УДК 681.5
doi:10.15217/issn1684-8853.2018.2.28

ПРОБЛЕМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

А. Ю. Кучмин[a], *канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник, radiotelescope@yandex.ru*
[a]*Институт проблем машиноведения РАН, Большой пр. В. О., 61, Санкт-Петербург, 199178, РФ*

Введение: *современные тенденции для решения задач идентификации — это применение методов с множественно-функциональным подходом, позволяющим рассматривать задачу идентификации как задачу математического программирования большой размерности, что в дальнейшем дает возможность использовать стандартные методы решения подобных задач.* ***Цель:*** *разработка новых методов для идентификации линейных и нелинейных нестационарных динамических объектов.* ***Результаты:*** *предложены модификации статистических идентификаторов на основе метода наименьших квадратов с применением оператора сдвига во временной области для разностных фильтров. Для случая низкого отношения сигнал/шум дано описание процесса идентификации как системы неравенств на основе множественно-функционального подхода, позволяющего при использовании интервальной невязки между выходом идентификатора и реальным динамическим объектом проводить редукцию модели. Для случая нелинейных систем с использованием множественно-функционального подхода предложена постановка задачи идентификации, основанная на анализе типов асимптотических решений при учете физических закономерностей и соответствующих ограничений на параметры и фазовые координаты.* ***Практическая значимость:*** *полученные результаты могут быть использованы при синтезе систем управления с идентификаторами и при построении моделей нестационарных и нелинейных динамических систем. Методика определения парциальных жесткостей может применяться для анализа и синтеза базовых блоков интеллектуальных электромеханических систем.*

Ключевые слова *— метод наименьших квадратов, идентификация, интеллектуальные электромеханические системы.*

Цитирование: Кучмин А. Ю. Проблемы идентификации нестационарных динамических объектов// Информационно-управляющие системы. 2018. № 2. С. 28–35. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.2.28
Citation: Kuchmin A. Yu. Identification of Non-Stationary Dynamic Objects. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 2, pp. 28–35 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.2.28

Введение

При решении задач управления, изучении новых процессов систем, анализе сигналов и изображений широко применяются математические модели. В современной теории управления математическим моделям отведено центральное место. Сформулируем основную цель построения математической модели системы: необходимо либо в символьном (формулы), либо численном (характеристики) виде, удобном для восприятия и анализа человеком с одной стороны, и реализации средствами вычислительной техники с другой, аппроксимировать с некоторой погрешностью, выбранной исходя из условий задачи, процессы, протекающие в системе. От выбора математической модели во многом зависит дальнейший ход исследований системы, так что на практике желательно получить ее четкое математическое описание таких упрощенной структуры и малой размерности, при которых не нарушается его адекватность натуре.

Построение модели — это чисто интуитивный процесс, сводящийся к формированию структуры модели с последующей настройкой ее параметров. Настройка или определение параметров реализуется на основе применения регулярных математических методов. В условиях априорной неопределенности интуиция является одной из составляющих процесса принятия решения о структуре модели [1].

Центральной проблемой построения адекватных реальному объекту моделей является идентификация не только параметров объекта, но и его структуры и состояния, что представляет в общей постановке нелинейную задачу математического программирования большой размерности даже для случая линейного нестационарного динамического объекта (ДО) [2–4]. Поэтому задачу идентификации для упрощения принято разбивать на ряд взаимосвязанных стадий: определение структуры модели, параметров и состояния. Данная статья сфокусирована на модификации методов на базе наименьших квадратов [2, 5] и множественно-функциональных методах [1, 6].

Основные проблемы идентификации нестационарных ДО управления

Методы идентификации можно отнести к разряду оптимизационных задач, которые требуют сложных вычислений и специализированных аппаратных средств для их реализации. До недавнего времени применение подобных подходов в реальных задачах сдерживалось именно по этой причине. В качестве поворотного момента можно отметить появление метода последовательного обучения [5], который дал возможность описывать сложные нелинейные системы в виде многослойной сетевой структуры. Позднее данный подход был реализован в нейросетевых технологиях. Нейронные сети были известны в 50-х гг. прошлого века, но как эффективный инструмент не получили развития вплоть до 80-х гг. в связи с отсутствием действенных методов их обучения и средств аппаратной реализации. Например, основной метод обучения нейронных сетей «метод обратного распространения ошибки» может рассматриваться как частный случай применения метода последовательного обучения к структуре «многослойный персептрон» [7].

В последнее время существует тенденция рассматривать идентификацию не как самостоятельное научное направление, а как составную часть нейросетевых технологий в роли некоего вспомогательного инструмента. К сожалению, в таком контексте теория идентификации представляется в некотором искаженном и неполном виде, без исследования особенностей методов идентификации и возможности их применимости в тех или иных ситуациях. Нейроинформатика — это молодое направление, которое находится в стадии формирования своей парадигмы; к сожалению, на этом этапе очень мало внимания уделяется именно вопросам развития идентификации. Зачастую придумываются новые виды нейросетевых структур, а уже после этого исследуются вопросы их обучения и возможности применения. Центральным свойством нейронной сети выбрана ее избыточность, которая позволяет аппроксимировать различные системы, в чем заключается ее способность предсказывать их реакции. Можно выделить две основные проблемы при синтезе нейронных сетей и их обучении — переобучение и недостаточную размерность сети [4, 7].

В нейросетевых технологиях идентификация разделена на три основных направления: определение топологии сети, методы обучения и предварительная обработка данных (препроцессинг). Зачастую топология сети выбирается для конкретной задачи исходя из накопленного опыта применения подобного вида сетей на практике. Очень сложно провести сравнение эффективности применения нейронных сетей разных структур для решения одной и той же задачи. Хорошо развитых математических методов выбора топологий нейронных сетей и их сравнения не разработано. Основным практическим подходом является использование комбинированных (модульных) сетей, которые состоят из нейросетевых подсистем разных топологий, направленных на одну и ту же задачу, решение которой принимается методом голосования. В качестве методов обучения применяются стандартные методы теории оптимизации или теории идентификации, адаптированные для определенного вида сетей. Препроцессинг — предварительная обработка данных, позволяющая выделить основные аспекты сигналов, удалить шумы и перевести данные в базис, удобный для дальнейшего использования в нейронных сетях.

Все существующие подходы к идентификации можно разбить на две группы: множественно-функциональные и статистические. Такое деление обусловлено различиями в учете возмущений, действующих на систему. Широко используемым является статистический подход, основанный на оценивании параметров и состояния ДО. Его недостатком является жестко формулируемая структура модели объекта на этапе проектирования как результат субъективного выбора экспертом моделей из заданного класса. «Нежесткость» учитывается случайным характером неопределенных факторов и помех, модели которых задаются в виде законов распределения. Следствием является необходимость использовать большие объемы данных с высокой информационной насыщенностью, что редко достигается в реальных сложных физико-технических системах. Большинство методов в своей основе опирается на различные модификации метода наименьших квадратов (МНК) и требует мощных вычислительных средств, разработки стабильных методов оценки вероятностных характеристик возмущений. Такие методы малоэффективны для случая нестационарных ДО и при наличии ограничений на диапазоны изменений оцениваемых параметров, так как теоретические предпосылки, лежащие в основе указанных методов, не выполняются.

Идентификация линейных нестационарных динамических объектов

Для анализа потоковых данных в информационно-измерительных и управляющих системах со статистическими идентификаторами существует проблема выбора временных интервалов «плавающего окна», которая носит алгоритмический характер и плохо формализуется для аналитического исследования. Практические исследования данных с нестационарных ДО показали, что есть возможность для дискретного описания подобных ДО ввести матричный оператор сдвига во временной области:

$$\mathbf{A}^{\tau}=\begin{cases}\mathbf{A}^{\mathrm{fix}\left(\frac{\tau\omega_0}{2\pi}\right)}\left[1-\frac{\tau\omega_0}{2\pi}+\mathrm{fix}\left(\frac{\tau\omega_0}{2\pi}\right)\right]+\\ +\left(\frac{\tau\omega_0}{2\pi}-\mathrm{fix}\left(\frac{\tau\omega_0}{2\pi}\right)\right)\mathbf{A}^{\mathrm{fix}(\tau)+1},\ \tau\ge 0\\ \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{fix}(-\tau)}\left[1+\frac{\tau\omega_0}{2\pi}+\mathrm{fix}\left(\frac{-\tau\omega_0}{2\pi}\right)\right]+\\ +\left(\frac{\tau\omega_0}{2\pi}+\mathrm{fix}\left(\frac{-\tau\omega_0}{2\pi}\right)\right)\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{fix}(-\tau)+1},\ \tau<0\end{cases},$$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0&0&&0\\1&0&&0\\&&\ddots&\\0&0&1&0\end{bmatrix}_{nxn},$$

где τ — сдвиг во временной области; ω_0 — частота дискретизации по времени; fix(...) — функция округления с отбрасыванием дробной части; n — число отсчетов в окне выборки. Например, для задачи оценивания параметров разностного фильтра

$$\sum_{i_1=0}^{m_1}a_{i_1}x\left[t_k-\tau_{i_1}\right]+\sum_{i_2=1}^{m_2}\sum_{i_3=0}^{m_{3,i_2}}b_{i_2,i_3}u_{i_2}\left[t_k-\tau_{i_2,i_3}\right]=0,$$

где a_{i_1}, b_{i_2,i_3} — коэффициенты фильтра; i_1, i_2, i_3 — соответствующие индексы; m_1, m_2, m_{3,i_2} — максимальные значения индексов; x — выходная координата; t_k — текущий момент времени; τ_{i_1}, τ_{i_2,i_3} — временные сдвиги; u_{i_2} — управляющие воздействия, можно использовать компактную аналитическую запись

$$\sum_{i_1=0}^{m_1}\mathbf{A}^{-\tau_{i_1}}\mathbf{x}a_{i_1}+\sum_{i_2=1}^{m_2}\sum_{i_3=0}^{m_{3,i_2}}\mathbf{A}^{-\tau_{i_2,i_3}}\mathbf{u}_{i_2}b_{i_2,i_3}=\boldsymbol{\varepsilon};$$

$$\mathbf{Fp}=\varepsilon,$$

$$\left[a_0,\ a_1,\ \ldots,\ a_{m_1},\ b_{1,0},\ b_{1,1},\ \ldots,\ b_{m_2,m_{3,m_2}}\right]^{\mathrm{T}}=\mathbf{p};$$

$$\left[\mathbf{A}^{-\tau_0}\mathbf{x},\ \mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x},\ \ldots,\ \mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x},\ \mathbf{A}^{-\tau_{1,0}}\mathbf{u}_1,\right.$$
$$\left.\mathbf{A}^{-\tau_{1,1}}\mathbf{u}_1,\ \ldots,\ \mathbf{A}^{-\tau_{m_2,m_{3,m_2}}}\mathbf{u}_{m_2}\right]=\mathbf{F},\qquad(1)$$

где $\mathbf{x}$, $\mathbf{u}_{i_2}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ — соответствующие векторы отсчетов выходной координаты, управляющих воздействий и невязок; $\mathbf{p}$ — вектор оцениваемых параметров. Переход к виду (1) позволяет использовать методы МНК-идентификаторов и найти оценки параметров фильтра через минимизацию целевой функции $J(\mathbf{p})=\mathbf{p}^{\mathrm{T}}\mathbf{Hp}$. Анализ собственных чисел матрицы $\mathbf{H}=\mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{F}$ позволяет выполнить редукцию исходной модели с учетом априорных ограничений на частотный диапазон и информационную насыщенность данных.

В случае низкого соотношения сигнал/шум и низкой информационной насыщенности данных целесообразно перейти от описания (1) к системе линейных неравенств с учетом интервальной оценки β рассогласования $\mathbf{e}$ между измеренными значениями выходной координаты ДО и полученными с модели:

$$\begin{cases}\mathbf{F}(\beta_1)\mathbf{p}\ge 0\\ \mathbf{F}(\beta_2)\mathbf{p}\le 0\end{cases}\ \text{при}\ \sum_{i_1=0}^{m_1}a_{i_1}\ge 0\ \text{или}$$

$$\begin{cases}\mathbf{F}(\beta_1)\mathbf{p}\le 0\\ \mathbf{F}(\beta_2)\mathbf{p}\ge 0\end{cases}\ \text{при}\ \sum_{i_1=0}^{m_1}a_{i_1}\le 0;$$

$$\sum_{i_1=0}^{m_1}\left[\mathbf{A}^{-\tau_{i_1}}\mathbf{x}+\mathbf{Ie}\right]a_{i_1}+$$
$$+\sum_{i_2=1}^{m_2}\sum_{i_3=0}^{m_{3,i_2}}\mathbf{A}^{-\tau_{i_2,i_3}}\mathbf{u}_{i_2}b_{i_2,i_3}=0,\ e_i\in\beta=\left[\beta_1\quad\beta_2\right],$$

$$\mathbf{F}(\beta)=\left[\mathbf{A}^{-\tau_0}\mathbf{x}+\xi\beta,\ \mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x}+\xi\beta,\ \ldots,\ \mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x}+\xi\beta,\right.$$
$$\left.\mathbf{A}^{-\tau_{1,0}}\mathbf{u}_1,\ \mathbf{A}^{-\tau_{1,1}}\mathbf{u}_1,\ \ldots,\ \mathbf{A}^{-\tau_{m_2,m_{3,m_2}}}\mathbf{u}_{m_2}\right],\qquad(2)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица; ξ — вектор из единиц. Модель (2) может рассматриваться как множественно-функциональное описание МНК-подхода.

Такое аналитическое описание может быть расширено на случай нестационарных фильтров:

$$\sum_{i_1=0}^{m_1}a_{i_1}[t_k]x\left[t_k-\tau_{i_1}\right]+$$
$$+\sum_{i_2=1}^{m_2}\sum_{i_3=0}^{m_{3,i_2}}b_{i_2,i_3}[t_k]u_{i_2}\left[t_k-\tau_{i_2,i_3}\right]=0.\qquad(3)$$

Здесь нестационарные коэффициенты определяются как выходы динамических систем:

$$\sum_{j_1=0}^{m_4}\mu_{i_1,j_1}a_{i_1}\left[t_k-\tau_{j_1}\right]=0;$$

$$\sum_{j_2=0}^{m_5}\mu_{i_2,i_3,j_2}b_{i_2,i_3}\left[t_k-\tau_{j2}\right]=0,\qquad(4)$$

где j_1, j_2 — соответствующие индексы, а m_4, m_5 — их максимальные значения; μ_{i_1,j_1}, μ_{i_2,i_3,j_2} — коэффициенты соответствующих фильтров; τ_{j_1}, τ_{j_2} — временные сдвиги. Тогда для МНК-идентификатора будем иметь аналогичное выражение для целевой функции

$$J(\mathbf{p})=\varphi(\mathbf{p})^{\mathrm{T}}\mathbf{H}_{\varphi}\varphi(\mathbf{p}),\qquad(5)$$

где

$$\mathbf{H}_\varphi = \mathbf{F}_\varphi^{\mathrm{T}} \mathbf{F}_\varphi,\ \mathbf{F}_\varphi = \mathrm{diag}\Big[\mathbf{A}^{-\tau_0}\mathbf{x};\ \mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x};\ \ldots;\ \mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x};$$
$$\mathbf{A}^{-\tau_{1,0}}\mathbf{u}_1;\ \mathbf{A}^{-\tau_{1,1}}\mathbf{u}_1;\ \ldots;\ \mathbf{A}^{-\tau_{m_2,m_{3,m_2}}}\mathbf{u}_{m_2}\Big],$$

а

$$\varphi = \Big[\varphi_0(\mu_0,\ \mathbf{a}_0);\ \ldots;\ \varphi_{m_1}(\mu_{m_1},\ \mathbf{a}_{m_1});\ \varphi_{1,0}(\mu_{1,0},\mathbf{b}_{1,0});$$
$$\ldots;\ \varphi_{m_2,m_{3,m_2}}\left(\mu_{m_2,m_{3,m_2}},\ \mathbf{b}_{m_2,m_{3,m_2}}\right)\Big],$$

компоненты которого являются выходами моделей (4) и полиномиальными функциями от элементов из $\mathbf{p}$ и определяются согласно

$$\sum_{i_1=0}^{m_1}\varphi_{i_1}\left(\boldsymbol{\mu}_{i_1},\ \mathbf{a}_{i_1},\ t_k\right)x\left[t_k-\tau_{i_1}\right]+$$
$$+\sum_{i_2=1}^{m_2}\sum_{i_3=0}^{m_{3,i_2}}\varphi_{i_2,i_3}\left(\boldsymbol{\mu}_{i_2,i_3},\ \mathbf{b}_{i_2,i_3},\ t_k\right)u_{i_2}\left[t_k-\tau_{i_2,i_3}\right]=\varepsilon\left[t_k\right],$$

где $\varepsilon[t_k]$ — текущая невязка; $\boldsymbol{\mu}_{i_1}$, $\boldsymbol{\mu}_{i_2,i_3}$ — оцениваемые параметры фильтра, $\mathbf{a}_{i_1}$, $\mathbf{b}_{i_2,i_3}$ — начальные значения оцениваемых параметров в (4). Параметры $\boldsymbol{\mu}_{i_1}$, $\boldsymbol{\mu}_{i_2,i_3}$, $\mathbf{a}_{i_1}$, $\mathbf{b}_{i_2,i_3}$ формируют вектор $\mathbf{p}$.

Посредством введения интервальной оценки β рассогласования $\mathbf{e}$ между измеренными значениями выходной координаты ДО и полученными с модели задача сводится к системе полиномиальных неравенств

$$\begin{cases}\mathbf{F}_\varphi(\beta_1)\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})\le 0\\ \mathbf{F}_\varphi(\beta_2)\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})\ge 0\end{cases}\text{при }\sum_{i_1=0}^{m_1}\varphi_{i_1}\left(\boldsymbol{\mu}_{i_1},\mathbf{a}_{i_1},t_k\right)\le 0\text{ или}$$
$$\begin{cases}\mathbf{F}_\varphi(\beta_1)\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})\ge 0\\ \mathbf{F}_\varphi(\beta_2)\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})\le 0\end{cases}\text{при }\sum_{i_1=0}^{m_1}\varphi_{i_1}\left(\boldsymbol{\mu}_{i_1},\mathbf{a}_{i_1},t_k\right)\ge 0,$$
$$\mathbf{F}_\varphi(\beta)=\mathrm{diag}\Big[\mathbf{A}^{-\tau_0}\mathbf{x}+\xi\beta;\ \mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x}+\xi\beta;\ \ldots;$$
$$\mathbf{A}^{-\tau_1}\mathbf{x}+\xi\beta;\ \mathbf{A}^{-\tau_{1,0}}\mathbf{u}_1;\ \mathbf{A}^{-\tau_{1,1}}\mathbf{u}_1;\ \ldots;$$
$$\mathbf{A}^{-\tau_{m_2,m_{3m_2}}}\mathbf{u}_{m_2}\Big].\tag{6}$$

Одним из практических подходов к упрощению задач (5) и (6) является использование масштабирования модельного времени (т. е. введение частоты квантования по времени как функции переменных масштабных коэффициентов). При данном подходе предполагается, что модель объекта описывает стационарный ДО, но отсчеты берутся через разные промежутки времени. Тогда выражения (5) и (6) преобразуются к виду, где функции в векторе $\boldsymbol{\varphi}$ будут зависеть от переменных временных сдвигов и параметров стационарного фильтра. Например, в случае колебательных систем масштабные коэффициенты могут быть рассчитаны по изменению периодов колебания на интервале времени, в котором определяются отсчеты «плавающего окна».

Помимо МНК, в стохастической аппроксимации используются градиентные алгоритмы, например метод скоростного градиента А. Л. Фрадкова [8], однако в условиях сильных нерегулярных помех их эффективность не высока, так как сложно соблюсти условия их применимости (например, наличие нелинейных элементов, не относящихся к классу Лурье). Попыткой преодолеть эту проблему был учет в указанных методах ограничений, связанных с условиями функционирования системы «объект + среда», реализуемостью законов управления и физической адекватностью процессов в ДО. В качестве основной статистической модели используются наименее благоприятные распределения помехи. Такое описание является предельным и не учитывает реальные условия функционирования ДО, что снижает качество работы идентификаторов по конечным выборкам. Классическим примером подобного подхода является синтез фильтров Калмана, который сводится к задаче с квадратичным функционалом и, как следствие, к решению уравнения Риккати для нестационарного случая цветных помех. Данное решение затруднительно, так как сложно определить веса квадратичного функционала и плотности распределения помехи. Существует широкий класс высокоточных информационно-измерительных и управляющих систем ДО, для которого задание наименее благоприятных распределений возмущений не только снижает точность управления, но и может привести к потере устойчивости, а оценивание параметров не может быть описано как задача стохастической аппроксимации.

К недостаткам подобных методов стоит отнести невозможность использовать их для случаев совмещения спектральных характеристик ДО, неопределенных факторов и помехи, особенно когда спектральная характеристика ДО разнесена в разные частотные диапазоны.

Множественно-функциональные методы идентификации нестационарных ДО

Альтернативным подходом к МНК являются множественно-функциональные методы идентификации [8, 9]. Их цель сводилась к нахождению параметров модели методами вариационного исчисления и численными методами оптимизации. Здесь следует выделить такие подходы, как метод максимума Понтрягина, метод вариационного погружения и т. д. В большинстве случаев идея подобных методов сводится к определению неизвестного набора параметров в результате максимизации (минимизации) некоего функционала (часто являющегося квадратичной формой между откликом реальной системы и выходом модели, параметры которой настраиваются) одним из известных методов оптимизации (методом Ньютона и его модификациями, симплекс-методом и т. д.) с учетом соответствующих ограничений, которые задают диапазоны изменения параметров системы и других величин и используются для контроля правильности модели и ее адекватности натуре. В качестве поворотного момента можно отметить появление метода последовательного обучения, что дало возможность описывать сложные нелинейные системы в виде многослойной сетевой структуры. Позднее данный подход был реализован в нейросетевых технологиях, что привело к тенденции рассматривать идентификацию с этих позиций не как самостоятельное направление, а как составную часть нейросетевых технологий в роли некоего вспомогательного инструмента. К сожалению, в таком контексте теория идентификации переносится в некотором искаженном и неполном виде, без исследования особенностей методов идентификации и возможности применимости в тех или иных ситуациях.

Такие множественно-функциональные методы позволяют описывать нестационарность и стохастичность ДО посредством сведения к «нежестким» моделям на основе интервальных методов и систем неравенств, в том числе целевых. Дается общая постановка задачи идентификации с определением структуры, параметров и состояния.

Введем $J(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ — функцию-метрику оценки качества модели, обладающую единственным экстремумом и гладкую. Часто в качестве $J(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ выбирают квадратичную форму координат или параметров, описывающую отклонения модели от измеренных данных ДО, $J(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ может быть выражена также в виде энергетического критерия, а для задач управления $J(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ может быть функцией Ляпунова. Модель нелинейного нестационарного ДО определим в общем виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{f}), \qquad (7)$$

где $\mathbf{p}$ — параметры ДО; $\mathbf{x}$ — вектор состояния ДО; $\mathbf{u}$ — управляющие воздействия; $\mathbf{f}$ — возмущающие воздействия. Выберем

$$J(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_k} (\mathbf{Cx} - \mathbf{y}_0)^{\mathrm{T}} \mathbf{M} (\mathbf{Cx} - \mathbf{y}_0) \mathrm{d}t,$$

где $\mathbf{C}$ — матрица измеряемых выходных величин системы; $\mathbf{M}$ — нормировочная матрица, коэффициенты которой находятся по диапазону изменения компонентов вектора измеряемых величин $\mathbf{y}_0$. Для общего случая в (7) неизвестными являются как функция $\mathbf{F}$, так и часть компонент $\mathbf{x}$ и аргументы $\mathbf{p}$ и $\mathbf{f}$. Одним из стандартных подходов является аппроксимация (7) некоторой сетевой структурой, организующей численное разложение в определенный ряд, однако остается открытым вопрос выбора топологии такой структуры, базовых функций и адекватность такого описания физическим закономерностям. Невозможно оценить полноту и непротиворечивость таких моделей. С расчетом особенностей рассмотренных ДО была предложена постановка задачи идентификации, основанная на анализе типов асимптотических решений при учете физических закономерностей и соответствующих ограничений на параметры $\mathbf{p}$ и $\mathbf{f}$, а также фазовые координаты $\mathbf{x}$. Тогда задача формулируется следующим образом:

$$\begin{gathered}
\mathbf{z}_i = \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(\mathbf{p}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, t), \; \mathbf{v}_i = \sum_{j=1}^{n} \rho_j(\mu_i, t), \\
\beta_1 \xi \le \mathbf{L}_i(\dot{\mathbf{z}}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i) \le \beta_2 \xi, \\
\mathbf{v}_{i,\min} \le \mathbf{v}_i \le \mathbf{v}_{i,\max}, \\
\int_{t_0}^{t_k} (\mathbf{Cz}_i - \mathbf{y}_0)^{\mathrm{T}} \mathbf{M} (\mathbf{Cz}_i - \mathbf{y}_0) \mathrm{d}t = \\
= \mathbf{G}(\mathbf{p}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, t) \le \alpha \xi, \\
\mathbf{p}_{i,\min} \le \mathbf{p}_i \le \mathbf{p}_{i,\max}, \; \mathbf{z}_{i,\min} \le \mathbf{z}_i \le \mathbf{z}_{i,\max},
\end{gathered} \qquad (8)$$

где $\mathbf{z}_i$ — асимптотические решения, аппроксимирующие $\mathbf{x}_i$ таким образом, что $\mathbf{x}_i = \mathbf{z}_i + \boldsymbol{\varepsilon}$ ($\boldsymbol{\varepsilon}$ — погрешность модели); $\varphi_j(\mathbf{p}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, t)$ — базисные функции решений (чаще полиномиальные или аппроксимирующиеся полиномами на основании теоремы Вейерштрасса; $\mathbf{v}_i$ — асимптотические решения, аппроксимирующие $\mathbf{f}_i$ таким образом, что $\mathbf{f}_i = \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\varepsilon}$); $\rho_j(\mu_i, t)$ — базисные функции модели внешних воздействий, $\boldsymbol{\mu}_i$ — соответствующие параметры; $\beta_1 \xi \le \mathbf{L}_i(\dot{\mathbf{z}}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i) \le \beta_2 \xi$ — соответствующие теоремы, аксиомы и законы модели, определяющие структуру модели и заданные в интервальном виде. Интегральная целевая функция в общем случае выбирается как конечная сумма интегралов базисных решений

$$\sum_{i=1}^{N} \left(\int_{t_0}^{t_k} z_i \mathrm{d}t - \int_{t_0}^{t_k} y_0 \mathrm{d}t \right)^2 m_i = \mathbf{G}(\mathbf{p}_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, t) \le \alpha \xi,$$

также могут быть добавлены ограничения на частотную полосу базисных решений. Постановка задачи (8) приводит к решению оптимизационной задачи высокой размерности и сложности, что требует создания и адаптации существующих оптимизационных процедур.

Из всего вышеизложенного следует, что основной проблемой при построении модели систем является выбор класса модели исследуемой системы, предварительная обработка информации об исходной системе (сигналов), в результате которой из данных удаляется шум и определяются характерные черты, которые и представляют интерес при моделировании и следовании исходной системы.

Определение коэффициентов парциальных и эквивалентных жесткостей базового блока интеллектуальных электромеханических систем

Базовые блоки интеллектуальных электромеханических систем являются неотъемлемой частью современных высокоточных систем управления [10–12]. Одной из особенностей подобного рода конструкций с параллельными кинематическими схемами является нестационарность их параметров, например, меняются моменты инерции, массы (присоединенные грузы), коэффициенты жесткости, что важно при управлении подобными конструкциями. Если моменты инерции могут быть рассчитаны на стадии проектирования и загружены в управляющую ЭВМ, то коэффициенты жесткости должны определяться в результате натурных испытаний на стенде. Методика испытаний предусматривает два подхода. Первый — это нахождение эквивалентной жесткости при статическом нагружении по закону Гука, определение деформации конструкции при известном законе нагружения по формуле $\mathbf{F} = \mathbf{C}_{eq}\mathbf{q}$, где $\mathbf{F}$ — известный закон нагружения; $\mathbf{C}_{eq}$ — эквивалентная матрица жесткости; $\mathbf{q}$ — деформации по каждой из координат. Второй подход — это определение жесткостей по собственным частотам системы по формуле $\mathrm{eig}(\mathbf{J}^{-1}\mathbf{C}_{eq}) = \mathbf{\Omega}$, где $\mathbf{J}$ — матрица инерции; $\mathbf{\Omega}$ — спектр системы. Матрица $\mathbf{C}_{eq}$ имеет внедиагональные элементы, и ее значения меняются в зависимости от ориентации элементов базового модуля. Подробно этот вопрос рассмотрен в работе [13]. Воспользуемся готовой формулой [13] для определения эквивалентной жесткости через парциальную, считая, что они одинаковы для каждого исполнительного элемента:

$$\mathbf{C}_{eq} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{C}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}},$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \langle \mathbf{r}_i \rangle \mathbf{c}^{\mathrm{T}} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \ \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{C}}_i = C \frac{\mathbf{c}_b^{\mathrm{T}} \mathbf{r}_{l_i} \mathbf{r}_{l_i}^{\mathrm{T}} \mathbf{c}_b}{(l_i)^2}, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ — матрица Эйлера; $\mathbf{r}_i$ — координаты крепления шарниров верхней платформы в системе координат верхней платформы; $\mathbf{c}$ — матрица вращения; C — парциальная жесткость исполнительного элемента; $\mathbf{c}_b$ — матрица вращения, определяющая начальное положение верхней платформы; l_i — длина i-го исполнительного механизма; $\mathbf{r}_{l_i}$ — вектор, определяющий координаты верхних шарниров i-го исполнительного механизма относительно нижних шарниров. Определение жесткости можно свести к нахождению парциальной жесткости исполнительных элементов по формуле

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}_{eq}\mathbf{q} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{C}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q} =$$

$$= C \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q}, \ \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \dfrac{\mathbf{c}_b^{\mathrm{T}} \mathbf{r}_{l_i} \mathbf{r}_{l_i}^{\mathrm{T}} \mathbf{c}_b}{(l_i)^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Тогда задача идентификации C может быть записана как

$$J = \min_{C} \{\Phi\}, \ C_{\min} \le C \le C_{\max},$$

$$\Phi = \sum_{j=1}^{N} \left(\mathbf{F}_j - \mathbf{C}_{eq}\mathbf{q}_j\right)^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{F}_j - \mathbf{C}_{eq}\mathbf{q}_j\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \left(\mathbf{F}_j - C \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q}_j\right)^{\mathrm{T}} \times$$

$$\times \left(\mathbf{F}_j - C \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q}_j\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \mathbf{F}_j^{\mathrm{T}} \mathbf{F}_j - 2C \sum_{j=1}^{N} \mathbf{F}_j^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q}_j +$$

$$+ C^2 \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i \mathbf{q}_j^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q}_j, \tag{11}$$

где $C_{\min}$ и $C_{\max}$ — минимальные и максимальные значения парциальной жесткости соответственно; $\mathbf{F}_j$ — j-е измерение упругих сил; $\mathbf{q}_j$ — j-е измерение упругих деформаций. Тогда решением задачи будет аргумент при

$$\Phi = \min \left\{ \begin{array}{l} \Phi(C_{\min}), \ \Phi(C_{\max}), \\ \Phi\left(\dfrac{\sum_{j=1}^{N} \mathbf{F}_j^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q}_j}{\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i \mathbf{q}_j^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_i \mathbf{B}_i \mathbf{T}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{q}_j} \right) \end{array} \right\}$$

в диапазоне $C_{\min} \le C \le C_{\max}$.

При найденной парциальной жесткости исполнительного элемента могут быть рассчитаны эквивалентные жесткости для произвольных положений.

Заключение

В результате проведенного исследования определено, что применение матричного оператора сдвига позволяет в математической, а не в алгоритмической форме описывать разностные фильтры с различной скважностью отсчетов, а также проводить выбор параметров плавающего окна для статистических идентификаторов. Подобный оператор может быть использован для нахождения параметров разностных фильтров при множественно-функциональном подходе.

В статье дана постановка задачи идентификации с использованием множественно-функционального подхода для нелинейной нестационарной системы с учетом сохранения физической адекватности модели протекающим в ней процессам и реализуемости законов управления.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на решение следующих вопросов:

— создания универсальных алгоритмов сведения предложенных математических постановок задачи идентификации ДО к системам полиномиальных неравенств;

— необходимости разработки эффективных численных методов решения задач идентификации, сформулированных как задачи математического программирования.

Литература

1. **Карабутов Н. Н.** Структурная идентификация систем: Анализ динамических структур. — М.: Московский государственный индустриальный университет, 2008. — 160 с.
2. **Isermann R., Münchhof M.** Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications. — Springer, 2011. — 705 p.
3. **Mzyk G.** Combined Parametric-Nonparametric Identification of Block-Oriented Systems. — Springer, 2014. — 238 p.
4. **Boutalis Y., Theodoridis D., Kottas T., Christodoulou M. A.** System Identification and Adaptive Control. Theory and Applications of the Neurofuzzy and Fuzzy Cognitive Network Models. — Springer, 2014. — 313 p.
5. **Гроп Д.** Методы идентификации систем. — М.: Мир, 1975. — 302 с.
6. **Первушин В. Ф.** О непараметрической идентификации линейных динамических объектов// Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 4(25). С. 95–104.
7. **Городецкий А. Е., Тарасова И. Л.** Управление и нейронные сети. — СПб.: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2005. — 400 с.
8. **Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А.** Адаптивное управление динамическими объектами. — М.: Наука, 1981. — 448 с.
9. **Бондарко В. А.** Адаптивное векторное управление асинхронным электродвигателем на основе метода рекуррентных целевых неравенств // Автоматика и Телемеханика. 2010. № 9. С. 120–135.
10. **Артеменко Ю. Н., Агапов В. А., Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю.** Групповое управление актуаторами контррефлектора радиотелескопа // Информационно-управляющие системы. 2012. № 4. С. 2–9.
11. Smart Electromechanical Systems: The Central Nervous System / A. E. Gorodetskiy, V. G. Kurbanov (Eds.). — Springer International Publishing AG, 2017. — 266 p.
12. Smart Electromechanical Systems / A. E. Gorodetskiy (Ed.). — Springer International Publishing Switzerland, 2016. — 277 p.
13. **Кучмин А. Ю.** Моделирование эквивалентной жесткости адаптивных платформ с исполнительными механизмами параллельной структуры // Информационно-управляющие системы. 2014. № 3. С. 30–39.

UDC 681.5
doi:10.15217/issn1684-8853.2018.2.28

Identification of Non-Stationary Dynamic Objects

Kuchmin A. Yu.[a], PhD, Tech., Senior Researcher, radiotelescope@yandex.ru
[a]Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, 61, Bol'shoi Pr. V. O., 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: The current trend in solving identification problems is applying the multiplex functional approach when an identification problem is treated as a large-dimension problem of mathematical programming, making it possible to use standard ways of solving such problems. **Purpose:** Developing new methods for the identification of linear and nonlinear non-stationary dynamic objects. **Results:** Modifications of OLS-based statistic identifiers have been proposed with the application of a shift operator in the time domain for discrete filters. For the case of a low signal-to-noise ratio, we give a description of the identification process as a system of inequalities on the basis of the multiplex functional approach. When using the interval discrepancy between the identifier output and a real dynamic object, this approach provides the opportunity for a model reduction. For the case of nonlinear systems with the use of multiplex functional approach, we propose a way to set up the identification problem, which is based on the analysis of asymptotic decision types, taking into account physical regularities and restrictions on the parameters and phase coordinates. **Practical relevance:** The obtained results can be used for the synthesis of control systems with identifiers or for building models of non-stationary and nonlinear dynamic systems. The technique of partial stiffness determination can be used for the analysis and synthesis of base blocks for intellectual electromechanical systems.

Keywords — Ordinary Least Squares, Identification, Intellectual Electromechanical Systems.

Citation: Kuchmin A. Yu. Identification of Non-Stationary Dynamic Objects. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 2, pp. 28–35 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.2.28

References

1. Karabutov N. N. *Strukturnaia identifikatsiia sistem: Analiz dinamicheskikh struktur* [Structural Identification of Systems: Analysis of Dynamic Structures]. Moscow, Moskovskii gosudarstvennyi industrial'nyi universitet Publ., 2008. 160 p. (In Russian).
2. Isermann R., Münchhof M. *Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications.* Springer, 2011. 705 p.
3. Mzyk G. *Combined Parametric-Nonparametric Identification of Block-Oriented Systems.* Springer, 2014. 238 p.
4. Boutalis Y., Theodoridis D., Kottas T., Christodoulou M. A. *System Identification and Adaptive Control. Theory and Applications of the Neurofuzzy and Fuzzy Cognitive Network Models.* Springer, 2014. 313 p.
5. Grop D. *Methods of Identification Systems.* Springer-Verlag, 1979. 302 p.
6. Pervushin V. F. On Nonparametric Models of Linear Dynamic Objects. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naia tekhnika i informatika* [Bulletin of the Tomsk State University. Management, Computer Facilities and Informatics], 2013, no. 4(25), pp. 95–104 (In Russian).
7. Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L. *Upravlenie i neironnye seti* [Control and Neural Networks]. Saint-Petersburg, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University Publ., 2005. 400 p. (In Russian).
8. Fomin V. N., Fradkov A. L., Yakubovich V. A. *Adaptivnoe upravlenie dinamicheskimi ob"ektami* [Adaptive Control of Dynamic Objects]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 448 p. (In Russian).
9. Bondarko V. A. The Adaptive Vectorial Control by the Asynchronous Electromotor on the Basis of a Method of Recurrent Target Inequalities. *Avtomatika i Telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2010, no. 9, pp. 120–135 (In Russian).
10. Artemenko Yu. N., Agapov V. A., Dubarenko V. V., Kuchmin A. Yu. Co-operative Control of Subdish Actuators of Radio-Telescope. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2012, no. 4, pp. 2–9 (In Russian).
11. *Smart Electromechanical Systems: The Central Nervous System.* A. E. Gorodetskiy, V. G. Kurbanov (Eds.). Springer International Publishing AG, 2017. 266 p.
12. *Smart Electromechanical Systems.* A. E. Gorodetskiy (Ed.). Springer International Publishing Switzerland, 2016. 277 p.
13. Kuchmin A. Yu. Modeling of Equivalent Stiffness of Adaptive Platforms with Parallel Structure Executive Mechanism. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2014, no. 3, pp. 30–39 (In Russian).