

# Использование метода Монте-Карло в имитационном моделировании экономических систем

д.э.н. Л. М. Божко

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I  
Санкт-Петербург, Россия  
lemib@rambler.ru

**Аннотация.** Изложена процедура проведения имитационного моделирования с помощью метода Монте-Карло. Рассмотрена история, суть метода, выделены его преимущества и недостатки. Представлены способы нивелирования недостатков метода Монте-Карло для получения достоверных результатов при моделировании. Проведен обзор применения метода для моделирования экономических систем. В качестве примера использования имитационного моделирования представлен расчет показателя эффективности инвестиционного проекта.

**Ключевые слова:** метод Монте-Карло, метод статистических испытаний, имитационное моделирование, имитационный метод, модель экономической системы, чистый дисконтированный доход, оценка инвестиционного проекта.

## ВВЕДЕНИЕ

В исследовании экономических систем эксперимент может проводиться как с реальной системой, так и с моделью этой системы. Во многих случаях проводить эксперимент на реальной системе (с реальным объектом управления) весьма сложно из-за дороговизны, экономического урона вследствие эксперимента, пространственных и временных ограничений. В таких случаях может использоваться модель системы, отражающая все важные ее элементы. Применение модели в эксперименте позволяет тестировать управленческие решения без риска причинения ущерба экономической системе. Использование имитационного моделирования в исследовании экономических систем не только оправдано отсутствием риска отрицательных последствий, но и необходимо для предупреждения таких последствий, оценки альтернативных вариантов управленческих решений и траекторий развития экономических систем. Путем имитации возможно предугадать параметры системы, формируемые под действием определяющих факторов, и заранее предпринять подготовительные меры.

С учетом изложенной значимости имитационного моделирования возникает необходимость обращаться к его методам. Целью исследования является изложение содержания одного из методов имитационного моделирования — метода Монте-Карло и рассмотрение возможностей его применения для экономических систем. Актуальность темы статьи обусловлена также высокой долей управленческих решений, принимаемых интуитивно (примерно 60 %), причем чем выше уровень решений (от оперативных к стратегическим), тем выше доля таких решений. Не снижая роли интуиции, точность которой оттачивается опытом, мастерством и талантом управленца, подчеркнем, что исследование финансово-экономических показателей,

основанное на реальных данных и результатах статистического моделирования, обеспечивает высокий уровень достоверности и сокращает затраты на получение реальных данных.

Опишем процедуру применения метода Монте-Карло, выделим преимущества его использования для исследования экономических систем, определим способы устранения недостатков метода для повышения качества его применения.

## ИСТОРИЯ И СУТЬ МЕТОДА

В методе Монте-Карло сложные вычисления заменены воздействием на изучаемый объект последовательности случайных событий. Название методу дано в честь одной из территорий Монако, которая прославилась игорными домами; рулетка в казино выступает генератором случайных чисел. Годом появления метода считается 1949-й, когда была опубликована статья Н. Метрополиса и С. Улама «Метод Монте-Карло» [1].

Поначалу метод Монте-Карло применялся для нахождения решений уравнения диффузии, которые использовались при разработке технологии обогащения урана. Метод получил широкое распространение с появлением быстродействующих вычислительных машин, ведь он построен на серии вычислений с использованием случайных чисел в модели для получения результата. В 70-х годах XX века метод применялся в нейтронной физике, а затем распространился на другие ее области, где задачи не могли быть решены с помощью традиционных математических методов.

Метод Монте-Карло — это численный метод, который основан на воспроизведении большого числа выполнения случайного процесса, специально созданного для условий решаемой задачи. Случайный процесс формируют так, чтобы его вероятностные характеристики (например, вероятность события, математическое ожидание) были равны наблюдаемым или же через них стало бы возможным вычислить искомые величины рассматриваемой задачи [2].

Метод статистических испытаний в общем случае включает [3]:

- моделирование случайных величин с заданным законом распределения;
- построение вероятностных моделей реальных систем;
- задачи статистической теории оценивания.

В процессе статистического моделирования производится серия частных значений искомых величин или функций, затем осуществляется их статистическая обработка, на основе которой получают сведения о реальных значениях. С увеличением количества испытаний полученные

результаты моделирования становятся статистически устойчивыми и могут приниматься в качестве оценок искомым показателем.

Область применения метода Монте-Карло — это задачи, в которых допускается теоретико-вероятностное описание.

#### ПРОЦЕДУРА, ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ МЕТОДА

Преимуществом у метода статистических испытаний довольно много, что позволяет использовать его для широкого круга задач исследования экономических систем. Вот некоторые из достоинств метода:

1. Адаптивность. Он может быть использован с любым распределением входных данных, в том числе с эмпирическим распределением, построенным путем наблюдения за экономической системой.

2. Простота и наглядность моделей. Модели учитывают только важные компоненты, состав которых может быть дополнен.

3. Возможность применения моделей исследования многокомпонентных систем. Например, сети Петри — удобный аппарат моделирования параллельных процессов, то есть процессов, протекающих независимо один от другого [4].

4. Учет различных воздействий. Экономическая система находится под влиянием окружения, многие ее внутренние и внешние факторы взаимосвязаны. Метод позволяет учитывать различные взаимосвязи, в том числе условные зависимости. Определить степень влияния фактора возможно путем анализа чувствительности.

5. Необходимая точность результатов. В силу влияния многих факторов, изначально не заложенных в модели, нельзя ожидать полного совпадения выходных данных модели и результатов функционирования реальной экономической системы. Однако можно добиться высокой точности результатов для оценивания функционирования системы и прогнозирования финансово-экономических показателей.

6. Доступность программного обеспечения метода. Использовать метод на практике можно с помощью относительно недорогих программных продуктов. Широкий круг задач для имитационного моделирования может быть решен в средах MS Excel, GPSS World.

При всех достоинствах метод не лишен недостатков. Перечислим основные из них и найдем способы устранения.

Во-первых, точность результатов зависит от количества выполняемых итераций (повторных действий по обработке данных без приведения к вызову самих себя). Недостаток устраняется за счет использования быстрого действия компьютера.

Во-вторых, неопределенность данных не всегда снимается введением выбранных распределений. Можно отбирать другие, более уместные для данных условий распределения, или же путем аналогии использовать данные, собранные по другой экономической системе.

В-третьих, для повышения достоверности результата могут быть использованы усложненные модели, что, в свою очередь, затрудняет их коррекцию и использование. Следует принимать в расчет влияние значимых факторов и не перегружать модель, для работы со сложными моделями привлекать специалистов по моделированию.

В-четвертых, сложность и подвижность внешней среды функционирования экономической системы не позволяет учесть все многообразие влияющих факторов. Недооценка какого-либо, на взгляд исследователя, малозначимого фактора повлечет его игнорирование в модели, а впоследствии приведет к неверным результатам. Недостаток можно устранить привлечением экспертов к отбору значимых факторов, что также разделит ответственность за достоверность результата.

В-пятых, усложненная модель с большим количеством внутренних связей, что часто характерно для экономических систем, может приводить к неустойчивому решению в виде выходного показателя. Потребуется накопление больших массивов выходных данных. Можно облегчить модель за счет устранения малозначимых связей или установить их приоритет.

#### ПРАКТИКА ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА В ЭКОНОМИКЕ И МЕНЕДЖМЕНТЕ

Как видим, метод Монте-Карло применим в решении задач, в которых результат зависит от случайных процессов. По этой причине рассматриваемый метод находит применение в экономике и финансовом менеджменте для составления экономических, инвестиционных прогнозов [5], инвестиционного анализа [6, 7], финансового планирования, в риск-менеджменте [8], при оценке затрат [9]. Техника применения часто сводится к вычислению множества значений, далее рассчитывается их среднее арифметическое, оно и становится искомым результатом. Или же по вычисленным значениям определяется диапазон данных, в области которого может находиться искомая величина.

В инвестиционном анализе задачей является оценить эффективность вложения средств, при этом используются статические и динамические методы оценки эффективности инвестиционных проектов. Динамические методы основаны на временной стоимости денег. При анализе инвестиционных проектов с использованием имитационного моделирования, как правило, генерируются случайные величины дохода, который будет получен в будущем [10].

Одним из таких показателей при динамической оценке эффективности инвестиционного проекта является чистый дисконтированный доход (NPV), который рассчитывается по формуле:

$$NPV = \sum_{j=1}^n \frac{CIF_j}{(1+R)^j} - Inv,$$

где  $n$  — общий полезный срок реализации проекта, годы;

$R$  — ставка дисконтирования;

$CIF_j$  — доход по проекту на шаге  $j$ , ден. ед.;

$Inv$  — величина инвестиций.

В формуле предполагается, что инвестиции совершены единовременно, в противном случае потребовалось бы также применить для их оценки коэффициент дисконтирования.

Чистый дисконтированный доход показывает сумму доходов по проекту на протяжении его полезного срока реализации, приведенных к моменту оценки (то есть дисконтированных).

На рисунке 1 приведен пример расчета в среде MS Excel чистого дисконтированного дохода при постоянных

доходах в течение 8 лет. В ячейках столбца D ведены величины инвестиций (200 000 руб.) и постоянных доходов (40 000 руб.) по каждому шагу (году) инвестиционного проекта. Ставка дисконтирования (10 %) указана в долях. Фактор дисконтирования  $1/(1 + R)^i$  в ячейках столбца C определяется по формуле:  $[C5]=1/(1+\$C\$2)^B5$ .

Приведенная к настоящему времени величина доходов рассчитана как произведение фактора дисконтирования и получаемого дохода:  $[E5]=D5*C5$ .

Чистый дисконтированный доход за весь полезный срок реализации проекта равен сумме приведенных доходов и отрицательной величине инвестиций:  $[E8]=СУММ(E5:E13)$ .

▲	A	B	C	D	E
1					
2		Ставка дисконтирования	0,1		
3					
4		год	коэффициент дисконтирования	денежный поток (доход)	приведенная к настоящему времени оценка доходов
5		0	1	-200 000,00 Р	- 200 000,00 Р
6		1	0,909090909	40 000,00 Р	36 363,64 Р
7		2	0,826446281	40 000,00 Р	33 057,85 Р
8		3	0,751314801	40 000,00 Р	30 052,59 Р
9		4	0,683013455	40 000,00 Р	27 320,54 Р
10		5	0,620921323	40 000,00 Р	24 836,85 Р
11		6	0,56447393	40 000,00 Р	22 578,96 Р
12		7	0,513158118	40 000,00 Р	20 526,32 Р
13		8	0,46650738	40 000,00 Р	18 660,30 Р
14				NPV	13 397,05 Р
15					

Рис. 1. Моделирование расчета NPV при постоянных доходах

На рисунке 1 чистый дисконтированный доход равен 13 397,05 руб. за 8 лет.

Обычно в задачах по инвестиционному анализу предполагается, что доход будет постоянный. Однако в реалиях экономики такое маловероятно. На рисунке 2 представлено моделирование расчета чистого дисконтированного дохода при непостоянном денежном потоке.

▲	A	B	C	D	E
1					
2		Ставка дисконтирования	0,1		
3					
4		год	коэффициент дисконтирования	денежный поток (доход)	приведенная к настоящему времени оценка доходов
5		0	1	-200 000,00 Р	- 200 000,00 Р
6		1	0,909090909	35 000,00 Р	31 818,18 Р
7		2	0,826446281	36 000,00 Р	29 752,07 Р
8		3	0,751314801	38 000,00 Р	28 549,96 Р
9		4	0,683013455	44 000,00 Р	30 052,59 Р
10		5	0,620921323	41 000,00 Р	25 457,77 Р
11		6	0,56447393	42 000,00 Р	23 707,91 Р
12		7	0,513158118	55 000,00 Р	28 223,70 Р
13		8	0,46650738	52 000,00 Р	24 258,38 Р
14				NPV	21 820,56 Р
15					

Рис. 2. Моделирование расчета NPV при непостоянных доходах

Доходы на каждом шаге проекта зависят от доли на рынке, насыщенности рынка, уровня конкуренции, платежеспособности, стадии жизненного цикла товара и многих других факторов и потому, по сути, являются случайной величиной. Отсюда следует, что чистый приведенный доход в конкретной сфере бизнеса и в конкретном регионе может быть как выше (рис. 2), так и ниже, чем в модели с постоянным доходом на протяжении всего срока реализации проекта.

Накопление данных по доходам по аналогичным проектам позволит более точно определить величину приведенных доходов. Однако в задаче обнаруживается возможность использования метода Монте-Карло для определения ставки дисконтирования на основе данных о доходах по проекту. В примере расчеты произведены по известной ставке дисконтирования. Однако она может также меняться на протяжении полезного срока реализации проекта или же являться неизвестной величиной. Сгенерированные величины доходов позволяют решить обратную задачу: по приведенному доходу найти ставку дисконтирования.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод Монте-Карло за историю своего существования показал эффективность во многих отраслях знаний и имеет высокий потенциал использования для моделирования экономических систем. Метод при многих достоинствах не лишен недостатков, однако есть способы их преодоления и повышения достоверности результатов.

В условиях нестабильной экономической ситуации, когда требуется особенно тщательно взвешивать управленческие решения, метод Монте-Карло позволяет оценить варианты инвестирования и риски. Использование имитационного моделирования в анализе инвестиционных проектов позволяет генерировать случайные величины дохода по проекту и вычислить показатели эффективности проекта. Подобным образом могут быть рассчитаны и другие искомые величины показателей эффективности инвестиционных проектов (внутренняя норма доходности, дисконтированный срок окупаемости, дисконтированные индексы доходности). В исследованиях с использованием аппарата математической статистики могут быть рассчитаны показатели вариации дохода (и других величин) в совокупности данных. Расчет и оценка дисперсии экономического показателя также может стать задачей имитационного моделирования с помощью метода Монте-Карло.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Безруков, А. И. Математическое и имитационное моделирование: Учебное пособие / А. И. Безруков, О. Н. Алексенцева. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 227 с. — (Высшее образование: Бакалавриат).
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник и практикум для вузов. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование: Математика в экономическом университете).
3. Иванус, А. И. Системные аспекты методов имитационного моделирования: Учебное пособие. — Москва: Прометей, 2020. — 148 с.
4. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов: Учебное пособие. — Москва:

ИНФРА-М, 2022. — 254 с. — (Высшее образование: Бакалавриат).

5. Фокин, И. В. Модель прогнозирования денежных потоков методом Монте-Карло для IT отрасли // *Цифровая экономика и финансы: Материалы Международной научно-практической конференции (Санкт-Петербург, Россия, 17–18 марта 2022 г.)*. — Санкт-Петербург: Астерион, 2022. — С. 284–289.

6. Вардомацкая, Е. Ю. Имитационное моделирование инвестиционных рисков методом Монте-Карло / Е. Ю. Вардомацкая, П. С. Асоблева // *Материалы и технологии*. 2022. № 1 (9). С. 50–57. DOI: 10.24412/2617-149X-2022-1-50-57.

7. Голубенко, Е. В. Использование метода имитационного моделирования для диверсификации инвестиций в регионе / Е. В. Голубенко, В. В. Дегтярев, И. М. Магеррамов // *Транспорт: наука, образование, производство (Транспорт–2022): Труды Международной научно-практической конференции (Ростов-на-Дону, Россия, 25–27 апреля 2022 г.)*. — Т. 1. — Ростов-на-Дону: Ростовский гос. ун-т путей сообщения, 2022. — С. 75–78.

8. Оценка ожидаемых кредитных убытков методом Монте-Карло / И. В. Торопова, Е. А. Перминов, Н. И. Попова, О. В. Котова // *Финансовый бизнес*. 2022. № 3 (225). С. 94–98.

9. Первун, О. Е. Технологии оценки затрат проекта методом Монте-Карло в среде программирования R // *Ученые записки Крымского инженерно-педагогического университета*. 2022. № 2 (76). С. 149–154.

DOI: 10.34771/UZCEPU.2022.2.76.030.

10. Грибанова, Е. Б. Имитационное моделирование экономических процессов. Практикум в Excel: Учебное пособие / Е. Б. Грибанова, И. Н. Логвин. — Москва: КНОРУС, 2022. — 228 с. — (Бакалавриат).

# Using the Monte Carlo Method in Simulated Modeling of Economic Systems

Grand PhD L. M. Bozhko

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University  
Saint Petersburg, Russia  
lemib@rambler.ru

**Abstract.** The article describes the procedure for simulating using the Monte Carlo method. The history and essence of the method are considered, its advantages and disadvantages are highlighted. Methods for leveling the disadvantages of the Monte Carlo method for obtaining reliable results in modeling are presented. A review of the use of the method for modeling economic systems was conducted. As an example of using simulation modeling, the calculation of the investment project performance indicator is presented.

**Keywords:** Monte Carlo method, statistical test method, simulation modeling, simulation method, economic system model, net present value, investment project evaluation.

## REFERENCES

1. Bezrukov A. I., Aleksentseva O. N. Mathematical and simulation modeling: Study guide [Matematicheskoe i imitatsionnoe modelirovanie: Uchebnoe posobie]. Moscow, INFRA-M, 2019, 227 p.
2. Kremer N. Sh. Probability theory and mathematical statistics: Textbook and practicum for universities [Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika: Uchebnik i praktikum dlya vuzov]. Moscow, Urait Publishing House, 2023, 538 p.
3. Ivanus A. I. System aspects of simulation methods: Study guide [Sistemnye aspekty metodov imitatsionnogo modelirovaniya: Uchebnoe posobie]. Moscow, Prometei Publishing House, 2020, 148 p.
4. Lychkina N. N. Simulation of economic processes: Study guide [Imitatsionnoe modelirovanie ekonomicheskikh protsessov: Uchebnoe posobie]. Moscow, INFRA-M, 2022, 254 p.
5. Fokin I. V. Monte Carlo Cash Flow Prediction Model for IT Industry [Model prognozirovaniya denezhnykh potokov metodom Monte-Karlo dlya IT otrasli], *Digital Economy and Finance: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference [Tsifrovaya ekonomika i finansy: Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii]*, Saint Petersburg, Russia, March 17–18, 2022. Saint Petersburg, Assterion Publishing House, 2022, Pp. 284–289.
6. Vardomatskaya E. Yu., Asobleva P. S. Monte-Carlo Simulation of Investment Risks [Imitatsionnoe modelirovanie investitsionnykh riskov metodom Monte-Karlo], *Materials and Technologies [Materialy i tekhnologii]*, 2022, No. 1 (9), Pp. 50–57. DOI: 10.24412/2617-149X-2022-1-50-57.
7. Golubenko E. V., Degtyarev V. V., Maharramov I. M. Using Simulation Modeling for Diversification of Investments in the Region [Ispolzovanie metoda imitatsionnogo modelirovaniya dlya diversifikatsii investitsiy v regione], *Transport: Science, Education, Production (Transport 2022): Proceedings of the International Science and Practice Conference [Transport: nauka, obrazovanie, proizvodstvo (Transport–2022): Trudy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii]*, Rostov-on-Don, Russia, April 25–27, 2022. Volume 1. Rostov-on-Don, Rostov State Transport University, 2022. — Pp. 75–78.
8. Toropova I. V., Perminov E. A., Popova N. I., Kotova O. V. Estimation of Expected Credit Losses by the Monte Carlo Method [Otsenka ozhidaemykh kreditnykh ubytkov metodom Monte-Karlo], *Financial Business [Finansovyy biznes]*, 2022, No. 3 (225), Pp. 94–98.
9. Pervun O. E. Technology for Evaluation of Project Costs by the Monte Carlo Method in Programming Environment R [Tekhnologii otsenki zatrat proekta metodom Monte-Karlo v srede programmirovaniya R], *Scientific Notes of the Crimean Engineering and Pedagogical University [Uchenye zapiski Krymskogo inzhenerno-pedagogicheskogo universiteta]*, 2022, No. 2 (76), Pp. 149–154. DOI: 10.34771/UZCEPU.2022.2.76.030.
10. Gribanova E. B., Logvin I. N. Simulation of economic processes. Practicum in Excel: Study guide [Imitatsionnoe modelirovanie ekonomicheskikh protsessov. Praktikum v Excel: Uchebnoe posobie]. Moscow, KnoRus Publishing House, 2022, 228 p.