

УДК 628.3

doi:10.31799/1684-8853-2019-2-44-51

Математическая модель анаэробного биореактора с закрепленной биомассой как объекта управления

А. А. Ключарёв^а, канд. техн. наук, доцент, orcid.org/0000-0001-5345-1209А. А. Фоменкова^а, ассистент, orcid.org/0000-0002-5570-6743, a.a.fomenkova@mail.ru^аСанкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

Постановка проблемы: от эффективности работы биоочистных сооружений зависят производительность и экологическая безопасность предприятий. Решение задачи управления процессами анаэробной биологической очистки сточных вод существенно ограничивается сложностью описания физических и биохимических процессов, происходящих в биореакторах. **Цель:** разработка обобщенной математической модели анаэробного биореактора с закрепленной биомассой как объекта системы автоматического управления, позволяющей учитывать конструктивные и технологические особенности системы очистки сточных вод. **Методы:** имитационное моделирование процессов массопереноса и биохимических преобразований в анаэробном биореакторе и разработка на его основе математической модели, применимой для синтеза системы управления. **Результаты:** на основе уравнений массопереноса получена обобщенная математическая модель анаэробного биореактора с закрепленной биомассой. Эта модель дополнена компонентами, учитывающими биохимические преобразования. На базе конструктивных и технологических параметров биореактора сделаны необходимые допущения, которые дают возможность сформулировать граничные и начальные условия с достаточной для инженерной практики точностью. Обоснован выбор управляемых параметров технологического процесса в анаэробном биореакторе, обеспечивающих достижение необходимой степени очистки при наименьших затратах. Полученная обобщенная математическая модель анаэробного биореактора с закрепленной биомассой позволяет выполнить имитационное моделирование биореактора в заданных условиях эксплуатации. Для этих условий построена аппроксимирующая модель, благодаря которой возможно выполнение синтеза системы управления. **Практическая значимость:** разработанные алгоритмы позволяют применить полученные результаты к широкому классу действующих анаэробных биореакторов с закрепленной биомассой и построить системы управления, существенно повышающие эффективность их работы, в том числе на этапах модернизации систем очистки.

Ключевые слова — система автоматической стабилизации, анаэробный биореактор, математическая модель, имитационное моделирование.

Для цитирования: Ключарёв А. А., Фоменкова А. А. Математическая модель анаэробного биореактора с закрепленной биомассой как объекта управления. *Информационно-управляющие системы*, 2019, № 2, с. 44–51. doi:10.31799/1684-8853-2019-2-44-51

For citation: Klucharev A. A., Fomenkova A. A. Mathematical model of a fixed-biomass anaerobic bioreactor as a control object. *Information and Control Systems*, 2019, no. 2, pp. 44–51 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2019-2-44-51

Введение

Биологическая очистка сточных вод, являясь основной технологией обеспечения экологической безопасности промышленных предприятий, широко используется как в промышленности, так и в локальных бытовых очистных сооружениях. Известна высокая эффективность применения анаэробных биореакторов [1, 2], работа которых сопровождается выделением биогаза, используемого, например, для обеспечения оптимального температурного режима.

При проектировании биореактора [3–5] центральное внимание уделяется его конструктивным и технологическим параметрам на основе заданных характеристик обрабатываемых сточных вод и допустимой концентрации загрязнений в очищенной воде $S_{\text{вых}}$.

Зачастую промышленные предприятия характеризуются неравномерным во времени выходом продукции, а следовательно, неравномерным во времени объемом и составом сточных вод. Это обу-

словлено цикличностью технологического процесса, сезонностью спроса на некоторые виды продукции, необходимостью санитарного и технического обслуживания технологических линий и другими причинами. Очистные сооружения должны обеспечить заданную санитарными нормами степень очистки при изменяющихся концентрации загрязнений на входе S_0 и объеме сточных вод Q , поступающих с предприятия на очистку в единицу времени. При этом следует учитывать, что эффективность работы биореактора существенно зависит от климатических условий, в частности, температуры окружающей среды.

В современных условиях с учетом накопленного опыта проектирования и эксплуатации анаэробных биореакторов актуальна задача разработки и внедрения автоматизированных систем контроля и управления работой очистных сооружений [6–9]. Задачей управления биореактором является обеспечение допустимого уровня концентрации загрязнений на выходе биореактора $S_{\text{вых}}$ при изменениях начальной концентрации загрязнений

сточной воды S_0 , расхода жидкости в биореакторе Q и температуры окружающей среды $t_{окр}$. Решение таких задач позволяет уменьшить эксплуатационные затраты, обеспечить эффективность системы очистки при пиковых нагрузках и залповых выбросах загрязнений, повысить безопасность системы очистки. Рассматриваемая система относится к классу непрерывных систем автоматической стабилизации с входными параметрами S_0, Q . Заданный режим работы биореактора обеспечивается автоматической регулировкой рабочей температуры очищаемой жидкости t .

Объем жидкости Q , поступающей в биореактор в единицу времени, определяет время пребывания сточной воды на очистке и, следовательно, производительность биореактора по сточной воде. Увеличение расхода жидкости приводит к уменьшению времени контакта сточной воды с микроорганизмами биореактора и, как следствие, к снижению показателей качества очистки. Этот эффект компенсируется увеличением скорости биохимических реакций при повышении температуры сбраживания. Однако дополнительный обогрев биореактора существенно увеличивает затраты на очистку.

При решении задач управления биореактором возникает необходимость разработки математической модели объекта управления, учитывающей влияние технологических и возмущающих факторов на эффективность его функционирования. Для ряда конструкций биореакторов такие модели известны, и строятся они на основе описания процессов массопереноса и микробиологической кинетики преобразования органического загрязнения [3, 4, 6]. В конструкции, описанной в [10], повышение эффективности работы биореактора достигается использованием нескольких секций с микроорганизмами, закрепленными на носителях биомассы. Подобные биореакторы могут быть использованы для очистки сточных вод, содержащих липофильные вещества [11]. Такое техническое решение требует уточнения математической модели для решения задачи синтеза алгоритмов управления.

Математическое описание процессов массопереноса в анаэробном биореакторе с закрепленной биомассой

В основе математического описания процессов распределения и преобразования веществ в биореакторе лежат уравнения массопереноса, в частности, уравнения конвективной диффузии вида [12]

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} = D \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \right) -$$

$$- \left(W_x \frac{\partial S}{\partial x} + W_y \frac{\partial S}{\partial y} + W_z \frac{\partial S}{\partial z} \right) + r_1 + r_2, \quad (1)$$

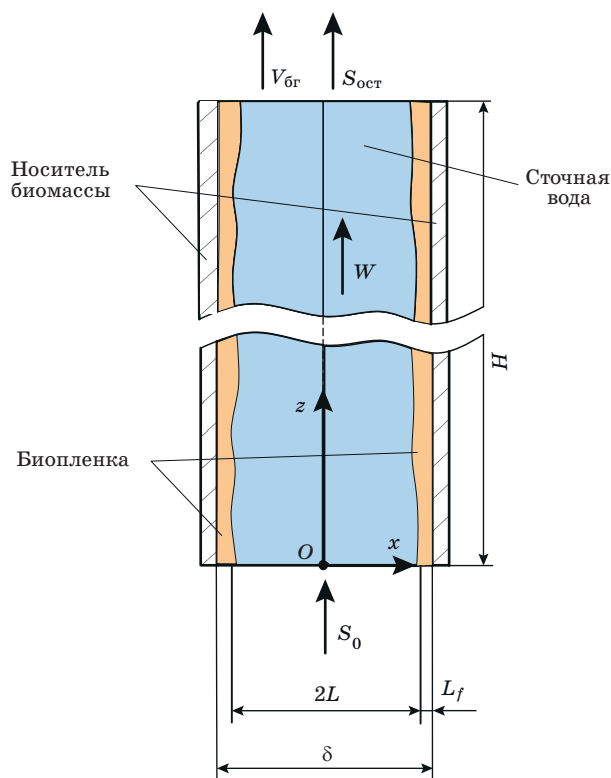
где $S = S(x, y, z)$ — концентрация рассматриваемого вещества; D — коэффициент молекулярной диффузии вещества в жидкости; $W = W(x, y, z)$ — скорость потока жидкости; r_1, r_2 — скорости соответственно образования и разложения рассматриваемого вещества анаэробной микрофлорой.

Процессы анаэробного разложения органического загрязнения сточной воды с достаточной степенью точности можно представить в виде двух стадий [13–15] — кислотогенеза и метаногенеза. На стадии кислотогенеза исходное загрязнение, выраженное обобщенной концентрацией глюкозы $S_{гр}$, преобразуется микроорганизмами в ацетат (уксусную кислоту) с обобщенной концентрацией S_y . В результате метаногенеза из уксусной кислоты образуется биогаз с концентрацией метана $S_{бр}$. Концентрации перечисленных веществ изменяются в соответствии с уравнением (1), а обобщенная модель процессов массопереноса имеет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial S_{гр}}{\partial \tau} = D_{гр} \left(\frac{\partial^2 S_{гр}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_{гр}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S_{гр}}{\partial z^2} \right) - \\ - \left(W_x \frac{\partial S_{гр}}{\partial x} + W_y \frac{\partial S_{гр}}{\partial y} + W_z \frac{\partial S_{гр}}{\partial z} \right) + r_{2гр}; \\ \frac{\partial S_y}{\partial \tau} = D_y \left(\frac{\partial^2 S_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S_y}{\partial z^2} \right) - \\ - \left(W_x \frac{\partial S_y}{\partial x} + W_y \frac{\partial S_y}{\partial y} + W_z \frac{\partial S_y}{\partial z} \right) + r_1 + r_{2y}; \\ \frac{\partial S_{бр}}{\partial \tau} = D_{бр} \left(\frac{\partial^2 S_{бр}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_{бр}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S_{бр}}{\partial z^2} \right) - \\ - \left(W_x \frac{\partial S_{бр}}{\partial x} + W_y \frac{\partial S_{бр}}{\partial y} + W_z \frac{\partial S_{бр}}{\partial z} \right) + r_{1бр}. \end{cases} \quad (2)$$

Различия в конструкции и принципе действия биореактора определяют специфику граничных и начальных условий для решения системы уравнений (2). В частности, показанная на рис. 1 расчетная схема для биореактора с закрепленной биомассой позволяет сформулировать начальные и граничные условия для системы уравнений (2). Биомасса в предложенном биореакторе закреплена на носителях, представляющих собой листы полимерного материала. Листы расположены параллельно друг другу и образуют щелевидные каналы, вдоль которых восходящим потоком протекает очищаемая жидкость.

Рассмотрим щелевидный канал, образованный двумя соседними листами-носителями биомассы. В нижнее сечение канала поступает жид-



■ **Рис. 1.** Расчетная схема канала между двумя листами-носителями биомассы

■ **Fig. 1.** The design scheme of the channel between two sheets of biomass carriers

кость с расходом Q и средней концентрацией загрязнений S_0 . По мере продвижения по каналу со скоростью W жидкость взаимодействует с микроорганизмами в биопленке, за счет чего концентрация загрязнений уменьшается и на выходе из канала равна $S_{огр}$. Микроорганизмы биопленки преобразуют загрязнения сточной воды в биогаз объемом $V_{огр}$, который отводится из канала. Рабочая ширина канала $2L$ определяется расстоянием δ между листами-носителями биомассы и толщиной биопленки L_f как $2L = \delta - 2L_f$. За счет идентичности процессов в каждом канале такое представление может быть положено в основу общей модели анаэробного биореактора с закрепленной биомассой.

Для определения начальных и граничных условий при решении системы уравнений (2) применительно к конкретной конструкции биореактора будем полагать:

— по окончании периода запуска биореактора процесс можно считать стационарным и $\frac{dS}{dt} = 0$;

— перенос вещества осуществляется по осям Ox и Oz , составляющие концентрации $\frac{\partial S}{\partial y}$ и скорости W_y равны нулю;

— при низких скоростях движения жидкости поток имеет ламинарный характер и $W_z \gg W_x$. Следовательно, по оси Oz массоперенос осуществляется посредством молекулярной диффузии, а

по оси Ox — посредством конвекции, и $D \frac{d^2 S}{dz^2} = 0$,

$$W_x \frac{dS}{dx} = 0.$$

Для ламинарного потока жидкости в щелевидном канале вертикальная компонента скорости W_z определяется из уравнения Навье — Стокса [12] как

$$W_z = -\frac{3W}{2L^2}x^2 + \frac{3}{2}W, \quad (3)$$

где $W = \frac{Q}{2Ll}$ — средняя скорость потока жидкости; Q — объемный расход жидкости в канале, m^3/c ; l — длина канала, м.

Тогда, с учетом сделанных допущений, уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial^2 S(x, z)}{\partial x^2} - \xi(x) \frac{\partial S(x, z)}{\partial z} + \frac{1}{D}(r_1 + r_2) = 0, \quad (4)$$

где $\xi(x) = k(x^2 - b)$, $k = -\frac{3W}{2DL^2}$, $b = -\frac{1}{L^2}$.

В анаэробном биореакторе с биомассой, закрепленной на носителях, образование и разложение вещества происходит преимущественно в биопленке. На стадии кислотогенеза изменения концентрации глюкозы в ходе микробиологической реакции описываются уравнениями [13, 16, 17]

$$\begin{aligned} r_{1г} &= 0; \\ r_{2г} &= r_{2г}(X_г, S_{г\text{огн}}(z), K_г) = \\ &= -X_г \left(\frac{\mu_г}{Y_{X_г}} + K_{SX_г} + K_{mX_г} \frac{S_{г\text{огн}}(z)}{K_{S_г} + S_{г\text{огн}}(z)} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Концентрация уксусной кислоты на стадии кислотогенеза увеличивается в соответствии с уравнением

$$\begin{aligned} r_{1у} &= r_{1у}(X_г, S_{г\text{огн}}(z), K_г) = \\ &= Y_{S_г} X_г \left(K_{SX_г} + K_{mX_г} \frac{S_{г\text{огн}}(z)}{K_{S_г} + S_{г\text{огн}}(z)} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Для стадии метаногенеза уменьшение концентрации уксусной кислоты и соответствующее увеличение концентрации биогаза описываются уравнениями

$$r_{2y} = r_{2y}(X_y, S_{y_{6н}}(z), K_y) = -X_y \left(\frac{\mu_y}{Y_{X_y}} + K_{SX_y} + K_{mX_y} \frac{S_{y_{6н}}(z)}{K_{S_y} + S_{y_{6н}}(z)} \right); \quad (7)$$

$$r_{16r} = r_{16r}(X_y, S_{y_{6н}}(z), K_y) = V_{m \max} X_y \frac{S_{y_{6н}}(z)}{K_m + S_{y_{6н}}(z)} \frac{K_{im}}{K_{im} + S_{y_{6н}}(z)}. \quad (8)$$

В формулах (6)–(8) приняты следующие обозначения: $X_r = X_r(S_{r_{6н}}(z), I_r(z), pH, t)$ и $X_y = X_y(S_{y_{6н}}(z), I_y(z), pH, t)$ — соответственно концентрация кислотогенной и метаногенной биомассы в биопленке; $\mu_r, Y_{X_r}, K_{SX_r}, K_{mX_r}, K_{S_r}, Y_{S_r}, \mu_y, Y_{X_y}, K_{SX_y}, K_{mX_y}, K_{S_y}, Y_{S_y}, V_{m \max}, K_m, K_{im}$ — кинетические параметры процесса, которые характеризуют особенности жизнедеятельности кислотогенной и метаногенной популяций микроорганизмов. Подробное описание кинетических параметров и их значения, определенные опытным путем, приведены в работах [18–21].

Таким образом, расчетная модель процессов массопереноса в анаэробном биореакторе с закрепленной биомассой примет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 S_r(x, z)}{\partial x^2} - \xi_r(x) \frac{\partial S_r(x, z)}{\partial z} + \\ + \frac{1}{D} r_{r2}(X_r, S_{r_{6н}}(z), K_r) = 0; \end{cases} \quad (9.1)$$

$$D_{r_{6н}} \frac{\partial^2 S_{r_{6н}}(z)}{\partial x^2} + r_{r2}(X_r, S_{r_{6н}}(z), K_r) = 0; \quad (9.2)$$

$$\begin{cases} D_{y_{6н}} \frac{\partial^2 S_{y_{6н}}(z)}{\partial x^2} + r_{1y}(X_y, S_{y_{6н}}(z), K_y) + \\ + r_{2y}(X_y, S_{y_{6н}}(z), K_y) = 0; \end{cases} \quad (9.3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 S_y(x, z)}{\partial x^2} - \xi_y(x) \frac{\partial S_y(x, z)}{\partial z} + \\ + \frac{1}{D} \left(r_{1y}(X_y, S_{y_{6н}}(z), K_y) + \right. \\ \left. + r_{2y}(X_y, S_{y_{6н}}(z), K_y) \right) = 0; \end{cases} \quad (9.4)$$

$$\left(\frac{\partial S_{r_{6н}}}{\partial t} \right)_R = r_{16r}(X_y, S_{y_{6н}}(z), K_y). \quad (9.5)$$

Для уравнения (9.1), описывающего изменение концентрации глюкозы в жидкости, граничные условия определяются концентрацией глюкозы на границе раздела фаз биопленка — жидкость и в середине канала, где наблюдается экстремум и

$$\frac{\partial S_r}{\partial z} \Big|_{x=0, z} = 0, \text{ и для уравнения (9.2), описывающе}$$

го преобразование глюкозы в биопленке, граничными условиями являются концентрации глюкозы на границах раздела фаз биопленка — жидкость и биопленка — подложка, где $S_{r_{6н}} \Big|_{x=\delta, z} = 0$. Так как закон изменения концентрации глюкозы на границе раздела фаз биопленка — жидкость заранее неизвестен, при численном решении с достаточно малым шагом сетки предлагается определять концентрацию вещества в биопленке на i -м шаге решения из концентрации вещества в жидкости на $(i-1)$ -м шаге. При условии, что входящий поток жидкости идеально гомогенизирован, начальные условия определяются концентрацией загрязнений в стоке, подающемся на очистку: $S_r \Big|_{x, z=0} = S_0$.

Аналогично определяются начальные и граничные условия для вычисления концентрации уксусной кислоты [уравнения (9.3) и (9.4)] и биогаза [уравнение (9.5)].

В целом система уравнений (9.1)–(9.5) может рассматриваться как обобщенная модель биореактора, однако перечисленные особенности ограничивают возможности аналитического решения системы уравнений (9.1)–(9.5) и приводят к необходимости разработки алгоритмов имитационного моделирования процессов в биореакторе.

Концентрации биомассы X_y и X_r в общем случае являются сложными функциями, зависящими от концентрации субстрата S , концентрации ингибирующих веществ I , кислотности pH, температуры t [22, 23]. Уравнения системы (9.1)–(9.5) содержат ряд кинетических параметров процесса, которые характеризуют особенности жизнедеятельности кислотогенной и метаногенной популяций микроорганизмов. Эти параметры, так же как и концентрация биомассы в биопленке, определяются опытным путем, зависят от типа микроорганизмов и от температуры, при которой развивается популяция. Так, при повышении рабочей температуры среды интенсифицируются процессы роста микробной популяции, ускоряются биохимические превращения, следовательно, повышается эффективность очистки стока.

Для улучшения эксплуатационных характеристик анаэробных биореакторов используются секционные конструкции [10]. Каждая секция содержит блоки загрузки носителей биомассы, образующие одинаковые вертикальные каналы, процессы в которых идентичны и описываются системой уравнений (9.1)–(9.5). Секции связаны между собой перетоками, где происходит выравнивание концентраций веществ и подогрев очищаемой жидкости до рабочей температуры. В каждой секции обеспечивается отвод образованного биогаза, который может быть использован для обогрева биореактора. Рассмотрим особенности имитационного моделирования секционных биореакторов подобной конструкции [10].

Имитационное моделирование и численные расчеты секционного биореактора

В процессе технической эксплуатации анаэробного биореактора с помощью специальных датчиков должны контролироваться значения таких показателей процесса анаэробной очистки, как концентрация загрязнений на входе S_0 и выходе $S_{\text{ВЫХ}}$ биореактора, температура t_0 поступающей на очистку жидкости и рабочая температура t в биореакторе, расход поступающей в биореактор жидкости Q . Параметр Q позволяет рассчитать среднюю скорость жидкости в канале $W_0 = Q/(F - nL_{\text{л}}y)$, где F — площадь сечения секции; n — количество листов-носителей биомассы; $L_{\text{л}}$ — толщина листа; y — ширина листа. Концентрация загрязнений на выходе биореактора $S_{\text{ВЫХ}}$ является регулируемым параметром, значение которого необходимо стабилизировать на заданном уровне. Рабочую температуру процесса t можно рассматривать как управляющее воздействие, а значение концентрации загрязнений на входе в биореактор S_0 и скорость жидкости в канале W_0 — как входные параметры. Для реализации процессов управления в целях стабилизации параметра $S_{\text{ВЫХ}}$ на заданном уровне должна быть известна зависимость $S_{\text{ВЫХ}} = S(t, S_0, W_0)$. Система уравнений (9.1)–(9.5) с принятыми начальными и граничными условиями описывает данную зависимость, однако не позволяет получить аналитические выражения для $S_{\text{ВЫХ}} = S(t, S_0, W_0)$ в форме, приемлемой для синтеза системы управления. Поэтому для рабочих диапазонов заданных пара-

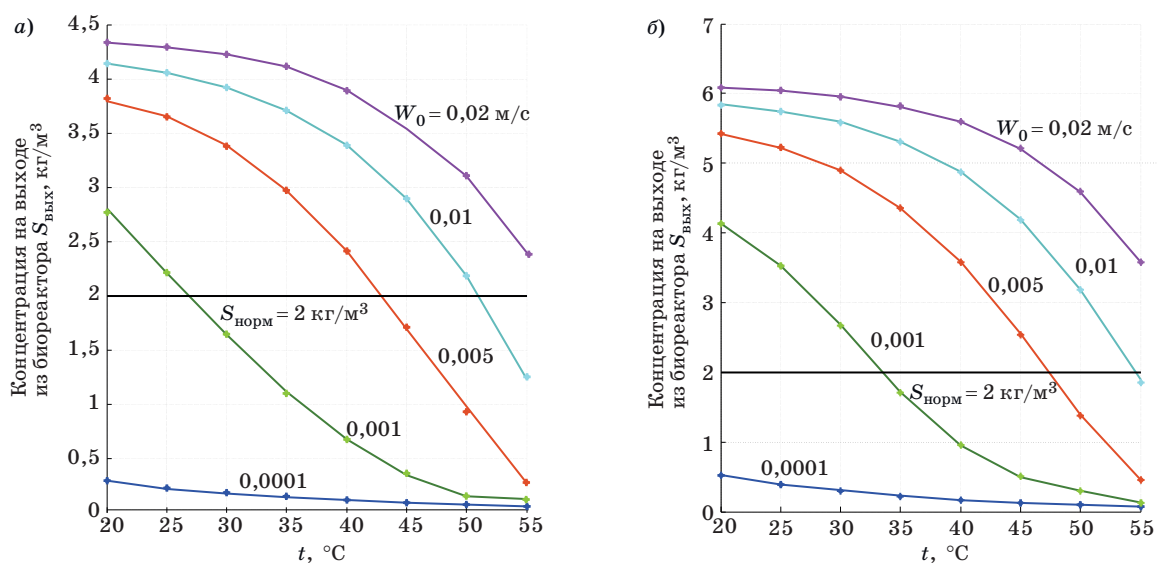
метров на основе численного решения системы уравнений (9.1)–(9.5) были найдены зависимости, аппроксимирующие поведение функции $S_{\text{ВЫХ}} = S(t, S_0, W_0)$ для различных рабочих условий.

Аппроксимирующие зависимости $S_{\text{ВЫХ}} = S(t, S_0, W_0)$ для синтеза системы управления строятся на основе имитационной модели, обеспечивающей численное решение системы уравнений (9.1)–(9.5) для заданных входных параметров и текущего состояния реактора. Модель реализована в системе MATLAB [3].

Исследования показали, что зависимость конечной концентрации $S_{\text{ВЫХ}}$ от начальной концентрации S_0 носит линейный характер, в то время как для описания зависимости $S_{\text{ВЫХ}}$ от рабочей температуры процесса t достаточно ограничиться полиномом 3-й степени. Также имеют место парные и квадратичные эффекты. В результате имитационного моделирования для изменений температур в диапазоне $t = 20 \div 55$ °С, начальной концентрации загрязнений стока $S_0 = 4 \div 12$ кг_{ХПК}/м³ и скорости жидкости в канале $W_0 = 0,1 \div 20$ мм/с получена аппроксимирующая функция, устанавливающая взаимосвязь этих параметров с показателем качества очистки $S_{\text{ВЫХ}}$ со средней квадратической погрешностью аппроксимации 5 %. Аппроксимирующая функция может быть при этом записана в виде

$$S = a_1(W_0) + a_2(W_0)t + a_3(W_0)S_0 + a_4(W_0)tS_0 + a_5(W_0)W_0t^2 + a_6(W_0)t^3 + a_7(W_0)S_0t^3 + a_8(W_0)t^2W_0S_0, \quad (10)$$

где:



■ **Рис. 2.** Сравнение результатов имитационного эксперимента и аппроксимации для начальной концентрации $S_0 = 6$ кг/м³ (а) и $S_0 = 10$ кг/м³ (б)

■ **Fig. 2.** Simulation experiment results and approximation comparison for an initial concentration of $S_0 = 6$ kg/m³ (a) and $S_0 = 10$ kg/m³ (b)

— для диапазона температур $t = 20 \div 30$ °C

$$a_i = b_{i1}W_0^3 + b_{i2}W_0^2 + b_{i3}W_0 + b_{i4}, i = 1, \dots, 8;$$

— для диапазона температур $t = 30 \div 45$ °C

$$a_i = c_{i1}W_0^4 + c_{i2}W_0^3 + c_{i3}W_0^2 + c_{i4}W_0 + c_{i5},$$

$$i = 1, \dots, 8;$$

— для диапазона температур $t = 45 \div 55$ °C

$$a_i = d_{i1}W_0^3 + d_{i2}W_0^2 + d_{i3}W_0 + d_{i4}, i = 1, \dots, 8.$$

Результаты расчетов представлены на рис. 2 в виде зависимости концентрации загрязнений на выходе из биореактора от рабочей температуры жидкости в биореакторе $S(t)$ для начальной концентрации загрязнений $6 \text{ кг}_{\text{ХПК}}/\text{м}^3$ (рис. 2, а) и $10 \text{ кг}_{\text{ХПК}}/\text{м}^3$ (рис. 2, б). Зависимости показаны для различных значений скорости жидкости в канале W_0 . Точками отмечены результаты расчета, полученные при имитационном моделировании, сплошными линиями — по аппроксимирующей модели. Заданное качество очистки стока $S_{\text{норм}} =$

$= 2 \text{ кг}_{\text{ХПК}}/\text{м}^3$ представляет собой значение, которое концентрация загрязнений сточной воды на выходе из биореактора не должна превышать.

Заключение

Выполненное в работе математическое описание основных процессов функционирования анаэробного биореактора позволяет отразить конструктивные и технологические особенности системы очистки сточных вод. Такое описание может рассматриваться как обобщенная модель анаэробного секционного биореактора с закрепленной биомассой.

На основе имитационной модели и результатов численных расчетов в работе получены аппроксимирующие зависимости, описывающие взаимосвязь эффективности работы биореактора от входных и возмущающих воздействий. Представленные результаты могут использоваться в задачах синтеза алгоритмов управления технологическими процессами в анаэробном биореакторе.

Литература

1. Баженов В. И., Эпов А. Н., Носкова И. А. Математическое моделирование объекта очистки сточных вод. *Экологический вестник России*, 2011, № 4, с. 30–35.
2. Баженов В. И., Эпов А. Н., Носкова И. А. Математическое моделирование объекта очистки сточных вод. *Экологический вестник России*, 2011, № 5, с. 38–42.
3. Ключарев А. А., Фоменкова А. А. Проектирование секционного анаэробного биореактора. *Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета)*, 2018, № 34 (60), с. 95–100.
4. Saeed M., Fawzy S., El-Saadawi M. Modeling and simulation of biogas-fueled power system. *International Journal of Green Energy*, 2019, no. 16(2), pp. 125–151. doi:10.1080/15435075.2018.1549997
5. Khalekuzzaman M., Hasan M., Haque R., Alamgir M. Hydrodynamic performance of a hybrid anaerobic baffled reactor (HABR): Effects of number of chambers, hydraulic retention time, and influent temperature. *Water Science and Technology*, 2018, no. 78(4), pp. 968–981. doi:10.2166/wst.2018.379
6. Баженов В. И., Эпов А. Н., Носкова И. А. Использование комплексов имитационного моделирования для технологий очистки сточных вод. *Водоснабжение и санитарная техника*, 2014, № 2, с. 62–72.
7. Sbarciog M., Giovannini G., Chamy R., Wouwer A. V. Control and estimation of anaerobic digestion processes using hydrogen and volatile fatty acids measurements. *Water Science and Technology*, 2018, vol. 78, no. 10, pp. 2027–2035.
8. Draa K. C., Zemouche A., Alma M., Voos H., Darouach M. Nonlinear observer-based control with application to an anaerobic digestion process. *European Journal of Control*, 2019, no. 45, pp. 74–84. doi:10.1016/j.ejcon.2018.09.012
9. Li L., Peng X., Wang X., Wu D. Anaerobic digestion of food waste: A review focusing on process stability. *Bioresource Technology*, 2018, no. 248, pp. 20–28. doi:10.1016/j.biortech.2017.07.012
10. Пат. UA 93476 У Украины, МПК (2014.01) C02F 11/00. Анаэробный биореактор для очистки сточной воды, Л. И. Ружинская, А. А. Фоменкова: заявитель и патентообладатель: Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт». № u 2013 14720; заявл. 16.12.13; опубл. 10.10.14, Бюл. № 19. — 3 с.
11. *Технологии для воды Enviro-chemie*. <http://www.enviro-chemie.ru/biomar/index.htm> (дата обращения: 15.10.2018).
12. Касаткин А. Г. *Основные процессы и аппараты химической технологии*. М., Химия, 1971. 784 с.
13. Moletta R., Verrier D., Albagnac G. Dynamic modeling of anaerobic digestion. *Water Research*, 1986, vol. 20, no. 4, pp. 427–434.
14. Moletta R. Methanisation: General aspects. [La méthanisation : Aspects généraux]. *Eau, l'Industrie, Les Nuisances*, 2013, no. 365, pp. 9–12.
15. Duan Z., Cruz Bournazou M. N., Kravaris C. Dynamic model reduction for two-stage anaerobic digestion processes. *Chemical Engineering Journal*,

- 2017, no. 327, pp. 1102–1116. doi:10.1016/j.cej.2017.06.110
16. Batstone D. J., Keller J., Angelidaki R. I., Kalyuzhnyi S. V., Pavlostathis S. G., Rozzi A., Sanders W. T. M., Siegrist H., Vavilin V. A. *Anaerobic Digestion Model No1 (ADM1)*. London, UK, IWA Publishing, 2002. 77 p.
 17. Eberl H., Morgenroth E., Noguera D., Picioreanu C., Rittmann B., Loosdrecht M., Wanner O. *Mathematical Modeling of Biofilms*. London, UK, IWA Publishing, 2006. 208 p.
 18. Ружинская Л. И., Фоменкова А. А. Математическое моделирование процессов анаэробного сбраживания органического субстрата. Обзор. *Scientific Journal «ScienceRise»*, 2014, № 4/2(4), с. 52–59. doi:10.15587/2313-8416.2014.28767
 19. Zhao X., Li L., Wu D., Xiao T., Ma Y., Peng X. Modified anaerobic digestion model no. 1 for modeling methane production from food waste in batch and semi-continuous anaerobic digestions. *Bioresource Technology*, 2019, no. 271, pp. 109–117. doi:10.1016/j.biortech.2018.09.091
 20. Li L., He Q., Zhao X., Wu D., Wang X., Peng X. Anaerobic digestion of food waste: Correlation of kinetic parameters with operational conditions and process performance. *Biochemical Engineering Journal*, 2018, no. 130, pp. 1–9. doi:10.1016/j.bej.2017.11.003
 21. Wang P., Wang H., Qiu Y., Ren L., Jiang B. Microbial characteristics in anaerobic digestion process of food waste for methane production—A review. *Bioresource Technology*, 2018, no. 248, pp. 29–36. doi:10.1016/j.biortech.2017.06.152
 22. Вавилин В. А. Математическое моделирование динамики сообществ анаэробных микроорганизмов. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*, 2009, т. 11, № 1(7), с. 1615–1619.
 23. Carotenuto C., Guarino G., Morrone B., et al. Temperature and pH effect on methane production from buffalo manure anaerobic digestion. *International Journal of Heat and Technology*, 2016, no. 34(2), pp. 425–429.

UDC 628.3

doi:10.31799/1684-8853-2019-2-44-51

Mathematical model of a fixed-biomass anaerobic bioreactor as a control object

A. A. Klucharev^a, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0001-5345-1209

A. A. Fomenkova^a, Assistant, orcid.org/0000-0002-5570-6743, a.a.fomenkova@mail.ru

^aSaint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaja St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: The efficiency and environmental safety of industrial objects depend on the efficiency of their bioremediation facilities. Managing the purification in bioreactors is significantly limited by the complexity of describing the physical and biochemical processes. **Purpose:** Developing a generalized mathematical model of an anaerobic bioreactor with fixed biomass as an object of an automatic control system, in order to take into account the structural and technological features of a wastewater treatment system. **Methods:** Simulation of mass transfer and biochemical transformations in an anaerobic bioreactor, and development of a mathematical model applicable for the synthesis of a control system. **Results:** A generalized mathematical model of an anaerobic bioreactor with fixed biomass was obtained on the basis of mass transfer equations. This model is supplemented with components which take into account biochemical transformations. On the basis of the bioreactor design and technological parameters, necessary assumptions were made which allowed us to formulate boundary and initial conditions with an accuracy sufficient for engineering practice. The choice of controlled parameters of the technological process in an anaerobic bioreactor is substantiated, ensuring the best purification at the lowest cost. The obtained generalized mathematical model of an anaerobic bioreactor with fixed biomass allows you to perform a simulation of a bioreactor under specified operating conditions. For these conditions, an approximating model was constructed which can be used for a control system synthesis. **Practical relevance:** The developed algorithms allow you to apply the obtained results to a wide class of the existing anaerobic bioreactors with fixed biomass, and to build control systems of a much higher efficiency, including the cleaning system upgrade stages.

Keywords — automatic stabilization system, anaerobic bioreactor, mathematical model, simulation.

For citation: Klucharev A. A., Fomenkova A. A. Mathematical model of a fixed-biomass anaerobic bioreactor as a control object. *Informacionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2019, no. 2, pp. 44–51 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2019-2-44-51

References

1. Bazhenov V. I., Jepov A. N., Noskova I. A. Mathematical modeling of the wastewater treatment object. *Jekologicheskij vestnik Rossii* [Environmental Bulletin of Russia], 2011, no. 4, pp. 30–35 (In Russian).
2. Bazhenov V. I., Jepov A. N., Noskova I. A. Mathematical modeling of the wastewater treatment object. *Jekologicheskij vestnik Rossii* [Environmental Bulletin of Russia], 2011, no. 5, pp. 38–42 (In Russian).
3. Klucharev A. A., Fomenkova A. A. Sectional anaerobic bioreactor design. *Izvestija Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo tehnologicheskogo instituta (tehničeskogo universiteta)* [Bulletin of the Saint Petersburg State Institute of Technology (Technical University)], 2018, no. 34 (60), pp. 95–100 (In Russian).
4. Saeed M., Fawzy S., El-Saadawi M. Modeling and simulation of biogas-fueled power system. *International Journal*

- of Green Energy, 2019, no. 16(2), pp. 125–151. doi:10.1080/15435075.2018.1549997
5. Khalekuzzaman M., Hasan M., Haque R., Alamgir M. Hydrodynamic performance of a hybrid anaerobic baffled reactor (HABR): Effects of number of chambers, hydraulic retention time, and influent temperature. *Water Science and Technology*, 2018, no. 78(4), pp. 968–981. doi:10.2166/wst.2018.379
 6. Bazhenov V. I., Epov A. N., Noskova I. A. The use of simulation modeling packages for wastewater treatment technologies. *Vodosnabzhenie i sanitarnaja tehnika* [Water Supply and Sanitary Technique], 2014, no. 2, pp. 62–72 (In Russian).
 7. Sbarciog M., Giovannini G., Chamy R., Wouwer A. V. Control and estimation of anaerobic digestion processes using hydrogen and volatile fatty acids measurements. *Water Science and Technology*, 2018, vol. 78, no. 10, pp. 2027–2035.
 8. Draa K. C., Zemouche A., Alma M., Voos H., Darouach M. Nonlinear observer-based control with application to an anaerobic digestion process. *European Journal of Control*, 2019, no. 45, pp. 74–84. doi:10.1016/j.ejcon.2018.09.012
 9. Li L., Peng X., Wang X., Wu D. Anaerobic digestion of food waste: A review focusing on process stability. *Bioresour. Technology*, 2018, no. 248, pp. 20–28. doi:10.1016/j.biortech.2017.07.012
 10. Ruzhinskaja L. I., Fomenkova A. A. *Anajerobnyj bioreaktor dlja ochistki stochnoj vody* [Anaerobic bioreactor for wastewater treatment]. Patent Ukraine, UA 93476 U, 2014.
 11. *Tehnologii dlja vody Enviro-chemie* [Enviro-chemie water technology]. Available at: <http://www.enviro-chemie.ru/bi-omar/index.htm> (accessed 15 October 2018).
 12. Kasatkin A. G. *Osnovnye processy i apparaty himicheskoj tehnologii* [Basic Processes and Apparatuses of Chemical Technology]. Moscow, Himija Publ., 1971. 784 p. (In Russian).
 13. Moletta R., Verrier D., Albagnac G. Dynamic modeling of anaerobic digestion. *Water Research*, 1986, vol. 20, no. 4, pp. 427–434.
 14. Moletta R. Methanisation: General aspects. [La méthanisation : Aspects généraux]. *Eau, l'Industrie, Les Nuisances*, 2013, no. 365, pp. 9–12 (In French).
 15. Duan Z., Cruz Bournazou M. N., Kravaris C. Dynamic model reduction for two-stage anaerobic digestion processes. *Chemical Engineering Journal*, 2017, no. 327, pp. 1102–1116. doi:10.1016/j.cej.2017.06.110
 16. Batstone D. J., Keller J., Angelidaki R. I., Kalyuzhnyi S. V., Pavlostathis S. G., Rozzi A., Sanders W. T. M., Siegrist H., Vavilin V. A. *Anaerobic Digestion Model No1 (ADM1)*. IWA Publishing, London, UK, 2002. 77 p.
 17. Eberl H., Morgenroth E., Noguera D., Picioreanu C., Rittmann B., Loosdrecht M., Wanner O. *Mathematical Modeling of Biofilms*. IWA Publishing, London, UK, 2006. 208 p.
 18. Ruzhinskaya L. I., Fomenkova A. A. Mathematical modeling of organic substrate anaerobic digestion. Review. *Scientific Journal "ScienceRise"*, 2014, no. 4/2(4), pp. 52–59 (In Russian). doi:10.15587/2313-8416.2014.28767
 19. Zhao X., Li L., Wu D., Xiao T., Ma Y., Peng X. Modified anaerobic digestion model no. 1 for modeling methane production from food waste in batch and semi-continuous anaerobic digestions. *Bioresour. Technology*, 2019, no. 271, pp. 109–117. doi:10.1016/j.biortech.2018.09.091
 20. Li L., He Q., Zhao X., Wu D., Wang X., Peng X. Anaerobic digestion of food waste: Correlation of kinetic parameters with operational conditions and process performance. *Biochemical Engineering Journal*, 2018, no. 130, pp. 1–9. doi:10.1016/j.bej.2017.11.003
 21. Wang P., Wang H., Qiu Y., Ren L., Jiang B. Microbial characteristics in anaerobic digestion process of food waste for methane production—A review. *Bioresour. Technology*, 2018, no. 248, pp. 29–36. doi:10.1016/j.biortech.2017.06.152
 22. Vavilin V. A. Dynamics of Anaerobic Microorganisms Community: Experience in Mathematical Modeling. *Izvestija Samarского nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk*, 2009, vol. 11, no. 1(7), pp. 1615–1619 (In Russian).
 23. Carotenuto C., Guarino G., Morrone B., et al. Temperature and pH effect on methane production from buffalo manure anaerobic digestion. *International Journal of Heat and Technology*, 2016, no. 34(2), pp. 425–429.

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (ius.spb@gmail.com).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.