы интерпретации компьютерных моделей;

применение теории категорий для формального описания и исследования проблемы интерпретации компьютерных моделей;

сложные компьютерные вычисления и интерпретация результатов.

Технологии программирования ГИС и ГИС-приложений:

объектно-ориентированный подход;
RAD технологии;
объектно-ориентированные и гибридные СУБД;
многоагентные системы;
распределенные вычисления, GRID&SOA технологии.

Разработка ГИС-ориентированных онтологий:
универсальные (базовые) ГИС-онтологии;
онтологии поддержки принятия управленческих решений;

онтологии прикладных предметных областей;
применение XML технологий в ГИС;
использование UML в интересах ГИС.

Интеллектуальные ГИС:
системы автоматизированной (визуальной) разработки и тестирования сценариев;
алгоритмы логического вывода;
экспертные технологии на основе открытого кода;
интеллектуальные интерфейсы ГИС.
Морские ГИС.

Контрольные сроки

Тезисы докладов принимаются до 15 января 2005 г.
Уведомление о приеме – 1 марта 2005 г.
Полный текст доклада (в СПИИ РАН) предоставляется до 31 марта 2005 г.

Дополнительная информация и справки

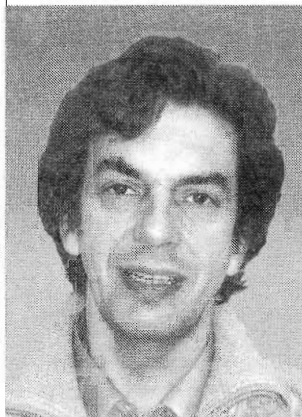
Россия, 199178, Санкт-Петербург, 14-я линия Васильевского острова, д. 39, СПИИРАН, НИЛ ООГИС
Владимир Николаевич Кожемяка
Тел.: (812) 328-01-79, факс: (812) 329-08-63,
e-mail: kvn@niggis.iias.spb.su
<http://niggis.iias.spb.su>

**АФАНАСЬЕВА
Александра
Валентиновна**



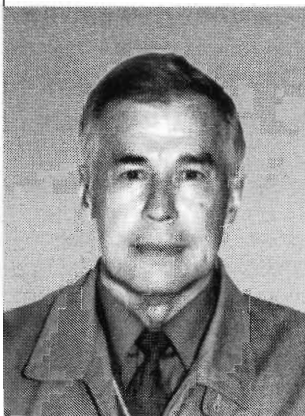
Аспирантка Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2002 году окончила Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. Является автором двух научных публикаций. Область научных интересов – теория информации, теория кодирования, системы информационной безопасности.

**БЕЗЗАТЕЕВ
Сергей
Валентинович**



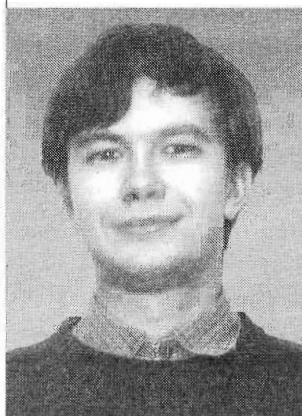
Доцент Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1980 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. В 1987 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 40 научных публикаций. Область научных интересов – теория информации, теория кодирования, системы информационной безопасности.

**ВОЙНОВ
Евгений
Анатольевич**



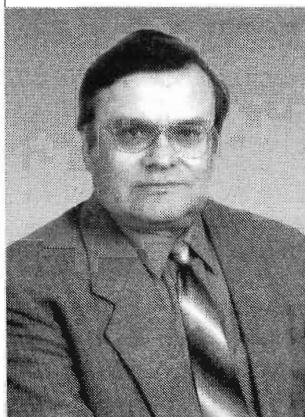
Главный специалист, заместитель директора научно-производственного комплекса ФГУП «ЦНИИ «Гранит»», доктор электротехники, член-корреспондент Российской академии электротехнических наук, лауреат премии Правительства РФ за 2000 год. В 1961 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Электронные устройства управления летательных аппаратов». В 1997 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 100 научных публикаций. Область научных интересов – помехозащищенность систем самонаведения летательных аппаратов.

**ГЛУХИХ
Михаил
Игоревич**



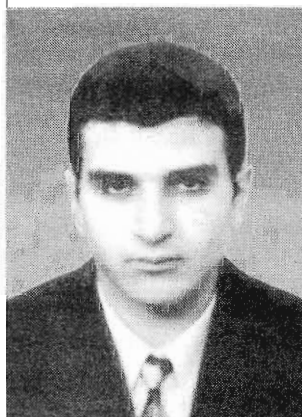
Старший преподаватель кафедры автоматики и вычислительной техники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. В 2001 году окончил с отличием магистратуру Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Является автором девяти научных публикаций. Области научных интересов – информационные технологии, высоконадежные вычислительные системы, многопроцессорные комплексы.

**ЖАБРЕЕВ
Вячеслав
Сергеевич**



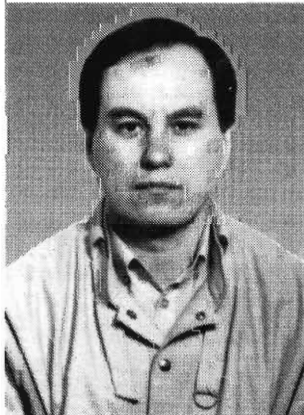
Профессор, проректор по научной работе, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники Южно-Уральского профессионального института, заслуженный работник высшей школы РФ, Академик Международной академии научных открытий и изобретений, член-корреспондент Международной академии энергоинформационных наук. В 1965 году окончил Челябинский политехнический институт. В 1985 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 200 научных публикаций. Область научных интересов – информационный анализ и синтез процессов управления и элементов технических систем, менеджмент в социально-экономических системах.

**ИЗИЛОВ
Роман
Юноевич**



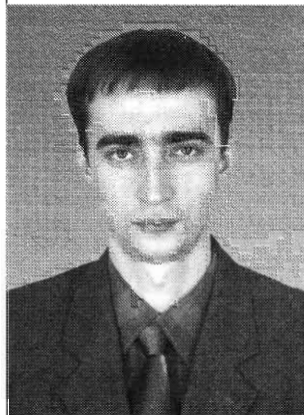
Аспирант Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. В 2002 году окончил Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. Является автором шести научных публикаций. Область научных интересов – речевые технологии, информационные системы и технологии.

**МАЛЬЦЕВ
Олег
Григорьевич**



Начальник научно-технической лаборатории ФГУП «ЦНИИ «Гранит»». В 1975 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Электрооборудование летательных аппаратов». В 1989 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 70 научных публикаций. Область научных интересов – объединение и совместная обработка (оценивание, принятие решений) данных от пространственно разнесенных источников информации.

**ПРОКОПЕНКО
Василий
Витальевич**



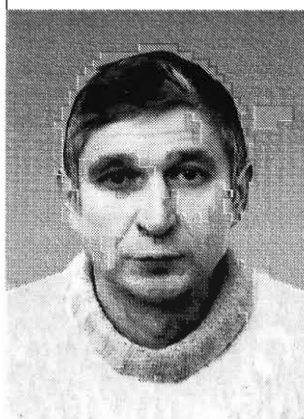
Аспирант кафедры «Системы управления» Южно-Уральского государственного университета. В 1999 году окончил Южно-Уральский государственный университет. Является автором шести научных публикаций. Область научных интересов – системный анализ и управление, системы связи и телекоммуникаций.

**СТЕПАНОВ
Михаил
Владимирович**



Аспирант кафедры безопасности информационных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2003 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. Является автором двух научных публикаций. Область научных интересов – алгебраическая теория кодирования, алгебраическая геометрия, криптография.

**СУБОЧЕВ
Сергей
Дмитриевич**



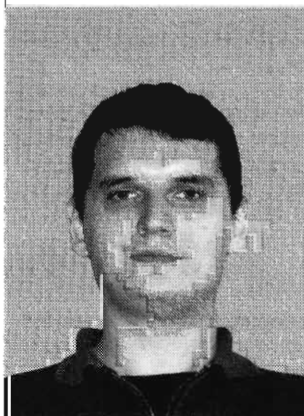
Ведущий программист кафедры вычислительных машин и комплексов Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1976 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Автоматизированные системы управления». В 1991 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 12 научных публикаций. Область научных интересов – численные методы, физические представления многомерных пространств для решения задач статистики, теории управления, оптимизации, математической физики и др.

**ЧЕРНОВ
Владимир
Георгиевич**



Доцент кафедры управления и информатики в технических и экономических системах Владимирского государственного университета. В 1966 году окончил Рязанский радиотехнический институт по специальности «Автоматика и телемеханика». В 1971 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 67 научных публикаций, двух монографий, 15 запатентованных изобретений. Область научных интересов – системы и методы поддержки принятия решений для слабоструктурированных задач, приложения аппарата нечетких множеств в исследованиях экономических процессов.

**ШОПЫРИН
Данил
Геннадьевич**



Старший программист ЗАО «Транзас технологии». В 2002 году окончил Оренбургский государственный университет. Является автором двух научных публикаций. Область научных интересов – объектно-ориентированное и автоматное программирование.

УДК 681.3

Повышение оперативности принятия решений при определении качества речевых сигналов

Изилов Р. Ю. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 2–9.

Предложен метод оперативного контроля качества речевых сигналов, основанный на использовании сведений об изменении разборчивости в зависимости от уровня сигнала и шума в сочетании с их многомерным представлением, полученным компьютерными методами анализа и обработки информации, позволяющий упростить и ускорить (в сравнении с артикуляционным контролем, регламентированным ГОСТ Р 50840-95, ГОСТ Р 51061-97) процесс принятия решений при определении качества речевых сигналов в условиях ограниченного объема экспериментальных (речевых) данных.

Список лит.: 16 назв.

УДК 621.396.96:621.391.26

Оценка величины относительных смещений радиолокационных изображений точечной конфигурации

Мальцев О. Г., Войнов Е. А. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 10–14.

Предлагается способ оценки величины относительных смещений (параллельного переноса вдоль осей декартовой прямоугольной системы координат) различных радиолокационных изображений, сформированных при обнаружении морской групповой цели средствами локации летательных аппаратов. Способ основан на совместной обработке методом наименьших квадратов замеров дальности между летательными аппаратами и их координат, численных навигационными системами. Эффективность полученных оценок относительных смещений изображений исследуется аналитически и иллюстрируется результатами статистического моделирования на ЭВМ.

Список лит.: 2 назв.

УДК 519.95

Применение многомерных сферических координат для численного интегрирования и некоторых других задач

Субочев С. Д. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 15–22.

Разработан численный метод интегрирования функций в многомерных сферических координатах, удобный для практических приложений. Приводятся решения двух наглядных примеров предлагаемыми методами и известными, чтобы подтвердить достоверность результатов и показать, как пользоваться методом. Описывается применение метода численного интегрирования для вычисления вероятностей и моментов на многомерных распределениях. Показываются возможные применения многомерных сферических координат для экстремальных задач на поверхностях и некоторых других задач.

Список лит.: 9 назв.

УДК 681.3

Increasing efficiency of decision-making in estimation of speech signals quality

Izilov R. Ju. – IUS, 2005. – N 3. – P. 2–9.

This article considers proposed operative quality speech signals control method, based on application intelligibility dependences according to signal and noise level variation combined with multidimensional representation by computer methods analysis and data processing, allowing to simplify and to increase efficiency of decision-making during estimation speech signals quality (comparing with the articulation control accepted in GOST R 50840-95, GOST R 51061-97) in conditions of the limited experimental (speech) material volume.

Refs: 16 titles.

УДК 621.396.96:621.391.26

Estimation of the value of relative shifts of radar images of dot configuration

Malcev O. G., Vojnov E. A. – IUS, 2005. – N 3. – P. 10–14.

The mode of estimation of the value of relative shifts (parallel shift in the line of Cartesian reference axes) of various radar images formed on detection of a naval multiple target by location means of aircrafts is proposed. The mode is based on the use of the method of minimum squares for the coprocessing of results of measurements of distances between aircrafts and of their positions computed by navigation systems. The efficiency of the received estimations of the value of relative shifts of images is analytically treated and is illustrated with the use of statistical computer modeling data.

Refs: 2 titles.

УДК 519.95

Multidimensional spherical coordinates application for numerical integration and another problems

Subochev S. D. – IUS, 2005. – N 3. – P. 15–22.

The numerical method of integration of functions in multidimensional spherical coordinates, which is convenient for the practical applications, has been worked out. Solutions of two visual examples by offered and known methods are given in order to corroborate authenticity of results and show how to use the method. Application of method of numerical integration for calculation of probabilities and moments on multi-dimensional distributions is described. The possible use of multidimensional spherical coordinates for extreme tasks on surfaces and some other tasks are shown.

Refs: 9 titles.

УДК 658.012.1

Модель оценки качества обслуживания абонентов в виде системы массового обслуживания

Жабреев В. С., Прокопенко В. В. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 23–26.

Рассматривается качественная характеристика обслуживания потребителей услуг связи. Предложена методика расчета рассматриваемой характеристики на основе представления потока процессов обслуживания абонентов в виде системы массового обслуживания на примере предприятия связи в Челябинской области.

Список лит.: 5 назв.

УДК 004.052.3:004.032.24

Формализация представления отказоустойчивых систем при проектировании структуры системы

Глухих М. И. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 27–35.

В статье рассматривается актуальная задача синтеза структуры надежной и безопасной вычислительной системы. Рассматриваются неформальные предпосылки к определению функциональной организации таких систем. Разработана формализованная модель на основе графов, позволяющая анализировать надежность характеристики системы на этапе системного проектирования. Применение модели рассмотрено на примере синтеза структуры простой безопасной системы.

Список лит.: 7 назв.

УДК 681.3.07

Объектно-ориентированная реализация конечных автоматов на основе виртуальных методов

Шопырин Д. Г. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 36–40.

В работе рассматривается проблема совместного использования объектно-ориентированной и автоматн-ориентированной технологий программирования. Подробно обсуждаются вопросы интеграции автомата в объектно-ориентированную систему и реализации автомата в объектно-ориентированном стиле.

Список лит.: 10 назв.

УДК 658.012.1

The model of estimation of subscriber service quality as a system of mass service

Zhabreev V. S., Prokopenko V. V. – IUS, 2005. – N 3. – P. 23–26.

We submit for consideration quality characteristics of subscriber service in the sphere of communications. The methodic of the considered characteristic calculation is offered. It is based on notion of flow of subscribers service processes, as a system of mass service. The communication enterprise in Chelyabinsk region was taken as an example of mass service system.

Refs: 5 titles.

УДК 004.052.3:004.032.24

Formalization of fault-tolerant system presentation when designing system structure

Gluhikh M. I. – IUS, 2005. – N 3. – P. 27–35.

This article considers the actual task of the synthesis of reliable and safe computing system structure. Informal relations to such system functional organization definition are considered. Formalized model based on graphs analyzing system characteristics of reliability when designing the system is developed. Model's application is considered on the example of synthesis of simple safe system structure.

Refs: 7 titles.

УДК 681.3.07

Object oriented realization of finite automaton based on virtual methods

Shopyrin D. G. – IUS, 2005. – N 3. – P. 36–40.

The paper addresses the problem of merging object-oriented and automaton-based programming technologies. There are two major questions how to integrate an automaton into an object-oriented system and how to implement an automaton in the object-oriented fashion.

Refs: 10 titles.

УДК 20.53.23; 49.31.00

Новый способ построения CFF

Афанасьева А. В. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 41–46.

Предложен новый подход к построению CFF с использованием кодов, исправляющих ошибки. Показано, что для достижения оптимальных параметров CFF в этом случае необходимо использовать коды, лежащие на границе Грайсмера.

Список лит.: 29 назв.

УДК 621.391

Алгебро-геометрические коды на границе Грайсмера

Беззатеев С. В., Степанов М. В. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 47–49.

В данной работе показывается существование класса алгебро-геометрических кодов, лежащих на границе Грайсмера. Этот класс выделяется среди алгебро-геометрических кодов рода один, которые иногда называют эллиптическими кодами.

Список лит.: 4 назв.

УДК 519.81

Краткосрочное прогнозирование на основе свертки нечетких гипотез

Чернов В. Г. – Информационно-управляющие системы, 2005. – № 3. – С. 50–56.

Рассматривается метод краткосрочного прогнозирования, который предполагает нахождение ожидаемого значения исследуемого процесса как свертки нечетких гипотез о будущих значениях. Данный метод предназначен для применения в ситуациях, когда отсутствует предыстория прогнозируемого процесса или же для прогнозирования могут использоваться только наиболее близкие значения.

Список лит.: 5 назв.

УДК 20.53.23; 49.31.00

New method for CFF construction

Afanaseva A. V. – IUS, 2005. – N 3. – P. 41–46.

The new approach of CFF construction with use of correcting mistakes codes is offered. It is shown, that for achievement of optimum CFF parameters is necessary to use the codes laying on Graismer's border.

Refs: 29 titles.

УДК 621.391

Algebra-geometric codes on Graismer's border

Bezzateev S. V., Stepanov M. V. – IUS, 2005. – N 3. – P. 47–49.

The existence of class of algebra-geometrical codes laying on Graismer's border is shown in this paper. This class is distinguished among algebra-geometrical codes of genus one which are sometimes called elliptic codes.

Refs: 4 titles.

УДК 519.81

Short-term forecasting based on convolution of fuzzy hypothesis

Chernov V. G. – IUS, 2005. – N 3. – P. 50–56.

The method of short-term forecasting when expected value of investigated process can be deduced as a convolution of fuzzy hypotheses about next values is described. This method can be applied in situations of prehistory of forecast process absence or in case of using approximate values.

Refs: 5 titles.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПОЛИТЕХНИКА» ПРЕДСТАВЛЯЕТ

Книгу, получившую Почетный диплом «Лучшие книги 2004 года» за актуальность и высокий научный уровень издания нового учебного пособия (конкурс Ассоциации книгоиздателей, 19 мая 2005 года) и Диплом «Серебряная литера» за высокий профессионализм в издании научно-технической литературы (IV Международная ярмарка «Невский книжный форум», 26–29 мая 2005 года).



Автоматизированные системы управления воздушным движением: Новые информационные технологии в авиации: Учеб. пособие / Р. М. Ахмедов, А. А. Бибутов, А. В. Васильев и др.; Под ред. С. Г. Пятко и А. И. Красова. — СПб.: Политехника, 2004. — 446 с.: ил. ISBN 5-7325-0779-5

Рассмотрены новые подходы к построению систем наблюдения, навигации и связи в соответствии с глобальной стратегией их развития после 2000 г., рекомендованной ИКАО. Изложены вопросы теории и практики создания АС УВД нового поколения, причем описываемые технические решения относятся к оригинальным.

Впервые в отечественной литературе рассмотрены системы АЗН-В, системы отображения на растровых мониторах, цифровые системы коммутации диспетчерской связи, системы регистрации информации. Приведены другие важные сведения, относящиеся к разработке и эксплуатации современных систем аэроконтроля.

Книга предназначена для слушателей, курсантов и студентов высших и средних специальных учебных заведений гражданской авиации по специальностям «инженер по управлению движением» и «диспетчер по управлению воздушным движением», а также для переподготовки авиадиспетчеров, специалистов службы ЭРТОС, инструкторского состава учебно-тренажерных центров и др.

Подписку на наш журнал можно оформить в любом отделении связи по каталогам

агентства «Роспечать»: 20.000
«Газеты и журналы» — № 15385
«Издания органов НТИ» — № 69291

Журнал «Информационно-управляющие системы» (ISSN 1684-8853) учрежден в 2002 году ФГУП «Издательство «Политехника» (Санкт-Петербург) бывшим Ленинградским отделением издательства «Машиностроение», специализирующимся на выпуске научно-технической литературы.

Журнал предназначен для руководителей и ведущих специалистов научно-исследовательских и опытно-конструкторских организаций и предприятий отраслей промышленности, выпускающих продукцию и предоставляющих услуги в области телекоммуникаций, защиты и обработки информации, систем управления, встраиваемых информационно-управляющих систем различного назначения, а также для научных сотрудников, докторантов, аспирантов и студентов информационных и вычислительных специальностей вузов.

Тематические разделы: обработка информации и управление; моделирование систем и процессов; программные и аппаратные средства; защита информации; кодирование и передача информации; информационные каналы и среды; системный анализ; стохастическая динамика и хаос; управление в социально-экономических системах; управление в медицине и биологии; информационные технологии и образование; краткие научные сообщения; рецензии (на книги, журналы, статьи, диссертации); хроника и информация (о семинарах, конференциях, выставках, юбилеях, а также очерки по истории науки и техники).

Периодичность – каждые два месяца. **Тираж** – 1000 экз.
Распространяется только по подписке в России и странах СНГ. Возможна подписка через редакцию по заявке (по почте, телефону, факсу или e-mail), по которой высылаем счет.
Высылаем по Вашей просьбе (бесплатно) образец журнала для подписки. **Стоимость** годовой подписки (6 номеров) 1800 рублей, (включая НДС 18%), с добавлением стоимости доставки 90 рублей по России и 300 рублей в страны СНГ.

Адрес редакции:
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67, ГУАП,
редакция журнала «Информационно-управляющие системы».
Факс: (812) 313 70 18, тел.: (812) 710 66 42,
e-mail: ius@aanet.ru, http://www.guap.ru/ius

