

УДК 534.6 + 612.172.4: 57.02

КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ И ЭНТРОПИЯ ЯРУСНОЙ ДИАГРАММЫ РИТМА СЕРДЦА

А. А. Кузнецов,

канд. физ.-мат. наук, доцент

Владимирский государственный университет им. А. Г. и Н. Г. Столетовых

Функциональное состояние организма человека предлагается оценивать по скорости аккумуляции количества информации ярусной топологической структурой диаграммы ритма сердца. Приведены расчетные и графические данные по диаграммам ритма 688 регистраций больных и здоровых людей, сравнительные оценки результатов реальных и виртуальных диаграмм ритма сердца.

Ключевые слова — диаграмма ритма сердца, количество информации, информационная энтропия, функциональное состояние организма.

Введение

Основанием к выбору объекта исследования — реализации ритма сердца как маркера уровня общего функционального состояния человека — является известный тезис о том, что в ритме сердца человека закодирована информация о процессах, протекающих не только в самом сердце и кровеносной системе, но и в различных функциональных системах организма: центральной и периферийной нервной системе, разнообразных рецепторах и т. п. [1–4].

При регистрации электрокардиограммы (ЭКГ) монитором Холтера рекомендуемая частота считывания составляет 1000 Гц [5, 6]. Соответствующая запись ЭКГ имеет шаг дискретизации $\Delta x = 1$ мс. Реализация ритма сердца в форме цифровой последовательности $R-R$ интервалов на ЭКГ имеет такой же шаг дискретизации. Точечная диаграмма ритма сердца (ДРС) обретает ярусную фазовую структуру, внешне напоминающую «нотное письмо», где каждый i -й ярус имеет n_i фиксированных значений x_i . Общее число значений

составляет объем выборки $n = \sum_{i=1}^k n_i$, где k — общее число ярусов.

Если ярусную структуру ДРС представить в форме реализации макроскопического состояния системы с фиксированными значениями макропараметров, то каждому макросостоянию соответствует набор микросостояний — фазовых ярусов [6, 7]. Каждый фазовый ярус имеет набор пустых или заполненных фазовых ячеек. Ярус-

ная структура ДРС позволяет применить к ней известную методику расчета количества информации I_X как критерия ее неупорядоченности [7, 8].

Цель работы — структурно-топологический анализ ярусной диаграммы ритма сердца человека с созданием критериев общего функционального состояния организма (ФСО) в форме аккумуляруемого диаграммой ритма сердца количества информации и информационной энтропии.

Количество информации и энтропия ярусной диаграммы ритма сердца

Известно [6–9], что количество информации I_X , приобретаемое физической системой X , при полном выяснении ее состояния равно энтропии системы:

$$H(X) = - \sum_{i=1} p_i \log_2 p_i. \quad (1)$$

Степень неопределенности состояния системы может определяться и вероятностями (p_i) ее возможных состояний, и их количеством [8], поэтому возникает возможность перехода от вероятностных категорий к макропараметрам ДРС.

Предположим, что величина Δx достаточно мала, а объем n выборки, получаемый при измерениях цифрового ряда значений x , достаточно велик ($n \rightarrow \infty$). Перепишем формулу (1) для информационной энтропии в виде

$$I_X = \sum_{i=1} \log_2 (n/n_i)^{p_i}, \text{ или}$$

$$I_X = \log_2 \left(\frac{\prod_{i=1}^k n^{p_i}}{\prod_{i=1}^k n_i^{p_i}} \right), \text{ или}$$

$$I_X = \frac{1}{\ln 2} \ln \left(\frac{n}{\prod_{i=1}^k n_i^{p_i}} \right), \quad (2)$$

где n, n_i — количество дискретных значений R - R интервалов в анализируемой выборке и на i -м ярусе соответственно, $i = 0, 1, 2, \dots, k$.

Раскроем равенство (2): $I_X = (A/n)[n \ln(n) - n_1 \ln(n_1) + n_2 \ln(n_2) - \dots \pm n_k \ln(n_k)]$, где $A = 1/\ln 2$ — переводной коэффициент. Внесем в скобку правой части полученного равенства вспомогательные слагаемые:

$$\pm \left(\frac{1}{2} \ln \frac{n}{\prod_{i=1}^k n_i} + \frac{(k-1)}{2} \ln 2\pi + n \right)$$

и с учетом $n = \sum_{i=1}^k n_i$ получим

$$I_X = \frac{A}{n} \left[(n + 1/2) \ln n - n + 1/2 \ln 2\pi - \dots - (n_1 + 1/2) \ln n_1 + n_1 - 1/2 \ln 2\pi - \dots - (n_k + 1/2) \ln n_k + n_k - 1/2 \ln 2\pi + \frac{\prod_{i=1}^k n_i}{n} + \frac{k-1}{2} \ln 2\pi \right].$$

Используя формулу Стирлинга $n! \approx \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$, перепишем это равенство в виде $I_X = (A/n)[\ln(n!) - \ln(n_1!) + \ln(n_2!) - \dots \pm \ln(n_k!) + B]$. После объединения слагаемых в квадратных скобках в форму

полиномиального коэффициента $\Gamma = \frac{n!}{\prod_{i=1}^k n_i!}$ получим

$$I_X = \frac{A}{n} \left[\ln \frac{n!}{\prod_{i=1}^k n_i!} + B \right],$$

$$B = 0,5 \left[\ln \frac{\prod_{i=1}^k n_i}{n} + 1,84(k-1) \right].$$

В общем виде

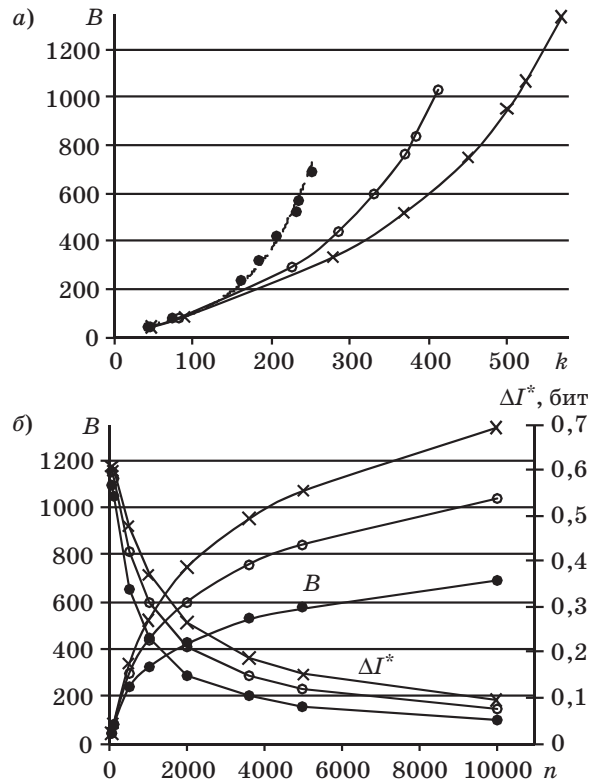
$$I_X = \frac{A}{n} [\ln \Gamma + B]. \quad (3)$$

На рис. 1, а, б представлен результат оценки влияния величины B для ряда с равномерным распределением (B_{\max}) в интервалах реальных значений k (5 – 700) [6], n (100 – 864000) для трех значений стандартного распределения σ . При принятой точности расчета (до двух значащих цифр) величиной B можно пренебречь уже при $n > 100$, так как величина абсолютной погрешности $\Delta I_X = AB_{\max}/n$ с ростом n асимптотически стремится к нулю (см. рис. 1, б).

С учетом этого формула (3) принимает окончательный расчетный вид

$$I_X = \frac{A}{n} \ln \Gamma. \quad (4)$$

В формуле (4) полиномиальный коэффициент Γ приобретает смысл аналога термодинамической вероятности и определяет число микросостояний (комбинаций), посредством которых реализуется макросостояние системы X . Для ДРС действительной является лишь одна комбинация, а подавляющее количество остальных, от-



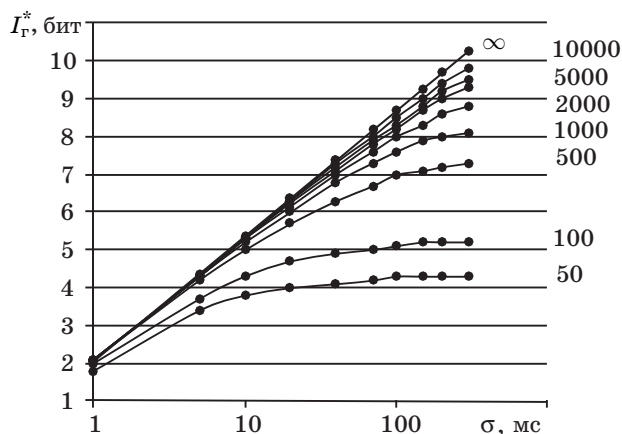
■ Рис. 1. Графики зависимости $B(k, \sigma)$ (а) и абсолютной погрешности $\Delta I^*(n, \sigma, k = 200)$ (б) при равномерном распределении отсчетов для трех значений σ : 40 мс (\cdot), 70 мс (\circ) и 100 мс (\times)

вергнутых, остается в мнимой области. Поэтому величина $I_{\Sigma} = I_X n$ определяет количество информации, недостающее для полного описания всей ярусной диаграммы. В рамках такого толкования величина I_X , определенная с точностью до величины AB_{\max}/n и обозначаемая автором далее в форме I^* (для ДРС), определяет среднее количество информации, недостающее до полного описания единицы ритма (одного отсчета).

Остается вопрос: какое значение n можно считать достаточно большим, чтобы практически использовать предлагаемые величины в качестве параметров ритма? Для системы ритма сердца в норме принято считать, что ее микросостояния распределены по нормальному закону [4, 10]. Сравним функциональные зависимости математического ожидания энтропии $H(X)$ и информационной энтропии $I_r^*(\sigma, n)$ для нескольких цифровых рядов, полученных процедурой генерации случайных чисел по нормальному закону [6, 8] и представляющих виртуальные ритмы сердца [11, 12].

Результаты расчета приведены в форме графиков (рис. 2) для разных объемов выборок. Для системы X с непрерывным множеством случайных состояний (исходов) x , распределенным по нормальному закону, величина математического ожидания энтропии $H(X) = \log_2[(2\pi e)^{1/2}\sigma/\Delta x]$ с заданием достаточно малого предела точности измерения (шага дискретизации Δx). Функция $H(X)$ как мера неопределенности системы при заданном малом шаге дискретизации зависит только от величины стандартного отклонения σ [8] и не зависит от n , а функция $I_r^*(n)$ растет при малых объемах выборки и практически не меняется при $n > 10^4$.

Величины относительных погрешностей ε в зависимости от n и σ приведены в табл. 1. Функции $H(X)$ и $I_r^*(\sigma, n)$ идентичны при $n \rightarrow \infty$. Для коротких регистраций функция $I_r^*(\sigma, n)$ также может быть применена при анализе ДРС здоровых лю-



■ Рис. 2. Графики функций $H(X)$ и $I_r^*(n, \sigma)$

■ Таблица 1. Относительные погрешности $\varepsilon(n, \sigma)$, %

n	σ, мс		
	40	70	100
1000	8,1	11	19,5
10000	1,4	2,4	3,4

дей ($\sigma = 40 - 70$ мс) в состоянии покоя с погрешностью 8–11 %.

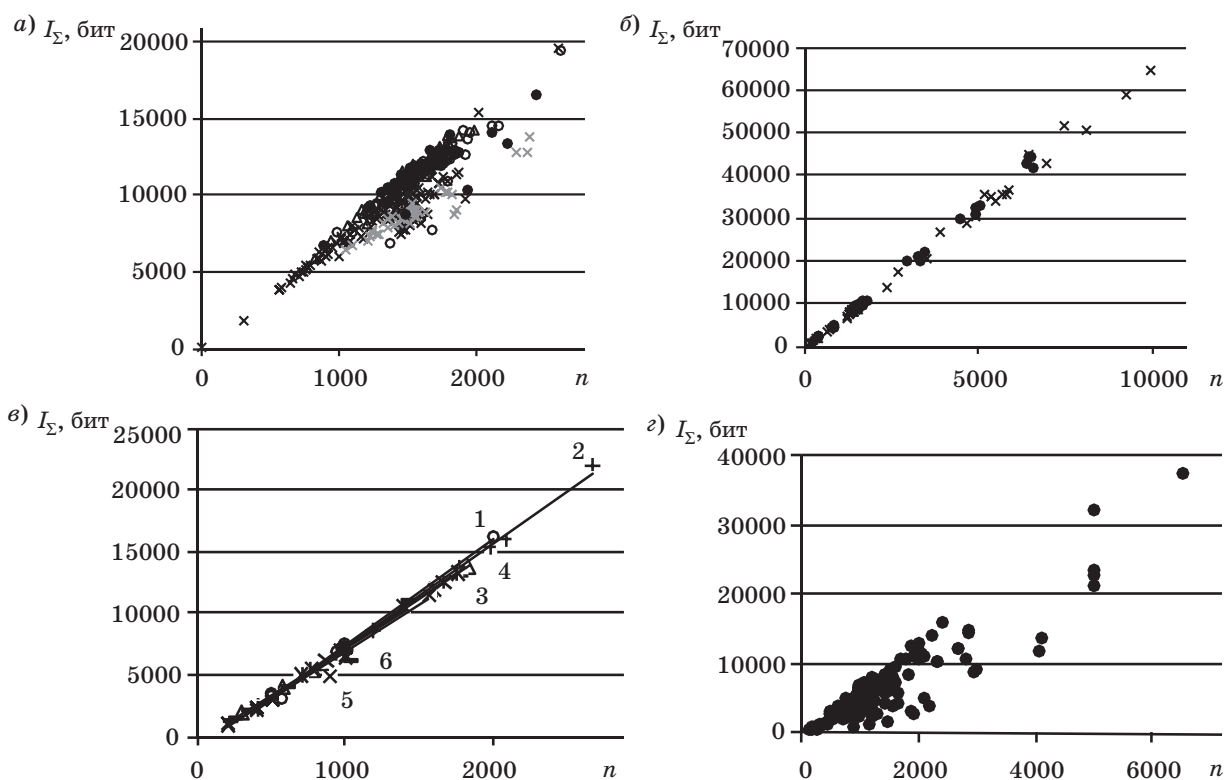
Экспериментальная часть

Регистрации ЭКГ проводились монитором Холтера комплекса амбулаторной регистрации электрокардиосигнала *AnnA Flash 3000* [5] с использованием накожных электродов для электрокардиографии. При регистрации биопотенциалов применялись двухполюсные отведения по Небу: первый электрод располагался во втором межреберном положении у правого края грудины (соответствует V_5^2), второй электрод располагался в области верхушки сердца. Такое расположение электродов позволяет записать переднее грудное отведение (*A-anterior*), соответствующее стандартному отведению II с максимальной амплитудой зубцов на ЭКГ. Данные каждой ЭКГ в лицензированной программе *EScreen* [6] конвертировались в ритмограммы в форме последовательности значений *R-R* интервалов.

Проведено 688 регистраций ЭКГ у 78 (467 регистраций) здоровых людей и у 102 (221 регистрация) больных — пациентов Владимирской областной клинической больницы (ВОКБ). Серийные, групповые и комбинированные регистрации ЭКГ условно здоровых обследуемых (УЗО) молодых людей, студентов Владимирского госуниверситета, выделены отдельно.

Серийные двадцатиминутные посуточные регистрации ЭКГ проводились тремя сезонными сериями в течение 6–7 недель каждая в одинаковых условиях покоя в вечернее время суток для двух молодых людей (21 год): юноши (К.) и девушки (Ш.). Все серийные регистрации ЭКГ количеством $N_{\text{рег}} = 235$ проводились в домашних условиях при температуре 20–22 °С в положении лежа на спине с периодом адаптации 5–10 мин.

Групповые двадцатиминутные регистрации ЭКГ количеством $N_{\text{рег}} = 32$ проводились в течение 9 недель (февраль — март 2008 г.) для группы из 32 молодых людей (19–24 года): юношей (20 чел.) и девушек (12 чел.). Групповые регистрации проводились в лаборатории университета один раз в неделю в интервале времени 14⁰⁰–19⁰⁰ в положении покоя сидя без адаптации к условиям регистрации.



■ **Рис. 3.** Точечные диаграммы распределения значений I_{Σ} для ДРС в зависимости от числа отсчетов n : а — всех УЗО; б — осенней серии Ш. и К.; в — УЗО при переменном режиме нагрузки (показаны линии тренда); г — обследованных N пациентов ВОКБ

Комбинированные двадцатиминутные регистрации ЭКГ проводились для двух разных групп молодых людей (18–22 года) в лаборатории университета в положении покоя сидя без адаптации к условиям регистрации. Для первой группы 29 чел. (18 юношей и 11 девушек) проведена 71 регистрация ЭКГ ежемесячно за период февраль — июнь 2009 г. в интервале времени 13⁰⁰–17⁰⁰ с максимальным представительством на 15⁰⁰. Для второй группы из 8 девушек проведены 48 понедельных регистраций ЭКГ за период сентябрь — ноябрь 2009 г. в интервале времени 12⁰⁰–14⁰⁰ с максимальным представительством на 13⁰⁰.

На базе отделения реанимации ВОКБ проведена серия из 36 регистраций ЭКГ в режимах покоя и нагрузки на велоэргометре для шести УЗО: четырех студенток (20 лет), аспиранта (23 года) и врача-реаниматолога (50 лет). Опыты проведены летом в течение 11 дней. Время регистрации составляло $n = 1500 - 2650$ и было разбито на одинаковые ин-

тервалы. Три опыта были проведены с вторичной нагрузкой той же длительности.

Результаты регистраций ЭКГ в форме точечных диаграмм распределения значений I_{Σ} для ДРС в зависимости от числа отсчетов n представлены на рис. 3. Общая диаграмма распределения расчетных значений I_{Σ} в зависимости от числа отсчетов n (рис. 3, а) построена по ДРС серийных (×), групповых (•) и комбинированных (o, Δ) регистраций ЭКГ УЗО. На рис. 3, б выделена отдельно диаграмма распределения расчетных значений I_{Σ} по ДРС осенней серии регистраций К. (×) и Ш. (•). На рис. 3, в приведена диаграмма распределения значений I_{Σ} в зависимости от числа отсчетов n , построенная по ДРС в режимах покоя и нагрузки для группы из 6 УЗО. Все расчетные данные I_{Σ} для ДРС пациентов ВОКБ представлены на диаграмме $I_{\Sigma}(n, N)$ рис. 3, г.

Расчетные значения информационной энтропии ДРС по всем группам и сериям регистраций

■ **Таблица 2.** Информационная энтропия диаграмм ритма УЗО

Серии регистраций К. и Ш.						Группа, чел.			
К1	Ш1	К2	Ш2	К3	Ш3	32	29	8	6
Декабрь		Ноябрь		Июль	Май	Март		Октябрь	Июнь
6,7 ± 0,1	6,0 ± 0,2	7,3 ± 0,3	6,9 ± 0,1	5,6 ± 0,1	7,0 ± 0,1	7,3 ± 0,2	7,1 ± 0,1	7,4 ± 0,1	5,7 ± 8,2

ЭКГ УЗО (табл. 2) приведены с указанием месяца проведения регистраций. ДРС пациентов ВОЖБ характеризуются сильным разбросом значений информационной энтропии $I^* = 1,2 \div 6,5$ бит. Это объясняется тем, что эту группу составляли больные и амбулаторного, и стационарного лечения разного возраста (от 30 до 80 лет) и с разной степенью тяжести заболевания.

Обсуждение результатов экспериментов

На диаграмме распределения расчетных значений I_Σ по ДРС осенней серии регистраций К. и Ш. (см. рис. 3, б) приведены данные ДРС, построенные по ЭКГ разной длины записи (от 5 мин до 2 ч). Распределение точечных значений I_Σ формирует линейную зависимость $I_\Sigma(n)$ вида $I_\Sigma = an - b$ с достоверностью аппроксимации не ниже 0,90. Трендовые линии на рис. 3, в для ДРС в режимах покоя и нагрузки для группы УЗО также определены линейными зависимостями $I_\Sigma(n)$. Достоверность аппроксимации к линейному закону тем выше, чем больше объем n выборки. Очевидно, что распределение расчетных значений I_Σ в зависимости от числа отсчетов n не зависит от пола обследуемого (см. рис. 3, а, б) и практически не зависит от режима короткой (до 3 мин) физической нагрузки для молодых здоровых людей. Исключение представляет минимальное значение $I^* = 5,7$ бит по ДРС 50-летнего человека при вторичной нагрузке (см. рис. 3, в, табл. 2). Поэтому при анализе общих диаграмм распределения значений I_Σ (см. рис. 3, а) различия по полу и положению тела при регистрации ЭКГ можно не учитывать.

Для ДРС здоровых молодых людей функция $I_\Sigma(n)$ достоверно описывается линейной зависимостью уже при $n > (120 - 150)$. Для ДРС больных людей скорость набора величины I_Σ падает (см. рис. 3, в). Замечено, что быстрое текущее падение величины $a = dI_\Sigma/dn$ сопровождается короткопериодическими флуктуациями. В этом случае для проведения линейной аппроксимации функции $I_\Sigma(n)$ рекомендуется использовать выборки большего объема ($n > 1000$). Функцию $I_\Sigma(n)$ можно представить линейной зависимостью: для объема выборки $n = 3600$ с погрешностью менее 0,5% или для объема $n = 1000$ с погрешностью до 10 %.

При фиксированном объеме n выборки и частоте считывания информации уменьшение величины I_Σ означает уменьшение количества информации, недостающее до полного описания ярусной ДРС, или упорядочивание структуры ритма; увеличение величины I_Σ означает усиление хаотической составляющей на диаграмме ритма.

Скорость аккумуляции количества информации ритмом $a = dI_\Sigma/dn$ является оценкой инфор-

мационной энтропии I^* . Максимальная скорость аккумуляции количества информации (I_{\max}^*) для молодых здоровых людей (20–23 года) равна 8,2 бит на единицу ритма. Соответствующая ей функция $I_{\Sigma, \max}(n)$ делит информационное пространство (I_Σ, n) на две части. Все отклонения от них происходят в одном направлении — в правую область значений $I_\Sigma(n)$, которую естественно рассматривать как «область функциональных состояний организма» по признаку неупорядоченности ритма сердца человека (см. рис. 3). В этом смысле ритм сердца априори имеет своеобразный «ресурс неупорядоченности», который при обратимых изменениях режима ритма возобновляется, а при необратимых — неуклонно вырабатывается. Предлагаемый термин «ресурс неупорядоченности ритма» по смыслу соотносится с известным понятием избытка локальной продукции энтропии [13, 14]. При уменьшении величин обоих названных параметров интенсивность хаотической составляющей ритма сердца должна падать, а роль процессов регуляции ритма сердца — возрастать. Совпадение линейных функций $I_\Sigma(n)$ в группе или в серии регистраций может означать подобие ДРС по признаку I^* . ДРС здоровых молодых людей подобны по признаку максимальной скорости аккумуляции количества информации.

Вне зависимости от того, падает ли величина I^* или начинает расти, приближаясь к своему максимальному значению, в пределах одной регистрации функция $I_\Sigma(n)$ является линейной. Поэтому величина информационной энтропии I^* может служить универсальным параметрическим показателем ФСО по признаку неупорядоченности ритма сердца всех групп людей, что позволяет проводить стратификацию здоровых и больных людей по «шкале уровней ФСО». Сопоставительный анализ всех расчетных данных и данных анамнеза больных и здоровых людей позволил составить такую «шкалу» по значениям I^* . Для двадцатиминутных летних записей ЭКГ физиологическая норма общего ФСО определена неравенством $6 \leq I^* < 8,2$ бит. При этом замечена тенденция зависимости качества режима ритма от сезона: максимальные значения I^* приходятся на весенние и летние регистрации, а минимальные — на зимние и осенние (см. табл. 2). Переходное донозологическое состояние оценивается интервалом значений $I^* = 5 \div 6$ бит. Границы на «шкале I^* » условны и могут слабо меняться при объединении естественных факторов влияния. Минимальное значение $I^* = 1,2$ бит было зафиксировано для ДРС больных, находящихся в длительном состоянии комы. Таким образом, текущее ФСО человека может быть оценено количественно по «шкале I^* ».

На основании выявленных математических закономерностей резонно предположить, что неупорядоченность ритма сердца определена системой «регуляция — сердце», включающей в себя механизмы адаптации, контроля, регуляции и управления со стороны центральной и вегетативной нервной систем. В рамках этого предположения интенсификация работы системы «регуляция — сердце» будет сопровождаться усилением детерминистской составляющей ритма сердца и фиксироваться снижением величины I^* .

Заключение

Количество информации I_Σ , аккумулируемое ритмом сердца, может быть оценено количественно для ДРС. При росте длины записи величина I_Σ линейно растет. Основным отличительным признаком скорости аккумуляции количества информации ритмом становится информационная энтропия I^* , характеризующая количественно степень неупорядоченности ярусной ДРС. Величина информационной энтропии всегда положительна и имеет ограничение (I_Γ^*) «сверху» для цифрового ряда, сгенерированного по нормальному закону при фиксированном значении стандартного отклонения. Обе величины I^* и I_Γ^* ограничены конечным объемом выборки и не превы-

шают значение математического ожидания энтропии $H(X)$ для бесконечного цифрового ряда, сгенерированного по нормальному закону. Поэтому всегда выполняется двойное неравенство: $I^* \leq \leq I_\Gamma^* < H(X)$.

Единичные экстрасистолы на ДРС и «сдвигки» всей ярусной структуры, наблюдаемые при коме, практически не влияют на величину I^* . Ее резкое изменение возможно лишь при организации качественно новых ярусных структур.

Интервал значений $\Delta I^* = 0 \div I_\Gamma^*$ представляет «шкалу I^* » степени неупорядоченности ярусной ДРС. В рамках этого интервала при уменьшении величины I^* и росте ее отклонения от соответствующей величины I_Γ^* ФСО человека ухудшается. Рост величины I^* и уменьшение ее отклонения от соответствующей величины I_Γ^* свидетельствуют об улучшении общего функционального состояния. При равенстве величин I^* и в приближении $(I_\Gamma^* - I^*) \rightarrow 0$ для ДРС разных людей их ФСО считается подобным.

Предлагаемый подход к оценке общего функционального состояния человека по признаку неупорядоченности ритма сердца на данный момент не позволяет классифицировать больных людей по типу заболевания, но дает возможность проводить оценочную стратификацию по уровню общего функционального состояния.

Литература

1. Парин В. В., Баевский Р. М. Кибернетика в медицине и физиологии. — М.: Медгиз, 1963. — 119 с.
2. Лемус В. Б. Центральная регуляция кровообращения при травмах и кровопотере. — Л.: Медицина, 1983. — 224 с.
3. Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use. Task Force of The European Society of Cardiology and The North American Society of Pacing and Electrophysiology // *European Heart J.* 1996. Vol. 17. P. 354–381.
4. Pool R. Is it healthy to be chaotic? // *Science.* 1989. Vol. 243. N 4891. P. 604–607.
5. Прилуцкий Д. А., Кузнецов А. А., Плеханов А. А. Накопитель ЭКГ «AnnAFlash2000» // Методы и средства измерений физических величин: Материалы XVI ВНТК / НГТУ. Н. Новгород, 2006. С. 31.
6. Кузнецов А. А. Методы анализа и обработки электрокардиографических сигналов: Новые подходы к выделению информации: монография / ВлГУ. — Владимир, 2008. — 140 с.
7. Блюменфельд Л. А. Информация, термодинамика и конструкция биологических систем // *СОЖ.* 1996. № 7. С. 88–92.
8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учебник для вузов. — М.: Высш. шк., 1999. — 576 с.
9. Мун Ф. Хаотические колебания. Вводный курс для научных сотрудников и инженеров. — М.: Мир, 1990. — 312 с.
10. Эйдукайтис А., Варонекас Г., Жемайтис Д. Применение теории хаоса для анализа сердечного ритма в различных стадиях сна у здоровых лиц // *Физиология человека.* 2004. Т. 30. № 5. С. 56–61.
11. Кузнецов А. А. Структурно-топологические особенности диаграмм ритма сердца // *Инфокоммуникационные технологии.* 2009. Т. 7. № 3. С. 80–85.
12. Кузнецов А. А. Характеристики виртуальной диаграммы ритма сердца // *Инфокоммуникационные технологии.* 2009. Т. 7. № 4. С. 91–96.
13. Пригожин И. От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках. — М.: Наука, 1985. — 327 с.
14. Шредингер Э. Что такое жизнь с точки зрения физика. — М.: Атомиздат, 1972. — С. 5–86.