

ПОЛНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ БАРАБАННОЙ СУШИЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Д. Ю. Муромцев^а, доктор техн. наук, профессор

А. Н. Грибков^а, доктор техн. наук, доцент

В. Н. Шамкин^а, доктор техн. наук, доцент

И. А. Куркин^б, канд. техн. наук

^аТамбовский государственный технический университет, Тамбов, РФ

^бООО «Аналитические технологии», Рязань, РФ

Постановка проблемы: разработка и практическое применение систем энергосберегающего управления сложными технологическими объектами является в настоящее время актуальной задачей, поскольку позволяет не только повысить качество выпускаемой продукции, но и существенно снизить затраты энергоресурсов. Одним из наиболее сложных и трудоемких этапов разработки системы энергосберегающего управления является создание ее алгоритмического обеспечения, так как разрабатываемые модели и алгоритмы должны учитывать все специфические особенности объекта управления и обеспечивать требуемые характеристики точности и быстродействия. **Цель исследования:** анализ задачи энергосберегающего управления, позволяющий определить условия существования ее решения, а также возможные виды и параметры функций оптимального управления. **Результаты:** проведен полный анализ задачи энергосберегающего управления динамическими режимами барабанной сушильной установки. Выполнена формализация задачи энергосберегающего управления динамическими режимами технологического процесса сушки послеспиртовой барды. Приведен алгоритм определения возможности существования решения задачи оптимального управления. Определены виды функций оптимального управления и соотношения для расчета их параметров для функционалов «минимум расхода топлива» и «минимум затрат энергии». Сравнение полученных видов функций показало, что они обеспечивают одинаковое значение функционала, но в ряде случаев более предпочтительным является вид функции оптимального управления, полученный для функционала «минимум затрат энергии». **Практическая значимость:** результаты полного анализа задачи энергосберегающего управления позволяют разработать алгоритмы оперативного синтеза управляющих воздействий для системы энергосберегающего управления динамическими режимами барабанной сушильной установки.

Ключевые слова — система энергосберегающего управления, алгоритмическое обеспечение, оптимальное управление, барабанная сушильная установка.

Введение

Одной из актуальных задач современной промышленности является снижение энергопотребления и повышение энергетической эффективности применяемых на производстве технологических установок. Поэтому в настоящее время значительное внимание уделяется разработке современных систем энергосберегающего управления (СЭУ), позволяющих не только существенно снизить затраты энергоресурсов, но и повысить качество выпускаемой продукции.

Важным и достаточно сложным этапом создания СЭУ является разработка ее алгоритмического обеспечения, так как оно должно учитывать все особенности объекта управления и соблюдать требуемые характеристики точности и быстродействия. При разработке алгоритмического обеспечения СЭУ необходимо учитывать результаты полного анализа задачи энергосберегающего управления, позволяющего определить условия существования решения задачи, возможные виды и параметры функций оптимального управления (ОУ) и т. д.

В данной статье рассматриваются вопросы анализа задачи энергосберегающего управления динамическими режимами сложного технологического объекта на примере барабанной сушильной установки (БСУ), применяемой для сушки послеспиртовой барды.

Формализация задачи энергосберегающего управления динамическими режимами барабанной сушильной установки

В качестве объекта управления рассматривается БСУ торговой марки Vetter, используемая для сушки послеспиртовой барды на ОАО «Талвис» (Тамбовская область). На технологический процесс сушки барды накладываются ограничения по температуре материала, которая в процессе сушки не должна превышать 120 °С, иначе качество конечного продукта будет очень низким. Массовая доля сухой барды может варьироваться в зависимости от области применения и составлять 90 ± 1 , 93 ± 2 или $(96 \pm 1) \%$ [1].

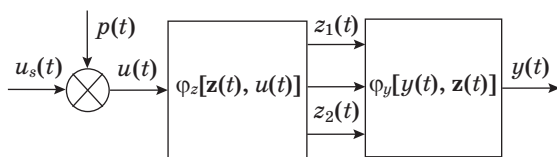
Несмотря на то, что целевым показателем качества конечного продукта является влажность сухой барды, ее измерение осуществляется в лабораторных условиях с большой временной задержкой, что делает невозможным использование значения влажности при синтезе управляющих воздействий в режиме реального времени. Мониторинг технологического процесса сушки производится путем контролирования температуры воздуха внутри сушильной установки (конвекционная часть сушки), температуры отводимого пара (контактная часть сушки) и температуры выходного материала (чтобы не допустить перегрева барды). Управление процессом сушки осуществляется при помощи регулировки подачи пара. При этом температура пара находится в пределах 160–180 °С при давлении 5–7 атм.

На практике для обеспечения максимальной производительности сушильной установки в качестве управляющего воздействия используется степень открытия паровой головки. Однако само открытие паровой головки не является управляющим воздействием — оно лишь регулирует количество пара, поступающего в сушильную установку, а количество тепла зависит от температуры и давления пара.

Структурная схема БСУ как объекта управления представлена на рис. 1.

В качестве управляющих воздействий рассматриваются: управление подачей пара $u(t) = p(t) \times u_s(t)$, где $p(t)$ — давление пара; $u_s(t)$ — степень открытия паровой головки, изменяющееся в пределах от нуля до 100 %. Вектор фазовых координат $z(t)$ включает три компонента: $z_1(t)$ — температуру выходного материала; $z_2(t)$ — температуру отводимого пара; $z_3(t)$ — температуру воздуха в сушильной установке. Выходной переменной является конечная влажность барды $y(t)$. Для решения задачи анализа оптимального управления (ЗОУ) рассматривается модель функции перехода $\varphi_z[z(t), u(t)]$, поскольку определить выходное отображение $\varphi_y[y(t), z(t)]$ не представляется возможным.

Математическую постановку задачи энергосберегающего управления динамическими режимами БСУ можно записать в следующем виде:



■ **Рис. 1.** Структурная схема сушильной установки как объекта управления

■ **Fig. 1.** Structural scheme of the drying unit as a control object

$$\dot{z}(t) = \mathbf{A}z(t) + \mathbf{B}u(t); \quad (1)$$

$$z(t_0) = z^0 \rightarrow z(t_K) = z^K; \quad (2)$$

$$\forall t \in [t_0; t_K]: u(t) \in [u^H; u^B]; \quad (3)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_K} f(u(t)) dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

где \mathbf{A} и \mathbf{B} — матрицы параметров объекта управления; u^H, u^B — граничные значения управляющего воздействия; z^0, z^K — векторы начальных и конечных значений фазовых координат; $[t_0, t_K]$ — временной интервал управления.

Объект, описываемый моделью (1), необходимо перевести из начального состояния в конечное (2) с учетом ограничений на управляющее воздействие в каждый момент времени (3) с минимумом функционала (4).

Для численного решения задачи (1)–(4) задается массив исходных данных

$$\mathbf{R} = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, u^H, u^B, z^0, z^K, t_0, t_K). \quad (5)$$

Идентификация моделей динамики объекта управления производилась путем перебора всех возможных вариантов линейных моделей в виде систем дифференциальных уравнений для трех фазовых координат и одного управляющего воздействия.

В результате идентификации была получена следующая математическая модель динамических режимов БСУ [1]:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = -2,16 \cdot 10^{-4} z_1(t) - 1,42 \cdot 10^{-4} z_2(t) + \\ + 2,86 \cdot 10^{-4} u(t) \\ \dot{z}_2(t) = -3 \cdot 10^{-5} z_2(t) + 1,17 \cdot 10^{-6} u(t) \\ \dot{z}_3(t) = -4,1 \cdot 10^{-6} z_1(t) + 3,08 \cdot 10^{-5} u(t) \end{cases} \quad (6)$$

Максимальные значения относительной ошибки модели составили 2,72 % для $z_1(t)$, 4,34 % для $z_2(t)$ и 0,88 % для $z_3(t)$.

Анализ задачи энергосберегающего управления

Анализ ЗОУ включает в себя исследование вопросов существования ее решения, определения видов и параметров функций ОУ и т. д. Очень эффективным является подход к решению задач анализа с использованием математического аппарата принципа максимума Л. С. Понтрягина [2] и метода синтезирующих переменных [3].

Математическая модель динамики объекта (6), записанная в векторно-матричной форме, будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_3 & 0 \\ a_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} u(t). \quad (7)$$

Решение (7), согласно уравнению Коши:

$$\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{(t-t_0)a_1} & \frac{(e^{(t-t_0)a_3} - e^{(t-t_0)a_1})a_2}{a_3 - a_1} & 0 \\ 0 & e^{(t-t_0)a_3} & 0 \\ \frac{a_4(e^{(t-t_0)a_1} - 1)}{a_1} & \frac{a_2a_4(a_1e^{(t-t_0)a_3} - a_3e^{(t-t_0)a_1} - a_1 + a_3)}{a_1a_3(a_3 - a_1)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t_0) \\ z_2(t_0) \\ z_3(t_0) \end{pmatrix} + \int_{t_0}^t \begin{pmatrix} e^{(t-s)a_1} & \frac{(e^{(t-s)a_3} - e^{(t-s)a_1})a_2}{a_3 - a_1} & 0 \\ 0 & e^{(t-s)a_3} & 0 \\ \frac{a_4(e^{(t-s)a_1} - 1)}{a_1} & \frac{a_2a_4(a_1e^{(t-s)a_3} - a_3e^{(t-s)a_1} - a_1 + a_3)}{a_1a_3(a_3 - a_1)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} u(s) ds.$$

Траектории фазовых координат:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= e^{(t-t_0)a_1} z_1(t_0) + \frac{(e^{(t-t_0)a_3} - e^{(t-t_0)a_1})a_2}{a_3 - a_1} z_2(t_0) + b_1 \int_{t_0}^t e^{(t-s)a_1} u(s) ds + \\ &+ \frac{b_2a_2}{a_3 - a_1} \int_{t_0}^t (e^{(t-s)a_3} - e^{(t-s)a_1}) u(s) ds; \\ z_2(t) &= e^{(t-t_0)a_3} z_2(t_0) + b_2 \int_{t_0}^t e^{(t-s)a_3} u(s) ds; \\ z_3(t) &= \frac{a_4}{a_1} (e^{(t-t_0)a_1} - 1) z_1(t_0) + \frac{a_2a_4(a_1e^{(t-t_0)a_3} - a_3e^{(t-t_0)a_1} - a_1 + a_3)}{a_1a_3(a_3 - a_1)} z_2(t_0) + z_3(t_0) + \\ &+ \int_{t_0}^t \left(b_1 \frac{a_4(e^{(t-s)a_1} - 1)}{a_1} + b_2 \frac{a_2a_4(a_1e^{(t-s)a_3} - a_3e^{(t-s)a_1} - a_1 + a_3)}{a_1a_3(a_3 - a_1)} + b_3 \right) u(s) ds. \end{aligned}$$

Формулы для вычисления значений синтезирующих переменных:

$$\begin{aligned} L_1(\mathbf{R}) &= z_1(t) - e^{(t-t_0)a_1} z_1(t_0) - \frac{(e^{(t-t_0)a_3} - e^{(t-t_0)a_1})a_2}{a_3 - a_1} z_2(t_0); \\ L_1(u) &= b_1 \int_{t_0}^t e^{(t-s)a_1} u(s) ds + \frac{b_2a_2}{a_3 - a_1} \int_{t_0}^t (e^{(t-s)a_3} - e^{(t-s)a_1}) u(s) ds; \end{aligned}$$

$$L_2(\mathbf{R}) = \frac{z_2(t) - e^{(t-t_0)a_3} z_2(t_0)}{b_2}; L_2(u) = \int_{t_0}^t e^{(t-s)a_3} u(s) ds;$$

$$L_3(\mathbf{R}) = z_3(t) - \frac{a_4}{a_1} \left(e^{(t-t_0)a_1} - 1 \right) z_1(t_0) - \frac{a_2 a_4 \left(a_1 e^{(t-t_0)a_3} - a_3 e^{(t-t_0)a_1} - a_1 + a_3 \right)}{a_1 a_3 (a_3 - a_1)} z_2(t_0) - z_3(t_0);$$

$$L_3(u) = \int_{t_0}^t \left(b_1 \frac{a_4 \left(e^{(t-s)a_1} - 1 \right)}{a_1} + b_2 \frac{a_2 a_4 \left(a_1 e^{(t-s)a_3} - a_3 e^{(t-s)a_1} - a_1 + a_3 \right)}{a_1 a_3 (a_3 - a_1)} + b_3 \right) u(s) ds;$$

$$L_i(\mathbf{R}) = L_i(u), \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Поскольку управляющее воздействие $u(t)$ зависит от давления пара $p(t)$, которое может изменяться в диапазоне 5÷7 атм, то ограничение на управляющее воздействие имеет специфический вид, так как имеется ограничение на степень открытия парового клапана $u_3(t) \in [0; 100]$, и, соответственно, управляющее воздействие может меняться в диапазоне от $u(t) \in [0; 500]$ до $u(t) \in [0; 700]$.

Для дальнейшего рассмотрения предлагается разбить пространство синтезирующих переменных на три области: S_Γ — область гарантированного существования решения ЗОУ при $u(t) \in [0; 500]$; S_B — область возможного существования решения ЗОУ при $u(t) \in [0; 700]$; S_0 — область, в которой решения ЗОУ не существует [4].

Для определения границ областей введем граничные виды функций управления, имеющие точки переключения:

$$u_l(s) = \begin{cases} 0, & s < T_l, \\ 500, & s \geq T_l; \end{cases} \quad u_h(s) = \begin{cases} 500, & s < T_h, \\ 0, & s \geq T_h, \end{cases}$$

где T_l и T_h — времена переключения.

Подставив $u_l(s)$ и $u_h(s)$ в уравнения для расчета синтезирующих переменных, получим аналитические выражения, с помощью которых можно определить границы поверхностей, ограничивающих области S_Γ , S_B и S_0 :

$$L_1^{u_l}(T_l) = b_1 \int_{T_l}^{t_k} e^{(t_k-s)a_1} 500 ds + \frac{b_2 a_2}{a_3 - a_1} \int_{T_l}^{t_k} \left(e^{(t_k-s)a_3} - e^{(t_k-s)a_1} \right) 500 ds =$$

$$= \frac{500}{a_1} \left(b_1 \left(e^{-(T_l-t_k)a_1} - 1 \right) - \frac{b_2 a_2 \left(a_3 e^{-(T_l-t_k)a_1} - a_1 e^{-(T_l-t_k)a_3} + a_1 - a_3 \right)}{(a_3 - a_1) a_3} \right);$$

$$L_2^{u_l}(T_l) = 500 \int_{T_l}^{t_k} e^{(t_k-s)a_3} ds = \frac{500}{a_3} \left(e^{-(T_l-t_k)a_3} - 1 \right);$$

$$L_3^{u_l}(T_l) = \int_{T_l}^{t_k} \left(b_1 \frac{a_4 \left(e^{(t_k-s)a_1} - 1 \right)}{a_1} + b_2 \frac{a_2 a_4 \left(a_1 e^{(t_k-s)a_3} - a_3 e^{(t_k-s)a_1} - a_1 + a_3 \right)}{a_1 a_3 (a_3 - a_1)} + b_3 \right) 500 ds =$$

$$= \frac{500 a_4}{a_1^2} b_1 \left(a_1 T_l - a_1 t_k + e^{-(T_l-t_k)a_1} - 1 \right) + 500 b_3 (t_k - T_l) +$$

$$+ \frac{500 b_2 a_2 a_4}{a_1^2 a_3^2 (a_1 - a_3)} \left(a_3^2 T_l a_1 - a_1^2 T_l a_3 + a_1^2 t_k a_3 - a_3^2 t_k a_1 + a_3^2 e^{-(T_l-t_k)a_1} - a_1^2 e^{-(T_l-t_k)a_3} + a_1^2 - a_3^2 \right);$$

$$L_1^{u_h}(T_h) = b_1 \int_{t_0}^{T_h} e^{(t_k-s)a_1} 500 ds + \frac{b_2 a_2}{a_3 - a_1} \int_{t_0}^{T_h} \left(e^{(t_k-s)a_3} - e^{(t_k-s)a_1} \right) 500 ds =$$

$$= \frac{500}{a_1} \left(b_1 \left(e^{(t_k-t_0)a_1} - e^{-(T_h-t_k)a_1} \right) - \frac{b_2 a_2 \left(a_3 e^{(t_k-t_0)a_1} - a_3 e^{-(T_h-t_k)a_1} + a_1 e^{-(T_h-t_k)a_3} - a_1 e^{(t_k-t_0)a_1} \right)}{(a_3 - a_1) a_3} \right);$$

$$L_2^{u_h}(T_h) = 500 \int_{t_0}^{T_h} e^{(t_k-s)a_3} ds = -\frac{500}{a_3} \left(e^{-(T_h-t_k)a_3} - e^{-(t_k-t_0)a_3} \right);$$

$$L_3^{u_h}(T_h) = \int_{t_0}^{T_h} \left(b_1 \frac{a_4 \left(e^{(t_k-s)a_1} - 1 \right)}{a_1} + b_2 \frac{a_2 a_4 \left(a_1 e^{(t_k-s)a_3} - a_3 e^{(t_k-s)a_1} - a_1 + a_3 \right)}{a_1 a_3 (a_3 - a_1)} + b_3 \right) 500 ds =$$

$$= \frac{500 a_4}{a_1^2} b_1 \left(a_1 t_0 - a_1 T_h + e^{(t_k-t_0)a_1} - e^{-(T_h-t_k)a_1} \right) + 500 b_3 (T_h - t_0) +$$

$$+ \frac{500 b_2 a_2 a_4}{a_1^2 a_3^2 (a_1 - a_3)} \left(a_1^2 a_3 (T_h - t_0) + a_3^2 a_1 (t_0 - T_h) + a_1^2 \left(e^{-(T_h-t_k)a_3} - e^{-(t_0-t_k)a_3} \right) - a_3^2 \left(e^{-(T_h-t_k)a_3} + e^{-(t_0-t_k)a_1} \right) \right).$$

Применительно к модели (6) получим следующие расчетные формулы:

$$L_1^{u_l}(T_l) = -680,96 e^{0,0002164(T_l-t_k)} + 532,12 + 148,84 e^{0,00002997(T_l-t_k)};$$

$$L_2^{u_l}(T_l) = -1,668 \cdot 10^7 \left(e^{0,00002997(T_l-t_k)} - 1 \right);$$

$$L_3^{u_l}(T_l) = -12,91 e^{0,0002164(T_l-t_k)} - 0,01319(T_l - t_k) + 20,377 e^{0,00002997(T_l-t_k)} - 7,465;$$

$$L_1^{u_h}(T_h) = -680,96 \left(e^{0,0002164(t_0-t_k)} - e^{0,0002164(T_h-t_k)} \right) + 148,84 \left(e^{0,00002997(t_0-t_k)} - e^{0,00002997(T_h-t_k)} \right);$$

$$L_2^{u_h}(T_h) = -1,668 \cdot 10^7 \left(e^{0,00002997(t_0-t_k)} - e^{0,00002997(T_h-t_k)} \right);$$

$$L_3^{u_h}(T_h) = -12,91 \left(e^{0,0002164(t_0-t_k)} - e^{0,0002164(T_h-t_k)} \right) - 0,01319(t_0 - T_h) +$$

$$+ 20,377 \left(e^{0,00002997(t_0-t_k)} - e^{0,00002997(T_h-t_k)} \right).$$

Области S_Γ, S_B и S_0 ограничиваются поверхностями $[L_1^{u_l}(T_l), L_2^{u_l}(T_l), L_3^{u_l}(T_l)]$ и $[L_1^{u_h}(T_h), L_2^{u_h}(T_h), L_3^{u_h}(T_h)]$

при $T_l \in [t_0; t_k], T_h \in [t_0; t_k]$. При этом S_Γ ограничивается двумя поверхностями с учетом ограничения $u(t) \in [0; 500]$; S_B ограничивается четырьмя поверхностями с учетом ограничений $u(t) \in [0; 500]$ и $u(t) \in (500; 700)$; S_0 находится за границами областей S_Γ и S_B .

Алгоритм определения возможности существования решения ЗОУ включает следующие этапы.

1. Расчет значений синтезирующих переменных на основе массива исходных данных ЗОУ $L_1(\mathbf{R}), L_2(\mathbf{R}), L_3(\mathbf{R})$ с использованием соотношений (8).
2. Рассмотрение сечения области существования решения ЗОУ в пространстве синтезирующих переменных с зафиксированным значением одной из координат, например L_3 .
3. Определение времен переключения T_l и T_h с использованием соотношений (8).

4. Определение условий гарантированного существования решения ЗОУ: если система неравенств

$$\left\{ \begin{array}{l} \min [L_1^{u_l}(T_l), L_1^{u_h}(T_h)] \leq L_1(R) \leq \\ \leq \max [L_1^{u_l}(T_l), L_1^{u_h}(T_h)] \\ \min [L_2^{u_l}(T_l), L_2^{u_h}(T_h)] \leq L_2(R) \leq \\ \leq \max [L_2^{u_l}(T_l), L_2^{u_h}(T_h)] \end{array} \right. \quad (9)$$

выполняется при $u(t) \in [0; 500]$, то решение ЗОУ гарантированно существует. При этом точка с координатами $(L_1(\mathbf{R}), L_2(\mathbf{R}), L_3(\mathbf{R})) \in S_r$.

5. Определение условий вероятного существования решения ЗОУ: если система неравенств (9) при $u(t) \in [0; 500]$ не выполняется, но выполняется при $u(t) \in [0; 700]$, то имеется ненулевая вероятность существования решения ЗОУ. При этом точка с координатами $(L_1(\mathbf{R}), L_2(\mathbf{R}), L_3(\mathbf{R})) \in S_B$.

6. Если система неравенств (9) не выполняется при $u(t) \in [0; 700]$, то решения ЗОУ не существует. При этом точка с координатами $(L_1(\mathbf{R}), L_2(\mathbf{R}), L_3(\mathbf{R})) \in S_o$.

При анализе ЗОУ, помимо исследования условий существования решения задачи, не менее важным этапом является определение возможных видов функций ОУ и получение соотношений для расчета их параметров.

Рассмотрим получение видов функций ОУ для задачи (1)–(4) с помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина. В качестве модели динамики (1) будем использовать модель динамического режима БСУ (6). Помимо этого, для дальнейшего анализа необходимо задать конкретный вид минимизируемого функционала (4). Для рассматриваемого промышленного объекта управление осуществляется подачей пара, т. е. критерием оптимальности с точки зрения энергосбережения будет являться функционал вида «минимум расхода топлива»

$$J_T = \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \rightarrow \min. \quad (10)$$

Учитывая вид критерия оптимальности (10) и модель динамики (6), гамильтониан запишется в следующей форме:

$$H = -|u(t)| + \psi_1(t)[a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) + b_1 u(t)] + \psi_2(t)[a_3 z_2(t) + b_2 u(t)] + \psi_3(t)[a_4 z_1(t) + b_3 u(t)].$$

Исходя из условия $\frac{\partial \psi_i}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial z_i(t)}$, получим

$$\psi_1(t) = \frac{c_2 e^{-a_1 t} - c_3 a_4}{a_1};$$

$$\psi_2(t) =$$

$$= \left(\frac{a_2}{a_1} \left(\frac{a_4}{a_3} c_3 e^{-a_3 t} + \frac{a_1}{a_3 - a_1} c_2 e^{(a_3 - a_1)t} \right) + c_1 \right) e^{-a_3 t};$$

$$\psi_3(t) = c_3, \quad (11)$$

где c_1, c_2, c_3 — константы.

Выделив в гамильтониане слагаемые, зависящие от $u(t)$, и отбросив слагаемые, не зависящие от $u(t)$, получим выражение, которое необходимо максимизировать:

$$H_u = -|u(t)| + (\psi_1(t)b_1 + \psi_2(t)b_2 + \psi_3(t)b_3)u(t).$$

Введя на основании (11) дополнительное обозначение

$$\varphi(t) = \frac{c_2 e^{-a_1 t} a_1 - c_3 a_4 b_1}{a_1} + \left(\frac{a_2}{a_1} \left(\frac{a_4}{a_3} c_3 e^{-a_3 t} + \frac{a_1}{a_3 - a_1} c_2 e^{(a_3 - a_1)t} \right) + c_1 \right) \times e^{-a_3 t} b_2 + c_3 b_3,$$

получим

$$H_u = -|u(t)| + \varphi(t)u(t).$$

Данное выражение для гамильтониана принимает максимальное значение, если

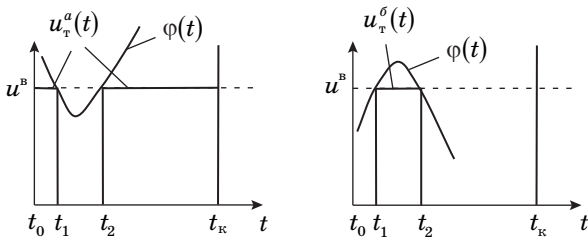
$$u(t) = u_T(t) = \begin{cases} u^B & \text{при } \varphi(t) \geq 1; \\ 0 & \text{при } |\varphi(t)| < 1; \\ u^H & \text{при } \varphi(t) < -1. \end{cases}$$

В рассматриваемом примере управляющее воздействие не может принимать отрицательные значения, а максимальная степень открытия парового клапана составляет 100 %, поэтому

$$u_T(t) = \begin{cases} 100 p(t) & \text{при } \varphi(t) \geq 1; \\ 0 & \text{при } |\varphi(t)| < 1. \end{cases}$$

После упрощения функция $\varphi(t)$ примет вид

$$\varphi(t) = \left(b_1 - \frac{b_2 a_2}{a_3 - a_1} \right) c_2 e^{-a_1 t} + b_2 c_1 e^{-a_3 t} + \left(\frac{b_2 a_2 a_4}{a_1 a_3} - \frac{b_1 a_4}{a_1} + b_3 \right) c_3 = k_1 e^{-a_1 t} + k_2 e^{-a_3 t} + k_3.$$



■ **Рис. 2.** Основные виды функций оптимального управления

■ **Fig. 2.** Principal functions of optimal control

Функция $\varphi(t)$ содержит две экспоненты и аддитивную составляющую, соответственно, она имеет не более одной точки экстремума. В зависимости от значений коэффициентов может быть два основных вида функций ОУ:

$$u_T^a(t) = \begin{cases} u^B & \text{при } t \in [t_0, t_1]; \\ 0 & \text{при } t \in [t_1, t_2]; \\ u^B & \text{при } t \in [t_2, t_k]; \end{cases}$$

$$u_T^\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \in [t_0, t_1]; \\ u^B & \text{при } t \in [t_1, t_2]; \\ 0 & \text{при } t \in [t_2, t_k]. \end{cases}$$

Данные виды функций графически показаны на рис. 2. Остальные виды функций ОУ будут являться вырожденными.

В обоих случаях имеется два неизвестных времени переключения t_1 и t_2 , которые рассчитываются с использованием трех уравнений синтезирующих переменных, т. е. система переопределена, что приводит к сужению области существования решения ЗОУ.

Для расширения области существования решения ЗОУ предлагается заменить критерий оптимальности (10) на функционал вида «минимум затрат энергии»

$$J_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min. \quad (12)$$

С точки зрения теории применение данного функционала в ЗОУ динамическими режимами БСУ требует дополнительного рассмотрения и обоснования. На практике виды функций ОУ, полученные для функционала (12), позволяют более плавно изменять режимы работы устройств управления, а также обеспечат расширение области существования решения ЗОУ.

Для критерия оптимальности (12) гамильтониан и часть гамильтониана, зависящая от управления, примут вид

$$H = -\frac{u^2(t)}{2} + \psi_1(t)b_1u(t) + \psi_2(t)b_2u(t) + \psi_3(t)b_3u(t) + \psi_1(t)[a_1z_1(t) + a_2z_2(t)] + \psi_2(t)a_3z_2(t) + \psi_3(t)a_4z_1(t);$$

$$H_u = -\frac{u(t)}{2} + \psi_1(t)b_1 + \psi_2(t)b_2 + \psi_3(t)b_3.$$

Исходя из условия экстремальности, в точке максимума

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial H_u}{\partial u} = 0,$$

управляющее воздействие примет вид

$$u(t) = u_3(t) = \psi_1(t)b_1 + \psi_2(t)b_2 + \psi_3(t)b_3 = \left(b_1 - \frac{b_2a_2}{a_3 - a_1} \right) c_2 e^{-a_1 t} + b_2 c_1 e^{-a_3 t} + \left(\frac{b_2a_2a_4}{a_1a_3} - \frac{b_1a_4}{a_1} + b_3 \right) c_3.$$

Введя дополнительные обозначения, получим

$$u_3(t) = d_1 e^{-a_1 t} + d_2 e^{-a_3 t} + d_3,$$

где d_1, d_2, d_3 — параметры функции ОУ, определяемые при помощи формул (8).

Проведем сравнение рассмотренных видов функций ОУ $u_T(t)$ и $u_3(t)$ на примере ЗОУ (1)–(4) с моделью (6) и следующими значениями компонентов массива исходных данных ЗОУ: $t_0 = 0; t_k = 300; z_0 = (z_1^0 = 80, z_2^0 = 76, z_3^0 = 105); z_k = (z_1^k = 105, z_2^k = 77, z_3^k = 109)$. Давление пара $p(t)$ на протяжении всего интервала времени управления примем равным 5,5 атм.

В этом случае значения синтезирующих переменных будут равны

$$L_1(\mathbf{R}) = 33,31; L_2(\mathbf{R}) = 1,2 \cdot 10^5; L_3(\mathbf{R}) = 3,68.$$

Аналитические выражения для расчета управляющих воздействий $u_T(t)$ и $u_3(t)$ примут вид

$$u_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 42; \\ 550 & \text{при } t \in [42, 261]; \\ 0 & \text{при } t > 261; \end{cases}$$

$$u_3(t) = \begin{cases} -9,57 \cdot 10^5 e^{0,00022t} + 7,11 \cdot 10^6 e^{0,00003t} - \\ -6,15 \cdot 10^6 \text{ при } t < 144; \\ 550 \text{ при } t \in [144, 153]; \\ -9,57 \cdot 10^5 e^{0,00022t} + 7,11 \cdot 10^6 e^{0,00003t} - \\ -6,15 \cdot 10^6 \text{ при } t > 153. \end{cases}$$

Значения функционалов расхода топлива и затрат энергии будут равны

$$J_T = J_3 \approx 1,2 \cdot 10^5.$$

Таким образом, управляющие воздействия, рассчитанные для различных видов функционалов, обеспечивают один и тот же расход пара. Однако практически для всех аналогичных исходных данных ЗОУ система уравнений для синтезирующих переменных — несовместна, и решить ЗОУ с управлением $u_1(t)$ в ряде случаев не представляется возможным, в то время как для управления $u_3(t)$ решение ЗОУ существует.

Литература

1. Грибков А. Н., Куркин И. А. Идентификация математических моделей динамики барабанной сушильной установки на множестве состояний функционирования // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. 2014. № 52. С. 32–36.
2. Понтягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Физматгиз, 1969. — 384 с.
3. Муромцев Ю. Л., Ляпин Л. Н., Сатина Е. В. Метод синтезирующих переменных при оптимальном управлении линейными объектами // Изв. вузов. Приборостроение. 1993. № 11–12. С. 19–25.

Заключение

В статье рассмотрены особенности анализа задачи энергосберегающего управления динамическими режимами БСУ, применяемой для сушки послеспиртовой барды. Приведен алгоритм исследования области существования решения ЗОУ, получены условия гарантированно и возможного существования решения ЗОУ. Определены виды и соотношения для расчета параметров функций ОУ по критериям «минимум расхода топлива» и «минимум затрат энергии». По результатам полного анализа задачи энергосберегающего управления разработаны алгоритмы оперативного синтеза управляющих воздействий для системы энергосберегающего управления динамическими режимами БСУ [5].

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 17-08-00457-а.

4. Грибков А. Н., Артемова С. В., Куркин И. А., Подхватилин П. А. Метод исследования области существования решения задачи оптимального управления при наличии случайных возмущений // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2012. Т. 18. № 2. С. 345–349.
5. Грибков А. Н., Куркин И. А. Информационно-управляющая система динамическими режимами сушильной установки // Актуальные проблемы энергосбережения и энергоэффективности в технических системах: тез. докл. 2-й Междунар. конф. с элементами научной школы, Тамбов, 22–24 апреля 2015 г. Тамбов, 2015. С. 77–78.

UDC 681.5.011

doi:10.15217/issn1684-8853.2017.4.35

Complete Analysis of Energy-Saving Control Problem for Dynamic Modes of a Tumble Dryer

Muromtsev D. Yu.^a, Dr. Sc., Tech., Professor, creams@crems.jesby.tstu.ru

Gribkov A. N.^a, Dr. Sc., Tech., Associate Professor, GribkovAlexey@yandex.ru

Shamkin V. N.^a, Dr. Sc., Tech., Associate Professor, shamkin-v@mail.ru

Kurkin I. A.^b, PhD, Tech., allodsl@mail.ru

^aTambov State Technical University, 106, Sovetskaya St., 392000, Tambov, Russian Federation

^bLLC «Analytical technologies», 53v, Novaya St., 390023, Ryazan, Russian Federation

Introduction: Development and practical application of energy-saving control systems for complex technological objects is a pressing problem because it allows you not only to improve the product quality but also to significantly reduce the energy costs. One of the most difficult stages in the development of an energy-saving control system is developing its algorithmic support, as the models and algorithms should take into account all the specific features of the controlled object and provide the required characteristics of accuracy and performance. **Purpose:** We analyze the energy-saving control problem in order to determine the conditions under which it can have a solution, and to specify the possible types and parameters of the optimal control functions. **Results:** A complete analysis of the energy-saving control problem is presented for the dynamic modes of a tumble dryer. The energy-saving control problem is formalized for the dynamic modes of the technological process of drying DDGS. An algorithm is shown which finds out whether the optimal control problem can have a solution. The types are defined for the functions of optimum control, along with the ratios for calculating their

parameters for the functionals “minimum fuel consumption” and “minimum energy expenditure”. The comparison of the obtained functions has shown that they provide the same value of the functional, but in some cases “minimum energy expenditure” should be preferred. **Practical relevance:** The obtained results allow you to develop operational algorithms of synthesizing control actions for energy-saving dynamic mode control system of a tumble dryer.

Keywords — Energy-Saving Control System, Algorithmic Support, Optimal Control, Tumble Dryer.

References

1. Gribkov A. N., Kurkin I. A. Identification of Dynamic Mathematical Models for Tumble Dryer on a Set of Operation States. *Voprosy sovremennoi nauki i praktiki*, Universitet im. V. I. Vernadskogo, 2014, no. 52, pp. 32–36 (In Russian).
2. Pontriagin L. S., Boltianskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical Theory of Optimal Processes]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1969. 384 p. (In Russian).
3. Muromtsev Iu. L., Liapin L. N., Satina E. V. Method of Synthesizing Variables in the Optimal Control Linear Objects. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie*, 1993, no. 11–12, pp. 19–25 (In Russian).
4. Gribkov A. N., Artemova S. V., Kurkin I. A., Podkhvatilin P. A. Research Method for Existence Domain of a Solution to an Optimal Control Problem under Random Perturbances. *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2012, vol. 18, no. 2, pp. 345–349 (In Russian).
5. Gribkov A. N., Kurkin I. A. Information-Control System for Dynamic Modes of the Dryer. *Tezisy докладov 2-i Mezhdunarodnoi konferentsii s elementami nauchnoi shkoly “Aktual'nye problemy energosberezheniia i energoeffektivnosti v tekhnicheskikh sistemakh”* [Abstracts of the 2nd Intern. Conf. with Elements of the Scientific School “Actual Problems of Energy Saving and Energy Efficiency in Technical Systems”], Tambov, 2015, pp. 77–78 (In Russian).

**Научный журнал
«ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ»
выходит каждые два месяца.**

Стоимость годовой подписки (6 номеров) для подписчиков России — 4800 рублей, для подписчиков стран СНГ — 5400 рублей, включая НДС 18%, таможенные и почтовые расходы.

Подписку на печатную версию журнала можно оформить в любом отделении связи по каталогу:

«Роспечать»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс,

а также через посредство подписных агентств:

«Северо-Западное агентство „Прессинформ“»

Санкт-Петербург, тел.: (812) 335-97-51, 337-23-05,

эл. почта: press@crp.spb.ru, zajavka@crp.spb.ru,

сайт: <http://www.pinform.spb.ru>

«МК-Периодика» (РФ + 90 стран)

Москва, тел.: (495) 681-91-37, 681-87-47,

эл. почта: export@periodicals.ru, сайт: <http://www.periodicals.ru>

«Деловая пресса»

Москва, тел.: (495) 962-11-11, эл. почта: podpiska@delpress.ru,

сайт: <http://delpress.ru/contacts.html>

«Коммерсант-Курьер»

Казань, тел.: (843) 291-09-99, 291-09-47, эл. почта: kazan@komcur.ru,

сайт: <http://www.komcur.ru/contacts/kazan/>

«Урал-Пресс» (филиалы в 40 городах РФ)

Сайт: <http://www.ural-press.ru>

«Идея» (Украина)

Сайт: <http://idea.com.ua>

«ВТЛ» (Узбекистан)

Сайт: <http://btl.sk.uz/ru/cat17.html> и др.

На электронную версию нашего журнала (все выпуски, годовая подписка, один выпуск, одна статья)

вы можете подписаться на сайтах НЭБ: <http://elibrary.ru>;

РУКОНТ: <http://www.rucont.ru>; ИВИС: <http://www.ivis.ru/>

Полнотекстовые версии журнала за 2002–2016 гг.

в свободном доступе на сайте журнала (<http://www.i-us.ru>),

НЭБ (<http://www.elibrary.ru>)

и Киберленинки (<http://cyberleninka.ru/>

journal/n/informatsionno-upravlyayushiesistemy).