

УДК 621.396.96

## МЕТОД РАЗРЕШЕНИЯ ГРУППОВЫХ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЦЕЛЕЙ КАК ПРИМЕР ПРЕОДОЛЕНИЯ ФАКТОРА НЕКОРРЕКТНОСТИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

**А. А. Чижов,**

канд. техн. наук, доцент

Военная академия войсковой ПВО им. Маршала Советского Союза А. М. Василевского

Показано, что задачу разрешения групповых сосредоточенных целей целесообразно рассматривать как частный случай обратной задачи радиолокации. Последняя относится к так называемым некорректным задачам. Предложен метод разрешения групповых сосредоточенных целей, позволяющий в рассматриваемом случае преодолеть фактор некорректности. Аналитически получены закономерности влияния основных факторов на показатели разрешающей способности для предлагаемого подхода, с помощью имитационного математического моделирования доказана его высокая сравнительная эффективность.

**Ключевые слова** — разрешение, разрешающая способность, групповая сосредоточенная цель, обратная задача радиолокации, некорректные задачи.

### Введение

Изучению некорректных задач (к которым В. Я. Арсенин и А. Н. Тихонов [1] отнесли решение интегральных уравнений Фредгольма первого рода, решение обратных задач гравиметрии, синтез антенн и др.) посвящено трудно обозримое количество исследований, в которых, порой, высказываются диаметрально противоположные точки зрения по данной проблеме. Взгляды ученых на данный вопрос эволюционировали от знаменитых утверждений Ж. Адамара о том, что некорректные задачи вообще не имеют смысла, и, соответственно, о нефизичности всякой математически некорректно поставленной задачи, до более поздних воззрений, согласно которым «фундаментальное значение для всей современной математики имеет выяснение А. Н. Тихоновым роли некорректных задач в классической математике и ее приложениях» ([2], предисловие). Автор работы [3] считает, что «значимость статьи А. Н. Тихонова „О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации“ (1963 г.) трудно переоценить. Она послужила толчком для выполнения целого ряда работ других исследователей в самых разных областях: спектроскопии, гравиметрии, оптике, ядерной физике, физике плазмы, метеорологии и др.».

Г. Е. Шилов отмечал: «Наше время внесло коррективы в установки Адамара: выяснилось, что

некорректные по Адамару задачи могут быть содержательными, как, например, задача о восстановлении потенциала поля по данным рассеяния» [4].

Достаточно часто на практике возникает задача разрешения групповой сосредоточенной цели (ГСЦ) на интервале когерентного зондирования в радиолокационном канале с рассеянием (аналогичные задачи имеют место и в других локационных системах). Для традиционных методов обработки сигналов возможности по разрешению ГСЦ в этом случае ограничены известными критериями Релея и Вудворда. Вместе с тем практика использования локационных систем показывает, что вышеуказанное ограничение существенно снижает их функциональные возможности.

Известен ряд работ, посвященных проблеме оценивания количества и параметров сигналов одиночных целей (ОЦ) из состава ГСЦ [5–10 и др.]. Результаты, полученные в этих работах, свидетельствуют о возможности достижения сверхрелеевского разрешения ГСЦ, в связи с чем в настоящее время проблему разрешения ГСЦ можно сформулировать как проблему достижения интересной для практики эффективности разрешения при типовых отношениях сигнал/шум (ОСШ). При этом основной трудностью является именно определение количественного состава ГСЦ.

## Обоснование метода разрешения ГСЦ

Обобщением задачи разрешения ГСЦ на интервале когерентного зондирования является так называемая основная задача первичной обработки сигналов (обратная задача радиолокации, задача восстановления радиолокационных портретов или характеристик рассеяния) [9 и др.], которую для стационарного случая можно сформулировать следующим образом.

По наблюдаемому сигналу  $y$  требуется восстановить радиолокационный портрет (характеристику рассеяния радиолокационной цели)  $x$ , т. е. получить его оценку  $\hat{x}$ . Как правило, считают, что  $y$  и  $x$  принадлежат комплексному гильбертовому пространству  $L_2$  [9 и др.]. При этом операторная модель наблюдения имеет вид

$$y = Ax + v, \quad (1)$$

где  $A$  — линейный компактный оператор;  $v$  — шум наблюдения.

Оператор  $A$ , например, может быть интегральным оператором Гильберта—Шмидта:

$$y(t) = \int s(\alpha, t)x(\alpha)d\alpha + v, \quad (2)$$

где  $t$  — время;  $\alpha$  — точка поля параметров (в общем случае многомерного), на котором определен радиолокационный портрет;  $s(\alpha, t)$  — ядро интегрального оператора, определяемое на практике параметрами зондирующего сигнала и антенны радиолокатора.

Следует отметить мнение В. Н. Вапника: «Задача восстановления зависимостей по эмпирическим данным была и, вероятно, всегда будет центральной в прикладном анализе» [11].

Известно [12], что уравнения вида (1) относятся к классу абстрактных уравнений Фредгольма первого рода. Одной из особенностей таких уравнений является то, что они разрешимы не для всех  $y \in L_2$ , так как замыкание  $\text{Im}A$  есть сумма счетного числа компактов, каждый из которых в  $L_2$  нигде не плотен, и, согласно теореме Бэра,  $\text{Im}A \neq L_2$ . Однако решение основной задачи первичной обработки сигналов существует в силу способа ее формулировки, поскольку наблюдаемый сигнал  $y$  не может принимать значений, не принадлежащих  $\text{Im}A$ . Максимально правдоподобная оценка  $x$  для гауссовых шумов наблюдения с корреляционным оператором  $R_v$  имеет вид  $\hat{x} = (A^+R_v^{-1}A)^{-1}A^+R_v^{-1}y$ ; при белых шумах наблюдения или их отсутствии (детерминистская трактовка задачи) —  $\hat{x} = A^{-1}y$ . Поэтому принципиальными являются лишь вопросы единственности и устойчивости решения (1).

Существенным является то, что в гильбертовом пространстве оператор  $A$  не имеет ограничен-

ного обратного [12], что свидетельствует о принципиальном отсутствии единственного и устойчивого решения (1) при  $x \in L_2$ . В этом случае сколь угодно малые шумы  $v$  могут привести к сколь угодно большим ошибкам в  $\hat{x}$ . Поэтому задачу (1) относят к некорректным задачам [12].

В настоящее время известны следующие базовые подходы к решению основной задачи первичной обработки сигналов: метод инверсной фильтрации, различные методы вариационной регуляризации (наиболее известна регуляризация по А. Н. Тихонову [13]), а также методы статистической регуляризации [9]. Подробный анализ и сравнительная оценка эффективности известных подходов к решению (1) выходит за рамки данной статьи. Следует отметить лишь ряд положений, подтверждающих наличие в настоящее время проблемы получения устойчивых оценок радиолокационных портретов ГСЦ со сверхрелеевским разрешением.

Строгое применение метода инверсной фильтрации к решению обратной задачи радиолокации невозможно в силу неограниченности оператора  $A^{-1}$ . Например, для оператора Гильберта—Шмидта сверточного типа решение (2) устойчиво, если интегрируема функция, обратная к спектру ядра. Последнее требование не выполнимо на практике [9]. Использование же квазинверсных фильтров с приемлемым уровнем выходных шумов при типовых ОСШ приводит к конечным значениям их разрешающей способности, не более чем в три раза превышающим релеевский предел [9].

Существуют проблемы и с реализацией практических алгоритмов обработки сигналов согласно методам вариационной и статистической регуляризации, а также с оценкой точности получаемых решений. В. А. Винокуров показал [14], что при отсутствии априорной информации оценка погрешности вычисления решения уравнения (1) средствами регуляризации принципиально неосуществима, правомерна лишь постановка вопроса о сходимости вычислительной процедуры. Вместе с тем отсутствуют работы, свидетельствующие о существенном повышении разрешающей способности локаторов при использовании указанных методов для типовых ОСШ.

Таким образом, обоснование эффективного в интересных для практики частных случаях метода решения основной задачи первичной обработки сигналов как примера преодоления фактора некорректности обратных задач в целом и на современном этапе является актуальной проблемой.

Цель статьи — обосновать метод решения основной задачи (1) и доказать его эффективность

применительно к часто встречающемуся случаю оценивания радиолокационных портретов ГСЦ.

Ограничениями, используемыми при обосновании предлагаемого ниже метода, являются следующие: радиолокационный портрет ГСЦ  $x(\alpha)$  стационарен на интервале наблюдения и равен нулю во всех точках многомерного поля параметров, за исключением конечного числа  $n$  точек  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), количество  $n$  и положение которых неизвестно; вероятностные характеристики шумов наблюдения известны.

Следует отметить, что вышеперечисленные подходы к решению основной задачи (1) имеют целью (требуют) получение непрерывной по полю параметров (бесконечномерной) оценки радиолокационного портрета, что и приводит к вырожденности  $A$ , так как в бесконечномерном пространстве единственной предельной точкой для последовательности собственных чисел  $A$  может быть только точка ноль [12]. Это, собственно, и обуславливает неединственность и неустойчивость решения  $\hat{x} = A^{-1}y$ , которое затем пытаются регуляризовать. Для рассматриваемого случая на основе физических соображений (имеющейся априорной информации) требование о непрерывности портрета можно ослабить, уйти от бесконечномерности прообраза оператора  $A$  и тем самым обеспечить его невырожденность. То есть идеология предлагаемого метода — не пытаться регуляризовать изначально неустойчивое при  $x \in L_2$  решение  $\hat{x} = A^{-1}y$ , а для частного, но практически интересного случая (1) использовать другое пространство в качестве области определения  $A$  и получить устойчивое решение (1).

В принципе, рядом авторов (например, [15]) подчеркивалось, что задача (1) может оказаться корректной в одной паре пространств и некорректной в другой. А в работе [16] отмечается, что для любого операторного уравнения можно подобрать пары пространств, в которых задача его разрешения была бы корректной.

Итак, первой принципиальной особенностью предлагаемого метода разрешения (ПМР) ГСЦ является то, что для обеспечения ограниченности обратного оператора  $A^{-1}$  в качестве математической модели радиолокационного портрета ГСЦ предлагается использовать не элементы гильбертова пространства  $L_2$ , а элементы пространства аддитивной смеси  $n$  функций Дирака:

$$x(\alpha) = \sum_{i=1}^n E_i \delta(\alpha - \alpha_i), \quad (3)$$

где  $E_i$  — комплексный коэффициент рассеяния ОЦ, соответствующей точке  $\alpha_i$ .

Подстановка (3) в (2) с учетом фильтрующего свойства функции Дирака позволяет преобразовать модель наблюдения к следующему виду:

$$y(t) = \int s(\alpha, t) \sum_{i=1}^n E_i \delta(\alpha - \alpha_i) d\alpha + v = \sum_{i=1}^n E_i s(\alpha_i, t) + v. \quad (4)$$

Таким образом, в соответствии с предлагаемым подходом задача (1) формулируется как задача оценивания конечномерного радиолокационного портрета или комплексных коэффициентов рассеяния в конечном числе  $n$  точек  $\alpha_i$  поля параметров (вектора  $E = [E_1 \ E_2 \ \dots \ E_n]^T$ ).

При этом количество  $n$  точек  $\alpha_i$  и их расположение на поле параметров предлагается определять на основе имеющейся априорной информации. Может показаться, что последнее предложение носит несколько неопределенный и практически невыполнимый характер. Однако во многих практических приложениях на основе априорной информации можно задаться некоторым максимально возможным количеством ОЦ в составе ГСЦ. В принципе, любые методы сверхрелеевого разрешения в той или иной форме используют ограничение сверху количественного состава ГСЦ. Более того, в соответствии с ПМР число  $n$  предлагается выбирать минимальным из возможного для конкретной практической задачи диапазона, что, как будет показано ниже, обеспечит максимальную разрешающую способность метода. Такой подход является одним из проявлений общей закономерности: чем больше априорной информации используется при обработке сигналов, тем эффективнее получаемые в результате оценки. В этой связи обратим внимание на выводы Н. Г. Преображенского [17] относительно плохо обусловленных систем линейных уравнений, получаемых дискретизацией (1): «...необходимо внесение в алгоритм какой-либо априорной нетривиальной дополнительной информации, с помощью которой только и можно надеяться отфильтровать вуалирующие ложные варианты и выделить решение, наиболее близкое к истинному. Любые чисто математические ухищрения, не привлекающие дополнительных априорных данных, эквивалентны попытке создания информационного *perpetuum mobile*, производящего информацию из ничего». К. И. Бабенко [18] подчеркнул также отсутствие каких-либо общих методов построения конечномерных аналогов непрерывных задач математической физики: «...обеспечение только конечномерной аппроксимации недостаточно, ...нужно добиться еще, чтобы дискретная задача сохраняла тип исходной непрерывной задачи. Для достижения указанной цели необходимо детальное исследование в каждом конкретном случае, и это *наиболее нетривиальная часть работы*».

Выбор априорного расположения точек  $\alpha_i$  предлагается осуществлять, приравнивая их своим максимально правдоподобным оценкам при гипотезе о количестве ОЦ в составе ГСЦ, равном  $n$ . Решение задачи оценивания параметров известного числа  $n$  неортогональных сигналов (4) известно [5, 6, 8, 9, 19 и др.] и здесь не приводится. Если это не противоречит постановке задачи, то получить оценки  $\alpha_i$  при  $n$ -целевой гипотезе можно и с помощью различных методов спектрального оценивания (MUSIC, ROOT-MUSIC, Прони, EV и др.) [8].

Для получения конкретной аналитической зависимости, связывающей обрабатываемый на интервале наблюдения (когерентного зондирования)  $[0, T]$  сигнал и оценку вектора  $\mathbf{E} = [E_1 E_2 \dots E_n]^T$ , целесообразно задать конкретный вид шумовых помех. В большинстве практических приложений шумовые помехи можно считать гауссовыми.

Таким образом, задачу оценивания вектора  $\mathbf{E}$  можно сформулировать следующим образом.  $m$ -канальная система (антенная решетка радиолокационной станции) принимает сигнал

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{S}(t)\mathbf{E} + \mathbf{N}(t), \quad t \in [0, T], \quad (5)$$

где  $\mathbf{Y}(t)$  — принятый сигнал (комплексная вектор-функция размерностью  $m$ , составленная из сигналов на выходах каналов приема (для радиолокационной станции — из комплексных огибающих сигналов на выходах элементов антенной решетки));  $t$  — текущее время;  $\mathbf{S}(t) = [\mathbf{s}(\alpha_1, t) \mathbf{s}(\alpha_2, t) \dots \mathbf{s}(\alpha_n, t)]$  — матрица-функция размером  $m \times n$  нормированных  $\left( \int_0^T |\mathbf{s}(t)|^2 dt = 1 \right)$  сигналов;  $\mathbf{s}(\cdot)$  — комплексная детерминированная вектор-функция;  $\mathbf{N}(t)$  — комплексная вектор-функция гауссовых шумовых помех, характеризующихся нулевым математическим ожиданием и известной корреляционной матрицей  $\Theta(t, t') = M\langle \mathbf{N}(t)\mathbf{N}^H(t') \rangle$  произвольного вида;  $M$  — оператор математического ожидания;  $H$  — оператор эрмитова сопряжения.

Можно показать [9, 20], что для модели (5) функционал правдоподобия  $p(\mathbf{Y}/\mathbf{E})$  описывается выражением  $\ln p(\mathbf{Y}/\mathbf{E}) = L(\mathbf{Y}/\mathbf{E}) + \text{const}$ , где  $L(\mathbf{Y}/\mathbf{E}) = \text{Re}(\mathbf{Z}^H \mathbf{E}) - \mathbf{E}^H \mathbf{Q} \mathbf{E} / 2$  — после приема  $\mathbf{Y}$  действительная скалярная функция аргумента  $\mathbf{E}$ ;

$$\mathbf{Z} = \int_0^T \mathbf{R}^H(t) \mathbf{Y}(t) dt$$
 — векторный корреляционный интеграл;  $\mathbf{R}(t)$  — весовая матрица-функция размерностью  $m \times n$ , удовлетворяющая уравнению  $\int_0^T \Theta(t, t') \mathbf{R}(t') dt' = \mathbf{S}(t)$ ;  $\mathbf{Q} = \int_0^T \mathbf{R}^H(t) \mathbf{S}(t) dt$  —

$(m \times m)$ -матрица-функция рассогласования сигналов.

Наиболее целесообразным методом получения оценок  $\mathbf{E}$  в условиях равномерных априорных распределений является метод максимального правдоподобия. Оценки, полученные по методу максимального правдоподобия, являются состоятельными, асимптотически несмещенными и асимптотически эффективными. Так как функция  $L(\mathbf{Y}/\mathbf{E})$  имеет квадратичную зависимость от  $\mathbf{E}$ , можно показать, что  $\hat{\mathbf{E}} = \arg \max_{\mathbf{E}} L(\mathbf{Y}/\mathbf{E}) = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Z}$ .

Математическое ожидание формируемой согласно предлагаемому методу оценки с учетом того, что  $M\langle \mathbf{N}(t) \rangle = \mathbf{0}$ , равно истинному портрету ГСЦ:

$$\begin{aligned} M\langle \hat{\mathbf{E}} \rangle &= M\langle \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Z} \rangle = \\ &= M\left\langle \left( \int_0^T \mathbf{R}^H(t) \mathbf{S}(t) dt \right)^{-1} \int_0^T \mathbf{R}^H(t) (\mathbf{S}(t) \mathbf{E} + \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{N}(t)) dt \right\rangle = \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (6)$$

Выражение (6) свидетельствует о несмещенности формируемых оценок и теоретической возможности получения сколь угодно высокого разрешения при отсутствии шумов наблюдения.

Использование (6) позволяет получить выражение для корреляционной матрицы формируемых оценок радиолокационного портрета:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= M\left\langle (\hat{\mathbf{E}} - M\langle \hat{\mathbf{E}} \rangle) (\hat{\mathbf{E}} - M\langle \hat{\mathbf{E}} \rangle)^H \right\rangle = \\ &= M\left\langle \left( \int_0^T \mathbf{R}^H(t) \mathbf{S}(t) dt \right)^{-1} \left( \int_0^T \mathbf{R}^H(t) \mathbf{N}(t) dt \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( \int_0^T \mathbf{N}^H(t') \mathbf{R}(t') dt' \int_0^T \mathbf{S}^H(t') \mathbf{R}(t') dt' \right)^{-1} \right\rangle = \\ &= \mathbf{Q}^{-1} \int_0^T \int_0^T \mathbf{R}^H(t) M\langle \mathbf{N}(t) \mathbf{N}^H(t') \rangle \mathbf{R}(t') dt dt' \mathbf{Q}^{-1} = \\ &= \mathbf{Q}^{-1} \int_0^T \int_0^T \mathbf{R}^H(t) \Theta(t, t') \mathbf{R}(t') dt dt' \mathbf{Q}^{-1} = \\ &= \mathbf{Q}^{-1} \int_0^T \mathbf{R}^H(t) \int_0^T \Theta(t, t') \mathbf{R}(t') dt' dt \mathbf{Q}^{-1} = \\ &= \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Зависимость (7) носит фундаментальный характер и является инструментом как для оценки влияния различных факторов на потенциальные возможности метода по разрешению сигналов, так и для вычисления порогов при оценке количества одиночных целей в составе ГСЦ.

Подробный анализ (7) выходит за рамки данной статьи, следует отметить только основные моменты. При фиксированном количестве точек  $n$  и детальности портрета ОСШ не влияет на точность оценивания портрета. Однако чем больше число точек портрета и чем он детальнее (меньше отстояние между точками  $\alpha_i$ ), тем выше уровень шумов портрета, так как число обусловленности  $Q$  и, соответственно, элементы главной диагонали  $Q^{-1}$  растут. Последнее можно рассматривать как аналитическое выражение физического естественного принципа о требовании более высокого ОСШ для построения протяженных портретов высокой детальности.

Продемонстрировать вышесказанное можно с помощью индуктивного подхода на примере двух-, трех- и четырехточечных портретов.

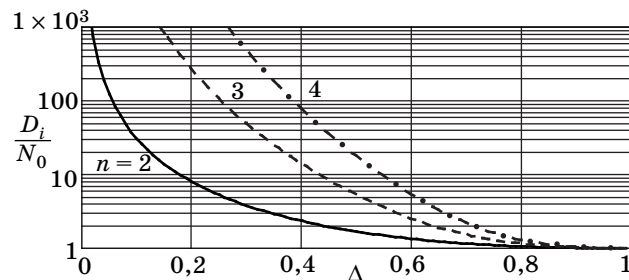
Так, для двухточечного портрета при белых шумах наблюдения со спектральной плотностью  $N_0$  корреляционная матрица шумов портрета имеет вид

$$V = N_0 \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12}^* & 1 \end{bmatrix}^{-1} = N_0 \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\rho_{12}^2} & \frac{\rho_{12}}{\rho_{12}^2-1} \\ \frac{\rho_{12}^*}{\rho_{12}^2-1} & \frac{1}{1-\rho_{12}^2} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $\rho_{12} = \rho(\alpha_1, \alpha_2)$  — коэффициент рассогласования (значение функции рассогласования для заданных на рассматриваемом поле параметров точек портрета  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ).

Выражение (8) подчеркивает важнейшую роль функции рассогласования  $\rho(\cdot)$  в теории разрешения. Анализ (8) показывает, что дисперсия формируемых оценок пропорциональна  $1/(1 - \rho_{12}^2)$ . Это означает, что при повышении детализации портрета (и, соответственно, увеличении  $\rho_{12}$ ), даже для двухточечного случая дисперсия оценок возрастает в пределе до бесконечности. Вместе с тем при увеличении расстояния между точками  $\alpha_i$  и стремлении  $\rho_{12}$  к нулю дисперсия шумов портретов становится равной дисперсии элементов вектора  $Z$ , т. е. задача обнаружения отдельных целей из состава ГСЦ вырождается в задачу обнаружения ОЦ.

Другая важная закономерность заключается в том, что дисперсии  $D_i$  оценок  $E_i$  увеличиваются при увеличении количества точек портрета  $n$  (на рис. 1 показаны зависимости от расстояния между точками портретов дисперсий оценок средних



■ Рис. 1. Зависимости относительных дисперсий оценок средних точек портретов от их детализации

элементов портретов относительно  $N_0$  для двух-, трех- и четырехточечного портретов при функции рассогласования вида  $\sin \pi \Delta / \pi \Delta$ , где  $\Delta = \alpha_{2(3,4)} - \alpha_{1(2,3)}$  — расстояние между точками портрета  $\alpha_i$  на одномерном поле параметров).

Повышение дисперсии шумов портретов при увеличении  $n$  (см. рис. 1) и обуславливает приведенную выше рекомендацию о выборе минимального из возможных значений  $n$ .

Основной частью ПМР является этап оценки реального количества ненулевых точек радиолокационного портрета (реального количества ОЦ в составе ГСЦ), для чего предлагается для заданной конфигурации портрета (априорно выбранного расположения точек  $\alpha_i$ ) с учетом известных вероятностных характеристик шумов его элементов (9) осуществлять пороговую обработку с требуемым уровнем ложных тревог  $F$  (вероятностей принятия решений о большем, чем в действительности, количестве ОЦ в составе ГСЦ). То есть предлагается сравнивать модули элементов вектора  $\hat{E}$  с пороговыми значениями — элементами вектора порогов  $E^{пор}$ , вычисляемыми с помощью выражения

$$E_i^{пор} = k \sqrt{Q_{ii}^{-1}}, \quad (9)$$

где  $k$  — коэффициент, определяющий уровень ложных тревог. Следует подчеркнуть, что значения элементов вектора порогов  $E^{пор}$  зависят от априорно выбранного расположения точек  $\alpha_i$ .

В качестве оценок параметров сигналов обнаруженных ОЦ из состава ГСЦ принимаются соответствующие точки  $\alpha_i$ .

Замечательным является тот факт, что при  $n = 1$  обработка сигналов согласно ПМР вырождается в стандартные процедуры обнаружения и измерения параметров сигнала ОЦ. Это свидетельствует о важном с теоретической точки зрения положении, что задачу разрешения ГСЦ — частный случай основной задачи первичной обработки сигналов — целесообразно рассматривать как более общую по отношению к таким задачам

радиолокации как обнаружение и измерение параметров сигнала ОЦ.

Для принятия решения о количестве сигналов ОЦ в неортогональной смеси эхо-сигнала ГСЦ требуется определенное ОСШ по каждому сигналу. На рис. 2 представлены полученные аналитически с помощью выражений (6) и (7) зависимости между потребным ОСШ и максимально возможным коэффициентом рассогласования при разном количестве разрешаемых сигналов (целей) для вероятности правильного оценивания их количества, равной 0,5, при одновременном ограничении сверху вероятностей ложных тревог  $F$  (согласно расширенному критерию Неймана—Пирсона [19]). При получении аналитических оценок потенциальной эффективности метода принято, что часть априорно задаваемых точек  $\alpha_i$  совпадает с истинным положением ОЦ из состава ГСЦ, амплитуды сигналов ОЦ полагаются равными и нефлюктуирующими.

Анализ рис. 2 свидетельствует о возможности повышения разрешающей способности локаторов при типовых ОСШ в 10–20 раз по отношению к релейскому интервалу разрешения (соответствующего коэффициенту рассогласования, равному 0,5), что демонстрирует более высокую потенциальную эффективность ПМР в рассматриваемом случае по сравнению с известными.

Определяющая роль функции рассогласования в вопросах разрешения ГСЦ свидетельствует о необходимости исследования влияния различных одномерных и многомерных функций рассогласования на показатели эффективности разрешения. Следует подчеркнуть более высокую потенциальную эффективность многомерных процедур разрешения, которые позволяют при прочих равных условиях добиваться меньших значений коэффициента рассогласования.

Для оценки потенциальных возможностей ПМР с помощью выражений (6) и (7) были выполнены аналитические оценки зависимостей относительного интервала разрешения от ОСШ для типовых функций рассогласования. Здесь и далее под относительным интервалом разрешения (ОИР) понимается такое минимальное расстояние между точками  $\alpha_i$ , отнесенное к релейскому интервалу разрешения по соответствующему параметру (параметрам), при котором достигаются заданные вероятности  $P$  правильного определения количества ОЦ в составе ГСЦ при одновременном ограничении сверху вероятностей ложных тревог  $F$ .

Зависимости ОИР от ОСШ при одномерном разрешении парной цели и функции рассогласования вида  $\rho(\Delta = \alpha_2 - \alpha_1) = \sin\pi\Delta/\pi\Delta$  показаны на рис. 3. Функция рассогласования такого вида встречается на практике при разрешении ГСЦ по

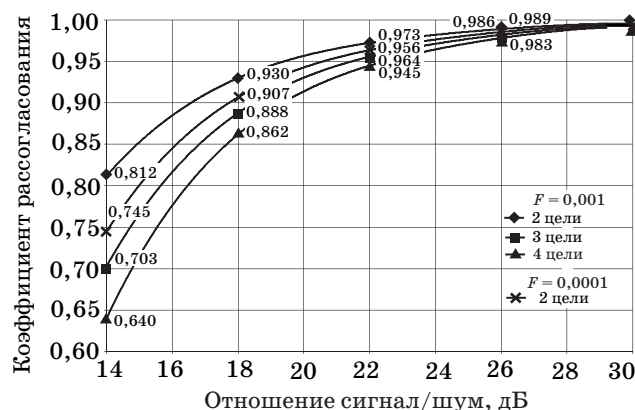


Рис. 2. Зависимости между количеством ОЦ в составе ГСЦ, коэффициентом рассогласования их эхо-сигналов и потребным для их разрешения с вероятностью 0,5 ОСШ при вероятности ложных тревог  $F$

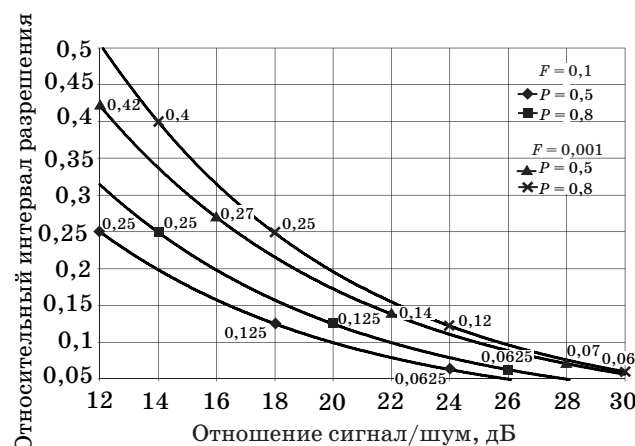


Рис. 3. Зависимости от ОСШ относительного интервала разрешения при  $n = 2$  для функции рассогласования вида  $\sin\pi\Delta/\pi\Delta$  и вероятности правильного определения количества целей  $P$  при вероятности ложных тревог  $F$

частоте Доплера или разрешении эхо-сигналов по времени запаздывания при линейно-частотно-модулированном зондирующем сигнале. Под разрешением парной цели подразумевается, что количество ОЦ в составе ГСЦ может быть не более двух ( $n = 2$ ). Следует обратить внимание, что вероятность правильного определения состава парной цели  $P = 0,5$  соответствует вероятности правильного обнаружения каждой цели из состава пары, равной  $P_{1(2)} = \sqrt{P} \approx 0,7$ , а  $P = 0,8$  соответствует  $P_{1(2)} \approx 0,9$ .

Применение предлагаемого метода для одномерного разрешения парной цели и функции рассогласования вида  $\rho(\Delta) = \sin\pi\Delta/\pi\Delta$  позволяет при ОСШ 14–20 дБ повысить разрешающую способность радиолокационной станции в 4–8 раз относительно релейского предела (см. рис. 3).

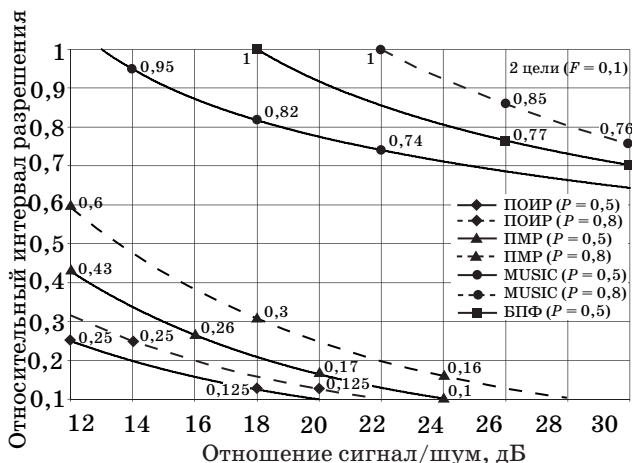


Рис. 4. Полученные по результатам имитационного моделирования зависимости от ОСШ относительного интервала разрешения для функции рассогласования вида  $\sin\pi\Delta/\pi\Delta$  и вероятности правильного определения количества целей  $P$  при вероятности ложных тревог  $F$  (ПОИР см. рис. 3)

Для подтверждения адекватности полученных зависимостей, а также сравнительной оценки эффективности ПМР было выполнено имитационное моделирование процессов одномерного разрешения парной цели по частоте Доплера (фактически моделировалось разрешение неизвестного количества синусоид на фоне белого гауссова шума). В качестве альтернативных методов разрешения ГСЦ рассматривались: фильтровая обработка с помощью быстрого преобразования Фурье (ВПФ) с дополнением нулями исходной последовательности в 64 раза, а также один из наиболее эффективных представителей методов спектрального оценивания — метод MUSIC [8]. Полученные оценки зависимостей интервала разрешения относительно релейского предела (ОИР) для рассматриваемых методов при разных требованиях к вероятности правильного разрешения  $P$  представлены на рис. 4.

Анализ рисунка позволяет сделать выводы, во-первых, о высокой сравнительной эффективности предлагаемого метода, а во-вторых, о том, что реальный ОИР смещен вправо относительно потенциального ОИР (ПОИР) приблизительно на 4 дБ. Отличия реального ОИР от ПОИР обуславливаются вышеуказанным допущением, использованным при расчете последнего.

### Заключение

Итак, основными отличительными чертами предлагаемого метода являются следующие:

- осуществляется переход от модели радиолокационного портрета ГСЦ в виде элемента ком-

плексного гильбертова пространства к модели в виде элемента пространства аддитивной смеси  $n$  функций Дирака (3);

- максимально возможное количество одиночных целей в составе ГСЦ  $n$  выбирается на основе априорной информации и, по возможности, принимается минимальным из характерного для конкретной практической задачи диапазона;

- априорное расположение точек  $\alpha_i$  задается приравниванием их значений своим максимально правдоподобным оценкам при гипотезе о количестве ОЦ в составе ГСЦ, равном  $n$  (возможны другие варианты);

- оценка дискретного радиолокационного портрета ГСЦ (вектора  $E$ ) осуществляется методом максимального правдоподобия;

- окончательно количество ОЦ в составе ГСЦ определяется путем сравнения  $|\hat{E}_i|$  с пороговыми значениями  $E_i^{пор}$  (9), которые рассчитываются для каждой реализации  $y$ , исходя из априорно задаваемого расположения точек  $\alpha_i$ ;

- в качестве оценок параметров сигналов обнаруженных ОЦ из состава ГСЦ принимаются соответствующие точки  $\alpha_i$ .

Можно утверждать, что хотя отдельные элементы предлагаемого метода встречаются в ряде работ, но в совокупности ПМР проблемы разрешения ГСЦ и доказательство его эффективности в известных работах отсутствуют.

Таким образом, в статье предложен метод разрешения ГСЦ как пример преодоления фактора некорректности обратных задач, т. е. рассматриваемый подход можно использовать и при решении других некорректных задач, к которым сводятся те или иные аналогичные по сути практические приложения; подчеркнута место задачи разрешения ГСЦ в структуре задач радиолокации: задачу разрешения ГСЦ — частный случай основной задачи первичной обработки сигналов — целесообразно рассматривать как более общую по отношению к таким задачам радиолокации как обнаружение и измерение параметров сигнала одиночной цели; получены аналитические оценки эффективности предлагаемого метода; приведены результаты имитационного моделирования, подтверждающие высокую сравнительную эффективность предлагаемого метода.

Практическую ценность при реализации ПМР представляют новые функциональные возможности радиолокационных станций и других локационных систем, обусловленные высокими характеристиками по разрешению и селекции целей, образующих «плотные» группы, вплоть до построения их многомерных пространственно-время-частотных радиолокационных портретов со сверхрелейевской детальностью (достижение эффекта объемного радиовидения). Для оценки

эффективности применения метода при восстановлении дискретных аппроксимаций непрерывных радиолокационных портретов, например в интересах распознавания сложных целей, требуются дополнительные исследования.

Исследования проводились при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Смоленской области (проект № 08-07-97503), а также гранта Президента Российской Федерации (№ МК-6.2008.10).

## Литература

1. **Арсенин В. Я., Тихонов А. Н.** Некорректные задачи // Математическая энциклопедия. Т. 3. М.: Сов. энциклопедия, 1982. С. 930–935.
2. **Воеводин В. В.** Решение неустойчивых систем линейных алгебраических уравнений // Проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1977. С. 91–95.
3. **Морозов В. А.** Методы регуляризации неустойчивых задач. М.: Изд-во МГУ, 1987. 217 с.
4. **Шилов Г. Е.** Жак Адамар и формирование функционального анализа: Выступление на мемориальном заседании Московского математического общества 10 марта 1964 г. // Успехи математических наук. 1964. Т. 19. № 3. С. 183–185.
5. **Абраменков В. В.** Измерение угловых координат М источников излучения методом нормирования сигнала к амплитудам образовавшихся его источников // Авионика 2002–2004: Сб. ст. / Под ред. А. И. Канащенкова. М.: Радиотехника, 2005. 560 с.
6. **Варюхин В. А.** Основы теории многоканального анализа / ВА ПВО СВ им. Маршала Советского Союза А. М. Василевского. Киев, 1993. 171 с.
7. **Коновалов Л. Н.** Определение числа сигналов методом проверки сложных гипотез по критерию отношения правдоподобия // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1988. Т. 31. № 7. С. 18–25.
8. **Марпл-мл. С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
9. **Фалькович С. Е., Пономарев В. И., Шкварко Ю. В.** Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / Под ред. С. Е. Фальковича. М.: Радио и связь, 1989. 296 с.
10. **Шинаков Ю. С.** Совместное обнаружение и разрешение неизвестного числа сигналов // Радиотехника и электроника. 1985. № 6. С. 1131–1138.
11. **Вапник В. Н.** Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. М.: Наука, 1979. 447 с.
12. **Колмогоров А. Н., Фомин С. В.** Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981. 544 с.
13. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. 2-е изд. М.: Наука. 286 с.
14. **Винокуров В. А.** О погрешности приближенного решения линейных обратных задач // Докл. АН СССР. 1979. Т. 246. № 4. С. 792–793.
15. **Михлин С. Г.** Курс математической физики. М.: Наука, 1968. 575 с.
16. **Лаврентьев М. М., Савельев Л. Я.** Линейные операторы и некорректные задачи. М.: Наука, 1991. 331 с.
17. **Яненко Н. Н., Преображенский Н. Г., Разумовский О. С.** Методологические проблемы математической физики. Новосибирск: Наука, 1986. 296 с.
18. **Бабенко К. И.** Основы численного анализа. М.: Наука, 1986. 744 с.
19. **Чижов А. А., Авласенок А. В.** Эффективность оценивания количества и параметров движения одиночных радиолокационных целей из состава групповой сосредоточенной // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 2006. Т. 49. № 3. С. 9–17.
20. **Чижов А. А., Авласенок А. В.** Аналитическое описание функционала правдоподобия при формировании эхо-сигнала групповой радиолокационной целью // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 2002. Т. 46. № 6. С. 27–34.