

УДК 621.391.01

ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА РАЗРЕШЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

В. В. Акимцев,

канд. техн. наук, доцент

А. Н. Мещерин,

адъюнкт

Санкт-Петербургское высшее военное училище радиоэлектроники (военный институт)

Предложены показатели качества, учитывающие статистический характер задачи разрешения сигналов и позволяющие сравнивать различные алгоритмы разрешения между собой. Приводятся примеры их использования.

Ключевые слова — разрешение-обнаружение сигналов, полное разрешение сигналов, показатель качества.

Введение

При сравнении различных алгоритмов разрешения сигналов возникает необходимость в некоторых количественных показателях, позволяющих судить о качестве решения задачи алгоритмами разрешения и обоснованно заключать, какому из них следует отдать предпочтение в тех или иных условиях применения.

С позиций полного разрешения целей [1] информацию, в достаточной степени характеризующую групповую цель, составляют:

1) число N образующих ее объектов;

2) ее конфигурация (взаимное расположение N отдельных объектов, образующих групповую цель), которую можно охарактеризовать углами направления (азимут β_{0j} и углом места ε_{0j}) на все отдельные объекты и временными задержками δt_{0j} ($j = 1, \dots, N$) сигналов, отраженных от всех отдельных объектов, относительно некоторого начала отсчетов (при необходимости кроме указанных радиолокационных координат могут использоваться и их производные).

Указанная информация и должна лежать в основе показателей, характеризующих качество решения задачи алгоритмами разрешения.

Результатом применения какого-либо алгоритма разрешения целей могут быть лишь оценки N^* , β_{0j}^* , ε_{0j}^* и δt_{0j}^* ($j = 1, \dots, N^*$). Вследствие статистического характера процедур обнаружения и оценивания при определении указанных величин кроме правильных оценок: $N^* = N$, $\beta_{0j}^* = \beta_{0j}$, $\varepsilon_{0j}^* = \varepsilon_{0j}$, $\delta t_{0j}^* = \delta t_{0j}$, могут формироваться и оши-

бочные: $N^* \neq N$, $\beta_{0j}^* \neq \beta_{0j}$, $\varepsilon_{0j}^* \neq \varepsilon_{0j}$, $\delta t_{0j}^* \neq \delta t_{0j}$. Очевидно, качество разрешения будет тем лучше, чем меньше отличаются N^* от N , β_{0j}^* от β_{0j} , ε_{0j}^* от ε_{0j} и δt_{0j}^* от δt_{0j} .

Отметим, что любой показатель качества будет в какой-то степени субъективен. По этой причине можно ввести несколько показателей, в разной степени характеризующих качество решения задачи разрешения. Общее требование, которому должен отвечать любой из таких показателей, — учет статистического характера задачи разрешения сигналов, так как в основе понятия разрешение сигналов лежат статистические понятия обнаружение сигналов и оценивание их параметров [2].

Показателю качества разрешения целей Q , как это принято при решении статистических задач [3, 4], целесообразно придать смысл потерь (ущерба), возникающих при формировании ошибочных оценок N^* , β_{0j}^* , ε_{0j}^* , δt_{0j}^* . Тогда значение $Q = 0$ указывает на безошибочное решение задачи разрешения (потери из-за ошибочных оценок N^* , β_{0j}^* , ε_{0j}^* , δt_{0j}^* отсутствуют), а из нескольких сравниваемых алгоритмов разрешения лучшим следует признавать тот, для которого значение Q при прочих равных условиях имеет наименьшую величину. В качестве дополнительного можно ввести требование, заключающееся в том, чтобы структура показателя Q учитывала величину различия между N^* и N , β_{0j}^* и β_{0j} , ε_{0j}^* и ε_{0j} , δt_{0j}^* и δt_{0j} таким образом, что большим различиям соответствовало бы и большее значение Q (большие потери).

Простейшей из процедур разрешения является разрешение-обнаружение сигналов, заключающе-

еся в определении числа объектов, образующих групповую цель [1]. Такие процедуры не предполагают оценку величин β_{0j} , ε_{0j} и δt_{0j} . По этой причине и показатель качества разрешения-обнаружения должен определяться только различиями в статистическом смысле между величинами N и N^* . В общем случае при полном разрешении сигналов [1], предполагающем обнаружение, оценку числа и измерение координат и параметров движения каждого из объектов, образующих групповую цель, показатель качества разрешения должен определяться статистическими различиями между всеми величинами, подлежащими оценке (между N^* и N , β_{0j}^* и β_{0j} , ε_{0j}^* и ε_{0j} , δt_{0j}^* и δt_{0j}).

Показатели качества разрешения-обнаружения

Потери, связанные с ошибками при определении числа N объектов в составе групповой цели, можно определить как расстояние $d(N, N^*)$ между точками N и N^* в одномерном метрическом пространстве \mathbf{R}^1 [5]. Вследствие статистического характера задачи оценивания параметров расстояние $d(N, N^*)$ будет случайным образом изменяться при каждом применении алгоритмов разрешения-обнаружения в одних и тех же условиях. По этой причине имеет смысл рассматривать лишь средние потери (среднее расстояние между точками N и N^* пространства \mathbf{R}^1), возникающие при многократном применении алгоритмов разрешения-обнаружения:

$$M[d(N, N^*)] = m_d = |M(N^* - N)| = |m_N^* - N|,$$

где $m_N^* = M(N^*)$ — среднее значение оценки N^* . Величина m_d обладает всеми свойствами функции потерь [6]: $m_d = 0$ только при $m_N^* = N$ и возрастает при увеличении различия между N и m_N^* .

За показатель качества разрешения-обнаружения можно принять безразмерную величину [7]

$$Q_N = \frac{m_d}{N} = \left| \frac{m_N^*}{N} - 1 \right|, \quad (1)$$

представляющую собой относительную ошибку при оценивании значения N .

В определении (1) неизвестной величиной является среднее значение m_N^* оценки числа объектов N , образующих групповую цель. Найти m_N^* можно из следующих соображений.

При многократном применении в одних и тех же условиях какого-либо из алгоритмов разрешения-обнаружения групповой цели, состоящей из N объектов, возможно получение различных результатов: $N_1^* = 1, N_2^* = 2, \dots, N_N^* = N, \dots, N_n^* = n$ (n может быть как больше, так и меньше N), образующих полную группу событий. Пусть извест-

ны вероятности этих исходов $p_1, p_2, \dots, p_N, \dots, p_n$ ($\sum p_i = 1$). Тогда распределение дискретной случайной величины N^* характеризуется рядом распределения $\{i, p_i\}$: $(1, p_1), (2, p_2), \dots, (N, p_N), \dots, (n, p_n)$. Ее среднее значение [8]

$$m_N^* = \sum_{i=1}^n p_i N_i^* = \sum_{i=1}^n i p_i.$$

Подстановка выражения для m_N^* в (1) дает

$$Q_N = \left| \frac{m_N^*}{N} - 1 \right| = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n i p_i - 1 \right|. \quad (2)$$

Один из результатов ($N^* = N$) является правильным. Выделив соответствующую ему составляющую в правой части (2), получим

$$Q_N = \left| \frac{1}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq N}}^n i p_i + p_N - 1 \right|. \quad (3)$$

Определить значения вероятностей p_i , входящих в выражение (3), в общем случае не представляется возможным. По этой причине величины p_i в (3) следует заменить их оценками p_i^* , найденными по результатам экспериментов или статистического моделирования. Таким образом, окончательное выражение для показателя качества разрешения-обнаружения примет вид

$$Q_N = \left| \frac{1}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq N}}^n i p_i^* + p_N^* - 1 \right|. \quad (4)$$

Как видно из (4), величина Q_N зависит от значения вероятности p_N^* правильного определения числа объектов, образующих групповую цель, и тем меньше, чем ближе к единице вероятность p_N^* . При $p_N^* = 1$, когда задача определения числа объектов, образующих групповую цель, решается безошибочно, все $p_i^* = 0$ ($i = 1, \dots, n; i \neq N$). В этом случае (4) дает $Q_N = 0$ (потери при разрешении-обнаружении сигналов отсутствуют).

Можно придать показателю качества разрешения-обнаружения сигналов несколько другой статистический смысл, представив истинный количественный состав групповой цели и результат его оценки некоторыми векторами в многомерном евклидовом пространстве.

Пусть при многократном применении в одних и тех же условиях алгоритма разрешения-обнаружения групповой цели, состоящей из N объектов, полученные результаты образуют полную группу событий и представляют собой случайную величину N^* , распределение которой характеризуется рядом распределения $\{i, p_i^*\}$, $i = 1, \dots, n$.

Рассмотрим евклидово пространство $\mathbf{R}^{\max(N, n)}$ с ортогональным нормированным базисом [5]:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (1, 0, 0, \dots, 0), \\ \mathbf{e}_2 &= (0, 1, 0, \dots, 0), \\ \mathbf{e}_3 &= (0, 0, 1, \dots, 0), \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{e}_{\max(N, n)} &= (0, 0, 0, \dots, 1). \end{aligned} \quad (5)$$

Свяжем с величиной m_N^* вектор $\mathbf{m}_f(p_1^*, 2p_2^*, \dots, np_n^*)$. В базисе (5) вектор \mathbf{m}_f запишется в виде

$$\mathbf{m}_f = \sum_{i=1}^{\max(N, n)} ip_i^* \mathbf{e}_i.$$

Истинный количественный состав групповой цели — величина детерминированная и в каждом эксперименте имеет одно и то же значение N с вероятностью $p_N^* = 1$. Свяжем с величиной N вектор $\mathbf{f}(0, 0, \dots, N, \dots, 0)$, все составляющие которого, кроме N -й, равны нулю. В базисе (5)

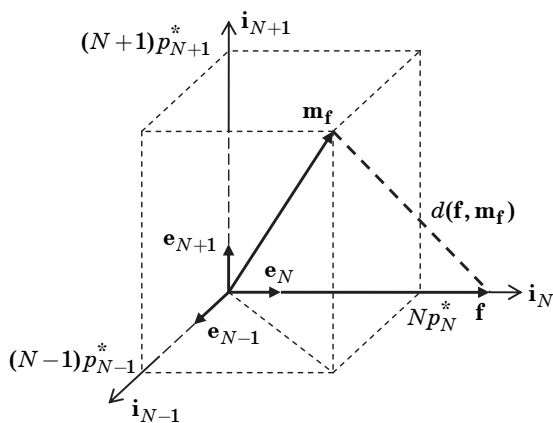
$$\mathbf{f} = N\mathbf{e}_N.$$

Нормы векторов \mathbf{f} и \mathbf{m}_f соответственно равны [5]

$$\begin{aligned} \|\mathbf{f}\| &= N; \\ \|\mathbf{m}_f\| &= \sqrt{\sum_{i=1}^{\max(N, n)} (ip_i^*)^2}. \end{aligned}$$

Иллюстрация представления векторов \mathbf{f} и \mathbf{m}_f для трех осей пространства $\mathbf{R}^{\max(N, n)}$ ($n > N$), образованных базисными векторами \mathbf{e}_{N-1} , \mathbf{e}_N и \mathbf{e}_{N+1} , приведена на рис. 1.

Потери из-за ошибок при определении числа N объектов в составе групповой цели отсутствуют, когда при каждом применении алгоритма разрешения-обнаружения величина N^* принимает единственное значение $N^* = N$. В этом случае $p_N^* = 1$, все $p_i^* = 0$ ($i \neq N$) и $\mathbf{m}_f = \mathbf{f} = N\mathbf{e}_N$. В противном случае алгоритм наряду с правильным решением $N^* = N$ формирует и ошибочные $N^* \neq N$. Возника-



■ Рис. 1. Представление векторов \mathbf{f} и \mathbf{m}_f в трехмерном базисе

ющие из-за неправильной оценки числа объектов групповой цели потери можно связать с расстоянием $d(\mathbf{f}, \mathbf{m}_f)$ между векторами \mathbf{f} и \mathbf{m}_f , определяемым нормой вектора $\mathbf{m}_f - \mathbf{f}$ как [5]

$$d(\mathbf{f}, \mathbf{m}_f) = \|\mathbf{m}_f - \mathbf{f}\| = \sqrt{(\mathbf{m}_f - \mathbf{f})(\mathbf{m}_f - \mathbf{f})}. \quad (6)$$

Раскрывая в (6) скалярное произведение $(\mathbf{m}_f - \mathbf{f})(\mathbf{m}_f - \mathbf{f})$, получим

$$d(\mathbf{f}, \mathbf{m}_f) = \sqrt{\|\mathbf{m}_f\|^2 + \|\mathbf{f}\|^2 - 2\mathbf{m}_f\mathbf{f}}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{m}_f\mathbf{f} = \left(\sum_{i=1}^{\max(N, n)} ip_i^* \mathbf{e}_i \right) (N\mathbf{e}_N) = N^2 p_N^*.$$

За показатель качества разрешения-обнаружения можно принять безразмерную величину $Q_{pN} = d(\mathbf{f}, \mathbf{m}_f)/\|\mathbf{f}\|$. Тогда из (7) следует, что

$$\begin{aligned} Q_{pN} &= \frac{1}{\|\mathbf{f}\|} \sqrt{\|\mathbf{f}\|^2 + \|\mathbf{m}_f\|^2 - 2\mathbf{m}_f\mathbf{f}} = \sqrt{1 + \frac{\|\mathbf{m}_f\|^2}{\|\mathbf{f}\|^2} - 2 \frac{\mathbf{m}_f\mathbf{f}}{\|\mathbf{f}\|^2}} = \\ &= \sqrt{1 + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{\max(N, n)} (ip_i^*)^2 - 2p_N^*}. \end{aligned} \quad (8)$$

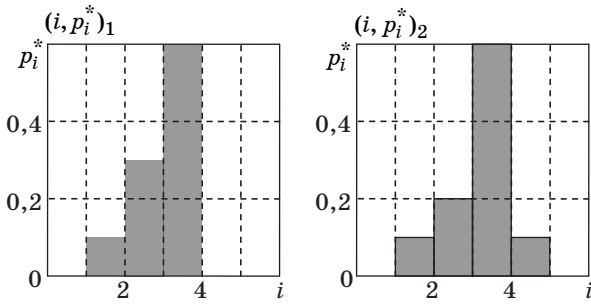
Как видно из (8), величина Q_{pN} зависит от значения вероятности p_N^* правильного определения числа объектов, образующих групповую цель, и тем меньше, чем ближе к единице вероятность p_N^* . При $p_N^* = 1$, когда задача определения числа объектов, образующих групповую цель, решается безошибочно, все $p_i^* = 0$ ($i = 1, \dots, n; i \neq N$). В этом случае (8) дает $Q_{pN} = 0$ (потери при разрешении-обнаружении сигналов отсутствуют).

Каждый из показателей (4) и (8) может характеризовать качество алгоритмов разрешения-обнаружения. Однако в общем случае показатели Q_N и Q_{pN} в различной степени зависят от свойств оценки N^* (ее возможных значений N_i^* и их вероятностей p_i^*), формируемой тем или иным алгоритмом разрешения-обнаружения.

Пример 1. Для сравнения возможностей двух алгоритмов разрешения-обнаружения для некоторых условий применения (количество N объектов групповой цели, отношение сигнал/шум по каждому из ее объектов, особенности ее конфигурации и т. д.) проведена серия экспериментов (моделирование). Число объектов, образующих групповую цель, $N = 3$. Полученные ряды распределений случайной величины N^* для каждого из сравниваемых алгоритмов имеют вид:

- 1) $\{i, p_{ij}^*\}$: (1; 0,1), (2; 0,3), (3; 0,6);
- 2) $\{i, p_{ij}^*\}$: (1; 0,1), (2; 0,2), (3; 0,6), (4; 0,1).

Гистограммы рядов распределений $\{i, p_{ij}^*\}_1$ и $\{i, p_{ij}^*\}_2$ показаны на рис. 2. Отметим, что различие



■ Рис. 2. Гистограммы распределений примера 1

распределений случайной величины N^* для каждого из сравниваемых алгоритмов не является сколько-нибудь существенным.

Вычисления по формулам (4) и (8) дают

$$Q_3(1) = 0,167, Q_3(2) = 0,1;$$

$$Q_{p3}(1) = 0,448, Q_{p3}(2) = 0,443.$$

При использовании показателя Q_N предпочтнее следует отдать второму алгоритму, так как $Q_3(2) < Q_3(1)$. С другой стороны, и $Q_{p3}(2) < Q_{p3}(1)$, но различие между величинами $Q_{p3}(1)$ и $Q_{p3}(2)$ незначительно. Поэтому, хотя формально предпочтение следует отдать второму алгоритму, но относительно показателя Q_{pN} возможности сравниваемых алгоритмов в рассматриваемых условиях применения можно считать приблизительно одинаковыми.

Показатели качества полного разрешения сигналов

Показатели качества Q_N (4) и Q_{pN} (8) учитывают только потери, связанные с ошибкой определения числа N объектов, образующих групповую цель. В общем случае при разрешении целей необходимо учитывать и потери, связанные с ошибками оценки конфигурации групповой цели.

Истинную конфигурацию групповой цели, состоящей из N отдельных объектов, можно задать системой трех векторов: $t_R(\delta t_{01}, \delta t_{02}, \dots, \delta t_{0N})$, составляющими δt_{0j} которого являются временные задержки сигналов, отраженных от N объектов групповой цели, относительно некоторого начала отсчетов; $t_\beta(\beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0N})$, составляющими β_{0j} которого являются азимуты N объектов групповой цели; $t_\epsilon(\epsilon_{01}, \epsilon_{02}, \dots, \epsilon_{0N})$, составляющими ϵ_{0j} которого являются углы места N объектов групповой цели. При каждом применении в одних и тех же условиях алгоритма разрешения результаты оценки конфигурации групповой цели представляются векторами $t_{Ri}^*(\delta t_{01}^*, \delta t_{02}^*, \dots, \delta t_{0k}^*)$, $t_{\beta i}^*(\beta_{01}^*, \beta_{02}^*, \dots, \beta_{0l}^*)$ и $t_{\epsilon i}^*(\epsilon_{01}^*, \epsilon_{02}^*, \dots, \epsilon_{0n}^*)$, где в общем случае индексы k, l и n могут различаться по величине и в разных экспериментах принимать

различные значения. Ошибки оценки конфигурации групповой цели, очевидно, связаны с несовпадением размерности векторов t_R и t_{Ri}^* , t_β и $t_{\beta i}^*$, t_ϵ и $t_{\epsilon i}^*$, а также с различием их составляющих δt_{0j} и δt_{0j}^* , β_{0j} и β_{0j}^* , ϵ_{0j} и ϵ_{0j}^* . По этой причине потери из-за ошибок оценки конфигурации групповой цели имеет смысл связать с некоторыми усредненными величинами, являющимися функциями как случайной размерности, так и случайных составляющих векторов t_{Ri}^* , $t_{\beta i}^*$ и $t_{\epsilon i}^*$.

Составляющие векторов t_R , t_β и t_ϵ в каждом эксперименте, проводимом при одних и тех же условиях, имеют одно и то же значение. Поэтому истинную конфигурацию групповой цели, состоящей из N отдельных объектов, можно охарактеризовать тройкой чисел, каждое из которых равно какой-либо комбинации значений составляющих векторов t_R , t_β и t_ϵ . Истинную конфигурацию однозначно характеризуют, например, линейные комбинации (суммы)

$$S_R = \sum_{j=1}^N \delta t_{0j}, S_\beta = \sum_{j=1}^N \beta_{0j}, S_\epsilon = \sum_{j=1}^N \epsilon_{0j}.$$

Аналогичные суммы составляющих векторов t_{Ri}^* , $t_{\beta i}^*$ и $t_{\epsilon i}^*$

$$S_{Ri}^* = \sum_{j=1}^k \delta t_{0j}^*, S_{\beta i}^* = \sum_{j=1}^l \beta_{0j}^*, S_{\epsilon i}^* = \sum_{j=1}^n \epsilon_{0j}^*$$

в каждом из экспериментов по указанным выше причинам дают возможные значения случайных величин S_R^* , S_β^* и S_ϵ^* . Следовательно, как и в задаче разрешения-обнаружения, показателями качества полного разрешения сигналов по каждой из координат могут быть безразмерные величины

$$Q_R = \frac{M[d(S_R, S_R^*)]}{S_R} = \left| \frac{M(S_R^*)}{S_R} - 1 \right| = \left| \frac{m_{SR}^*}{S_R} - 1 \right|;$$

$$Q_\beta = \frac{M[d(S_\beta, S_\beta^*)]}{S_\beta} = \left| \frac{M(S_\beta^*)}{S_\beta} - 1 \right| = \left| \frac{m_{S\beta}^*}{S_\beta} - 1 \right|;$$

$$Q_\epsilon = \frac{M[d(S_\epsilon, S_\epsilon^*)]}{S_\epsilon} = \left| \frac{M(S_\epsilon^*)}{S_\epsilon} - 1 \right| = \left| \frac{m_{S\epsilon}^*}{S_\epsilon} - 1 \right|, \quad (9)$$

представляющие собой средние нормированные расстояния между точками S_R и S_R^* , S_β и S_β^* , S_ϵ и S_ϵ^* пространства R^1 .

Средние значения m_{SR}^* , $m_{S\beta}^*$ и $m_{S\epsilon}^*$, входящие в определения (9), находятся известными методами [8]. Например, для нахождения m_{SR}^* необходимо по полученным в проведенных экспериментах значениям случайной величины S_R^* построить статистическое распределение (статистический ряд), т. е. разбить весь диапазон изменения случайной величины S_R^* на некоторое число r интервалов и найти вероятности p_i^* попадания S_R^* в i -й интервал. Используя статистическое распределе-

ние, легко вычислить его среднее значение m_{SR}^* , определяемое как [8]

$$m_{SR}^* = \sum_{i=1}^r p_i^* S_{Ri}^*(i),$$

где $S_{Ri}^*(i)$ — «представитель» i -го интервала (его среднее значение). Тогда

$$Q_R = \left| \frac{m_{SR}^*}{S_R} - 1 \right| = \left| \frac{1}{S_R} \sum_{i=1}^r p_i^* S_{Ri}^*(i) - 1 \right|. \quad (10)$$

Аналогичным образом получают показатели качества

$$Q_\beta = \left| \frac{m_{S\beta}^*}{S_\beta} - 1 \right| = \left| \frac{1}{S_\beta} \sum_{i=1}^r p_i^* S_{\beta i}^*(i) - 1 \right|;$$

$$Q_\epsilon = \left| \frac{m_{S\epsilon}^*}{S_\epsilon} - 1 \right| = \left| \frac{1}{S_\epsilon} \sum_{i=1}^r p_i^* S_{\epsilon i}^*(i) - 1 \right|. \quad (11)$$

Показатели качества (10), (11) полного разрешения сигналов по соответствующим координатам по внешнему виду и в идейном смысле близки показателю качества разрешения-обнаружения Q_N (4).

Объединение показателей (10), (11) в какие-либо комбинации дает показатели качества полного разрешения сигналов по нескольким координатам. Используя, например, простейшее из объединений — линейную комбинацию, можно ввести показатели качества полного разрешения сигналов по направлению (по азимуту и углу места) $Q_{\beta\epsilon} = Q_\beta + Q_\epsilon$. Показатель качества полного разрешения по времени запаздывания и азимуту, очевидно, запишется как $Q_{R\beta} = Q_R + Q_\beta$, а показатель полного разрешения по трем координатам — как $Q_{R\beta\epsilon} = Q_R + Q_\beta + Q_\epsilon$.

Построив статистические ряды для случайных величин S_R^* , S_β^* и S_ϵ^* , можно отобразить ошибки оценки конфигурации групповой цели в евклидовом пространстве \mathbf{R}^r с ортогональным нормированным базисом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (1, 0, 0, \dots, 0), \\ \mathbf{e}_2 &= (0, 1, 0, \dots, 0), \\ \mathbf{e}_3 &= (0, 0, 1, \dots, 0), \\ &\dots \\ \mathbf{e}_r &= (0, 0, 0, \dots, 1). \end{aligned} \quad (12)$$

Свяжем с величиной m_{SR}^* вектор $\mathbf{m}_f [p_1^* S_{R1}^*(1), p_2^* S_{R2}^*(2), \dots, p_r^* S_{Rr}^*(r)]$. В базисе (12) вектор \mathbf{m}_f запишется в виде

$$\mathbf{m}_f = \sum_{i=1}^r p_i^* S_{Ri}^*(i) \mathbf{e}_i.$$

Сумма S_R , характеризующая истинную конфигурацию групповой цели, — величина детерминированная, имеющая в каждом эксперименте одно и то же значение с вероятностью $p_j^* = 1$, где

j — номер интервала статистического ряда, в который попадает величина S_R . Свяжем с величиной S_R вектор $\mathbf{f}(0, 0, \dots, S_R, \dots, 0)$, все составляющие которого, кроме j -й, равны нулю. В базисе (12)

$$\mathbf{f} = S_R \mathbf{e}_j.$$

Нормы векторов \mathbf{f} и \mathbf{m}_f соответственно равны [5]

$$\|\mathbf{f}\| = S_R; \quad \|\mathbf{m}_f\| = \sqrt{\sum_{i=1}^r [S_{Ri}^*(i) p_i^*]^2}.$$

Потери, возникающие из-за неправильной оценки конфигурации групповой цели по времени запаздывания, как и ранее, можно связать с расстоянием между векторами \mathbf{f} и \mathbf{m}_f

$$\begin{aligned} d(\mathbf{f}, \mathbf{m}_f) &= \|\mathbf{m}_f - \mathbf{f}\| = \sqrt{(\mathbf{m}_f - \mathbf{f})(\mathbf{m}_f - \mathbf{f})} = \\ &= \sqrt{\|\mathbf{m}_f\|^2 + \|\mathbf{f}\|^2 - 2\mathbf{m}_f \mathbf{f}}, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{m}_f \mathbf{f} = \left(\sum_{i=1}^r p_i^* S_{Ri}^*(i) \mathbf{e}_i \right) (S_R \mathbf{e}_j) = S_{Rj}^*(j) S_R p_j^*.$$

Поскольку S_R и $S_{Rj}^*(j)$ принадлежат j -му интервалу статистического ряда, то

$$S_{Rj}^*(j) \approx S_R \text{ и } \mathbf{m}_f \mathbf{f} \approx S_{Rj}^2 p_j^*.$$

Принимая, как и в задаче разрешения-обнаружения, за показатель качества полного разрешения сигналов по времени запаздывания безразмерную величину $Q_{pR} = d(\mathbf{f}, \mathbf{m}_f) / \|\mathbf{f}\|$, получим

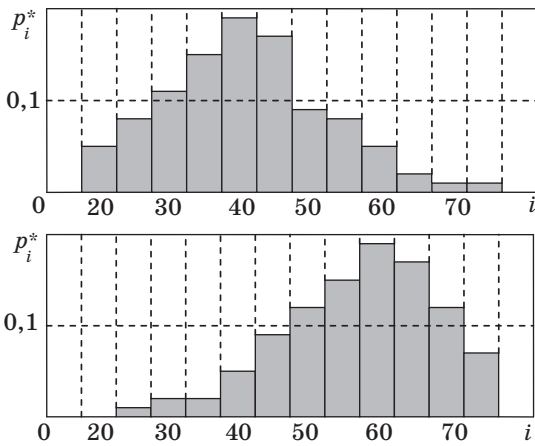
$$\begin{aligned} Q_{pR} &= \frac{1}{\|\mathbf{f}\|} \sqrt{\|\mathbf{f}\|^2 + \|\mathbf{m}_f\|^2 - 2\mathbf{m}_f \mathbf{f}} = \sqrt{1 + \frac{\|\mathbf{m}_f\|^2}{\|\mathbf{f}\|^2} - 2 \frac{\mathbf{m}_f \mathbf{f}}{\|\mathbf{f}\|^2}} = \\ &= \sqrt{1 + \frac{1}{S_R^2} \sum_{i=1}^r [S_{Ri}^*(i) p_i^*]^2 - 2p_j^*}. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогичным образом получают показатели качества

$$\begin{aligned} Q_{p\beta} &= \sqrt{1 + \frac{1}{S_\beta^2} \sum_{i=1}^r [S_{\beta i}^*(i) p_i^*]^2 - 2p_j^*}; \\ Q_{p\epsilon} &= \sqrt{1 + \frac{1}{S_\epsilon^2} \sum_{i=1}^r [S_{\epsilon i}^*(i) p_i^*]^2 - 2p_j^*}. \end{aligned} \quad (14)$$

Показатели качества (13), (14) полного разрешения сигналов по соответствующим координатам по внешнему виду и в идейном смысле близки показателю качества разрешения-обнаружения Q_{pN} (8).

Показатели (13), (14) также можно объединять в какие-либо комбинации, получая показатели качества полного разрешения сигналов по нескольким координатам. Используя, например, простейшее из объединений — линейную комбинацию (суммирование), можно, как и ранее, ввести показатели качества полного разрешения сиг-



■ Рис. 3. Гистограммы распределений примера 2

налов по направлению (по азимуту и углу места) $Q_{p\beta\epsilon} = Q_{p\beta} + Q_{p\epsilon}$, по времени запаздывания и азимуту $Q_{pR\beta} = Q_{pR} + Q_{p\beta}$ и по трем координатам $Q_{pR\beta\epsilon} = Q_{pR} + Q_{p\beta} + Q_{p\epsilon}$.

Пример 2. Для сравнения возможностей двух алгоритмов разрешения целей по дальности для некоторых условий применения проведена серия экспериментов (моделирование). Истинная конфигурация групповой цели характеризуется параметрами: $N = 3$, $\delta R_{01} = 19$ км, $\delta R_{02} = 19,3$ км, $\delta R_{03} = 19,7$ км, так что $S_R = 58$ км (время запаздывания сигналов известным способом пересчитано в дальности до отдельных объектов групповой цели). Данные экспериментов, относящиеся к каждому из алгоритмов разрешения, отображены гистограммами (рис. 3).

Интуитивно ясно, что предпочтение следует отдать второму алгоритму разрешения, так как мода приведенного на рис. 3, внизу распределения случайной величины S_R^* меньше отличается от параметра истинной конфигурации $S_R = 58$ км, чем у распределения, показанного на рис. 3, внизу.

Вычисления по формулам (10) и (13) дают

$$Q_R(1) = 0,292, Q_R(2) = 0,013;$$

$$Q_{pR}(1) = 0,901, Q_{pR}(2) = 0,838.$$

Таким образом, при использовании показателей качества полного разрешения целей по дальности также рекомендует отдать предпочтение второму алгоритму, так как $Q_R(2) < Q_R(1)$ и $Q_{pR}(2) < Q_{pR}(1)$.

Заключение

Предложенные показатели качества разрешения-обнаружения сигналов (4), (8) и полного разрешения сигналов по радиолокационным координатам (10), (11) и (13), (14) позволяют сравнивать алгоритмы разрешения между собой, анализировать

их возможности по оценке количественного состава и конфигурации групповой цели и обоснованно заключать, какому из них следует отдать предпочтение в тех или иных условиях применения.

Кроме того, использование указанных показателей качества дает возможность исследовать реакцию алгоритмов разрешения на воздействие различных факторов: внутреннего шума приемника, помех различного вида, конфигурации разрешаемой групповой цели и т. д. В частности, для любой представляющей практический интерес ситуации экспериментально (моделированием) или теоретически можно найти условия, при которых $Q_N \rightarrow 0$ или $Q_{pN} \rightarrow 0$ (правильное определение количественного состава групповой цели является практически достоверным событием или разрешение-обнаружение без потерь), и выяснить при каких обстоятельствах (параметры шума и помех, конфигурация групповой цели и др.) указанные условия обеспечиваются.

Аналогичным образом можно найти условия, при которых $Q_R \rightarrow 0$ или $Q_{pR} \rightarrow 0$ (полное разрешение по времени запаздывания без потерь), $Q_\beta \rightarrow 0$, $Q_\epsilon \rightarrow 0$ или $Q_{p\beta} \rightarrow 0$, $Q_{p\epsilon} \rightarrow 0$ (полное разрешение без потерь сигналов по угловым направлениям), и выяснить ситуации, в которых указанные условия обеспечиваются.

Отметим, что введение показателей качества (10), (11), (13), (14) позволяет придать статистической задаче разрешения сигналов статистическое же описание.

Литература

1. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов. — М.: Сов. радио, 1974. — 360 с.
2. Акимцев В. В. Разрешающая способность по дальности при цифровой обработке сигналов // Радиотехника. 2004. № 1. С. 3–11.
3. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения: Пер. с англ. — М.: Мир, 1974. — 492 с.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 2. — М.: Сов. радио, 1968. — 504 с.
5. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1976. — 542 с.
6. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. — М.: Радиотехника, 2003. — 400 с.
7. Акимцев В. В., Мещерин А. Н. Показатель качества разрешения-обнаружения целей // Вопросы радиотехники. Сер. РЛТ. 2008. Вып. 3. С. 115–122.
8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1964. — 576 с.