

Взвешенный учет априорной и опытной информации в задаче оценивания эффективности функционирования системы управления при распределении числа испытаний по закону Паскаля

В. Н. Арсеньев^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0001-6424-5320, vladar56@mail.ru

А. Д. Хомоненко^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0003-0411-258X

А. А. Ядренкин^а, канд. техн. наук, доцент, orcid.org/0000-0003-2089-7460

^аВоенно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Ждановская наб., 13, Санкт-Петербург, 197198, РФ

Постановка проблемы: для получения устойчивых оценок показателей эффективности функционирования систем управления перспективных объектов необходимо провести испытания большого числа опытных образцов, что не всегда удается на практике. Повысить качество оценивания показателей эффективности системы можно путем совместной обработки информации, имеющейся до проведения натурных испытаний и представленной априорными оценками соответствующих показателей, и опытной информации, полученной по результатам испытаний опытных образцов. Для определения апостериорных оценок показателей эффективности, учитывающих результаты априорных и опытных исследований, необходимо найти их функциональную зависимость от априорной и опытной оценок показателей эффективности и определить ее параметры. **Цель:** комплексная обработка результатов априорных и опытных исследований системы управления и апостериорное оценивание показателей эффективности. **Результаты:** предложен метод оценивания эффективности функционирования системы управления путем комплексирования априорных и опытных оценок показателей эффективности, найденных до проведения испытаний системы и в процессе испытаний ограниченного числа опытных образцов. Показана возможность его применения, когда результаты априорных и опытных исследований представлены точечными оценками показателей эффективности и использование известных методов затруднено. Получены аналитические выражения для апостериорной оценки вероятности выполнения системой управления задачи функционирования и показателей, используемых для исследования влияния априорной информации на точность этой оценки и число испытаний. Работоспособность метода продемонстрирована на актуальном примере. В отличие от известных подходов, он учитывает близость априорных оценок к опытным. **Практическая значимость:** предложенный подход к оцениванию эффективности функционирования системы управления является достаточно общим, поскольку позволяет комплексировать информацию, полученную на различных этапах исследования системы, существенно повысить точность оценивания показателей эффективности и определить выигрыш в числе испытаний во всех случаях, когда результаты априорных исследований не противоречат опытным данным.

Ключевые слова — система управления, эффективность функционирования, априорная информация, опытные данные, выигрыш в точности, выигрыш в числе испытаний.

Для цитирования: Арсеньев В. Н., Хомоненко А. Д., Ядренкин А. А. Взвешенный учет априорной и опытной информации в задаче оценивания эффективности функционирования системы управления при распределении числа испытаний по закону Паскаля. *Информационно-управляющие системы*, 2020, № 3, с. 39–47. doi:10.31799/1684-8853-2020-3-39-47

For citation: Arseniev V. N., Khomonenko A. D., Yadrenkin A. A. Weighed ranking of aprioristic and experimental data in control system functioning efficiency estimation problem with Pascal-distributed number of tests. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2020, no. 3, pp. 39–47 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2020-3-39-47

Введение

Для получения устойчивых оценок показателей эффективности функционирования систем управления (СУ) перспективных объектов необходимо иметь результаты испытаний достаточно большого числа опытных образцов. На практике, в силу известных причин, обеспечить требуемое число испытаний далеко не всегда представляется возможным. Одним из путей повышения качества оценивания показателей эффективности системы и уменьшения числа натурных испытаний является использование априорной информации, накопленной до проведения испытаний [1].

Всю имеющуюся информацию о качестве функционирования СУ условно можно разделить

на априорную и опытную. На объем априорной информации практически нет ограничений, но достоверность ее существенно зависит от адекватности используемых моделей. Опытные данные, как правило, отражают реальные характеристики СУ, но ограничены по объему. Повысить достоверность оценок показателей качества функционирования системы в такой достаточно часто встречающейся на практике ситуации можно путем комплексной обработки всей имеющейся априорной и опытной информации.

Данная задача не является новой, и имеется ряд методов, позволяющих при определенных условиях найти ее решение. Часть из них базируется на байесовском подходе к оцениванию, требующем наиболее полной априорной информа-

ции [2–9]. Основным ограничением этого подхода является неоднозначность, которую он допускает при выборе априорных распределений, и, как следствие, противоречивость (в ряде случаев) получаемых результатов. Кроме того, при его использовании не учитывается близость априорной информации к результатам испытаний. В методе линейного объединения априорных и опытных оценок для определения параметров модели необходимо, чтобы обе оценки являлись несмещенными и были известны их дисперсии (при многомерных показателях качества — корреляционные матрицы) [3, 5]. Эти условия не всегда выполняются. Сложность применения метода коррелированных процессов связана с необходимостью определять взаимную корреляционную матрицу выходных сигналов модели и системы [5, 10]. В методе параметрических функций используются аддитивные и мультипликативные модели объединения априорных и опытных оценок [5, 11, 12]. Поскольку параметры моделей в общем случае нелинейно зависят от моментов априорной оценки, то применение их на практике часто затруднено. Решения задачи апостериорного оценивания при отсутствии априорного распределения в некоторых частных случаях приведены в работах [13, 14].

Следует отметить, что качество априорной информации может значительно влиять не только на достоверность получаемых апостериорных оценок характеристик СУ, но и на число испытаний. Это становится особенно актуальным на заключительных этапах создания перспективных объектов, когда проводятся дорогостоящие испытания их опытных образцов.

Хорошим актуальным аналогом рассматриваемой задачи может служить тестирование на основе конечных автоматов (детерминированных и недетерминированных), используемое в интерактивных дискретных системах при построении тестовых последовательностей.

В частности, для примера здесь можно назвать синтез проверяющих тестов для телекоммуникационных протоколов [15]. В статье [16] рассматривается проблема синтеза проверяющих последовательностей для недетерминированных спецификаций, возникающих в компьютерных приложениях, а в работе [17] — вопросы построения адаптивной проверяющей и адаптивной различающей последовательностей. В статье [18] показано, что класс автоматов без слияний содержит множество используемых в различных приложениях детерминированных автоматов.

Еще одними близкими и актуальными аналогами решаемой нами задачи, на наш взгляд, служат задачи: тестирования надежности для критических информационных систем на осно-

ве оценивания случайных состояний [19]; тестирования программного обеспечения на этапе его разработки с помощью моделирования [20]; математического моделирования тестирования надежности программного обеспечения с несовершенной отладкой [21]. При этом в работах [15–21] не рассматриваются детально задачи выбора параметров, определяющих веса априорной и опытной информации при оценивании искомых показателей.

Постановка задачи апостериорного оценивания показателей эффективности системы

Полагается, что испытание опытного образца прошло успешно, если была достигнута цель функционирования СУ. Вероятность того, что СУ решит поставленные задачи при одном испытании, остается постоянной и равна p .

Если случайная величина $\hat{X} \geq 0$ представляет число независимых испытаний, которые необходимо провести для того, чтобы ровно m из них были успешными, то закон распределения ее определяется вероятностями того, что число испытаний будет равно x :

$$P(\hat{X} = x; p) = C_{x-1}^{m-1} p^m (1-p)^{x-m},$$

$$x = m, m+1, m+2, \dots, \quad (1)$$

где C_{x-1}^{m-1} — число сочетаний из $x-1$ по $m-1$.

Данная формула описывает распределение Паскаля (отрицательное биномиальное распределение) [22]. Известны соотношения, связывающие математическое ожидание $M_{\hat{X}}$ и дисперсию $D_{\hat{X}}$ необходимого числа испытаний \hat{X} с вероятностью p :

$$M_{\hat{X}} = m/p; D_{\hat{X}} = m(1-p)/p^2. \quad (2)$$

Для получения опытной оценки вероятности проведены испытания опытных образцов, включающие N_0 серий. Испытания в каждой серии проводились до получения m успешных результатов. Число испытаний в 1-й серии составило x_1 , во 2-й — x_2 и т. д., в N_0 -й серии — x_{N_0} . Полагается, что результаты испытаний известными методами приведены к единым условиям и представляют выборку из одной генеральной совокупности.

На этапах, предшествующих испытаниям опытных образцов, получена априорная (расчетная) оценка p_p вероятности того, что цель будет достигнута при одном испытании. Она может быть пересчитана при изменении условий испытаний.

Необходимо найти апостериорную оценку p_a этой вероятности, учитывая априорную информацию и результаты испытаний.

Сформулированная задача, по сути дела, сводится к обоснованию структуры и выбору параметров функциональной зависимости апостериорной оценки p_a от априорной p_p и опытной p_o оценок вероятности p . Для ее решения предлагается использовать метод приоритета опытной информации [23, 24].

Получение апостериорной оценки вероятности достижения цели

В методе приоритета опытной информации сначала по результатам испытаний определяется оценка максимального правдоподобия (опытная оценка) p_o вероятности p [2].

Для этого по выборке $x_i, i = 1, N_o$ составляется функция правдоподобия

$$\prod_{i=1}^{N_o} P(\hat{X} = x_i; p) = \prod_{i=1}^{N_o} C_{x_i-1}^{m-1} p^m (1-p)^{x_i-m}. \quad (3)$$

Опытная оценка p_o должна обеспечивать максимум этой функции. Для определения оценки p_o в данном случае можно использовать необходимое условие максимума функции правдоподобия или логарифма этой функции, поскольку закон распределения Паскаля удовлетворяет условию регулярности [22]. Необходимое условие максимума имеет вид

$$\left. \frac{\partial \sum_{i=1}^{N_o} \ln [C_{x_i-1}^{m-1} p^m (1-p)^{x_i-m}]}{\partial p} \right|_{p=p_o} = 0$$

или

$$mN_o/p_o + mN_o/(1-p_o) - \sum_{i=1}^{N_o} x_i / (1-p_o) = 0.$$

Решением последнего уравнения является опытная оценка вероятности того, что СУ достигнет цели при одном испытании:

$$p_o = mN_o / \sum_{i=1}^{N_o} x_i. \quad (4)$$

Функцию правдоподобия (3) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & \prod_{i=1}^{N_o} C_{x_i-1}^{m-1} p^m (1-p)^{x_i-m} = \\ & = \left(\prod_{i=1}^{N_o} C_{x_i-1}^{m-1} \right) p^{mN_o} (1-p)^{\sum_{i=1}^{N_o} x_i - mN_o}. \end{aligned}$$

Подстановка в последнюю формулу суммы $\sum_{i=1}^{N_o} x_i = mN_o/p_o$, полученной из уравнения (4), дает новое выражение для функции (3)

$$L(p_o, p) = C_o p^{mN_o} (1-p)^{mN_o(1/p_o-1)}, \quad (5)$$

где постоянная величина $C_o = \prod_{i=1}^{N_o} C_{x_i-1}^{m-1}$.

Рассматривается статистическая гипотеза $H: p = p_p$ о том, что вероятность достижения цели при одном испытании равна ее априорной оценке. Для проверки этой гипотезы используется величина отношения правдоподобия, которая, фактически, характеризует близость априорной информации к опытным данным. Она вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} v^* &= \frac{L(p_o, p)|_{p=p_p}}{L(p_o, p)|_{p=p_o}} = \frac{L(p_o, p_p)}{L(p_o, p_o)} = \\ &= \frac{C_o p_p^{mN_o} (1-p_p)^{mN_o(1/p_o-1)}}{C_o p_o^{mN_o} (1-p_o)^{mN_o(1/p_o-1)}} = \\ &= \left(\frac{p_p}{p_o} \right)^{mN_o} \left(\frac{1-p_p}{1-p_o} \right)^{mN_o(1/p_o-1)}. \quad (6) \end{aligned}$$

Отсюда видно, что $0 \leq v^* \leq 1$, причем максимальное значение $v^* = 1$ достигается при совпадении априорной и опытной оценок, т. е. при $p_p = p_o$. В этом случае их доли в апостериорной оценке полагаются равными. При значительном отличии оценок p_p и p_o величина отношения правдоподобия (6) будет мала ($v^* \approx 0$) и вес априорной информации в апостериорной оценке будет близок к нулю.

Качество опытной оценки p_o зависит от числа испытаний N_o . Для определения качества априорной оценки вводится величина

$$N_p = v^* N_o. \quad (7)$$

Тогда при справедливости гипотезы $H: p = p_p$ об однородности априорной и опытной информации функция

$$L(p_p, p) = C_p p^{mN_p} (1-p)^{mN_p(1/p_p-1)}, \quad (8)$$

где $C_p = \text{const}$, может рассматриваться как функция, характеризующая распределение априорной оценки p_p , а произведение функций (5) и (8)

$$\begin{aligned} L(p) &= L(p_p, p) L(p_o, p) = \\ &= C_p C_o p^{m(N_p+N_o)} (1-p)^{m[N_p(1/p_p-1)+N_o(1/p_o-1)]} \quad (9) \end{aligned}$$

— как функция, характеризующая распределение обеих оценок: p_o и p_p .

Для определения апостериорной оценки p_a вероятности p используется необходимое условие максимума функции (9) $\partial \ln L(p) / \partial p|_{p=p_a} = 0$, которое дает уравнение

$$m(N_o + N_p) / p_a - m[N_p(1/p_p - 1) + N_o(1/p_o - 1)] / (1 - p_a) = 0.$$

Решением полученного уравнения является апостериорная оценка вероятности p того, что цель будет достигнута при одном испытании СУ:

$$p_a = \frac{p_o p_p (N_o + N_p)}{N_o p_p + N_p p_o} = \frac{p_o p_p (1 + v^*)}{p_p + v^* p_o} = \frac{p_o p_p}{\frac{1}{1 + v^*} p_p + \frac{v^*}{1 + v^*} p_o}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что апостериорная оценка является нелинейной функцией от взвешенных значений априорной и опытной оценок вероятности p . Из формулы (10) также следует, что процедура проверки гипотезы H об однородности всей имеющейся информации не является обязательной. Действительно, при $v^* \approx 1$, т. е. при близости априорной и опытной оценок ($p_p \approx p_o$), апостериорная оценка $p_a \approx p_o \approx p_p$. При $v^* \approx 0$, т. е. при существенном отклонении результатов априорных исследований от данных, полученных в процессе испытаний, апостериорная оценка близка к опытной ($p_a \approx p_o$) и априорная информация фактически игнорируется. При $0 \leq v^* \leq 1$ опытная и априорная оценки входят в апостериорную оценку с разными весами, причем вес опытной информации всегда превышает вес априорной. Например, если в формуле (6) положить $mN_o = 20$, то при $p_p = 0,5$ и $p_o = 0,9$ отношение правдоподобия $v^* = 0,0003$ и априорная информация, в силу ее существенного отличия от опытных данных, очень слабо влияет на апостериорную оценку: $p_a = 0,8998$. При $p_p = 0,8$ и $p_o = 0,9$ отношение правдоподобия $v^* = 0,4425$ и влияние априорной информации становится существенным. Это видно и по апостериорной оценке $p_a \approx 0,86$. При дальнейшем возрастании отношения правдоподобия (при приближении априорной информации к опытным данным, содержащим достоверную информацию о характеристиках СУ) вес априорной информации в апостериорной оценке также возрастает. Так, при $p_p = 0,85$ и $p_o = 0,9$ отношение правдоподобия $v^* = 0,7850$ и $p_a \approx 0,88$, а при $p_p = 0,9$ и $p_o = 0,9$ отношение правдоподобия $v^* = 1$ и $p_a = p_o = p_p = 0,9$.

Если априорная информация отсутствует, то апостериорная оценка вероятности, как видно из формулы (10), будет совпадать с оценкой максимального правдоподобия p_o , полученной по результатам натуральных испытаний опытных образцов системы.

Определение выигрыша в качестве оценивания

Из формулы (7) следует, что априорная оценка p_p может рассматриваться как оценка, полученная по некоторой гипотетической выборке, включающей результаты $\tilde{N}_p = E[N_p] = E[v^* N_o]$ серий испытаний, где $E[\cdot]$ — функция округления до ближайшего целого числа. Тогда можно полагать, что апостериорная оценка p_a получена по результатам $N_a = N_o + \tilde{N}_p$ серий испытаний, и рассматривать величину

$$\delta_{ч.и} = E[v^* N_o], \quad (11)$$

как число дополнительных серий испытаний, которое дает учет априорной информации в процедуре оценивания вероятности p .

Из последней формулы видно, что $\delta_{ч.и}$ зависит от близости априорной оценки к опытной, т. е. от величины отношения правдоподобия, определяемой по формуле (6). Чем ближе априорная информация к опытной, тем больше выигрыш в числе испытаний.

В качестве показателя, характеризующего выигрыш в точности оценивания, используется относительная величина

$$\delta_T = \frac{D_{p_o} - D_{p_a}}{D_{p_o}} 100\%, \quad (12)$$

где D_{p_o} и D_{p_a} — дисперсии оценок p_o и p_a соответственно.

Приближенное значение дисперсии D_{p_o} опытной оценки p_o вероятности того, что цель будет достигнута при одном испытании СУ, можно получить, воспользовавшись известным распределением оценки p_o , которое согласно [25] имеет вид

$$P(\hat{p}_o = p) = C_{mN_o/p_o+1}^{mN_o+1} p^{N_o m+2} (1-p)^{mN_o/p_o - mN_o},$$

$$p_o = 1, \frac{mN_o}{mN_o+1}, \frac{mN_o}{mN_o+2}, \dots \quad (13)$$

Зная закон распределения, можно найти моменты опытной оценки p_o . Поскольку $p_o = mN_o / \sum_{i=1}^{N_o} x_i$,

то, обозначив $s_o = \sum_{i=1}^{N_o} x_i = mN_o / p_o$, найдем выражение для начального момента k -го порядка оценки p_o

$$\begin{aligned}
 M[\hat{p}_o^k] &= \sum_{p_o} p_o^k P(\hat{p}_o = p) = \\
 &= \sum_{p_o} p_o^k C_{mN_o/p_o+1}^{mN_o+1} p_o^{N_o m+2} (1-p_o)^{mN_o/p_o - mN_o} = \\
 &= \sum_{s_o} (N_o m/s_o)^k C_{s_o+1}^{N_o m+1} p_o^{N_o m+2} (1-p_o)^{s_o - N_o m}, \\
 & \quad s_o = N_o m, N_o m + 1, N_o m + 2, \dots
 \end{aligned}$$

Для приближенного вычисления начального момента k -го порядка оценки p_o может использоваться формула

$$M[\hat{p}_o^k] \approx \sum_{s_o} (N_o m/s_o)^k C_{s_o+1}^{N_o m+1} p_o^{N_o m+2} (1-p_o)^{s_o - N_o m}.$$

Тогда приближенное значение дисперсии опытной оценки

$$D_{p_o} \approx M[\hat{p}_o^2] - (M[\hat{p}_o])^2. \quad (14)$$

В силу сделанных предположений, как уже отмечалось выше, апостериорную оценку p_a вероятности p можно рассмотреть как оценку, полученную по результатам $N_a = N_o + \tilde{N}_p$ серий испытаний. В этом случае формула для определения приближенного значения дисперсии D_{p_a} апостериорной оценки p_a аналогична формуле (14), т. е.

$$D_{p_a} \approx M[\hat{p}_a^2] - (M[\hat{p}_a])^2, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned}
 M[\hat{p}_a^k] &\approx \sum_{s_a} \left(\frac{N_a m}{s_a}\right)^k C_{s_a+1}^{N_a m+1} p_a^{N_a m+2} (1-p_a)^{s_a - N_a m}, \\
 & \quad s_a = N_a m, N_a m + 1, N_a m + 2, \dots; k = 1, 2.
 \end{aligned}$$

Подстановка значений D_{p_o} и D_{p_a} , полученных по формулам (14), (15), в правую часть выражения (12) позволяет сравнить приближенные значения дисперсий апостериорной оценки и опытной оценки, полученной только по результатам натуральных испытаний опытных образцов, и исследовать влияние априорной информации на точность оценивания.

Оценки математического ожидания $M_{\hat{X}}$ и дисперсии $D_{\hat{X}}$ случайной величины \hat{X} , учитывающие результаты априорных исследований и натуральных испытаний, определяются в соответствии с формулами (2) путем подстановки в них вместо вероятности p ее апостериорной оценки p_a .

Пример применения метода апостериорного оценивания

Одной из основных подсистем автоматизированной СУ полетами самолетов крупного аэро-

дрома является система дальнего обнаружения и управления. В ее состав входит радиолокатор дальнего обнаружения, предназначенный для обнаружения воздушных объектов. Вероятность получения отметки об объекте на экране радиолокатора при одном обороте антенны равна p .

Объект считается обнаруженным, если от него получено две отметки ($m = 2$). По результатам моделирования процесса обнаружения воздушных объектов получена расчетная оценка $p_p = 0,6$ вероятности p .

Были проведены четыре испытания радиолокатора ($N_o = 4$) в одинаковых условиях. При первом испытании для обнаружения воздушного объекта потребовалось четыре оборота антенны ($x_1 = 4$), при втором — шесть оборотов ($x_2 = 6$), при третьем — пять ($x_3 = 5$), при четвертом — четыре ($x_4 = 4$).

Требуется определить:

1) апостериорную вероятность того, что для обнаружения объекта придется сделать не более пяти оборотов антенны;

2) минимальное число оборотов антенны, необходимое для обнаружения воздушного объекта с вероятностью не менее 0,8.

Решение первой задачи

Вероятность того, что для обнаружения объекта придется сделать не более пяти оборотов антенны, можно найти по формуле

$$\begin{aligned}
 P(2 \leq \hat{X} \leq 5; p) &= \sum_{i=2}^5 C_5^i p^i (1-p)^{5-i} = \\
 &= 1 - \sum_{i=0}^1 C_5^i p^i (1-p)^{5-i}.
 \end{aligned}$$

На ее основе определяется априорное значение вероятности

$$\begin{aligned}
 P_p &= P(2 \leq \hat{X} \leq 5; p_p) = \sum_{i=2}^5 C_5^i p_p^i (1-p_p)^{5-i} = \\
 &= \sum_{i=2}^5 C_5^i \cdot 0,6^i \cdot 0,4^{5-i} \approx 0,91.
 \end{aligned}$$

По данным натуральных испытаний радиолокатора рассчитывается оценка максимального правдоподобия вероятности получения отметки об объекте на экране радиолокатора при одном обороте антенны [см. формулу (4)]

$$p_o = \frac{2 \cdot 4}{4 + 6 + 5 + 4} = \frac{8}{19} \approx 0,42.$$

Соответствующая ей опытная оценка вероятности того, что для обнаружения объекта придется сделать не более пяти оборотов антенны, имеет вид

$$P_o = P(2 \leq \hat{X} \leq 5; p_o) = \sum_{i=2}^5 C_5^i p_o^i (1-p_o)^{5-i} = \\ = \sum_{i=2}^5 C_5^i \cdot 0,42^i \cdot 0,58^{5-i} \approx 0,70.$$

Отношение правдоподобия, характеризующее близость результатов моделирования к данным натурных испытаний, рассчитывается по формуле (6):

$$v^* \approx 0,29.$$

Тогда, в соответствии с формулой (10), апостериорная оценка вероятности получения отметки об объекте на экране радиолокатора при одном обороте антенны $p_a \approx 0,45$, а выигрыш в числе испытаний согласно формуле (11) $\delta_{ч.и} = 1$, т. е. апостериорную оценку p_a вероятности p можно рассматривать как оценку, полученную по пяти испытаниям радиолокатора.

По формулам (14) и (15) получены приближенные значения дисперсий опытной и апостериорной оценок вероятности p : $D_{p_o} \approx 0,0113$ и $D_{p_a} \approx 0,0101$. Их подстановка в формулу (12) показала, что учет априорной информации позволил повысить точность оценивания примерно на 10 %.

Апостериорная оценка вероятности того, что для обнаружения объекта придется сделать не более пяти оборотов антенны:

$$P_a = P(2 \leq \hat{X} \leq 5; p_a) = \sum_{i=2}^5 C_5^i p_a^i (1-p_a)^{5-i} = \\ = \sum_{i=2}^5 C_5^i \cdot 0,45^i \cdot 0,55^{5-i} \approx 0,75.$$

Отсюда видно, что $P_o < P_a < P_p$, причем оценка P_a ближе к опытной оценке P_o , чем к априорной P_p . Это связано с относительно небольшим значением отношения правдоподобия v^* , определяющего согласно формуле (10) вес априорной информации (p_p) в апостериорной оценке p_a вероятности p .

Решение второй задачи

Минимальное число оборотов антенны $X_{0,8}$, необходимое для обнаружения объекта с вероятностью не менее 0,8, зависит от вероятности p , т. е. $X_{0,8} = X_{0,8}(p)$, и может быть найдено из выражения $P(2 \leq \hat{X} \leq X_{0,8}; p) \geq 0,8$, которое эквива-

$$\text{лентно условию } \sum_{i=2}^{X_{0,8}} C_{X_{0,8}}^i p^i (1-p)^{X_{0,8}-i} \geq 0,8.$$

Минимальные значения числа оборотов антенны, обеспечивающие удовлетворение этого

условия при оценках p_p , p_o и p_a вероятности p , равны, соответственно: $X_{0,8}(p_p) = 4$, $X_{0,8}(p_o) = 7$ и $X_{0,8}(p_a) = 6$.

Таким образом, при ограниченных испытаниях радиолокатора учет априорной информации позволил скорректировать выводы о качестве его функционирования и уточнить требования к скорости вращения антенны.

Заключение

Предложенный подход к оцениванию вероятности того, что СУ решит поставленные задачи при однократном ее применении, может быть использован для решения ряда других практических задач. Это обусловлено широким распространением закона распределения Паскаля. Так, объем выборки, необходимой для получения наперед заданного числа объектов с определенными свойствами при их случайном извлечении из генеральной совокупности, подчинен этому закону. Он используется в задачах оптимального резервирования элементов, в теории стрельбы, при решении задач, связанных с исследованием долговечности системы, имеющей определенное число резервных элементов, при определении количества особей данного вида в выборках из биологических популяций, в статистике несчастных случаев и заболеваний, а также в других приложениях. Полученные выше результаты, на наш взгляд, могут быть использованы при оценивании состояний сложных объектов с помощью инвариантов [26], при планировании испытаний и оценивании характеристик сложных систем [27], при оценивании состояний информационных систем на основе использования функции энтропии [28].

Финансовая поддержка

Работа частично поддержана грантом МОН РК: проект № AP05133699 «Исследование и разработка инновационных информационно-телекоммуникационных технологий с использованием современных кибертехнических средств для интеллектуальной транспортной системы города».

Financial support

The work was partially supported by the grant of the MES RK: project No. AP05133699 «Research and development of innovative information and telecommunication technologies using modern cybertechnical means for the city's intelligent transport system».

Литература

1. Буренок В. М., Найденов В. М. Испытательная база: выход из кризиса. *Воздушно-космическая оборона*, 2009, № 1 (44), с. 1–25.
2. Пугачев В. С. *Теория вероятностей и математическая статистика*. М., Физматлит, 2002. 496 с.
3. Городецкий В. И., Дмитриев А. К., Марков В. М., Петухов Г. Б., Юсупов Р. М. *Элементы теории испытаний и контроля технических систем* / под ред. Р. М. Юсупова. Л., Энергия, 1978. 192 с.
4. Фроленков К. В. Уточнение оценок вероятностей при локальном апостериорном выводе алгебраической байесовской сети в случае неточного свидетельства. *Труды СПИИРАН*, 2013, № 1(24), с. 152–164.
5. Рожков В. А. *Теория и методы статистического оценивания вероятностных характеристик случайных величин и функций с гидрометеорологическими примерами*. Кн. 1. СПб., Гидрометеиздат, 2001. 340 с.
6. Сайпулаева Г. А., Дандамаев А. У. Разработка методики априорной и апостериорной оценки трудозатрат в системе технического обслуживания и ремонта. *Системные технологии*, 2016, № 3(20), с. 43–52.
7. Храменков А. С., Ярмолик С. Н. Алгоритм последовательного распознавания радиолокационных объектов, обеспечивающий минимизацию среднего риска принимаемых решений. *Доклады Белорусского государственного университета*, 2016, № 2(96), с. 37–43.
8. Тулупьев А. Л. Апостериорные оценки вероятностей в алгебраических байесовских сетях. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*, 2012, № 2, с. 51–59.
9. Бондаренко В. А., Ярица А. И. Сравнительный анализ априорной и апостериорной оценок точности плановой геодезической сети с помощью программного комплекса «Россия–Беларусь», разработанного в Полоцком государственном университете. *Вестник Полоцкого государственного университета*. Серия F: Строительство. Прикладные науки, 2014, № 16, с. 92–95.
10. Пугачев В. Н. *Комбинированные методы определения вероятностных характеристик*. М., Сов. радио, 1973. 256 с.
11. Буряк Ю. И., Скрынников А. А. Повышение степени обоснованности принимаемых решений в системе распознавания за счет использования априорной информации. *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*, 2015, № 220 (10), с. 47–54.
12. Мадера А. Г. Метод определения вероятностей прогнозируемых событий при принятии решений. *Искусственный интеллект и принятие решений*, 2016, № 2, с. 38–45.
13. Ардашов А. А., Арсеньев В. Н., Силантьев С. Б. Метод обработки неоднородной статистической информации о характеристиках точности системы управления. *Информационно-управляющие системы*, 2015, № 5, с. 55–59. doi:10.15217/issn1684-8853.2015.5.55
14. Арсеньев В. Н., Силантьев С. Б., Ядренкин А. А. Использование априорной информации для коррекции модели потока событий в сложной системе. *Изв. вузов. Приборостроение*, 2017, т. 60, № 5, с. 391–397.
15. Chow T. S. Testing software design modelled by finite state machines. *IEEE Trans. Software Eng.*, 1978, vol. 4, no. 3, pp. 178–187.
16. Petrenko A., Simão A., Yevtushenko N. Generating checking sequences for nondeterministic finite state machines. *Proceedings of the ICST*, 2012, pp. 310–319.
17. Kushik N., El-Fakih K., Yevtushenko N. Adaptive homing and distinguishing experiments for nondeterministic finite state machines. *Lecture Notes in Computer Science*, 2013, vol. 8254, pp. 33–48.
18. Günçen C., Inan K., Türker U.C., Yenigün H. The relation between preset distinguishing sequences and synchronizing sequences. *Formal Aspects of Computing*, 2014, vol. 26, no. 6, pp. 1153–1167.
19. Jie M., Honlin Z., Wenbo X., Jin L. Reliability testing methods for critical information system based on state random. *2011 International Conference on Information Communication and Management, IPC-SIT*, 2011, vol. 1, IACSIT Press, Singapore, pp. 28–32.
20. Xin W., Feng-Yan H., Zheng Q. Software reliability testing data generation approach based on a mixture model. *Information Technology Journal*, 2010, vol. 9, no. 5, pp. 1038–1043.
21. Cai K.-Y., Caob. P., Dongc. Z., Liu. K. Mathematical modeling of software reliability testing with imperfect debugging. *Computers and Mathematics with Applications*, 2010, vol. 59, no. 10, pp. 3245–3285.
22. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. *Справочник по теории вероятностей и математической статистике*. М., Наука. 1985. 640 с.
23. Арсеньев В. Н., Лабетский П. В. Метод апостериорного оценивания характеристик системы управления летательного аппарата. *Изв. вузов. Приборостроение*, 2014, т. 57, № 10, с. 23–28.
24. Arseniev V. N., Adadurov S. E., Gerasimenko P. V., Degtyarev V. G. Correction of models of disturbing perturbances at research of complex system properties. *2017 Proceedings of 2017 20th IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM*, 2017, pp. 184–188.
25. Арсеньев В. Н. *Новые методы принятия решений при ограниченных экспериментальных данных*. СПб., ВКА им. А. Ф. Можайского, 1999. 90 с.
26. Хомоненко А. Д., Яковлев Е. Л. К оценке состояния сложных объектов с помощью инвариантов.

Материалы 3-й Российской конференции «Математическое моделирование и информационные технологии», Екатеринбург, 16 ноября 2016 г., CEUR Workshop Proceedings, т. 1825, с. 44–49.

27. Арсеньев В. Н., Силантьев С. Б., Хомоненко А. Д., Адагуров С. Е. Определение вероятности выполнения задачи сложной системой при ограниченном объеме опытной информации. *Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям*, 2018, т. 1, с. 43–46.

28. Смагин В. А., Хомоненко А. Д. Использование функции энтропии для определения состояний информационной системы. *Семинар «Компьютерная наука и инженерия» в рамках 5-й Международной научно-методической конференции «Проблемы математической и естественно-научной подготовки в инженерном образовании»*, Санкт-Петербург, 8–9 ноября 2018 г., CEUR Workshop Proceedings, т. 234, с. 53–60.

UDC 519.2

doi:10.31799/1684-8853-2020-3-39-47

Weighed ranking of aprioristic and experimental data in control system functioning efficiency estimation problem with Pascal-distributed number of tests

V. N. Arseniev^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0001-6424-5320, vladar56@mail.ru

A. D. Khomonenko^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0003-0411-258X

A. A. Yadrenkin^a, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0003-2089-7460

^aA. F. Mozhaiskii Military Space Academy, 13, Zhdanovskaia Emb., 197198, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: In order to steadily estimate the efficiency of control systems for new objects, a great number of prototypes should be tested, which is not always possible in practice. The estimation quality can be improved by joint processing of the a priori information you have before the tests by analyzing certain indicators, and the data obtained from the tests. To estimate the efficiency a posteriori, taking into account both the a priori knowledge and the test results, you have to find their functional dependence on each of them, and specify the parameters of this dependence. **Purpose:** Integrated processing of the results from both aprioristic and experimental research of a control system, and obtaining posterior estimations of the efficiency indices. **Results:** A control system efficiency estimation method is proposed, which integrates the aprioristic and experimental estimations of the efficiency indices obtained a priori and during a limited number of tests of system prototypes. It can be used when the results of aprioristic research and the tests are presented by point estimations of the efficiency indices, and the most common methods are difficult to apply. We present analytical expressions for posterior estimation of the probability that the system will perform its task, along with the indicators which are used to study the influence of the aprioristic information on the estimation accuracy and number of tests. The working capacity of the method is illustrated by a real-life example. This approach, unlike others, takes into account how close the aprioristic estimations are to the experimental ones. **Practical relevance:** The proposed approach is universal enough, as it allows you to integrate the information obtained at various stages of studying the system, and essentially improve the efficiency estimation accuracy, specifying the gain in the number of tests in all the cases when the aprioristic research results are in consonance with the experimental data.

Keywords — control system, efficiency of functioning, aprioristic information, experimental data, gain in accuracy, gain in number of tests.

For citation: Arseniev V. N., Khomonenko A. D., Yadrenkin A. A. Weighed ranking of aprioristic and experimental data in control system functioning efficiency estimation problem with Pascal-distributed number of tests. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2020, no. 3, pp. 39–47 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2020-3-39-47

References

- Burenok V. M., Naidyonov V. M. Test base: recovery from the crisis. *Vozdushno-kosmicheskaya oborona*, 2009, no. 1(44), pp. 18–25 (In Russian).
- Pugachev V. S. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability Theory and Mathematical Statistics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002. 496 p. (In Russian).
- Gorodeckiy V. I., Dmitriev A. K., Markov V. M., Petukhov G. B., Yusupov R. M. *Elementy teorii ispytaniy i kontrolja tehnikeskikh sistem* [Elements of the theory of testing and control of technical systems]. Ed. by R. M. Yusupov. Leningrad, Energiia Publ., 1978. 192 p. (In Russian).
- Frolenkov K. V. Specification of estimations of probabilities at local a posteriori conclusion of algebraic Bayesian networks in case of the inexact certificate. *SPIIRAS Proceedings*, 2013, no. 1(24), pp. 152–164 (In Russian).
- Rojkov V. A. *Teoriya i metody statisticheskogo ocenivaniya veroyatnostnykh harakteristik sluchajnykh velichin i funkciy s gidrometeorologicheskimi primerami*. Kn. 1 [The theory and methods of statistical estimation of probabilistic characteristics of random variables and functions with hydrometeorological examples. Vol. 1]. Saint-Petersburg, Gidrometeoizdat Publ., 2001. 340 p. (In Russian).
- Saypulaeva G. A., Dandamaev A. U. Working of a technique aprioristic and a posteriori estimations of expenditures of labour in maintenance service and repair system. *Sistemnye tehnologii*, 2016, no. 3(20), pp. 43–52 (In Russian).
- Hramenkov A. S., Iarmolik S. N. Algorithm of consecutive recognition of the radar-tracking objects, providing minimisation of average risk of accepted decisions. *Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2016. no. 2 (96), pp. 37–43 (In Russian).
- Tulupye A. L. A posteriori estimates of probabilities in algebraic Bayesian networks. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy upravleniya*, 2012, no. 2, pp. 51–59 (In Russian).
- Bondarenko V. A., Iaritsa A. I. Comparative the analysis aprioristic and a posteriori estimations of accuracy of a planned geodetic network by means of the program complex “Rossija–Belarus” developed in the Polotsk state university. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya F: Stroitel'stvo. Prikladnye nauki*, 2014, no. 16, pp. 92–95 (In Russian).
- Pugachev V. N. *Kombinirovannye metody opredeleniya veroyatnostnykh harakteristik* [Combined methods of determina-

- tion of probability characteristics]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1973. 256 p (In Russian).
11. Buriak J. I., Skrinnikov A. A. Increase of degree of validity of accepted decisions in system of recognition at the expense of use of the aprioristic information. *Nauchnyj vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta grajdanskoj aviacii*, 2015, no. 220 (10), pp. 47–54 (In Russian).
 12. Madera A. G. Method of definition of probabilities of predicted events at decision-making. *Iskusstvennyj intellekt i prinjatje reshenij*, 2016, no. 2, pp. 38–45 (In Russian).
 13. Ardashov A. A., Arseniev V. N., Silantiev S. B. Processing miscellaneous statistical information about control system accuracy characteristics. *Informatcionno-upravljajushchie sistemy*. [Information and Control Systems]. 2015, no. 5, pp. 55–60 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2015.5.55
 14. Arseniev V. N., Silantiev S. B., Yadrenkin A. A. Use of the aprioristic information for specification of the events stream model in the complex system. *Journal of Instrument Engineering*, 2017, vol. 60, no. 5, pp. 391–397 (In Russian).
 15. Chow T. S. Testing software design modelled by finite state machines. *IEEE Trans. Software Eng.*, 1978, vol. 4, no. 3, pp. 178–187.
 16. Petrenko A., Simão A., Yevtushenko N. Generating checking sequences for nondeterministic finite state machines. *Proceedings of the ICST*, 2012, pp. 310–319.
 17. Kushik N., El-Fakih K., Yevtushenko N. Adaptive homing and distinguishing experiments for nondeterministic finite state machines. *Lecture Notes in Computer Science*, 2013, vol. 8254, pp. 33–48.
 18. Güniçen C., Inan K., Türker U. C., Yenigün H. The relation between preset distinguishing sequences and synchronizing sequences. *Formal Aspects of Computing*, 2014, vol. 26, no. 6, pp. 1153–1167.
 19. Jie M., Honlin Z., Wenbo X., Jin L. Reliability testing methods for critical information system based on state random. *2011 International Conference on Information Communication and Management, IPCSIT*, 2011, vol. 1, IACSIT Press, Singapore, pp. 28–32.
 20. Xin W., Feng-Yan H., Zheng Q. Software reliability testing data generation approach based on a mixture model. *Information Technology Journal*, 2010, vol. 9, no. 5, pp. 1038–1043.
 21. Cai K.-Y., Caob. P., Dongc. Z., Liu. K. Mathematical modeling of software reliability testing with imperfect debugging. *Computers and Mathematics with Applications*, 2010, vol. 59, no. 10, pp. 3245–3285.
 22. Koroljuk V. S., Portenko N. I., Skorokhod A. V., Turbin A. F. *Spravochnik po teorii veroyatnostej i matematicheskoj statistike* [Handbook on probability theory and mathematical statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 640 p. (In Russian).
 23. Arseniev V. N., Labeckiy P. V. Method a posteriori estimations of characteristics of a control system of the flying machine. *Journal of Instrument Engineering*, 2014, vol. 57, no. 10, pp. 23–28 (In Russian).
 24. Arseniev V. N., Adadurov S. E., Gerasimenko P. V., Degtiarev V. G. Correction of models of disturbing perturbances at research of complex system properties. *2017 Proceedings of 20th IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM*, 2017, pp. 184–188.
 25. Arseniev V. N. *Novie metody prinyatiya reshenij pri ogranichennykh eksperimentalnykh dannykh* [New methods of decision-making on the limited experimental data]. Saint-Petersburg, A. F. Mozhaiskii Military Space Academy Publ., 1999. 90 p. (In Russian).
 26. Khomonenko A. D., Yakovlev E. L. State estimation of complex object via invariants). *Proceedings of 3rd Russian Conference “Mathematical Modeling and Information Technologies”*, Yekaterinburg, November 16, 2016, CEUR Workshop Proceedings, Vol. 1825, pp. 44–49.
 27. Arseniev V. N., Silantiev S. B., Khomonenko A. D., Adadurov S. E. *Opreделение veroyatnosti vypolneniya zadachi slozhnoy sistemoy pri ogranichenom ob’eme opytной informatsii*. [Definition of Probability of Task Execution by Complex System at a Limited Volume of Experimental Information]. In: *Mezhdunarodnaya konferentsiya po myagkim vychisleniyam i izmereniyam* [International Conference on Soft Computing and Measurement], *SCM*, 2018, vol. 1. Pp. 43–46. (In Russian).
 28. Smagin V. A., Khomonenko A. D. Using entropy function for definition states of information system. *Workshop “Computer Science and Engineering” in the framework of the 5th International Scientific-Methodical Conference “Problems of Mathematical and Natural-Scientific Training in Engineering Education”*, Saint-Petersburg, November 8–9, 2018, CEUR Workshop Proceedings, vol. 2341, pp. 53–60.

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научные базы данных, включая SCOPUS и Web of Science, обрабатывают данные автоматически. С одной стороны, это ускоряет процесс обработки данных, с другой — различия в транслитерации ФИО, неточные данные о месте работы, области научного знания и т. д. приводят к тому, что в базах оказывается несколько авторских страниц для одного и того же человека. В результате для всех по отдельности считаются индексы цитирования, что снижает рейтинг ученого.

Для идентификации авторов в сетях Thomson Reuters проводит регистрацию с присвоением уникального индекса (ID) для каждого из авторов научных публикаций.

Процедура получения ID бесплатна и очень проста, есть возможность провести регистрацию на 12-ти языках, включая русский (чтобы выбрать язык, кликните на зеленое поле сверху справа на стартовой странице): <https://orcid.org>